INGENIERÍA ECONÓMICA

Cuarta edición

Leland T. Blank
Anthony J. Tarquin

McGraw Hill

INGENIERÍA ECONÓMICA

CUARTA EDICIÓN

INGENIERÍA ECONÓMICA

CUARTA EDICIÓN

Leland Blank, P. E.
Texas A&M University

Anthony Tarquin P. E.
University of Texas en El Paso

Traducción
GLADYS ARANGO MEDINA
Traductora oficial
Economista
Universidad de los Andes

Revisión técnica
MARCO FIDEL CASTILLO VEGA
Matemático MBA
Profesor de la Universidad Nacional de Colombia
y de la Universidad de La Salle

McGraw Hill

Santafé de Bogotá • Buenos Aires • Caracas • Guatemala • Lisboa • Madrid • México
Nueva York • Panamá • San Juan • Santiago de Chile • São Paulo
Auckland • Hamburgo • Londres • Milán • Montreal • Nueva Delhi • París • San Francisco • San Luis
Singapur • Sidney • Tokio • Toronto

Ingeniería Económica, 4 edición

DERECHOS RESERVADOS. Copyright 0 1999, por McGraw-Hill Interamericana, S. A.
Avenida de las Américas No. 46-41 Santafé de Bogotá, D.C., Colombia

Traducido de la cuarta edición en ingles de ENGINEERING ECONOMY
Copyright 0 MCMXCVIII, por McGraw-Hill Companies, Inc.
ISBN: 0-07-063110-7

Editora: Emma Ariza H.

4123567898 0123456789

ISBN: 958-600-966-l

Impreso en Colombia Printed in Colombia

Se imprimieron 4500 ejemplares en el mes de diciembre de 2000
Impreso por Quebecor Impreandes
Impreso en Colombia - Printed in Colombia

Dedicamos este libro a nuestros padres, por todo lo que nos han dado a nosotros y a otras personas.

CONTENIDO

Prefacio xiii

NIVEL UNO

Capítulo 1

Conceptos básicos, términos y gráficas 2

1.1 ¿Por qué es tan importante la ingeniería económica? 4
1.2 Papel de la ingeniería económica en la toma de decisiones 5
1.3 Realización de un estudio de ingeniería económica 7
1.4 Cálculo de intereses 10
1.5 Equivalencia 13
1.6 Interés simple y compuesto 15
1.7 Los símbolos y su significado 21
1.8 Tasa mínima atractiva de retorno 24
1.9 Flujos de efectivo: Su estimación y diagramación 26
1.10 Regla del 72: Estimación de la duplicación del tiempo y de la tasa de interés 31

Estudio de caso #1 : Distribución de sopas enlatadas 36

Capítulo 2

Los factores y su uso 44

2.1 Derivación de factores de pago único *(FIP y P/F) 46*
2.2 Derivación del factor de valor presente serie uniforme y el factor de recuperación de capital *(P/A y A/P) 47*
2.3 Derivación del factor de fondo de amortización y el factor de cantidad compuesta, serie uniforme *(A/F* y *F/A)* 49
2.4 Notación de factores estándar y uso de las tablas de intereses 50
2.5 Definición y derivación de las fórmulas de gradientes 52
2.6 Derivación del valor presente de series geométricas (o escalonadas) 58
2.7 Interpolación en las tablas de interés 59
2.8 Cálculos de valor presente, valor futuro y valor anual uniforme equivalente 61
2.9 Valor presente y valor anual uniforme equivalente de gradientes convencionales uniformes 66
2.10 Cálculos que involucran series geométricas 68
2.11 Cálculos de tasas de interés desconocidas 70
2.12 Cálculos de número de años desconocidos 73

Capítulo 3

Tasas de interés nominales y efectivas y capitalización continua 84

3.1 Tasas nominales y efectivas 86
3.2 Formulación de la tasa de interés efectiva 89
3.3 Cálculo de las tasas de interés efectivas 90
3.4 Tasas de interés efectivas para capitalización continua 93
3.5 Cálculos para periodos de pago iguales o más largos que los periodos de capitalización 95
3.6 Cálculos por periodos de pago más cortos que los periodos de capitalización 99

Capítulo 4

Uso de factores múltiples 108

4.1 Localización del valor presente y del valor futuro 110
4.2 Cálculos para una serie uniforme que empieza después del periodo 1 ll 2

4.3 Cálculos que involucran series uniformes y cantidades colocadas aleatoriamente 114
4.4 Valor anual uniforme equivalente de series uniformes y de cantidades ubicadas aleatoriamente 117
4.5 Valor presente y series uniformes equivalente de gradientes trasladados 118
4.6 Gradientes decrecientes 124 .
Estudio de caso #2: Financiación de la compra de una vivienda 135

NIVEL DOS

Capítulo 5

Evaluación del valor presente y del costo capitalizado 152

5.1 Comparación en valor presente de alternativas con vidas iguales 154
5.2 Comparación en valor presente de alternativas con vidas diferentes 155
5.3 Costo de ciclo de vida 159
5.4 Cálculos del costo capitalizado 160
5.5 Comparación de dos alternativas según el costo capitalizado 163

Capítulo 6

Evaluación del valor anual uniforme equivalente 180

6.1 Valores anuales para uno 0 más ciclos de vida 182
6.2 VA por el método del fondo de amortización de salvamento 183
6.3 VA mediante el método del valor presente de salvamento 184
6.4 VA mediante el método de recuperación de capital más interés 185
6.5 Comparación de alternativas mediante el valor anual 186
6.6 VA de una inversión permanente 188

Capitulo 7

Cálculos de tasa de retorno para un proyecto único 200

7.1 Generalidades de la tasa de retorno y de su cálculo 202
7.2 Cálculos de la tasa de retorno utilizando una ecuación de valor presente 204
7.3 Cálculos de la tasa de retorno utilizando una ecuación de valor anual 209
7.4 Valores múltiples de tasas de retorno posibles 210
7.5 Tasa de retorno compuesta: Eliminación de valores múltiples de i^* 214

Capitulo 8

Evaluación de tasa de retorno para alternativas múltiples 230

8.1 Comprensión del análisis incremental 232
8.2 Tabulación del flujo de efectivo incremental para dos alternativas 233
8.3 Interpretación de la tasa de retorno sobre la inversión incremental 236
8.4 Evaluación de la tasa de retorno utilizando una ecuación de VP 237
8.5 Evaluación de la tasa de retorno utilizando una ecuación de VA 244
8.6 Selección de alternativas múltiples utilizando el análisis TR 246

Capítulo 9

Evaluación de la razón beneficio/costo 2 6 4

9.1 Clasificación de beneficios, costos y beneficios negativos 266
9.2 Cálculo de beneficios positivos, negativos y costos para un proyecto único 2 6 7
9.3 Selección de altématívas mediante el análisis beneficio /costo 27 1
9.4 Selección de alternativas utilizando el análisis B/C incremental 274

Estudio de caso #3: Iluminación de una carretera 278

NIVEL TRES

Capítulo 10

Análisis de reposición 288

10.1 ¿Por qué se realizan los estudios de reposición? 290
10.2 Conceptos básicos del análisis de reposición 290
10.3 Análisis de reposición utilizando un periodo de estudio especificado 293
10.4 Enfoques del costo de oportunidad y del flujo de efectivo en el análisis de reposición 297
10.5 Vida de servicio económico 299
10.6 Análisis de reposición para la conservación por un año adicional 303
Estudio de caso #4: Análisis de reposición para equipo de canteras 3 ll

Capítulo ll

Bonos 320

ll. 1 Clasificación de los bonos 322
ll .2 Terminología de bonos e intereses 324
11.3 Cálculos del valor presente de los bonos 325
ll .4 Tasa de retorno de una inversión en bonos 328

Capítulo 12

Inflación, estimación de costos y asignación de costos indirectos 336

12.1 Terminología de inflación y cálculo del valor presente 338
12.2 Cálculo del valor futuro considerando la inflación 345
12.3 Cálculos de recuperación del capital y del fondo de amortización considerando la inflación 349
12.4 Índices de costo para estimación 350
12.5 Estimación de costos 353
12.6 Cálculo de las tasas de costos indirectos (generales) 357
12.7 Asignación de costos indirectos tradicionales y varianza 359
12.8 Costeo basado en actividades (ABC) para costos indirectos 361
Estudio de caso #5: Estimaciones de costo total para optimizar la dosis de coagulantes 37 1

NIVEL CUATRO

Capítulo 13

Modelos de depreciación y agotamiento 386

13.1 Terminología de depreciación 388
13.2 Depreciación en línea recta (LR) 390
13.3 Depreciación de saldo decreciente (SD) 392
13.4 Sistema modificado acelerado de recuperación de costos (SMARC) 395
13.5 Determinación del periodo de recuperación (SMARC) 399
13.6 Intercambio entre modelos de depreciación 401
13.7 Determinación de las tasas SMARC 406
13.8 Deducción de gastos de capital (sección 179) 409
13.9 Métodos de agotamiento 411

Capítulo 14

Fundamentos de los impuestos sobre la renta 424

14.1 Terminología básica para los impuestos sobre la renta 426

14.2 Relaciones de impuestos fundamentales para corporaciones e individuos 428
14.3 Ganancias y pérdidas de capital para las corporaciones 432
14.4 Flujo de efectivo y tasa de retorno: Antes y después de impuestos 436
14.5 Efecto de los diferentes modelos de depreciación sobre los impuestos 439
14.6 Efecto de los diferentes periodos de recuperación sobre los impuestos 443

Capitulo 15

Análisis económico después de impuestos 456

15.1 Estimación del flujo de efectivo neto después de impuestos considerando financiamiento con deuda y con patrimonio 458
15.2 Valor presente y valor anual después de impuestos 467
15.3 Cálculos de tasa de retorno utilizando la secuencia FEN 468
15.4 Análisis de reposición después de impuestos 474

NIVEL CINCO

Capítulo 16

Análisis de equilibrio y del periodo de reintegro 486

16.1 Valor de equilibrio de una variable 488
16.2 Punto de equilibrio entre dos alternativas 493
16.3 Determinación e interpretación del periodo de reintegro 497

Estudio de caso #6: Evaluación económica del programa de sanitarios con uso mínimo agua 506

Capítulo 17

Racionamiento de capital entre propuestas independientes 516

17.1 Generalidades básicas de la elaboración del presupuesto de gastos de capital 518
17.2 Racionamiento del capital utilizando el análisis VP para propuestas con vida igual 520
17.3 Racionamiento de capital utilizando el análisis VP para propuestas de vida diferente 523
17.4 Formulación de problemas en la elaboración del presupuesto de capital utilizando la programación lineal 528

Capítulo 18

Determinación de una tasa mínima atractiva de retorno 534

18.1 Relación entre el costo de capital y de la TMAR 536
18.2 Mezcla deuda-patrimonio y promedio ponderado del costo de capital 537
18.3 Costo del capital de deuda 540
18.4 Costo del capital patrimonial 542
18.5 Variaciones en TMAR 544
18.6 Establecimiento de un valor TMAR para la toma de decisiones 546
18.7 Efectos de la mezcla deuda-patrimonio sobre el riesgo de inversión 548

Capítulo 19

Análisis de sensibilidad y decisiones de valor esperado 560

19.1 Enfoque del análisis de sensibilidad 562
19.2 Determinación de sensibilidad de estimaciones de parámetros 563
19.3 Análisis de sensibilidad utilizando tres estimaciones 568

19.4 Variabilidad económica y el valor esperado 57 1
19.5 Cálculos de valor esperado para alternativas 572
19.6 Selección de alternativas utilizando árboles de decisión 574
Estudio de caso #7: Análisis de sensibilidad de los planes de suministro de agua 583
Estudio de caso #8: Selección de alternativas secuenciales utilizando un árbol de decisiones 587

Capítulo 20

Más sobre variaciones y toma de decisiones bajo riesgo 604

20.1 Interpretación de certidumbre, riesgo e incertidumbre 606
20.2 Elementos importantes para la toma de decisiones bajo riesgo 610
20.3 Muestras aleatorias 616
20.4 Valor esperado y desviación estándar 621
20.5 Muestreo de Monte Carlo y análisis de simulación 628
20.6 Evaluación de criterios múltiples 637

Apéndice A

Fundamentos del uso del programa Excel de Microsoft 655

A.1 Introducción al uso de Excel 655
A.2 Uso de las funciones de Excel pertinentes a la ingeniería económica 658
A.3 Mensajes de error 667
A.4 Lista de las funciones financieras de Excel 667

Apéndice B

Elementos básicos de los informes de contabilidad y de las razones de negocios

B.l El balance general 671
B.2 Estado de resultados y estado del costo de los bienes vendidos 672
B.3 Razones de negocios 674

Apéndice C

Respuestas fínales a problemas seleccionados de final de capítulo 680

Tablas de factores de interés 689

Índice 718

PREFACIO

En las primeras tres ediciones de este texto se presentaron, en una forma claramente escrita, los principios básicos del análisis económico para su aplicación en el proceso de toma de decisiones. Nuestro objetivo siempre ha sido presentar el material en la forma más clara y concisa posible sin sacrificar cobertura o una comprensión verdadera por parte del aprendiz. En esta cuarta edición se ha hecho todo el esfuerzo para proceder de la misma forma, conservando a la vez la estructura básica del texto desarrollada en ediciones anteriores.

CAMBIOS MATERIALES Y ORGANIZACIONALES

Adicional a la nueva redacción y restructuración que siempre tiene lugar en las nuevas ediciones de los libros de texto, se han agregado algunos temas nuevos y bastante material ha sido actualizado para hacer de esta edición un recurso aún más valioso. Uno de los cambios más interesantes de esta edición es la introducción de las hojas de calculo, cuyo uso se hace de forma natural y óptima a lo largo del texto. Conservando el formato de fácil aprendizaje de este libro, las hojas de calculo han sido introducidas en una forma que, incluso los aprendices no familiarizados con ellas, pueden llegar a "Excel" en pocos minutos. Se ha adicionado un apéndice que conduce al estudiante paso a paso a través del proceso de preparar y ejecutar una hoja de cálculo simple. Desde esta iniciación, los estudiantes e instructores aprenden a utilizar las funciones incorporadas y muchas características de gran poder de las hojas de calculo, las cuales resultan idealmente apropiadas para los análisis de ingeniería económica. Todos los ejemplos basados en hojas de cálculo están marcados con claridad y se incluye una solución manual inmediatamente antes de la solución de la hoja de calculo, permitiendo así opciones manuales y de hoja de cálculo para el curso.

El segundo gran aporte a este texto es la incorporación de estudios de casos al final de diversos capítulos. Estos tratamientos del mundo real, de mayor profundidad, resaltan la importancia del análisis económico en la profesión de la ingeniería.

Se ha agregado una sección de simulación al capítulo 20, que introduce en forma clara y simple el uso de la probabilidad en la toma de decisiones de ingeniería económica. Al igual que en ediciones anteriores, cada capítulo contiene muchos problemas, más del 75% de los cuales son nuevos y representativos de situaciones del mundo real. Finalmente, información reciente sobre leyes tributarias y depreciación emitidas en EE.UU. ha sido incorporada a los capítulos 13, 14 y 15.

Al efectuar los cambios, la consideración primordial ha sido la conservación del formato de fluidez y fácil comprensión que caracteriza las ediciones anteriores. Confiamos en que este texto constituya una presentación actualizada y equilibrada del análisis económico a

nivel universitario con una cobertura particularmente relevante para ingenieros y otras personas que toman decisiones.

USO DEL TEXTO

Este texto ha sido preparado en una forma fácil de leer para uso en el aprendizaje y enseñanza y como libro de referencia para los cálculos básicos utilizados en un análisis de ingeniería económica. Su uso es más apropiado para un curso universitario de un semestre o un trimestre de duración en análisis de ingeniería económica, análisis de proyectos o análisis de ingeniería de costos. Los estudiantes deben tener por lo menos un nivel de segundo año universitario y preferiblemente un tercero. No es necesario tener estudios previos de calculo para entender el material, pero es útil una comprensión básica de economía y contabilidad (en especial desde un punto de vista de costos). Sin embargo, el enfoque de construcción de bloques empleado en el diseño del texto permite al practicante no familiarizado con los principios de economía utilizar el texto para aprender, entender y aplicar correctamente las técnicas en el proceso de toma de decisiones.

COMPOSICIÓN DEL MATERIAL DEL TEXTO

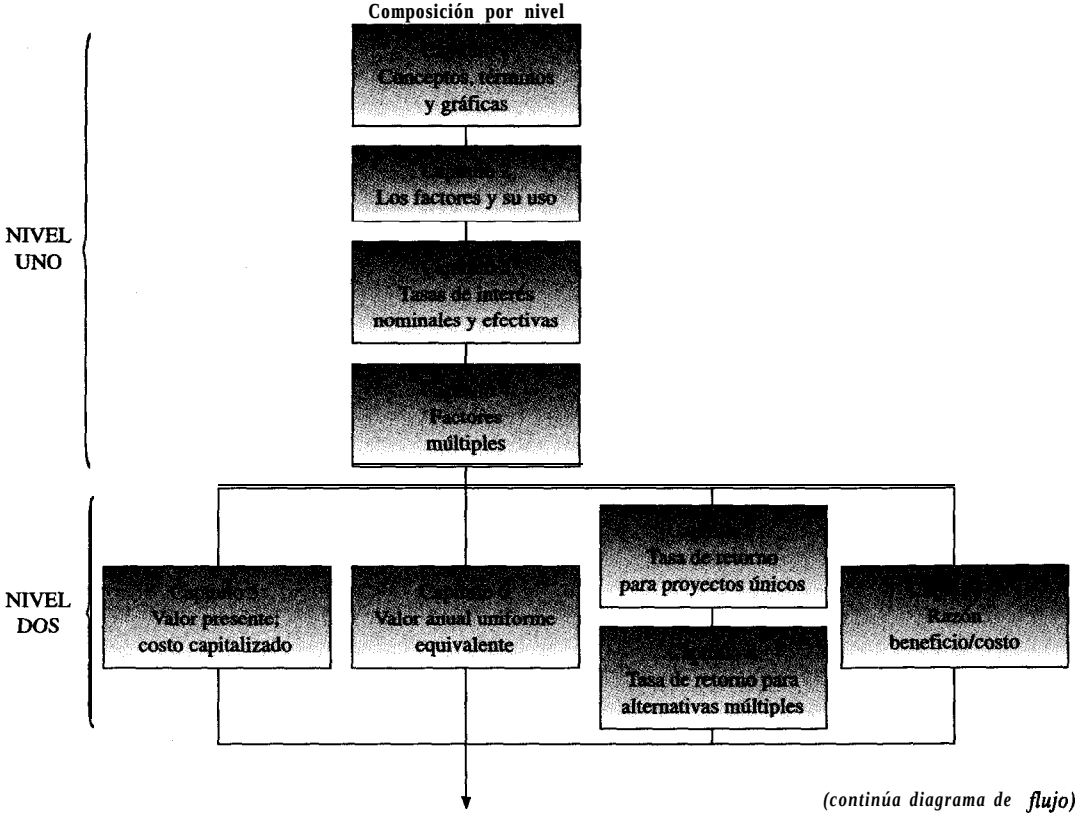
Cada capítulo contiene una tabla de objetivos de aprendizaje progresivos seguidos por un material de estudio con encabezamientos de sección que corresponden a los objetivos de aprendizaje. Por ejemplo, la sección 5.1 contiene el material relacionado con el primer objetivo del capítulo. Las secciones contienen uno o más ejemplos ilustrativos resueltos que están separados del material del texto e incluyen comentarios sobre la solución y sobre las relaciones pertinentes acerca de otros temas en el libro. Muchas secciones hacen referencia a ejemplos resueltos adicionales al final de las secciones del capítulo. Las secciones incluyen además referencias a problemas de final de capítulo sin resolver, que el estudiante debe poder entender y solucionar. Este enfoque da la oportunidad de aplicar el material sección por sección o cuando el capítulo ha sido terminado. Como una nueva característica en cada capítulo, se ha incluido un corto resumen de los conceptos y temas principales cubiertos inmediatamente antes del estudio de caso y de los problemas del final de capítulo

Los apéndices A hasta C contienen información complementaria: una introducción básica al uso de hojas de calculo y del programa Excel de Microsoft para lectores que no están familiarizados con ellos; los fundamentos de los informes de contabilidad; y las respuestas finales a problemas seleccionados ordenados por capítulos. Las tablas de factores de interés están situadas al final del texto para su fácil acceso. Finalmente, se hace una referencia fácil a la notación de factores, fórmulas y gráficos (pág. 723) y a términos comunes y símbolos utilizados en ingeniería económica (pág. 724).

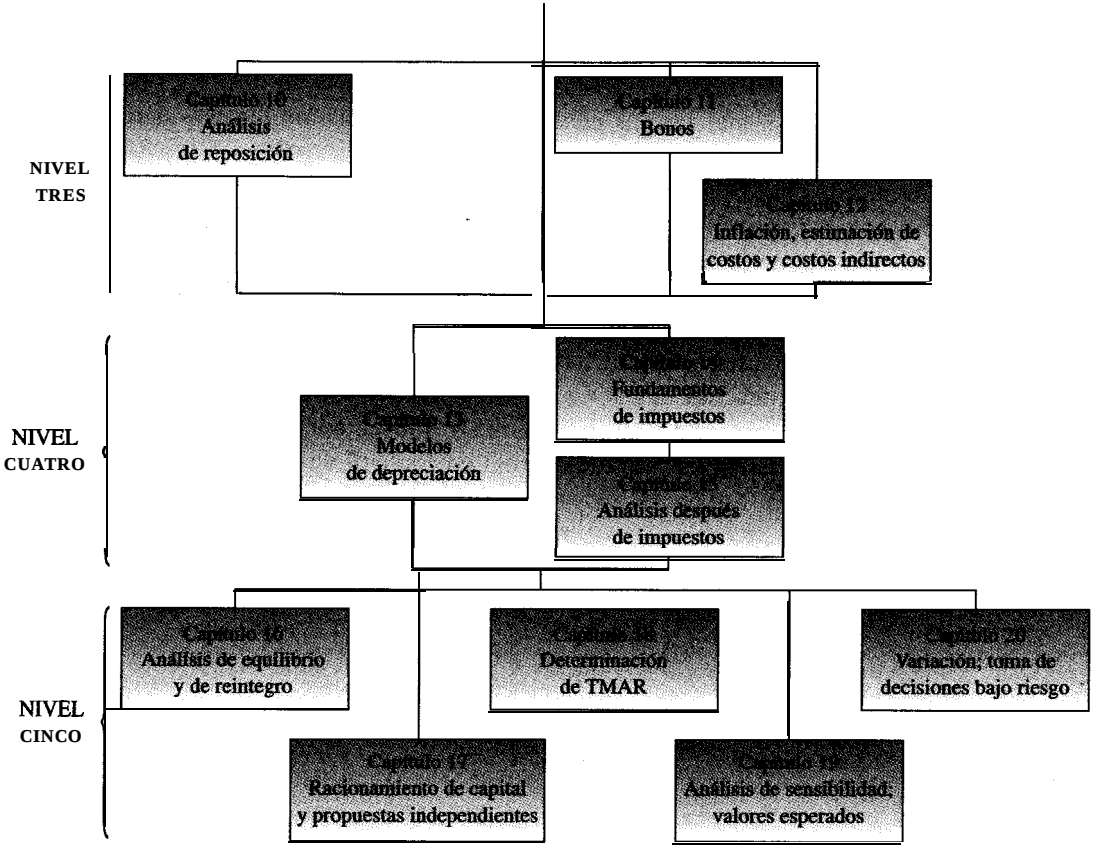
VISIÓN GENERAL DEL TEXTO

El texto esta compuesto de 20 capítulos agrupados en cinco niveles como lo indica el diagrama de flujo. La cobertura del material se aproxima al flujo del diagrama que aparece abajo para asegurar su comprensión. El material del nivel uno hace énfasis en destrezas de calculo básicas. En el nivel dos se analizan las cuatro técnicas de mas amplio uso para **evaluar** alternativas y en el nivel tres se extienden estas técnicas de análisis a otros métodos comúnmente requeridos por el ingeniero económico. En el nivel cuatro se introducen los importantes temas de depreciación y tributación (empresarial e individual), mientras que en el nivel cinco se consideran procedimientos de análisis complementarios y avanzados, en especial la variación, el análisis de sensibilidad y la toma de decisiones bajo riesgo. Gran parte del material del nivel cinco puede ser opcional para quienes requieren una versión acortada del texto. Agradecemos a Peter Chan por su excelente trabajo en la preparación de las hojas de cálculo, el material del apéndice A y los clipart para el texto. También, agradecemos a Corel por permitirnos utilizar el clipart presentado a lo largo de este libro. Ambas adiciones hacen que el libro sea muy actual y más fácil de utilizar.

Lee Blank
Tony Tarquin



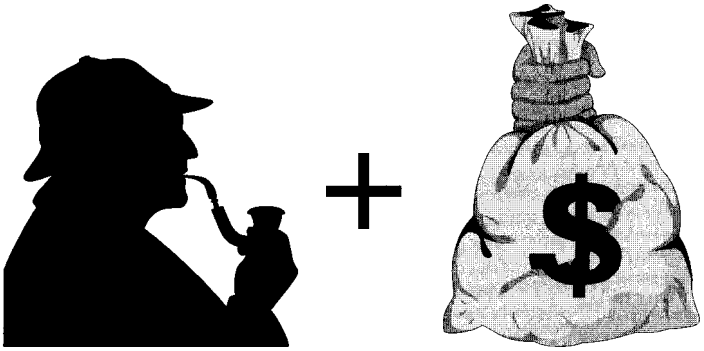
(continuación diagrama de flujo)



capítulo

1

Conceptos básicos, términos y gráficas



Este capítulo permite una comprensión de los conceptos básicos y de la terminología necesaria para realizar un análisis de ingeniería económica. Explica el rol de la ingeniería económica en el proceso de toma de decisiones y describe los elementos principales de un estudio de este tipo. Finalmente se introduce un enfoque gráfico básico: el diagrama de flujo de efectivo.

NIVEL

UNO

Los cuatro primeros capítulos ayudarán al lector a aprender a construir y a utilizar diagramas de flujo de efectivo y a contabilizar correctamente el valor del dinero en el tiempo. El concepto de que el dinero tiene valores diferentes durante intervalos de tiempo diferentes recibe el nombre de equivalencia. El movimiento de las entradas y desembolsos a través del tiempo (con equivalencia) exige la comprensión y uso de factores de ingeniería económica que simplifican cálculos que de otra forma serían complicados.

Hay tres formas diferentes de expresar y utilizar las tasas de interés en los cálculos económicos. En este nivel se incluye una explicación de las tasas nominales y efectivas, de manera que sea posible utilizar correctamente los factores tabulados al final de este texto. Las tasas efectivas y nominales, y los factores, se aplican directamente a las evaluaciones económicas y de inversión individuales, empresariales, industriales y gubernamentales.

CAPÍTULO

1	Conceptos básicos, términos y gráficas	2
2	Los factores y su uso	44
3	Tasas de interés nominales y efectivas y capitalización continua	84
4	Uso de factores múltiples	108

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Propósito: Entender el significado, rol, enfoque y conceptos básicos de la ingeniería económica.

Este capítulo ayudará al lector a:

Preguntas	1. Entender los tipos de preguntas que la ingeniería económica puede ayudarle a responder.
Toma de decisiones	2. Determinar el papel de la ingeniería económica en el proceso de toma de decisiones.
Enfoque de estudio	3. Identificar los componentes principales de un estudio de ingeniería económica y lo que se necesita para realizarlo con éxito.
Intereses	4. Realizar cálculos relacionados con el interés y con las tasas de interés.
Equivalencia	5. Determinar el significado de equivalencia.
Interés simple y compuesto	6. Calcular el interés simple y compuesto para uno o más periodos de interés.
Símbolos	7. Identificar los símbolos comunes de ingeniería económica.
Tasa mínima atractiva de retorno o rendimiento	8. Conocer el significado de la tasa mínima atractiva de retorno (TMAR).
Flujo de efectivo	9. Entender el flujo de efectivo y cómo representarlo gráficamente.
Duplicación del tiempo	10. Utilizar la regla del 72 para estimar una tasa de interés o el número de años requerido para duplicar una suma.

1.1 ¿POR QUÉ ES TAN IMPORTANTE LA INGENIERÍA ECONÓMICA?

Prácticamente a diario se toman decisiones que afectan el futuro. Las opciones que se tomen cambian la vida de las personas poco y algunas veces considerablemente. Por ejemplo, la compra en efectivo de una nueva camisa aumenta la selección de ropa del comprador cuando se viste cada día y reduce la suma de dinero que lleva consigo en el momento. Por otra parte, el comprar un nuevo automóvil y suponer que un préstamo para automóvil nos da opciones nuevas de transporte, puede causar una reducción significativa en el efectivo disponible a medida que se efectúan los pagos mensuales. En ambos casos, *los factores económicos y no económicos,* lo mismo que *los factores tangibles e intangibles* son importantes en la decisión de comprar la camisa o el automóvil.

Los individuos, los propietarios de pequeños negocios, los presidentes de grandes corporaciones y los dirigentes de agencias gubernamentales se enfrentan rutinariamente al desafío de tomar decisiones significativas al seleccionar una alternativa sobre otra. Éstas son decisiones de cómo invertir en la mejor forma los fondos, *o* el *capital,* de la compañía y sus propietarios. El monto del capital siempre es limitado, de la misma manera que en general es limitado el efectivo disponible de un individuo. Estas decisiones de negocios cambiarán invariablemente el futuro, con la esperanza de que sea para mejorar. Por lo normal, los factores considerados pueden ser, una vez más, económicos y no económicos, lo mismo que tangibles e intangibles. Sin embargo, cuando las corporaciones y agencias públicas seleccionan una alternativa sobre otra, los aspectos financieros, el retorno del capital invertido, las consideraciones sociales y los marcos de tiempo con frecuencia adquieren mayor importancia que los aspectos correspondientes a una selección individual.

La *ingeniería económica,* en forma bastante simple, hace referencia a la determinación de los factores y criterios económicos utilizados cuando se considera una selección entre una o más alternativas. Otra definición de la ingeniería económica plantea que es una colección de técnicas matemáticas que simplifican las comparaciones económicas. Con estas técnicas, es posible desarrollar un enfoque racional y significativo para evaluar los aspectos económicos de los diferentes métodos (alternativas) empleados en el logro de un objetivo determinado. Las técnicas funcionan igualmente bien para un individuo o para una corporación que se enfrenta con una decisión de tipo económico. Algunas de las preguntas usuales que pueden ser consideradas metódicamente por individuos, negocios y corporaciones, y por las agencias públicas (gubernamentales) que utilizan el material de este libro, se formulan aquí.

Individuos

- ¿Debo pagar el saldo de mi tarjeta de crédito con dinero prestado?
- ¿Qué representan financieramente mis estudios universitarios en mi carrera profesional?
- ¿Las deducciones federales al impuesto sobre la renta son para la hipoteca de mi casa un buen negocio o debo acelerar los pagos de mi hipoteca?
- ¿Exactamente qué tasa de retorno obtuvimos en esta inversión en acciones?
- ¿Debo comprar o arrendar mi próximo automóvil o conservar el que tengo ahora y continuar pagando el préstamo?

Corporaciones y negocios

- ¿Lograremos el retorno requerido si instalamos esta nueva tecnología de fabricación en la planta?
- ¿Construimos o arrendamos las instalaciones para la nueva sucursal en Asia?
- ¿En términos económicos es mejor fabricar internamente o comprar por fuera una parte componente de una nueva línea de producto?

Unidades gubernamentales que atienden alpúblico

- ¿Cuánto recaudo del nuevo impuesto necesita generar la ciudad para pagar la emisión de bonos escolares que se está sometiendo a votación?
- ¿Sobrepasan los beneficios los costos de un puente sobre el canal intracostero en este punto?
- ¿Es económico para la ciudad en términos de costos construir un domo para eventos deportivos importantes?
- ¿Debe la universidad estatal contratar una institución universitaria de la comunidad local para enseñar en cursos de pregrado a nivel básico o es preferible que el profesorado de la universidad lo haga?

Ejemplo 1.1

Los presidentes de dos pequeños negocios juegan tenis cada semana. Después de muchas conversaciones, han decidido que, debido a sus viajes frecuentes en aerolíneas comerciales alrededor de la región, conviene evaluar la compra de un avión de propiedad conjunta de las dos compañías. ¿Cuáles son algunas de las preguntas habituales de origen económico que los dos presidentes deberían responder a medida que evalúan las alternativas de (1) poseer un avión conjuntamente o (2) continuar como están.

Solución

Algunas de las preguntas (y lo que se necesita para responderlas) podrían ser

- ¿Cuánto costará el avión cada año? (Se necesitan estimaciones)
- ¿Cómo se pagaría éste? (Se necesita un plan de financiación)
- ¿Hay ventajas de impuestos? (Se necesita información legal sobre impuestos)
- ¿Qué alternativa es más efectiva en términos de costos? (Se necesitan criterios de selección)
- ¿Qué se espera de ta tasa de retorno? (Se necesitan ecuaciones)
- ¿Qué sucede si se utilizan sumas diferentes cada año a las que se habían estimado? (Se necesita un análisis de sensibilidad).

1.2 PAPEL DE LA INGENIERÍA ECONÓMICA EN LA TOMA DE DECISIONES

La gente toma decisiones; los computadores, las metodologías y otras herramientas no lo hacen. Las técnicas y los modelos de ingeniería económica *ayudan a la* ***gente a tomar decisiones.*** Puesto que las decisiones afectan lo que se realizará, el marco de tiempo de la

ingeniería económica es generalmente *el futuro.* Por consiguiente, los números utilizados en un análisis de ingeniería económica son *las mejores estimaciones de lo que se espera que ocurra.*

Es común incluir resultados en un análisis de hechos observados. Éste utiliza los métodos de la ingeniería económica para analizar *el pasado,* puesto que no se toma una decisión de seleccionar una alternativa (futura) sobre otra. En lugar de ello, el análisis explica o caracteriza los resultados. Por ejemplo, una corporación puede haber iniciado una división de pedidos por correo hace 5 años. Ahora ésta desea conocer el retorno real sobre la inversión (RSI) o la tasa de retorno (TR) experimentada por esta división. El análisis de resultados y la decisión de alternativas futuras se consideran el dominio de la ingeniería económica.

Un procedimiento muy popular utilizado para considerar el desarrollo y selección de alternativas es el denominado *enfoque de solución de problemas o proceso de toma de decisiones.* Los pasos habituales en el enfoque son los siguientes:

Pasos en la solución de problemas

1. Entender el problema y la meta.
2. Reunir información relevante.
3. Definir las soluciones alternativas.
4. Evaluar cada alternativa.
5. Seleccionar la mejor alternativa utilizando algunos criterios.
6. Implementar la solución y hacer seguimiento a los resultados.

La ingeniería económica tiene un papel importante en los pasos 2, 3 y 5, y es la técnica principal en el paso 4 para realizar el análisis de tipo económico de cada alternativa. Los pasos 2 y 3 establecen las alternativas y la ingeniería económica ayuda a estructurar las estimaciones de cada uno. El paso 4 utiliza uno o más modelos de la ingeniería económica examinados en este libro para completar el análisis económico sobre el cual se toma una decisión.

Ejemplo 1.2

Reconsidere las preguntas presentadas en el ejemplo anterior sobre la compra conjunta de un avión corporativo. Establezca algunas formas en las cuales la ingeniería económica puede contribuir al proceso de toma de decisiones en la selección entre las dos alternativas.

Solución

Suponga que el problema y la meta son las mismas para cada presidente: disponer de un transporte permanente y confiable que minimice los costos totales. La ingeniería económica ayuda en diversas formas. Utilice el enfoque de solución de problemas como marco de referencia.

Pasos 2 y 3: El marco de referencia de tas estimaciones necesarias para un análisis de ingeniería económica ayuda en la estructuración de cuáles datos deben ser calculados y recolectados. Por ejemplo, para la alternativa 1 (comprar el avión), éstos incluyen el costo estimado de compra, los métodos de

financiación y las tasas de interés, los costos anuales de funcionamiento, el posible incremento en los ingresos por ventas anuales y las deducciones en el impuesto sobre la renta. Para la alternativa 2 (mantener el statu *quo*), éstos incluyen costos de transporte comercial observados y estimados, ingresos de ventas anuales y otra información relevante. Observe que la ingeniería económica no incluye específicamente fa estimación; ésta ayuda a determinar cuáles estimaciones e información se necesitan para el análisis (paso 4) y para la decisión (paso 5).

Paso 4: Éste es el centro de la ingeniería económica. Las técnicas generan valores numéricos denominadas *medidas* de *valor*, que consideran inherentemente el *valor del dinero en el tiempo. Algunas* medidas comunes del valor son:

Valor presente (VP)	Valor futuro (VF)
Valor anual (VA)	Tasa de retorno (TR)
Razón beneficio/costo (B/C)	Costo capitalizado (CC)

En todos estos casos, se considera el hecho de que el dinero hoy vale una suma diferente en el futuro.

Paso 5: Para la porción económica de fa decisión, se utiliza algún criterio basado en una de las medidas de valor para seleccionar solamente una de las alternativas. Además, hay tantos factores no económicos -sociales, ambientales, legales, políticos, personales, para nombrar algunos– que puede parecer en ocasiones que el resultado del análisis de ingeniería económica se utiliza menos de lo que el ingeniero puede desear. Pero ésta es la razón exacta por la cual quien toma decisiones debe tener una información adecuada de todos tos factores –económicos y no económicos– para hacer una selección informada. En este caso, el análisis económico puede favorecer significativamente el avión de propiedad conjunta (alternativa 1); pero, debido a factores no económicos, uno o ambos presidentes pueden decidir continuar con la situación actual seleccionando la alternativa 2.

El concepto de *valor del dinero en el tiempo* fue mencionado en la solución del ejemplo 1.2. Para aspectos alternativos que pueden ser cuantificados en términos de dólares, es de vital importancia reconocer este concepto. Con frecuencia se dice que el dinero hace dinero. La afirmación es cierta, en efecto, puesto que si se elige invertir dinero hoy (por ejemplo, en un banco, un negocio, o un fondo mutuo de acciones), inherentemente se espera tener más dinero en el futuro. Este cambio en la cantidad de dinero durante un periodo de tiempo dado se denomina el *valor del dinero en el tiempo;* es el concepto más importante en ingeniería económica. También es necesario darse cuenta de que si una persona o compañía encuentra conveniente obtener dinero en préstamo hoy, para mañana se deberá más que el principal del préstamo original. Este hecho se explica también por el valor del dinero en el tiempo.

1.3 REALIZACIÓN DE UN ESTUDIO DE INGENIERÍA ECONÓMICA

En este libro se utilizan como sinónimos los términos ingeniería económica, análisis de ingeniería económica, toma de decisiones económicas, estudio de asignación de capital, análisis económico y términos similares. Para realizar un estudio de ingeniería económica se utiliza el *Enfoque de estudio de ingeniería económica,* en general aceptado. A manera de

ilustración, éste se esquematiza en la figura 1.1 para dos alternativas, a saber: (alternativa 1) Nuevo diseño de planta y (alternativa 2) Mejoramiento de la planta antigua.

Una vez se han identificado las alternativas y está disponible la información relevante (es decir, las estimaciones), el flujo del análisis de economía generalmente sigue los pasos 3 a 5 de solución de problemas descritos en la sección anterior. A continuación se hace un seguimiento de estos pasos a través de las secciones principales identificadas en el enfoque de estudio de ingeniería económica (figura 1.1).

Descripción alternativa. El resultado del enfoque de solución de problemas paso 1 (entender el problema y la meta) es una descripción general de cómo puede abordarse la solución.

En principio puede haber muchas alternativas descritas, pero sólo unas pocas serán viables y en realidad preparadas para evaluación. Las alternativas son opciones conjuntas.

Generalmente, las alternativas contienen información tal como costo *inicial* (incluidos precios de compra y costos de construcción, instalación y despacho), *vida esperada, ingresos y gastos anuales estimados* de la alternativa (incluidos costos de mantenimiento anual), valor *de salvamento proyectado* (valor de reventa o canje), una *tusa de interés* (tasa de retorno)

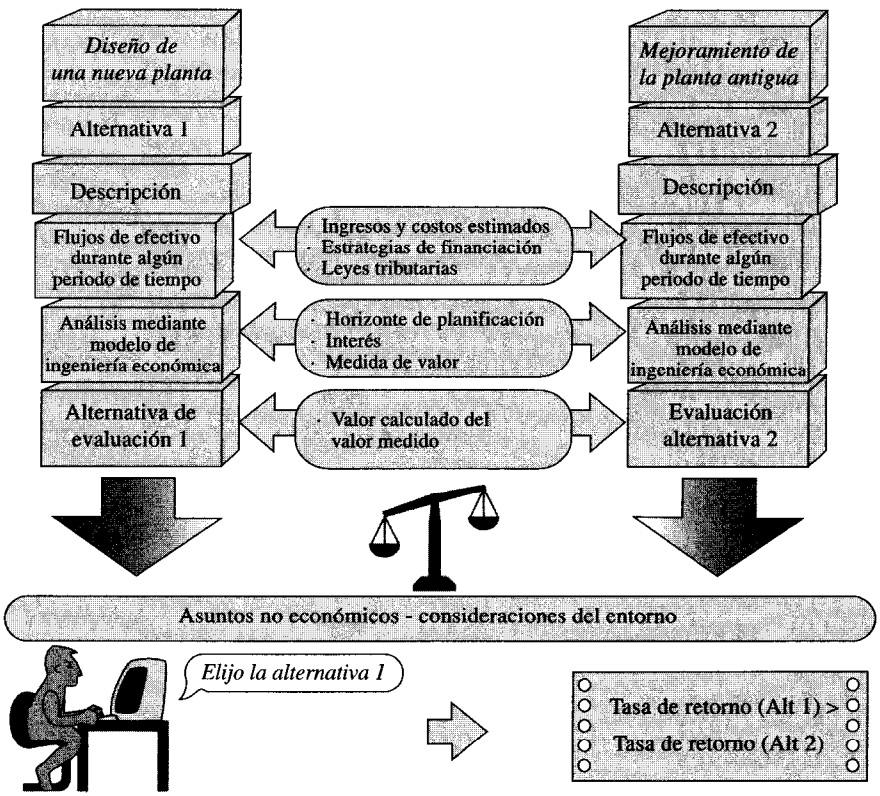


Figura 1.1 **Enfoque de estudio de ingeniería económica.**

apropiada y posiblemente *efectos de impuestos sobre la renta,* En general, los gastos anuales se agrupan en una suma y se denominan costos anuales de operación (CAO).

Flujos de efectivo durante algún periodo de tiempo. Las entradas y salidas de dinero reales se denominan flujos de efectivo. Para realizar el análisis económico, pueden requerirse estimaciones para la financiación, las tasas de interés, la vida de los activos, los ingresos, los costos, los efectos tributarios, etc. Para especificar los aspectos económicos de las alternativas (paso 3), se reúnen y formatean las estimaciones relevantes (paso 2). Sin las estimaciones de flujos de efectivo durante un periodó de tiempo establecido, no es posible realizar un estudio de ingeniería económica.

Análisis mediante un modelo de ingeniería económica. En este libro se realizan cálculos de este tipo sobre los flujos de efectivo de cada alternativa para obtener una o varias medidas de valor. Tal fase es la esencia de la ingeniería económica. Sin embargo, los procedimientos permiten tomar decisiones económicas solamente sobre aquellas alternativas que han sido reconocidas como tales; los procedimientos no ayudan a identificar las alternativas mismas. Si sólo han sido identificadas y definidas las alternativas *A, B* y C para el análisis, cuando el método *D*, aunque no se reconoce como una alternativa, es el más atractivo, con seguridad se tomará la decisión equivocada. La importancia de la identificación y definición alternativa en el proceso de toma de decisiones nunca se enfatiza en demasía, puesto que dicho paso (paso 4 en el enfoque de solución de problemas) hace que el resultado de un análisis económico tenga un valor real.

Alternativa evaluada. Para cada alternativa se establece una medida de valor. Este es el resultado del análisis de ingeniería económica. Por ejemplo, el resultado de un análisis de tasa de retorno de las dos alternativas puede ser:

Seleccionar la alternativa 1 en la cual se estima una tasa de retorno del 18.4% anual durante una vida de 20 años.

Factores no económicos. Como se mencionó anteriormente, muchos otros factores -sociales, del entorno, legales, políticos, personales, etc.- deben ser considerados antes de hacer una selección. Algunos de éstos son tangibles (cuantificables), mientras que otros no lo son.

Criterios de evaluación o **de selección.** Al seleccionar una alternativa, la persona que toma decisiones aplica una combinación de criterios económicos utilizando la medida de valor, y los factores no económicos e intangibles. Si se define solamente una alternativa, siempre existe una segunda alternativa presente en la forma *de su negación,* llamada también la alternativa *como está o* el *statu quo*. Esta opción se analizará a lo largo del libro, pero, en resumen, ello significa que se mantiene el enfoque actual.

Conscientes de ello o no, todos los días utilizamos criterios para seleccionar alternativas. Por ejemplo, cuando alguien se dirige a la universidad, decide tomar la "mejor" ruta. ¿Pero cómo definió la persona el término mejor? ¿Fue la mejor ruta la más segura, la más corta, la

más rápida, la más barata, la de mejor paisaje, o cuál? Obviamente, dependiendo del criterio o combinación de criterios que se utilicen para identificar la mejor, cada vez podría seleccionarse una ruta diferente. En el análisis económico, las *unidades financieras* (dólares) se utilizan generalmente como la base tangible para la evaluación. Por tanto, cuando hay diversas formas de lograr un objetivo determinado, se selecciona la alternativa con el costo global más bajo o la utilidad neta global más alta.

En la mayoría de los casos las alternativas contienen *factores intangibles* que no pueden expresarse de manera fácil en términos de dólares. Cuando las alternativas disponibles tienen aproximadamente el mismo costo equivalente, los factores no económicos e intangibles pueden ser utilizados como la base para seleccionar la mejor alternativa.

La alternativa seleccionada. Una vez se ha hecho la selección, se espera que tendrá lugar la implementación y el seguimiento continuo (paso 6). Generalmente, el seguimiento origina nuevas alternativas a medida que cambian la tecnología y los mercados y los activos se deterioran.

A continuación se aprenderán algunas bases sobre ingeniería económica que el lector puede aplicar en la vida diaria cuando va a trabajar profesionalmente o cuando empieza su propio negocio.

Problemas 1.1 a 1.11

1.4 CÁLCULO DE INTERESES

La manifestación del valor del dinero en el tiempo se conoce con el término *interés,* que es el incremento entre una suma original de dinero prestado y la suma final debida, o la suma original poseída (o invertida) y la suma final acumulada. Se hace referencia a la inversión original o al monto del préstamo como el *principal.* Si una persona invirtió dinero en algún momento en el pasado, el interés será:

$$\text{Interés} = \text{monto total ahora} - \text{principal original} \qquad [1.1]$$

Si el resultado es negativo, la persona ha perdido dinero y no hay interés. Por otra parte, si obtuvo en préstamo dinero en algún momento del pasado, el interés será:

$$\text{Interés} = \text{monto debido ahora} - \text{principal original} \qquad [1.2]$$

En cualquier caso, hay un aumento en la cantidad de dinero que se invirtió o prestó originalmente y el incremento por encima de la suma original es el interés.

Cuando el interés se expresa como un porcentaje de la *suma original por unidad de tiempo,* el resultado es una *tusa de interés.* Esta tasa se calcula como:

$$\text{Tasa porcentual de interés} = \frac{\text{interés causado por unidad de tiempo}}{\text{suma original}} \times 100\% \qquad [1.3]$$

El periodo de tiempo más común en el cual se expresa una tasa de interés es 1 año. Sin embargo, dado que las tasas de interés pueden estar expresadas en periodos de tiempo menores de 1 año, por ejemplo, 1% mensual, la unidad de tiempo utilizada al expresar una tasa de interés también debe ser identificada. Este periodo se denomina el *periodo de interés*. Los siguientes ejemplos ilustran cálculos de interés.

Ejemplo 1.3

La firma Inversiones el Oráculo invirtió $100,000 el 1 de maya y retiró un total de $106,000 exactamente un año más tarde. Calcule *(a)* el interés obtenido y *(b)* la tasa de interés sobre la inversión.

Solución

(a) AI aplicar la ecuación [1.1],

$$\text{Interés} = \$106{,}000 - 100{,}000 = \$6000$$

(b) La ecuación [1.3] determina la tasa de interés sobre el periodo de interés de 1 año.

$$\text{Tasa de interés} = \frac{\$6000 \text{ anuales}}{\$100{,}000} \times 100\% = 6\% \text{ anual}$$

Comentario

Cuando se trata de dinero prestado, los cálculos son similares a los que aparecen arriba excepto que el interés se calcula mediante la ecuación [1.2]. Por ejemplo, si el Oráculo hubiera obtenido en préstamo $100,000 ahora y hubiera reembolsado $1 10,000 después de 1 año, el interés es $10,000 y la tasa de interés a través de la ecuación [1.3] es $10,000/$100,000 X 100% = 10% anual.

Ejemplo 1.4

Equipos Estereofónicos S.A. planea obtener un préstamo bancario de $20,000 durante 1 año a un interés del 9% para adquirir un nuevo equipo de grabación. Calcule *(a)* el interés y *fb) el* valor total adeudado después de 1 año. *(c)* Construya una gráfica que muestre los números que serían utilizados para calcular la tasa de interés del préstamo del 9% anual.

Solución

(a) Mediante la ecuación [1.3] calcule el interés total causado.

$$\text{Interés} = \$20{,}000(0.09) = \$1800$$

(b) La cantidad total a pagar es la suma del principal y el interés.

$$\text{Total a pagar} = \$20{,}000 + 1800 = \$2\ 1{,}800$$

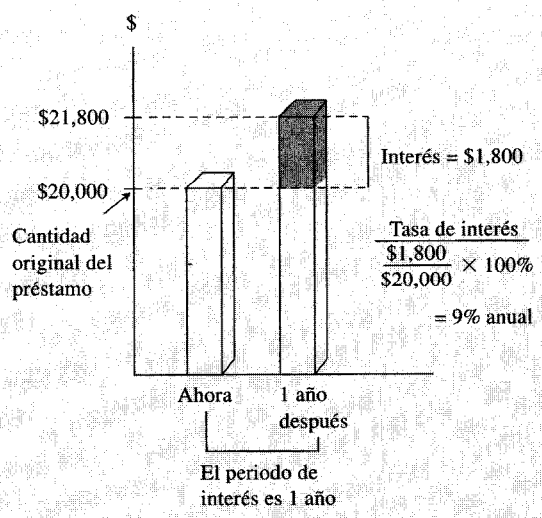


Figura 1.2 Valores utilizados para calcular una tasa de interés del 9% anual, ejemplo 1.4.

(c) La figura 1.2 muestra los valores requeridos para la ecuación [1.3]: $1800 interés; $20,000, principal del préstamo original; periodo de interés, 1 año.

Comentario

Observe que en la parte *(b)*, la cantidad total a pagar puede calcularse también como

$$\text{Total} = \text{principal } (1 + \text{tasa de interés}) = \$20{,}000(1.09) = \$21{,}800$$

Más tarde se utilizará este método como rutina para calcular cantidades futuras.

Ejemplo 1.5

(a) Calcule la suma de dinero que debe haber sido depositada hace 1 año para tener ahora $1000 a una tasa de interés del 5% anual.

(b) Calcule los intereses ganados durante este periodo de tiempo.

Solución

(a) La cantidad total acumulada es la suma del depósito original y el interés ganado. Si X es el depósito original,

$$\text{Total acumulado} = \text{original} + \text{original (tasa de interés)}$$

$$\$1000 = X + X(0.05) = X(1 + 0.05) = 1.05X$$

El depósito original es

$$X = \frac{1000}{1.05} = \$952.38$$

(b) Aplique la ecuación [1. 1] para determinar el interés ganado.

$$\text{Interés} = \$1000 - 952.38 = \$47.62$$

En los ejemplos 1.3 a 1.5 el periodo de interés fue de 1 año y la cantidad de interés se calculó al final de un periodo. Cuando hay más de un periodo de interés involucrado (por ejemplo, si se hubiera deseado conocer la cantidad del interés debido después de 3 años en el ejemplo 1.4) es necesario establecer si el interés se causa sobre una base *simple o compuesta*. Estos conceptos se analizan en la sección 1.6.

Ejemplo adicional 1.18
Problemas 1.12 a 1.17

1.5 LA EQUIVALENCIA

Cuando se consideran juntos, el valor del dinero en el tiempo y la tasa de interés ayudan a desarrollar el concepto de *equivalencia*, el cual significa que sumas diferentes de dinero en momentos diferentes son iguales en valor económico. Por ejemplo, si la tasa de interés es de 6% anual, $100 hoy (tiempo presente) serían equivalentes a $106 en un año a partir de hoy.

$$\text{Cantidad causada} = 100 + 100(0.06) = 100(1 + 0.06) = \$106$$

Entonces, si alguien ofreciera a un amigo un obsequio de $100 hoy o de $106 dentro de un año a partir de hoy, no habría diferencia entre cuál oferta se aceptaría. En cualquier caso se tendrá $106 dentro de un año a partir de hoy. Las dos sumas de dinero son equivalentes entre sí cuando la tasa de interés es el 6% anual. Sin embargo, a una tasa más alta o más baja de interés, $100 hoy no equivaldrán a $106 dentro de un año.

Además de la equivalencia futura, se puede aplicar la misma lógica para determinar equivalencia para años anteriores. Si se tienen $100 hoy, tal cantidad es equivalente a $100/1.06 = $94.34 hace un año a una tasa de interés de 6% anual. De estas ilustraciones se puede afirmar lo siguiente: $94.34 hace un año, $100 hoy y $106 dentro de un año son equivalentes entre sí a una tasa de interés del 6% anual. El hecho de que estas sumas sean equivalentes puede establecerse calculando las dos tasas de interés para periodos de interés de un año.

Hace un año

$$\frac{\$106}{\$100} = 1.06 \qquad (6\% \text{ anual})$$

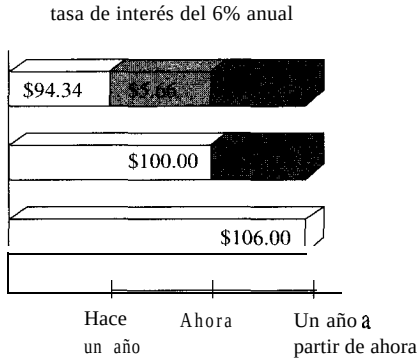


Figura 1.3 Equivalencia de tres sumas de dinero a una tasa de interés del 6% anual, separadas por 1 año.

Y

$$\frac{\$100}{\$94.34} = 1.06 \quad (6\% \text{ anual})$$

La figura 1.3 indica la cantidad de interés cada año necesaria para hacer que estas tres sumas diferentes sean equivalentes entre sí, al 6% anual.

Ejemplo 1.6

Haga los cálculos necesarios a una tasa de interés del 5% anual para mostrar cuáles de las siguientes afirmaciones san ciertas y cuáles son falsas.

(a) $98 hoy equivalen a $105.60 dentro de un año.
(bj $200 hace un año equivalen a $205 hoy.
(cj $3000 hoy equivalen a $3 150 dentro de un año.
(d) $3000 hoy equivalen a $2887.14 hace un año.
(ej El interés acumulado en 1 año en una inversión de $2000 es $100,

Solución

(a) Suma total acumulada = 98(1.05) = $102.90 ≠ $105.60; por consiguiente, la afirmación es falsa. Otra forma de resolver el ejercicio es de la siguiente manera: Inversión requerida 105.60/1.05 = $100.57 ≠ $98.
(b) Inversión requerida = 205.00 /1.05 = $195.24 ≠ $200; por consiguiente, la afirmación es falsa.
(c) Suma total acumulada = 3000(1.05) = $3150; verdadero.
(d) Suma total acumulada = 2887.14(1.05) = $3031.50 ≠ $3000; falso.
(ej Interés = 2000(0.05) = $100; verdadero.

Problemas 1.18 a 1.21

1.6 INTERÉS SIMPLE Y COMPUESTO

Los términos interés, periodo de interés y tasa de interés (introducidos en la sección 1.4) son útiles para el cálculo de sumas equivalentes de dinero para un periodo de interés en el pasado y un periodo en el futuro. Sin embargo, para más de un periodo de interés, los términos *interés simple e interés compuesto* resultan importantes.

El *interés simple se* calcula utilizando sólo el principal, ignorando cualquier interés causado en los periodos de interés anteriores. El interés simple total durante diversos periodos se calcula como:

$$\text{Interés} = (\text{principal})\ (\text{número de periodos})(\text{tasa de interés}) \qquad [1.4]$$

en donde la tasa de interés está expresada en forma decimal.

Ejemplo 1.7

Si Julián obtiene $1000 en préstamo de su hermana mayor durante 3 años a un interés simple del 5% anual, ¿cuánto dinero pagará él al final de los 3 años? Tabule los resultados.

Solución

El interés para cada uno de los 3 años es:

$$\text{Interés anual} = 1000(0.05) = \$50$$

El interés total durante 3 años según la ecuación [1.4] es:

$$\text{Interés total} = 1000(3)(0.05) = \$150$$

El monto adeudado después de 3 años es:

$$\$1000 + 150 = \$1150$$

Los $50 de intereses acumulados durante el primer aiio y los $50 causados **en** el segundo año no ganan interés. El interés causado cada año se calcula solamente sobre el principal de $1000.

Los detalles del **pago** de este **préstamo** se tabulan en la tabla 1.1. La cifra de cero en la columna de final del año represe& el presente: es decir, en el momento en el cual el dinero es prestado. El prestatario no realiza pago alguno hasta el final del año 3, de manera que la suma adeudada cada año aumenta uniformemente en $50, puesto que el interés simple se calcula sólo sobre el principal del préstamo.

Tabla 1.1 Cálculos de interés simple

(1) Final del año	(2) Cantidad obtenida en préstamo	(3) Interés	(4) Suma a pagar	(5) Suma pagada
0	$1000			
1	—	$50	$1050	$ 0
2	—	50	1100	0
3	—	50	1150	1150

Para el *interés compuesto,* el interés acumulado para cada periodo de interés se calcula sobre el *principal más el monto total del interés acumulado en todos los periodos anteriores.* Por tanto, el interés compuesto significa un interés sobre el interés, es decir, refleja el efecto del valor del dinero en el tiempo también sobre el interés. Ahora, el interés para un periodo se calcula así:

$$\text{Interés} = (\text{principal} + \text{todo el interés causado})\ (\text{tasa de interés}) \qquad [1.5]$$

Ejemplo 1.8

Si Julián obtiene, de su hermana, en préstamo $1000 al 5% de interés anual compuesto en lugar del interés simple, como en el ejemplo anterior, calcule la suma total a pagar después de 3 años. Elabore gráficas y compare los resultados de este ejemplo y del anterior.

Solución

La tasa de interés y la cantidad total a pagar cada año se calcula separadamente mediante la ecuación [1.5].

Interés año 1: $1000(0.05) = $50.00

Suma total causada después del año 1: $1000 + 50.00 = $1050.00

Interés año 2: $1050(0.05) = $52.50

Suma total causada después del año 2: $1050 + 52.50 = $1102.50

Interés año 3: $1102.50(0.05) = $55.13

Suma total causada después del año 3: $1102.50 + 55.13 = $1157.63

Los detalles se muestran en la tabla 1.2. El plan de pago es el mismo que aquel del ejemplo de interés simple; no se hacen pagos hasta que el principal más el interés acumulado sean causados al final del año 3.

La figura 1.4 muestra la suma a pagar al final de cada año durante 3 años. Para el caso del interés compuesto se reconoce la diferencia adeudada al valor del dinero en el tiempo. Se paga un interés extra de $1157.63 - $1150 = $7.63 comparado con el interés simple durante el periodo de 3 años. La diferencia

Tabla 1.2 Cálculos de interés compuesto

(1) Final del año	(2) Cantidad obtenida en préstamo	(3) Interés	(4) Suma a pagar	(5) Suma pagada
0	$1000			
1	—	$50.00	$1050.00	$ 0
2	—	52.50	1102.50	0
3	—	55.13	1157.63	1 157.63

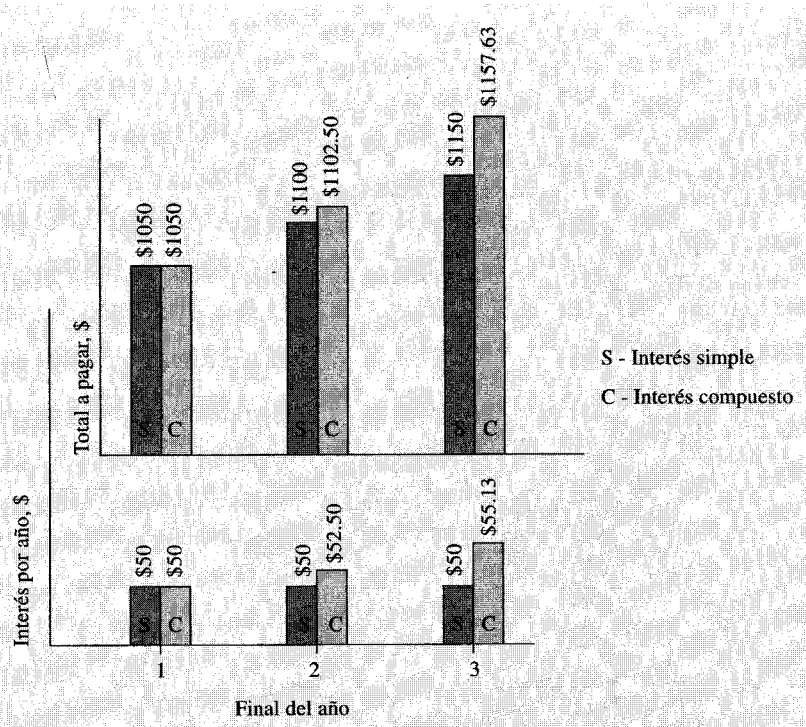


Figura 1.4 Comparación de cálculos de interés simple y compuesto para los ejemplos 1.7 y 1.8.

entre interés simple y compuesto crece cada año. Si se continúan los cálculos durante más años, por ejemplo, 10 años, la diferencia es $128.90; después de 20 años, el interés compuesto es $653.30 más que el interés simple.

Si $7.63 no parece una diferencia significativa en 3 años solamente, recuerde que la suma inicial aquí es $1000. Si se hacen estos mismos cálculos para una suma inicial de $100,000 ó $1 millón se está hablando de una suma importante. Todo esto indica que el poder del cálculo compuesto es de vital importancia en todos los análisis de tipo económico.

Ejemplo 1.8
(Hoja de cálculo)

Desarrolle una hoja de cálculo para determinar el interés compuesto y el saldo del préstamo cada año para los $1000 que Julián obtuvo en préstamo al 5% anual. Compare gráficamente los resultados para el interés compuesto y el interés simple del ejemplo 1.7.

Solución

La figura 1 .5*a* presenta una hoja de cálculo para determinar el interés compuesto anual y el saldo del préstamo. La figura 1 .5*b* compara el interés simple y el compuesto en formatos tabulares y gráficos :.

(a)

Microsoft Excel - Ex1.8

	A	B	C	D	E
1					
2	Fin	Cantidad obtenida	Tasa		
3	de año	en préstamo	de interés	Interés	Saldo
4	0	$1,000.00	5%		$1,000.00
5	1			$50.00	$1,050.00
6	2			$52.50	$1,102.50
7	3			$55.13	$1,157.63
8					
9					

=+E4*C4/100 =+E5*C4/100 =+E5*+D6

(b)

Microsoft Excel - Interés simple y compuesto

	A	B	C	D	E	F	G
1	Fin	Cantidad obtenida	Tasa	Interés simple		Interés compuesto	
2	de año	en préstamo	de interés	Interés	Saldo	Interés	Saldo
3	0	$1,000.00	5%		$1,000.00		$1,000.00
4	1			$50.00	$1,050.00	$50.00	$1,050.00
5	2			$50.00	$1,100.00	$52.50	$1,102.50
6	3			$50.00	$1,150.00	$55.13	$1,157.63

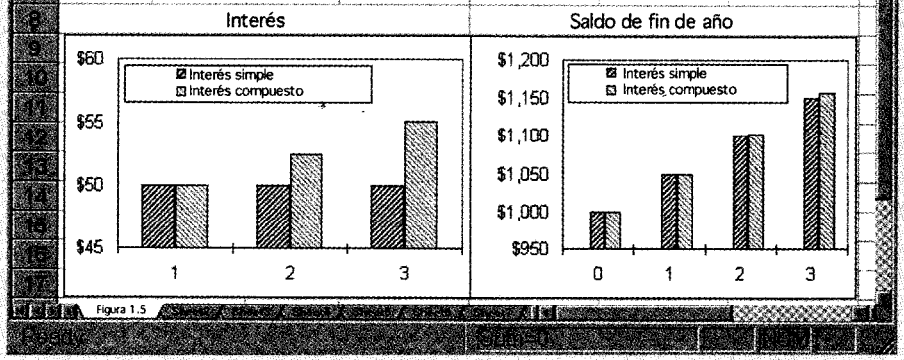


Figura 1.5 Hoja de cálculo y gráfica, ejemplo 1.8 (hoja de cálculo).

La relación de la hoja de cálculo utilizada para determinar el valor en las celdas seleccionadas se muestra en la figura 1.5*a*. Por ejemplo, el valor de la celda D6 es:

$$\text{Interés} = (\$1050)(0.05) = \$52.50$$

En notación de celda,

$$D6 = E5 \times C4 \text{ en forma decimal}$$

El apéndice A incluye una introducción a la comprensión y uso de Microsoft Excel y las hojas de cálculo para resolver problemas dc ingeniería económica. Funciona como referencia mientras se usa este texto.

Para demostrar que los diferentes planes de rembolso de préstamos, o planes de inversión, son equivalentes pero de un año a otro difieren sustancialmente en las sumas monetarias, se combinan los conceptos de interés simple, interés compuesto y equivalencia. Tal combinación muestra también cuántas formas hay para considerar el valor del dinero en el tiempo. El siguiente ejemplo ilustra la equivalencia para cinco planes de rembolso del préstamo.

Ejemplo 1.9

Demuestre los conceptos de equivalencia utilizando los diferentes planes de rembolso de préstamos descritos a continuación. En cada plan se rembolsa un préstamo de $5000 en 5 años al 8% de interés anual utilizando el interés simple o compuesto.

- **Plan 1: Interés simple; se paga todo al final.** No se efectúa pago alguno del interés o principal hasta el final del año 5. El interés se acumula cada año sobre el principal solamente.
- **Plan 2: Interés compuesto; se paga todo al final.** No se efectúa pago alguno del interés o del principal hasta el final del año 5. El interés se acumula cada año sobre el total del principal y sobre todo el interés causado.
- **Plan 3: Interés simple pagado a medida que se causa; el principal se paga al final.** El interés acumulado se paga cada año y todo el principal se rembolsa al final del año 5.
- **Plan 4: El interés compuesto y una porción del principal se pagan anualmente.** El interés causado y una quinta parte del principal (o $1000) se paga cada año. El saldo vigente del préstamo se reduce anualmente, de manera que el interés de cada año disminuye.
- **Plan 5: Pagas iguales efectuados anualmente del interés compuesto y del principal.** Cada año se efectúan pagos iguales; una porción que va bacía el rembolso del principal y la cantidad restante cubre los intereses acumulados. Dado que el saldo del préstamo disminuye a una tasa más lenta que en el plan 4, debido a los pagos iguales de fin de año, el interés merma pero a una tasa más lenta.

Solución

La tabla 1.3 presenta el interés, la cantidad del pago, el total adeudado al final de cada año y la cantidad toral pagada durante el periodo de 5 años (totales de la columna D).

Tabla 1.3 Esquemas de rembolso diferentes para $5000 obtenidos en préstamo o prestados en el tiempo 0 durante 5 años al 8% de interés anual

A Final del año	B Interés a pagar por el año	C Total a pagar al final del año	D Pago de final del año	E Total a pagar después del pago
Plan 1: Interés simple, se paga todo al final				
0				$5000.00
1	$400.00	$5400.00	—	5400.00
2	400.00	5800.00	—	5800.00
3	400.00	6200.00	—	6200.00
4	400.00	6600.00	—	6600.00
5	400.00	7000.00	$7000.00	
Totales			$7000.00	
Plan 2: Interés compuesto, se paga todo al final				
0				$5000.00
1	$400.00	$5400.00	—	5400.00
2	432.00	5832.00	—	5832.00
3	466.56	6298.56	—	6298.56
4	503.88	6802.44	—	6802.44
5	544.20	7346.64	$7346.64	
Totales			$7346.64	
Plan 3: Interés simple pagado a medida que se causa; el principal se paga al final				
0				$5000.00
1	$400.00	$5400.00	$400.00	5000.00
2	400.00	5400.00	400.00	5000.00
3	400.00	5400.00	400.00	5000.00
4	400.00	5400.00	400.00	5000.00
5	400.00	5400.00	5400.00	
Totales			$7000.00	
Plan 4: El interés compuesto y la porción del principal se pagan anualmente				
0				$5000.00
1	$400.00	$5400.00	$1400.00	4000.00
2	320.00	4320.00	1320.00	3000.00
3	240.00	3240.00	1240.00	2000.00
4	160.00	2160.00	1160.00	1000.00
5	80.00	1080.00	1080.00	
Totales			$6200.00	
Plan 5: Pagos iguales efectuados anualmente del interés compuesto y del principal				
0				$5000.00
1	$400.00	$5400.00	$1252.28	4147.72
2	331.82	4479.54	1252.28	3227.25
3	258.18	3485.43	1252.28	2233.15
4	178.65	2411.80	1252.28	1159.52
5	92.76	1252.28	1252.28	
Totales			$6261.41	

Si bien, el procedimiento no se concentra ahora en la forma como se calculan todas fas sumas de la columna, los valores del interés (columna B) se determinan de la siguiente manera:

- Plan 1. Interés simple = (principal original)(0.08)
- Plan 2. Interés compuesto = (total debido el año anterior)(0.08)
- Plan 3. Interés simple = (principal original)(0.08)
- Plan 4. Interés compuesto = (total debido el año anterior)(0.08)
- Plan 5. Interés compuesto = (total debido el año anterior)(0.08)

Observe que los montos de los pagos anuales son diferentes para cada esquema de rembolso y que las sumas totales rembolsadas en la mayoría de los planes son diferentes, aunque todos éstos requieran exactamente 5 años. La diferencia en las sumas totales rembolsadas puede ser explicada (1) por el valor del dinero en el tiempo, (2) por el interés simple o compuesto y (3) por el rembolso parcial del principal con anterioridad al año 5.

Los planes 1 y 3 tienen sumas totales pagadas de $7000, ya que el interés simple no causa interés sobre el interés anterior, como es el caso en planes que utilizan interés compuesto.

¿Qué puede establecerse sobre la equivalencia para estos planes al 8% de interés anual? Se puede plantear: La tabla 1.3 muestra que $5000 en el tiempo 0 equivale a cada una de las siguientes cantidades:

- Plan 1. $7000 (interés simple) al final del año 5.
- Plan 2. $7346.64 (interés compuesto) al final del año 5.
- Plan 3. $400 anual (interés simple) durante 4 años y $5400 al final del año 5.
- Plan 4. Pagos decrecientes del interés compuesto y parciales del principal en los años 1 ($1400) hasta 5 ($1080).
- Plan 5. Pagos anuales de $3252.28 durante 5 años.

Problemas 1.22 a 1.34

1.7 LOS SÍMBOLOS Y SU SIGNIFICADO

En ingeniería económica, las relaciones comúnmente incluyen los siguientes símbolos y sus unidades (muestra):

P = valor o suma de dinero en un momento denotado como el presente, denominado el *valor-presente;* moneda, dólares

F = valor o suma de dinero en algún tiempo futuro, denominado *valor futuro;* dólares

A = serie de sumas de dinero consecutivas, iguales de fin de periodo, denominadas *valor equivalente por periodo o valor anual;* dólares por año, dólares por mes

n = número de periodos de interés; años, meses, días

i = tasa de interés por periodo de interés; porcentaje anual, porcentaje mensual

t = tiempo expresado en periodos; años, meses, días

Los símbolos ***P*** y ***F*** representan ocurrencias de una vez: ***A*** ocurre con el mismo valor una vez cada periodo de interés durante un número específico de periodos. Debe quedar claro que un valor presente ***P*** representa una sola suma de dinero en algún punto anterior a un valor futuro ***F*** o un monto equivalente de la serie ***A.***

Es importante anotar que el símbolo ***A*** siempre representa una suma uniforme (es decir, la suma debe ser la misma cada periodo), la cual debe extenderse a través de periodos de interés consecutivos. Ambas condiciones deben existir antes de que el valor en dólares pueda ser representado por ***A.***

La tasa de interés compuesto i es expresada en porcentajes por periodo de interés, por ejemplo, 12% anual. A menos que se indique lo contrario, se debe suponer que la tasa se aplica durante todos los n años o periodos de interés. En los cálculos de ingeniería económica se utiliza siempre el equivalente decimal para i.

Todos los problemas de ingeniería económica contienen el elemento tiempo y, por consiguiente, el símbolo t. De los cinco símbolos restantes, P, F, A, n, e i, cada problema contendrá al menos cuatro en donde al menos tres de ellos se conocen. Los siguientes ejemplos ilustran el uso de los símbolos.

Ejemplo 1.10

Un estudiante universitario próximo a graduarse piensa obtener en préstamo $2000 ahora y rembolsar la totalidad del principal del préstamo más el interés causado al 10% anual en 5 años: Enumere los símbolos de ingeniería económica involucrados y sus valores si el estudiante desea conocer la suma total a pagar después de 5 años.

Solución

En este caso se utiliza ***P*** y ***F*** pero no A, puesto que todas las transacciones son pagos sencillos. El tiempo t se expresa en años.

$$P = \$2000 \qquad i = 10\% \text{ anual} \qquad n = 5 \text{ años} \qquad F = ?$$

La suma futura ***F*** *se* desconoce.

Ejemplo 1.11

Suponga que una persona obtiene $2000 en préstamo al 12% anual durante 5 años y debe rembolsar el préstamo en pagos anuales iguales. Determine los símbolos involucrados y sus valores.

Solución

El tiempo t está en años.

P = $2000
A = ? anual durante 5 años
i = 12% anual
n = 5 años

No hay valor futuro ***F*** involucrado.

En ambos ejemplos 1.10 y 1.11, el valor de P \$2000 es una entrada (para el prestatario) y Fo A es un desembolso (una salida del prestatario). Es igualmente correcto utilizar estos símbolos en los papeles inversos.

Ejemplo 1.12

El 1 de mayo de 1998, una persona depositó \$500 en una cuenta que pagaba interés del 10% anual y retiró una suma anual equivalente durante los 10 años siguientes. Enumere los símbolos y sus valores.

Solución

El tiempo t está en años; las sumas de P (el depósito) y A (diez retiros) son:

P = \$500

A = ? anual

i = 10% anual

n = 10 años

Comentario

El valor de *\$500* del depósito P y los retiros A son indicados por los miarnos nombres de símbolos antes mencionadas, pero se consideran en un contexto diferente.

Ejemplo 1.13

Carlos depositó \$100 cada mes durante 7 años a una tasa de interés del 7% anual compuesto mensualmente y retiró una sola suma después de 7 años. Defina los símbolos y sus sumas.

Solución

Las depósitos mensuales iguales están en una serie A y *el* retiro es una suma futura o valor F. Los periodos de tiempo t se dan en meses.

A = \$100 mensuales durante 84 meses (7 años)

F = ? después de 84 meses

i = 7% anual

n = 84 meses

En el capítulo 3 se aprenderá a calcular el interés cuando el interés compuesto es diferente a un año.

Ejemplo 1.14

Suponga que una persona planea realizar un depósito de suma global de \$5000 ahora en una cuenta que paga 6% anual y piensa retirar una suma igual de \$1000 al final del año durante 5 años empezando el año próximo. Al final del año sexto, el ahorrador piensa cerrar la cuenta y retirar el dinero restante. Defina los símbolos de ingeniería económica involucrados.

Solución

El tiempo t está expresado en años,

P = $5000

A = $1000 anual durante 5 años

F = ? al final del año 6

i = 6% anual

n = 5 años para la serie A y 6 para el valor F

Problemas 1.35 a 1.37

1.8 TASA MÍNIMA ATRACTIVA DE RETORNO

Para que cualquier inversión sea rentable, el inversionista (corporación o individuo) debe esperar recibir más dinero de la suma invertida. En otras palabras, debe ser posible obtener una ***tasa de retorno o un retorno sobre la inversión.*** Durante un determinado periodo de tiempo, la tasa de retorno (TR) se calcula como:

$$TR = \frac{\text{Suma actual} \quad \text{inversión original}}{\text{inversión original}} \times 100\% \qquad [1.6]$$

El numerador puede llamarse ***utilidad, ingreso neto,*** o muchos términos diversos. Obsérvese que este cálculo es en esencia el mismo que el de la tasa de interés en la ecuación [1.31. Los dos términos pueden ser utilizados indistintamente, dependiendo del punto de vista, o de quién realiza la operación; el término tasa de interés es utilizado desde el punto de vista del prestatario, cuando el dinero ha sido obtenido en préstamo, o cuando se establece un interés fijo. El término ***tasa de retorno*** se utiliza comúnmente cuando se estima la rentabilidad de una alternativa propuesta o cuando se evalúan los resultados de un proyecto o inversión terminados. Ambos se representan con el símbolo ***i.***

Las alternativas de inversión se evalúan sobre el pronóstico de que puede esperarse una TR razonable. Alguna tasa razonable debe, por consiguiente, ser establecida y utilizada en la fase de criterios de selección del enfoque de estudio de ingeniería económica (remítase nuevamente a la figura 1.1). La tasa razonable se denomina ***tasa mínima atractiva de retorno*** (*TMAR*) y es más alta que la tasa esperada de un banco o alguna inversión segura que comprenda un riesgo mínimo de inversión. La figura 1.6 indica las relaciones entre diferentes valores de tasa de retorno. En Estados Unidos, el retorno actual de los bonos del Tesoro de EE.UU. se utiliza algunas veces como la tasa segura de referencia. También se hace referencia a la TMAR como la ***tasa base*** para proyectos; es decir, para que un proyecto sea considerado financieramente viable, la TR esperada debe igualar o exceder la TMAR o tasa base.

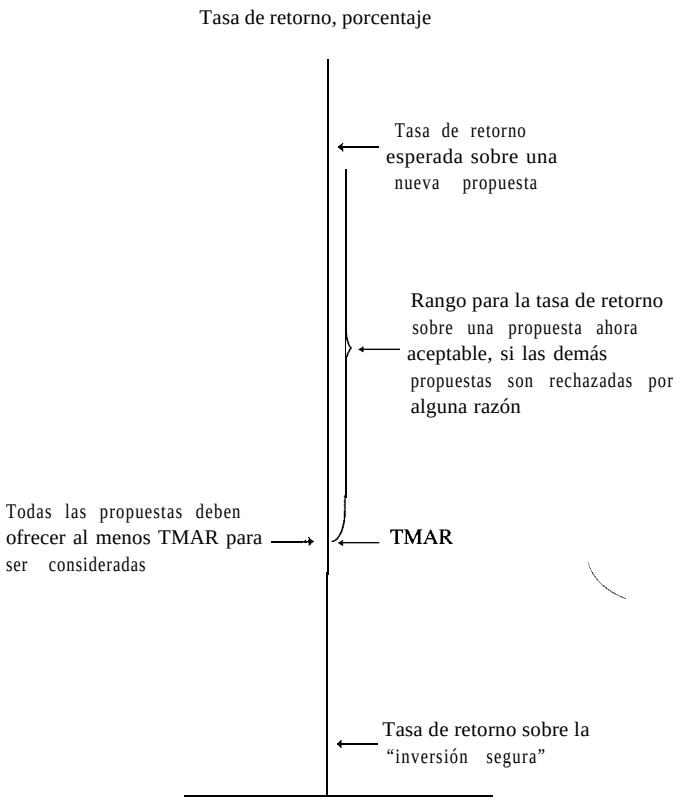


Figura 1.6 Ubicación de TMAR relativa a otros valores de tasa **de retorno.**

Los términos *capital, fondos de capital y capital de inversión* se refieren todos a fondos disponibles destinados a inversión para ayudar a la compañía a generar negocios e ingreso. El término *capital* es el que se utiliza con mayor frecuencia. Para la mayoría de las organizaciones industriales y de negocios, el capital es un recurso limitante. Aunque hay muchas alternativas que pueden generar un TR que excede el TMAR como lo indica la figura 1.6, probablemente no habrá suficiente capital disponible para todo, o puede estimarse que el riesgo del proyecto es muy alto para incurrir en un riesgo de inversión. Los nuevos proyectos se emprenden porque tienen una relación esperada TR > TMAR y en general son aquellos proyectos que tienen un retorno esperado, por lo menos tan grande como el retorno de otra alternativa que aún no ha recibido fondos. Un proyecto nuevo seleccionado de esta manera sería una propuesta representada por la parte superior de la flecha que indica la TR en la figura 1.6. Por ejemplo, si TMAR = 12% y la propuesta 1 con una TR esperada = 13% no puede ser financiada por falta de fondos de capital, mientras que la propuesta 2 tiene una TR estimada = 14.5% y puede ser financiada con el capital disponible, sólo se emprende la propuesta 2. Dado que la propuesta 1 no se lleva a cabo por la falta de capital, se hace

referencia a su TR estimada del *13%* como el *costo de oportunidad;* es decir, debe perderse la oportunidad de realizar un retorno adicional del 13%. El capital limitado y los costos de oportunidad se analizan en más detalle en el capítulo 17.

El concepto de TMAR se utilizará en todo el texto. Los puntos importantes ahora son: (1) Para evaluar una propuesta única o para comparar alternativas debe determinarse o establecerse una TMAR o tasa base y (2) La TR del proyecto menor que la TMAR debe considerarse económicamente inaceptable. Por supuesto, si se decreta que se seleccionará una alternativa y que todas las TR son menores que TMAR, entonces se seleccionará la alternativa más cercana a TMAR.

Como podría esperarse, los individuos utilizan en gran medida la misma lógica antes presentada, pero con menos especificidad y estructura al fijar la TMAR y en la definición, evaluación y selección de una alternativa. Además, los individuos tienen dimensiones sustancialmente diferentes a las corporaciones en cuanto a riesgo e incertidumbre cuando las alternativas son evaluadas mediante estimaciones de TR y los factores intangibles asociados.

Problemas 1.38 a 1.41

1.9 FLUJOS DE EFECTIVO: SU ESTIMACIÓN Y DIAGRAMACIÓN

En este primer capítulo se desea analizar también uno de los elementos fundamentales de la ingeniería económica: los *flujos de efectivo.* En la sección 1.3 los flujos de efectivo se describen como las entradas y salidas reales de dinero. Toda persona o compañía tiene entradas de efectivo -recaudos e ingreso (entradas) y desembolsos de efectivo -gastos y costos (salidas). Estas entradas y desembolsos son los flujos de efectivo, en los cuales las entradas de efectivo se representan en general con un signo positivo y las salidas con uno negativo. Los flujos de efectivo ocurren durante periodos de tiempo específicos, tales como 1 mes o 1 año.

De todos los elementos del enfoque de estudio de la ingeniería económica (figura 1. 1), la estimación del flujo de efectivo probablemente es la más difícil e inexacta. Las estimaciones de flujos de efectivo son sólo eso: estimaciones sobre un futuro incierto. Una vez estimados, las técnicas de este libro pueden guiar al lector en su toma de decisiones. Pero la precisión, demostrada con el tiempo, de las entradas y salidas de efectivo estimadas de una alternativa determinan con claridad la calidad del análisis económico y de la conclusión. El libro de Ostwald *Engineering Cost Estimating (véase* Bibliografía) es una fuente excelente para la estimación de costos.

Los *flujos de entradas de efectivo,* o recibos, pueden estar compuestos de los siguientes elementos, dependiendo de la naturaleza de la actividad propuesta y del tipo de negocio involucrado. (Las entradas y salidas comúnmente utilizadas en los capítulos iniciales de este libro aparecen en negrilla).

Ejemplos de entradas de efectivo

- **Ingresos** (generalmente *incrementales* atribuidos a la alternativa).
- **Reducciones en el costo de operaciones** (atribuidas a la alternativa).
- **Valor de salvamento de activos.**
- **Recibo del principal de un préstamo.**
- Ahorros en impuestos sobre la renta.
- Ingresos provenientes de la venta de acciones y bonos.
- Ahorros en costos de construcción e instalaciones.
- Ahorros o rendimiento de los fondos de capital corporativos.

Las *salidas de efectivo,* o desembolsos, pueden estar conformadas de los siguientes, dependiendo nuevamente de la naturaleza de la actividad y del tipo de negocio.

Ejemplos de salidas de efectivo

- **Primer costo de activos** (con instalación y envío).
- **Costos de operación** (anual e incremental).
- **Costos de mantenimiento periódico y de reconstrucción.**
- **Pagos del interés y del principal de un préstamo.**
- Aumento esperado de costos principales.
- Impuestos sobre la renta.
- Pago de bonos y de dividendos de bonos.
- Gasto de fondos de capital corporativos.

La información de antecedentes para las estimaciones es proporcionada por departamentos tales como marketing, ventas, ingeniería, diseño, manufactura, producción, servicios de campo, finanzas, contabilidad y servicios de computador. La precisión de las estimaciones depende, en gran medida, de las experiencias de la persona que hace la estimación con situaciones similares. Generalmente, se realizan *estimaciones puntuales;* es decir, se obtiene la estimación de un valor único para cada elemento económico de una alternativa. Si se adopta un enfoque estadístico al estudio de la ingeniería económica, puede desarrollarse la *estimación de un rango o de una distribución.* En la mayor parte de este libro se utilizarán estimativos puntuales. En capítulos avanzados se introducirán estimaciones de distribución.

Una vez se desarrollan estimaciones de entradas y salidas de efectivo, el flujo de efectivo neto durante un determinado periodo de tiempo puede representarse como:

$$\text{Flujo de efectivo neto} = \text{recibos} - \text{desembolsos} \qquad [1.7]$$
$$= \text{entradas de efectivo} - \text{salidas de efectivo}$$

Dado que los flujos de efectivo tienen lugar naturalmente en intervalos de tiempo variables y frecuentes dentro de un periodo de interés, se supone de manera simple que todo el flujo de efectivo ocurre al final del periodo de interés, lo cual se conoce como la *convención de*

final del periodo. Cuando ocurren diversos ingresos y desembolsos dentro de un periodo de interés determinado, se supone que el flujo de efectivo neto ocurre al final del periodo de interés. Sin embargo, debe entenderse que, aunque las sumas de F o A se localizan al final de dicho periodo por convención, el final del periodo no es necesariamente diciembre 3 1. En el ejemplo 1.12, dado que la inversión tuvo lugar el 1 de mayo de 1998, los retiros tendrán lugar el 1 de mayo de cada año siguiente durante 10 años. *Por tanto, el final del periodo significa un periodo de tiempo a partir de la fecha de la transacción.*

Un *diagrama de flujo de efectivo* es simplemente una representación gráfica de los flujos de efectivo trazados en una escala de tiempo. El diagrama, que representa una nueva determinación de la situación, incluye lo que se conoce y que se necesita. Es decir, una vez que el diagrama de flujo de efectivo está completo, otra persona debe ser capaz de manejar en esencia el problema con sólo mirar el diagrama. En ese sentido, es importante que el lector entienda el significado y la construcción del diagrama de flujo de efectivo, puesto que es una herramienta valiosa en la solución de problemas.

En el diagrama de flujo de efectivo, el tiempo $t = 0$ es el presente y $t = 1$ es el final del periodo de tiempo 1. (Hasta el capítulo 3 se supondrá que los periodos están expresados en años). La escala de tiempo de la figura 1.7 se fija en 5 años. Como quiera que la convención de final del año ubica los flujos de efectivo al final de los años, el '1' denota el final del año uno.

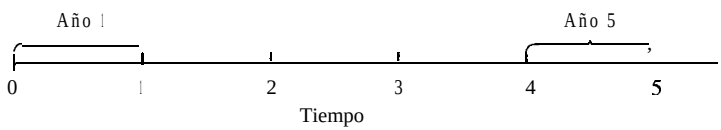


Figura 1.7 Una escala de tiempo de flujo de efectivo típica durante 5 años.

Aunque no es necesario utilizar una escala exacta en el diagrama de flujo de efectivo, probablemente se evitarán muchos errores si se elabora un diagrama claro a una escala aproximada para el tiempo y para las magnitudes del flujo de efectivo.

La dirección de las flechas en el diagrama de flujo de efectivo es importante. A lo largo de este texto una flecha vertical que señale hacia arriba indicará un flujo de efectivo positivo, en sentido contrario, indicará un flujo de efectivo negativo. El diagrama de flujo de efectivo en la figura 1.8 ilustra un recibo (entrada de efectivo) al final del año 1 y un desembolso (salida de efectivo) al final del año 2.

La perspectiva o punto de vista debe ser determinada antes de colocar un signo sobre cada flujo de efectivo y diagramarlo. Como ilustración, si una persoan obtiene en préstamo

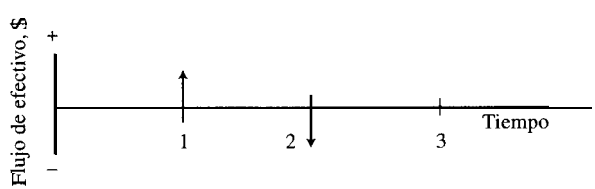


Figura 1.8 Ejemplo de flujos de efectivo positivos y negativos

$2500 de una entidad de crédito para comprar un automóvil de $2000 en efectivo y utiliza los $500 restantes para un trabajo de pintura, pueden haberse tomado diferentes perspectivas. Las perspectivas, los signos del flujo de efectivo y las sumas son las siguientes:

Perspectiva	Flujo de efectivo, $
Entidad de crédito	-2500
La persona como prestatario	+2500
La persona como comprador de automóvil	-2000
y como cliente de pintura	-500
Distribuidor de autos usados	+2000
Propietario de la tienda de pintura	+500

Para iniciar el estudio de ingeniería económica, se tomará rutinariamente la perspectiva de la entrada del medio, la persona como comprador de autos y como cliente de pintura. Por consiguiente, se construirán dos flujos de efectivo negativos. Esto se entenderá mejor más adelante al tomar otras perspectivas.

Ejemplo 1.15

Reconsidere el ejemplo 1.10, donde $P = \$2000$ ha sido obtenido en préstamo y se busca F después de 5 años. Construya el diagrama de flujo de efectivo para este caso, suponiendo una tasa de interés del 10% anual.

Solución

La figura 1.9 presenta el diagrama de flujo de efectivo desde el punto de vista del prestatario. La suma presente P es una entrada de efectivo del principal del préstamo en el año 0 y la suma futura F es la salida de efectivo del rembolso del principal al final del año 5.

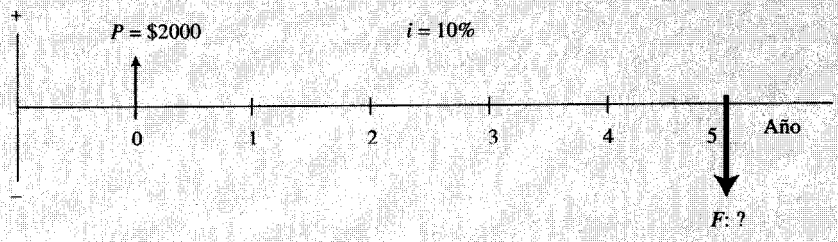


Figura 1.9 Diagrama de flujo de efectivo para el ejemplo 1.15.

Ejemplo 1.16

Suponga que el señor Ramos empieza ahora y efectúa cinco depósitos iguales de $A = \$1000$ cada año en una inversión del 17% anual y retira el total acumulado inmediatamente después del último depósito. Construya un diagrama de flujo de efectivo.

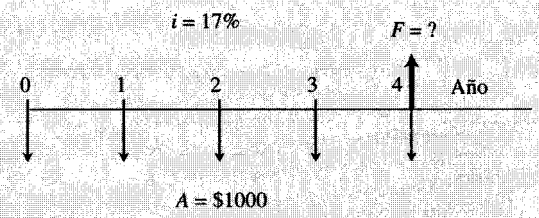


Figura 1.10 Diagrama de flujo de efectivo para el ejemplo 1.16.

Solución

Los flujos de efectivo se muestran en la figura 1.10 desde la perspectiva del señor Ramos. Dado que él empieza ahora, el primer depósito (flujo de efectivo negativo) es en el año 0. El quinto depósito y el retiro ocurrirán ambos al final del año 4, pero en direcciones opuestas. Debe calcularse la suma acumulada inmediatamente después del quinto depósito, de manera que el monto futuro F se indica con un signo de interrogación.

Ejemplo 1.17

Suponga que una persona desea depositar una suma desconocida en una oportunidad de inversión a 2 años a partir de ahora que es suficientemente grande para hacer un retiro anual de $400 durante 5 años empezando en 3 años a partir de hoy. Si la tasa de rendimiento que se espera es de 15.5% anual, construya el diagrama de flujo de efectivo.

Solución

La figura 1.11 presenta los flujos de efectivo desde el punto de vista de La persona, El valor presente P es una salida de: efectivo dentro de 2 años y debe ser determinada ($P = ?$). Observe que este valor presente no ocurre en el tiempo $t = 0$, pero si lo hace un periodo antes del primer valor de A de $400, que es su entrada 5 recibo de efectivo.

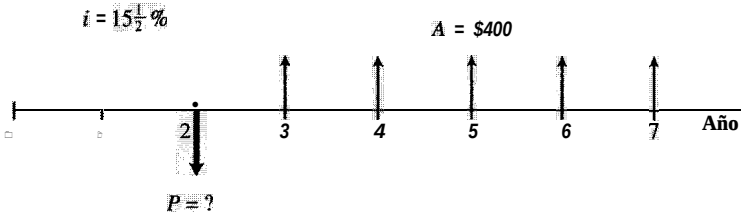


Figura 1.11 Diagrama de flujo de efectivo para el ejemplo 1.17.

Ejemplos adicionales 1.19 a 1.21
Problemas 1.43 a 1.51

1.10 REGLA DEL 72: ESTIMACIONES DUPLICANDO EL TIEMPO Y LAS TASAS DE INTERÉS

Algunas veces es importante estimar el número de años n, o la tasa de retorno i, que se requiere para duplicar una suma de flujo de efectivo única. Para las tasas de interés compuesto puede utilizarse la regla *del* 72 para estimar i o n, dado el otro valor. La estimación es simple; el tiempo requerido para duplicar una suma única inicial con interés compuesto es aproximadamente igual a 72 dividido por el valor de la tasa de retorno (en porcentaje).

$$n \text{ estimado} = \frac{72}{i}$$

Por ejemplo, a una tasa del 5% anual, tardaría aproximadamente 72/5 = 14.4 años duplicar una suma actual. (El tiempo real requerido es 14.3 años, como se demostrará en el capítulo 2). La tabla 1.4 compara los tiempos estimados por la regla del 72 con los tiempos reales requeridos para duplicar a diversas tasas compuestas. Como puede observar, se obtienen muy buenas estimaciones.

En forma alternativa, la tasa compuesta i, en porcentaje, requerida para duplicar el dinero en un periodo de tiempo específico n puede estimarse dividiendo 72 por el valor n especificado.

$$i \text{ estimada} = \frac{72}{n}$$

Con el fin de duplicar el dinero en un periodo de tiempo de 12 años, por ejemplo, se requeriría una tasa de retorno compuesta de aproximadamente 72/12 = 6% anual. La respuesta exacta es 5.946% anual.

Tabla 1.4 Duplicación de las estimaciones del tiempo, utilizando la regla del 72 y el tiempo real mediante cálculos de interés compuesto

	Duplicación del tiempo, años	
Tasa de retorna % anual	Estimación Regla del 72	Años males
1	72	70
2	36	35.3
5	14.4	14.3
10	7.2	7.5
20	3.6	3.9
40	1.8	2.0

Si la tasa de interés es simple, puede utilizarse una regla de 100 en la misma forma. En este caso las respuestas obtenidas siempre estarán correctas con exactitud. Como ilustraciones, el dinero se duplica de manera exacta en 12 años cuando 100/12 = 8.33%. 0 a un interés simple del 5% su duplicación tarda exactamente 100/5 = 20 años.

Problemas 1.52 a 1.55

EJEMPLOS ADICIONALES

Ejemplo 1.18

CÁLCULOS DE INTERÉS, SECCIÓN 1.4 El año pasado la abuelita de Juana ofreció depositar suficiente dinero en una cuenta de ahorros independiente para generar $1000 anual con el fin de ayudar a pagar los gastos de la universidad de Juana. Calcule la suma que debía haber sido depositada exactamente hace 1 año para ganar $1000 en intereses hoy si la tasa es 6% anual.

Solución

Se utiliza la lógica de las ecuaciones [1.1] y [1.3], sea F = suma total acumulada y P = depósito original. Se sabe que $F - P$ es el interés causado y que $F - P$ = $1000 en este caso. Ahora se puede determinar P para Juana y su abuela.

$$F = P + P(\text{tasa de interés en forma decimal})$$

Los $1000 de intereses pueden expresarse como:

$$\begin{aligned} \text{Interés} &= F - P = [P + P(\text{tasa de interés}) - P \\ &= P(\text{tasa de interés}) \\ \$1000 &= P(0.06) \\ P &= \frac{1000}{0.06} = \$16{,}666.67 \end{aligned}$$

Ejemplo 1.19

DIAGRAMAS DE FLUJO DE EFECTIVO, SECCIÓN 1.9 La firma Hot-Air Balloon Company invirtió $2500 en un nuevo compresor de aire hace 7 años. El ingreso anual del compresor ha sido $750. Adicionalmente, los $100 gastados en mantenimiento durante el primer año han aumentado cada año en $25. La compañía piensa vender el compresor por un valor de salvamento al final del año próximo por $150. Construya el diagrama de flujo de efectivo desde la perspectiva de la compañía.

Solución

Utilice el tiempo ahora como t = 0. Los ingresos y costos para los 7 años anteriores y hasta el año 1 (año próximo) se tabulan a continuación mediante la ecuación [1.7] para calcular el flujo de efectivo neto. Los flujos de efectivo neto (1 negativo, 8 positivos) se diagraman en la figura 1.12.

Final del año	Ingreso	Costo	Flujo de efectivo neto
–7	$ 0	$ 2500	$ –2500
–6	750	100	650
–5	750	125	625
–4	750	150	600
–3	750	175	575
–2	750	200	550
–1	750	225	525
0	750	250	500
1	750 + 150	275	625

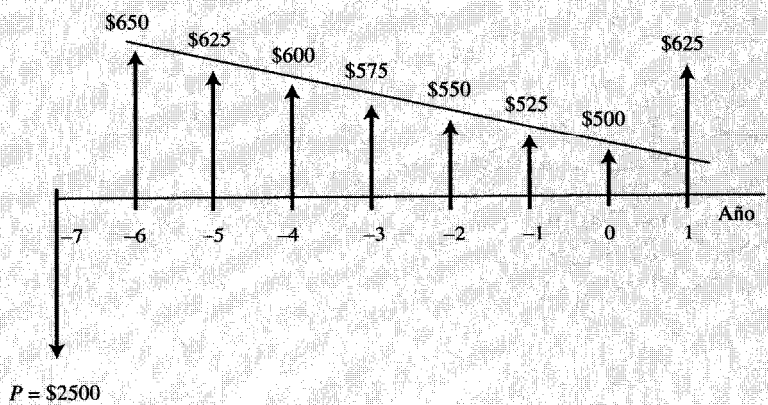


Figura 1.12 Diagrama de flujo de efectivo para el ejemplo 1.19.

Ejemplo 1.20

DIAGRAMAS DE FLUJO DE EFECTIVO, SECCIÓN 1.9 Suponga que una persona espera hacer una inversión de una cantidad P ahora de manera que pueda hacer un retiro anual igual a A_1 = $200 anual durante los primeros 5 años empezando 1 año después de su depósito y efectuar un retiro anual diferente, A_2 = $300 anualmente durante los 3 años siguientes. ¿Cómo podría aparecer el diagrama de flujo de efectivo si i = 14.5% anual?

Solución

En la figura 1.13 se muestran los flujos de efectivo. La salida negativa de efectivo P ocurre ahora. El primer retiro (entrada positiva de efectivo) para la serie A_1 tiene lugar al final del año 1 y, A_2, durante los años 6 al 8.

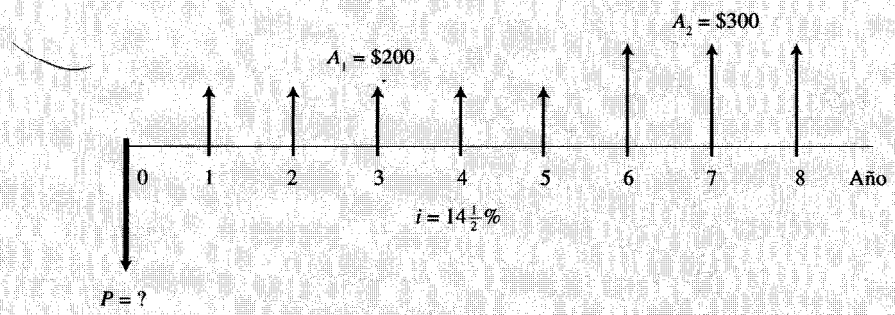


Figura 1.13 Diagrama de flujo de efectivo con dos series A diferentes, ejemplo 1.20.

Ejemplo 1.21

DIAGRAMAS DE FLUJO DE EFECTIVO, SECCIÓN 1.9 Si Melisa compra un televisor de pantalla grande con conexión a Internet por $900 dentro de un año a partir de hoy, lo conserva durante 3 años a un costo de $50 por año y luego lo vende por $200, diagrame los flujos de efectivo. Asigne a cada flujo de efectivo una F o una A con su valor respectivo en dólares. También, localice y señale la cantidad en valor presente P que equivale a todos los flujos de efectivo mostrados. Suponga una tasa de interés del 12% anual.

Solución

La figura 1.14 presenta el diagrama de flujo de efectivo. Los dos flujos de efectivo negativos de $50 forman una serie de dos valores A iguales de fin de año. Siempre que las sumas sean iguales y en dos o más periodos consecutivos, pueden constituir una serie A, sin importar dónde empiezan o terminan. Sin embargo, el flujo de efectivo positivo de $150 ($200 – 50) en el año 4 es una suma diferente y se señala como un valor futuro F de ocurrencia única.

Comentario

De igual manera es correcto diagramar todos los flujos de efectivo individuales en los años 1 hasta 4 como valores separados de F, así como se muestra en la figura 1.15. En general, si dos o más sumas iguales de fin de periodo ocurren consecutivamente, ellas deben ser marcadas como valores A porque, como se descubrirá en el capítulo 2, el uso de valores de A siempre que sea posible simplifica los cálculos considerablemente. Por consiguiente, la interpretación de la figura 1.15 no se acostumbra ni se aconseja su uso.

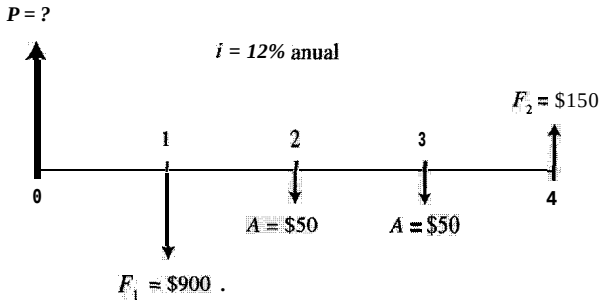


Figura 1.14 Diagrama de flujo de efectivo para el ejemplo 1.21.

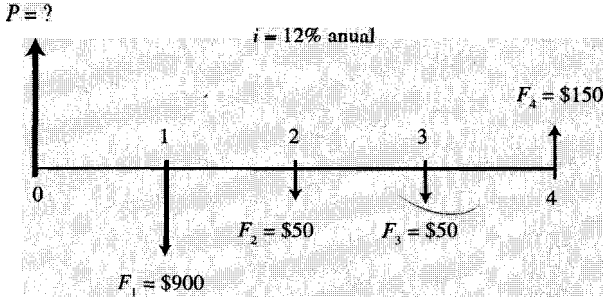


Figura 1.15 Un diagrama de flujo de efectivo alternativo pura el ejemplo 1.21 considerando todos los valores como sumas futuras.

RESUMEN DEL CAPÍTULO

En este capítulo inicial se han cubierto diversos temas fundamentales de la ingeniería económica. Se ha aprendido que el enfoque de ingeniería económica y los cálculos matemáticos sirven a los individuos lo mismo que a los negocios, la industria y el gobierno, en la evaluación de alternativas descritas en términos económicos.

La ingeniería económica es la aplicación de factores y criterios económicos para evaluar alternativas que consideran el valor del dinero en el tiempo al calcular una medida de valor económica específica de flujos de efectivo estimados durante un periodo de tiempo específico.

El enfoque de estudio de ingeniería económica (figura 1.1) juega un papel importante en el proceso de solución de problemas. Dicho enfoque es el método principal mediante el cual se logra el análisis de tipo económico, que conduce a la selección e implementación de una alternativa reconocida y detallada.

El concepto básico de *equivalencia* ayuda a entender de qué manera dos sumas de dinero diferentes en momentos diferentes son iguales en términos económicos, dada una tasa de interés compuesta para cada periodo de interés. Las diferencias entre interés simple (basado en el principal solamente) e interés compuesto (basado en el principal y en el interés sobre el interés) han sido descritas en las fórmulas, tablas y gráficas. Este poder de cálculo compuesto se hace notorio, especialmente durante largos periodos de tiempo.

Los cálculos básicos de la ingeniería económica comprenden solamente cinco símbolos: P, A, F, n e i. Entre éstos se desarrollarán relaciones que tendrán en cuenta el valor del dinero en el tiempo a medida que se pasa al siguiente capítulo.

La TMAR es una tasa de retorno razonable establecida como una tasa base para una alternativa. La TMAR es siempre más alta que el retorno esperado de una inversión segura. Puede ser un valor utilizado por toda la compañía para evaluar la mayoría de los proyectos de inversión.

Asimismo se aprendió sobre flujos de efectivo:

- Las dificultades con su estimación.
- Lo que comúnmente constituye las salidas y las entradas de efectivo.
- La convención de final de año para la ubicación del flujo de efectivo.
- El cálculo del flujo de efectivo neto.
- Las perspectivas diferentes al determinar el signo del flujo de efectivo.
- La forma de construir un diagrama de flujo de efectivo correcto.

La regla del 72 se utiliza en dos formas: para estimar los años requeridos para duplicar una cantidad a una tasa de interés compuesto determinada $(72/i)$ o estimar la tasa a la cual se duplica la cantidad con el transcurso de un número determinado de años $(72/n)$.

ESTUDIO DE CASO # 1, CAPÍTULO 1: DISTRIBUCIÓN DE SOPAS ENLATADAS

Bernardo y Julia son empleados relativamente nuevos de la División de Calidad del Servicio de la gerencia de la firma consultora Qupelt, Inc. Ellos han trabajado en equipo con el consultor senior, Javier, y acaban de recibir indicaciones del vicepresidente de First Choice Soups y de dos gerentes regionales de distribución. Se le ha pedido al equipo ayudar a First Choice a elaborar un análisis económico para mejorar el sistema de distribución en asociación con una campaña de TV a nivel nacional para aumentar las ventas durante la próxima temporada de invierno.

Las indicaciones contienen los diversos conceptos que los gerentes de distribución de la compañía de sopas han analizado para reducir significativamente el tiempo que toma despachar la sopa enlatada desde el momento en que sale de la línea de enlatado hasta cuando llega a las estanterías de la tienda de comestibles para ser exhibidas. Tal reducción está cobrando mucha más importancia, ya que la presidente de First Choice, Jane Hinwhirl, ha pedido al departamento de marketing empezar un programa de publicidad agresivo el próximo invierno (la temporada alta de consumo de sopa), promocionando un sabor particular de sopa una noche en la TV con una oferta adecuada de esa sopa en las estanterías en todo el país a la mañana siguiente para los compradores. Todo esto debe lograrse, dice el vicepresidente de Distribución, sin un aumento en la medida de desempeño de los costos de envío y de almacenamiento como porcentaje del ingreso de ventas, mejorando así el ingreso total de la compañía para los sabores promocionados. Esta medida de desempeño se toma actualmente y se presenta en un informe mensual a nivel nacional para todas las áreas principales de mercado de la compañía.

Los conceptos básicos descritos al equipo consultor han sido grabados por Javier en forma de esquema aproximado de la siguiente manera:

Opción 1: Espacio temporal. First Choice arrienda espacio de almacenamiento temporal en lugares seleccionados de ventas altas con el fin de satisfacer la demanda proyectada.

Opción 2: Compartir ingresos con el contratista. Ofrecer a los camioneros y almacenistas un porcentaje del mayor ingreso de ventas para que ellos pongan a disposición de los supermercados a los cuales surten actualmente, la oferta aumentada.

Opción 3: El supermercado toma el liderazgo. Informar a los supermercados cuáles sabores deben ser publicitados con anticipación y hacerlos responsables de almacenar a través de los canales regulares de distribución de First Choice las mayores cantidades que ellos esperan vender.

Aunque las alternativas precisas del proyecto son difíciles de desarrollar debido a la información aproximada proporcionada por el vicepresidente y los gerentes, se espera ahora que el equipo desarrolle las alternativas y realice un análisis económico, que considere en un grado razonable los factores intangibles que puedan hacer que esta campaña sea un éxito.

Bernardo, Julia y Javier deben preparar inicialmente un plan para First Choice que plantee cómo formular las alternativas y cómo utilizar el proceso de solución de problemas y el análisis económico para abordar el estudio. El lector debe preparar este informe, considerando elementos tales como la descripción de alternativas, las diversas estimaciones que el equipo debe desarrollar u obtener para First Choice, los factores intangibles pertinentes y utilizar el enfoque de ingeniería económica. También, debe preparar un informe verbal breve del enfoque recomendado.

PROBLEMAS

1.1 ¿Qué significa el término *valor del dinero en el tiempo?*

1.2 Un estudiante se encuentra con una amiga en un bus que se dirige a la playa y le cuenta que está tomando un curso de ingeniería económica. Ella pregunta de qué se trata. ¿Qué responde el estudiante?

1.3 Enumere por lo menos tres criterios que podrían ser utilizados, además del dinero, para evaluar cada uno de los siguientes ítemes: *(a)* calidad del servicio y de la comida en un restaurante de la vecindad; *(b)* un vuelo en un avión comercial; *(c)* un apartamento por el cual se podría firmar un contrato de arriendo de 1 año.

1.4 Describa el concepto de equivalencia de tal forma que pueda entenderlo un psicólogo que trabaja como consejero personal en el departamento de recursos humanos de una gran corporación.

1.5 Escriba entre media y una página sobre la forma como se entiende actualmente que la ingeniería económica tiene el mejor uso en un proceso de toma de decisiones que en general comprende factores económicos y no económicos.

1.6 Describa dos situaciones independientes en la vida de una persona, en las cuales ésta ha tomado una decisión, habiendo una suma significativa de dinero involucrada. En la medida posible, haga un análisis de los resultados observados en una de las dos situaciones y presente la otra en términos de decidir sobre una acción futura, como se describe en la sección 1.2.

1.7 Explique la forma como se utilizaría el enfoque de solución de problemas para considerar los factores económicos y no económicos en la siguiente situación: Cuatro amigos desean ir a un largo viaje durante el próximo descanso de primavera. Actualmente hay tres alternativas: un crucero por el Caribe, un viaje a esquiar en un nuevo refugio en la montaña y un viaje a acampar en un parque desierto inexplorado.

1.8 Suponga que un joven es presidente del capítulo de estudiantes de su sociedad profesional este año. Enumere los factores económicos e intangibles que el joven consideraría más importantes para aplicar al decidir entre dos alternativas recomendadas por su comité ejecutivo: (1) el banquete tradicional de fin de semestre para miembros y personas invitadas de la facultad o (2) una reunión más informal en la noche de fin de semestre invitando a la facultad a analizar y evaluar la calidad de la educación en el departamento. En la discusión informal se servirán pasabocas por cuenta del capítulo. El joven no planea realizar ambos eventos; solamente uno o ninguno.

1.9 Considere las siguientes situaciones y determine si son apropiadas o no para utilizar las soluciones que ofrece el enfoque de estudio de ingeniería económica. Explique la respuesta.

(a) Decidir si deben ser arrendadas dos máquinas para remplazar cinco máquinas que se poseen actualmente. Los empleados actuales pueden trabajar en cualquiera de las máquinas.

(b) Determinar si a un estudiante le conviene vivir en una residencia en el campus universitario con un amigo de secundaria o vivir por fuera del campus con tres amigos nuevos.

(c) Decidir entre dos estrategias de hipoteca diferentes para la primera casa de una persona: hipoteca a 15 años o a 30 años, si la tasa de interes a 15 años es 1% más baja.

(d) Decidir hacer un posgrado en ingeniería económica o cambiarse a administración.

(e) Arrendar un automóvil o comprarlo.

(f) Pagar un saldo de la tarjeta de crédito estudiantil que tiene una tasa de interés especialmente baja del 14%, o pagar el mínimo y prometer invertir la suma restante cada mes dentro de un retorno esperado entre el 10% y el 15% anual.

1.10 Explique el término *medida de valor* y analice su papel en un estudio de ingeniería económica.

1.11 Suponga que es el presidente de una corporación manufacturera internacional a quien acaban de presentar una propuesta para subcontratar todo el trabajo de diseño de ingenietía en EE.UU. y en las plantas europeas. Actualmente, la corporación hace todo el trabajo de diseño utilizando su propio personal de ingeniería y tecnología. ¿Cuáles son cinco elementos y factores principales que el presidente utilizaría como base para la decisión? Suponga que se puede generar información adicional con base en los factores que se identifican aquí, antes de tomar la decisión final.

1.12 Julio obtuvo un préstamo de $1000 de un banco y pagó 12% anual compuesto semestralmente. Él rembolsó el préstamo en seis pagos iguales de $203.36 cada uno. Determine la suma total en dólares pagada por Julio y establezca qué porcentaje del préstamo original representa este interés.

1.13 Cheryl reunió tasas de préstamo promocionadas de tres lugares. Éstas son: 10% anual compuesto semestralmente, ll % anual compuesto trimestralmente y ll .5% anual. Establezca el periodo de interés en meses para cada tasa.

1.14 Explíqúe los términos *interés, tasa de interés y periodo de interés.*

1.15 Calcule la cantidad de interés por pagar después de 1 año sobre un préstamo de $5000 si el interés es 8% anual. ¿Cuál es el periodo de interés?

1.16 ¿Cuál fue la cantidad del préstamo si la tasa de interés es 1.5% mensual pagadero mensualmente y el prestatario acaba de hacer el primer pago mensual de $25 en intereses?

1.17 ¿Cuál de las siguientes alternativas tiene una mejor tasa de retorno: $200 invertidos durante 1 año con $6.25 pagados en interés o $500 invertidos durante 1 año con $18 pagados en interés?

1.18 Dé un simple ejemplo numérico que demuestre el concepto de equivalencia, el cual debe ser comprensible para alguien que no conoce los principios de ingeniería económica 0 finanzas.

1.19 ¿A qué tasa anual de interés equivalen $450 hace un año y $550 dentro de un año?

1.20 Las tarifas universitarias de alojamiento y manutención pueden ser pagadas utilizando uno de tres planes:

Pago a tiempo. Suma total en el primer día del semestre

Pago tardío. Suma total más 2% dos semanas después de iniciar clases

Pago anticipado. Obtiene descuento del 2% en la matrícula y paga 2 semanas antes de iniciar clases

(a) Si la cuenta de pago a tiempo de un estudiante es $1200, determine las sumas equivalentes de pago tardío y pago anticipado. ***(b)*** ¿Qué diferencia en dólares puede experimentar un estudiante entre los planes de pago anticipado y pago tardío para una cuenta de $1200? ¿Qué porcentaje de $1200 representa esto?

1.21 Juana compró un equipo de disco compacto por $399 hace dos años, Juan compró el mismo modelo el año pasado en promoción por $438 y Carolina desea comprar uno este año por una suma equivalente. *(a)* ¿Qué debe pagar Carolina? ***(b)*** Si el aumento porcentual es una estimación de la tasa de inflación anual en los precios del equipo de DC, ¿cuál es esta tasa de inflación estimada?

1.22 Starburst, Inc. empleó $50,000 en una inversión conjunta en el exterior hace apenas un año y ha reportado una utilidad de $7500. ¿Qué tasa anual está rindiendo la inversión?

1.23 ¿Cuál es una mejor oportunidad de inversión: $1000 al 7% de interés simple anual durante 3 años, o $1000 al 6% anual durante 3 años?

1.24 *(a)* ¿Cuánto interés total se pagaría si se obtuviera en préstamo $1500 durante 3 meses a una tasa de 3/4% mensual compuesto mensualmente? *(b)* ¿Qué porcentaje del préstamo original representa esta cantidad de interés?

1.25 Resuelva el problema 1.24 para 3/4% ~~anual~~ mensual de interés simple.

1.26 Una pareja recién casada y los padres del novio compraron muebles nuevos por los cuales no tendrán que pagar intereses durante algunos meses. El precio de compra que obtuvieron los recién casados es de $3000 con interés simple del 12% anual, y un pago diferido del principal e intereses se vence en 6 meses. El precio de compra de los padres también es $3000 con intereses al 9% anual compuesto mensualmente y

un pago retrasado se vence en 13 meses. Determine el interés acumulado por meses y establezca el pago total para cada pareja. ¿Quién pagó más y por qué cantidad?

1.27 ¿Cuánto dinero tendrá una joven después de 4 años si ella ahorra $1000 ahora al 7% anual de interés simple?

1.28 ¿Cuánto puede una persona obtener en préstamo hoy si debe pagar $850 durante dos años a partir de hoy a una tasa de interés del 6% anual compuesto anualmente?

1.29 Si se obtienen $1500 ahora en préstamo y se deben rembolsar $1850 dentro de dos años, ¿cuál es la tasa de interés anual del préstamo?

1.30 Martín acaba de invertir $10,000 en un proyecto del negocio de un amigo que promete un retorno de $15,000 o más en algún momento en el futuro. ¿Cuál es el número de años mínimo (número completo) que Martín puede esperar para recibir los $15,000 con el fin de hacer 10% o más compuesto anualmente?

1.31 Si se invierten $3500 ahora a cambio de un ingreso garantizado de $5000 en una fecha posterior, ¿cuándo se debe recibir el dinero para ganar exactamente un interés simple del 8% anual?

1.32 Una colega le dice a otra que acaba de rembolsar el principal y el interés de un préstamo que ella había obtenido hace 3 años al 10% de interés simple anual. Si su pago fue $1950, determine el principal.

1.33 $1000 al 9% de interés simple anual equivalen a $1270 en 3 años. Encuentre la tasa de interés compuesto anual para que esta equivalencia sea correcta.

1.34 Calcule, represente gráficamente y compare las cantidades de interés anual e interés total durante 10 años sobre un millón de dólares bajo dos escenarios diferentes. Primero, el millón es obtenido en préstamo por una compañía al 6% anual de interés simple. Segundo, el millón se invierte en una compañía al 6% anual compuesto anualmente.

1.35 Escriba los símbolos y valores relevantes de ingeniería económica para los siguientes ítemes: Un total de cinco depósitos de $2000 cada uno efectuado cada 2 años, empezando el año próximo, al 10% anual. ¿Cuál es el monto acumulado total que debe ser retirado exactamente cuando se efectúe el último depósito?

1.36 Describa los símbolos de economía y sus valores para el siguiente plan: El Dr. Rojas espera obtener $800 en préstamo ahora y pagarlo así: $100 anuales durante los próximos 5 años y $200 anuales durante los 2 años siguientes. ¿Cuál es la tasa de interés?

1.37 Defina los símbolos de economía en un problema que plantea determinar cuántos años tardará duplicar una suma de $5000 a una tasa de interés compuesto del 5.5% anual.

1.38 Un ingeniero compró 200 acciones comunes de una compañía a $52.00 cada una y las vendió 4 años más tarde por un total de $15,010 después de comisiones. *(a)* ¿Cuál

fue la tasa de retorno de 4 años? *(b)* ¿Cuál fue la tasa de retorno de interés simple anual?

1.39 ¿Por qué se acepta comúnmente que la TMAR para una corporación será mayor que la tasa de retorno obtenible de un banco o de otra inversión segura como son los bonos del tesoro de EE.UU.?

1.40 Suponga que un estudiante desea una TMAR del 5% anual compuesto anualmente sobre su inversión en la educación universitaria y que espera recibir un salario anual de por lo menos $60,000 diez años después, a partir del año en que se gradúe. ¿Cuál es la cantidad equivalente que él habría invertido en la educación universitaria durante su último año universitario solamente?

1.41 Explique el término *capital* (o capital de inversión) y dé dos ejemplos basados en experiencias personales en las cuales fue necesario conseguir el capital. Explique la forma como se generaron realmente los fondos de capital.

1.42 Determine las entradas y salidas de efectivo personales durante un periodo de 3 meses y haga un seguimiento de su tamaño. Represéntelas gráficamente en un diagrama de flujo de efectivo mensual. (Para el instructor: En forma general, ésta es una tarea excelente de duración semestral para analizar durante la clase, pero no debe ser tarea para elaborar en casa que se entregue para calificar).

1.43 Construya los diagramas de flujo de efectivo para los ejemplos 1.8, 1.10 y 1.12.

1.44 Construya el diagrama de flujos de efectivo netos anuales para la señora Jaramillo, gerente de inversión, quien desarrolló el siguiente plan para un cliente: Invierta $5000 de inmediato y luego invierta la misma suma cada dos años hasta el año 10 a partir de hoy. Después, planee retiros de $3000 cada año empezando dentro de 5 años a partir de ahora y continuando durante los 8 años siguientes.

1.45 Construya diagramas individuales de flujos de efectivo para los cinco planes de pago de fin de año presentados en la tabla 1.3.

1.46 El tío de Pedro le ha ofrecido realizar cinco depósitos anuales de $700 en una cuenta a nombre de éste empezando ahora. Pedro ha acordado no retirar dinero alguno hasta el final del año 9, cuando tiene planeado retirar $3000. Además planea retirar la suma restante en tres pagos iguales al final del año después del retiro inicial para cerrar la cuenta. Indique en un diagrama los flujos de efectivo para Pedro y para su tío.

1.47 Jaime desea invertir con un retorno anual del 8%, de manera que dentro de 6 años él pueda retirar una suma F en una suma global. Él ha desarrollado los siguientes planes alternativos. *(a)* Depositar $350 ahora y luego durante 3 años a partir de la fecha. *(b)* Depositar $125 anualmente empezando el próximo año y terminando en el año 6. Dibuje el diagrama de flujo de efectivo para cada plan si se espera determinar F en el año 6.

1.48 Trace un diagrama de flujo de efectivo para la siguiente situación: Depósito de $1 OO anuales empezando dentro de 1 año. Retiro de la suma total dentro de 15 años. La tasa esperada de ganancias es del 10% anual.

1.49 Construya un diagrama de flujo de efectivo que ayudará a una persona a calcular el valor equivalente actual de un gasto de $850 anuales durante 6 años, el cual empieza dentro de 3 años, si la tasa de interés es 13% anual.

1.50 Defina los símbolos de economía y trace el diagrama de flujo de efectivo para la siguiente situación: Invertir $100,000 ahora en un proyecto de finca raíz, vender la propiedad dentro de 10 años y obtener un retorno del 12% anual sobre la inversión.

1.51 Desarrolle un diagrama de flujo de efectivo para la siguiente situación: Pagos de igual suma durante 4 años empezando 1 año a partir del momento actual equivalen a gastar $4500 ahora, $3300 dentro de tres años y $6800 cinco anos a partir de ahora si la tasa de interés es 8% anual.

1.52 A una tasa del 8.5% anual, estime el tiempo que toma duplicar $500 si el interés es *(a)* compuesto y *(b)* no compuesto. *(c)* ¿Cuántos años tardará duplicar $1000 al 8.5% compuesto anual?

1.53 José espera comprar un bote en 5 años y considera que puede duplicar el tamaño del portafolio de acciones que ha apartado como su "fondo para el bote". Estime la tasa. de retorno a la cual debe crecer su portafolio si el interés es *(a)* simple y *(b)* compuesto.

1.54 Clarisa trabaja hace muchos años y ha puesto todos los aportes que su empleador ha depositado en un fondo de retiro en una inversión que rinde en la actualidad exactamente 12% anual. Todo el interés se reinvierte en la cuenta de retiro.

(a) ¿Cuál es el tiempo de duplicación por cada dólar del fondo de retiro de Clarisa?

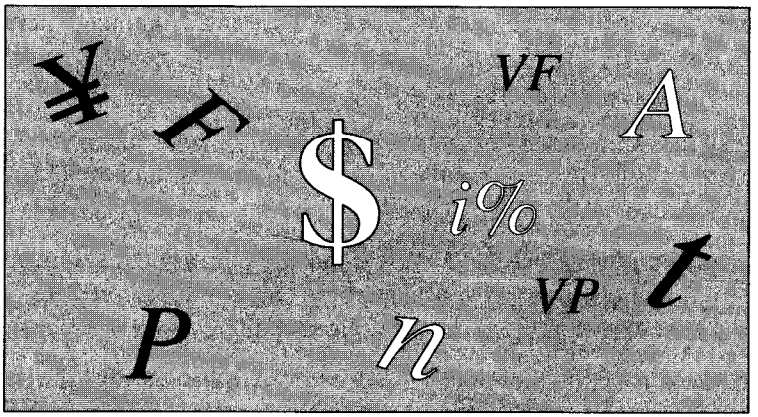
(b) Un programa especial permite a los empleados obtener préstamo contra el valor actual de su fondo de retiro, pero la inflación se considera y reduce el valor del fondo para efectos del préstamo. Clarisa tiene un valor de $30,000 ahora. Si ella solicita un préstamo cuando la suma es duplicada a $60,000, ¿cuál es la suma máxima que puede obtener en préstamo contra su fondo de retiro? Suponga que el retorno compuesto del 12% actual continúa y la inflación anual se estima en 4% compuesto anualmente.

1.55 Seleccione uno o más aspectos que usted haya aprendido en este capítulo; plantee y resuelva un problema propio de ingeniería económica.

capítulo

2

Los factores y su uso



En este capítulo se aborda la derivación de los factores de la ingeniería económica y el uso de estos factores básicos en los cálculos económicos. Es uno de los más importantes, puesto que los conceptos presentados en él se utilizan a lo largo de todo el texto.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Propósito: Entender la derivación de las fórmulas de ingeniería económica y la forma como se utilizan.

Este capítulo ayudará al lector a:

- Factores *P/F* y *F/P* — 1. Derivar los factores de cantidad compuesta de pago único y valor presente.
- Factores *P/A* y *A/P* — 2. Derivar los factores de valor presente, serie uniforme y recuperación de capital.
- Factores *F/A* y *A/F* — 3. Derivar los factores de cantidad compuesta, serie uniforme y fondo de amortización.
- Usar las tablas — 4. Encontrar el valor correcto de un factor en una tabla.
- Factores *P/G* y *A/G* — 5. Derivar los factores de valor presente, gradiente uniforme y serie anual.
- Gradiente geométrico — 6. Derivar la fórmula de gradientes geométricos (escalonada).
- Interpolar — 7. Interpolar linealmente para encontrar el valor de un factor.
- *P*, *F* o *A* de los flujos de efectivo — 8. Calcular el valor presente, futuro o anual de diversos flujos de efectivo.
- *P*, *F* o *A* de un gradiente uniforme — 9. Calcular el valor presente, futuro o anual de flujos de efectivo que contienen un gradiente uniforme.
- *P*, *F* o *A* de un gradiente geométrico — 10. Calcular el valor presepte, futuro o anual de los flujos de efectivo que comprenden un gradiente geométrico.
- Calcular *i* — 11. Calcular la tasa de interés (tasa de retorno) de una secuencia de flujos de efectivo.
- Calcular *n* — 12. Determinar el número de años *n* requerido para lograr la equivalencia para una secuencia de flujos de efectivo.

2.1 DERIVACIÓN DE FACTORES DE PAGO ÚNICO (*F/P* Y *P/F*)

En esta sección, se desarrolla una fórmula que permite la determinación de cantidades futuras de dinero F que se acumulan después de n años (o periodos) a partir de una inversión única P con interés compuesto una vez anualmente (o por periodo). Al igual que en el capítulo 1, se supondrá un periodo de interés de 1 año. Sin embargo, se debe reconocer que los símbolos i y n en las fórmulas desarrolladas aquí se aplican a los *periodos de* interés, que no solamente son años, como se analizará en el capítulo 3.

En el capítulo 1 se planteó que el interés compuesto se refiere al interés pagado sobre el interés. Por consiguiente, si una suma de dinero P se invierte en algún momento $t = 0$, la suma de dinero F, que se habrá acumulado 1 año a partir del momento de la inversión a una tasa de interés de i por ciento anual será:

$$F, = P + Pi$$
$$= P(1 + i)$$

Al final del segundo año, la suma de dinero acumulada F_2 es la cantidad acumulada después del año 1 más el interés desde el final del año 1 hasta el final del año 2. Por tanto,

$$F_2 = F_1 + F_1 i \qquad [2.1]$$
$$= P(1 + i) + P(1 + i)i$$

Lo cual puede escribirse como:

$$F_2 = P(1 + i + i + i")$$
$$= P(1 + 2i + i^2)$$
$$= P(1 + i)^2$$

En forma similar, la cantidad de dinero acumulada al final del año 3, si se utiliza la ecuación [2.1], será:

$$F_3 = F_2 + F_2 i$$

Al sustituir $P(1 + i)^2$ por F_2 y simplificar,

$$F_3 = P(1 + i)^3$$

De acuerdo con los valores anteriores, es evidente por inducción matemática que la fórmula puede ser generalizada para n años así:

$$F = P(1 + i) \qquad [2.2]$$

El factor $(1 + i)^n$ *se* denomina factor de cantidad compuesta de pago único (FCCPU), pero en general se hace referencia a éste como el *factor F/P*. Cuando el factor es multiplicado por P, éste produce la suma futura F de una inversión inicial P después de n años, a la tasa de interés i. Al despejar P en la ecuación [2.2], en términos de F resulta:

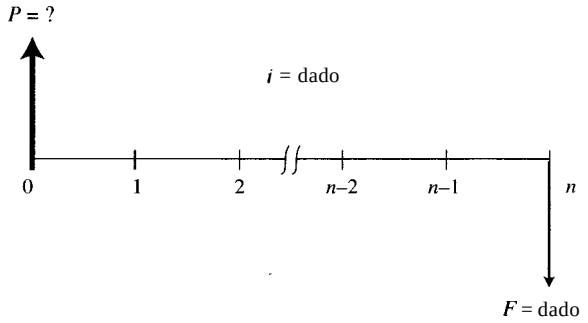


Figura 2.1 Diagrama de flujo de efectivo para determinar *P*, dado *F*.

en la expresión

$$P = F\left[\frac{1}{(1+i)^n}\right] \qquad [2.3]$$

La expresión en corchetes se conoce como el *factor de valor-presente, pago único* (FVPPU), o el *factor P/F*. Dicha expresión determina el valor presente *P* de una cantidad futura dada, *F*, después de *n* años a una tasa de interés *i*. El diagrama de flujo de efectivo para esta fórmula se muestra en la figura 2.1. En forma opuesta, el diagrama para encontrar *F*, dado *P*, sería exactamente el mismo si se intercambia la ? y el término *dado* y se utiliza la ecuación [2.2] para calcular *F*.

Es importante observar que los dos factores y las fórmulas derivadas aquí son *fórmulas de pago único;* es decir, son utilizadas para encontrar la cantidad presente o futura cuando solamente hay un pago o recibo involucrado. En las próximas dos secciones, se desarrollan fórmulas para calcular el valor presente o futuro cuando hay diversos pagos uniformes o recibo de dinero involucrado.

2.2 DERIVACIÓN DEL FACTOR DE VALOR PRESENTE, SERIE UNIFORME Y EL FACTOR DE RECUPERACIÓN DE CAPITAL (*P/A* Y *A/P*)

El valor presente *P* de una serie uniforme, como la mostrada en la figura 2.2, puede ser determinado considerando cada valor de *A* como un valor futuro *F* y utilizando la ecuación [2.3] con el *factor P/F* para luego sumar los valores del valor presente. La fórmula general es:

$$P = A\left[\frac{1}{(1+i)^1}\right] + A\left[\frac{1}{(1+i)^2}\right] + A\left[\frac{1}{(1+i)^3}\right] + \cdots + A\left[\frac{1}{(1+i)^{n-1}}\right] + A\left[\frac{1}{(1+i)^n}\right]$$

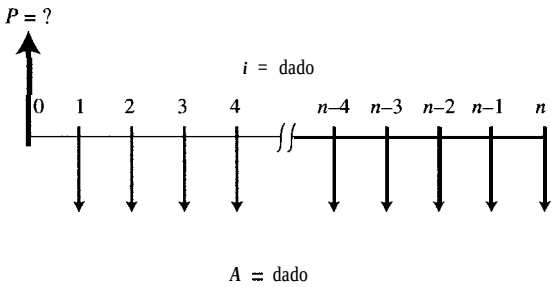


Figura 2.2 **Diagrama utilizado para determinar el valor presente de una serie uniforme.**

donde los términos en corchetes representan los factores *P/F* durante los anos 1 hasta *n*, respectivamente. Si se factor-iza *A*,

$$P = A\left[\frac{1}{(1+i)^1} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \cdots + \frac{1}{(1+i)^{n-1}} + \frac{1}{(1+i)}\right] \qquad [2.4]$$

La ecuación [2.4] puede simplificarse multiplicando ambos lados por $1/(1 + i)$ para producir:

$$\frac{P}{1+i} = A\left[\frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \frac{1}{(1+i)^4} + \cdots + \frac{1}{(1+i)^n} + \frac{1}{(1+i)^{n+1}}\right] \qquad [2.5]$$

Restar la ecuación [2.4] de la ecuación [2.5], simplificar y luego dividir ambos lados de la relación por $-i/(1 + i)$ conduce a una expresión para P cuando $i \neq 0$:

$$P = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}\right] \qquad i \neq 0 \qquad [2.6]$$

El término en corchetes se llama *factor* de valor *presente, serie uniforme* (FVP-SU), o el *factor P/A*. Esta ecuación dará el valor presente P de una serie anual uniforme equivalente A que empieza al final del año 1 y se extiende durante n años a una tasa de interés i.

El factor *P/A* en corchetes en la ecuación [2.6] puede ser determinado también considerando la ecuación [2.4] como una progresión geométrica, cuya forma general para su suma de extremo cerrado S es:

$$S = \frac{(\text{último término})(\text{razón común}) - \text{primer término}}{\text{razón común} \quad 1}$$

La razón común entre los términos es $1/(1 + i)$. Para fines de simplificación, se fija $y = 1 + i$, y se forma la expresión S anterior, simplificándose luego.

$$S = \frac{1/y^n y - 1/y}{1/y - 1}$$

$$= \frac{y^n - 1}{iy^n}$$

$$= \frac{(1 + i)^n - 1}{i(1 + i)^n}$$

Al reagruparse la ecuación [2.6], se puede expresar A en términos de P:

$$A = P\left[\frac{i(1 + i)^n}{(1 + i)^n - 1}\right] \qquad [2.7]$$

El término en corchetes, denominado el *factor de recuperación del capital* (FRC), o *factor A/P*, produce el valor anual uniforme equivalente A durante n años de una inversión dada P cuando la tasa de interés es i.

Es muy importante recordar que estas fórmulas se derivan con el valor presente P y la primera cantidad anual uniforme A, *separado* un *año (o un periodo).* Es decir, el valor presente P *siempre debe estar* localizado *un periodo anterior* a la primera A. El uso correcto de estos factores se ilustra en la sección 2.7.

2.3 DERIVACIÓN DEL FACTOR DE FONDO DE AMORTIZACIÓN Y EL FACTOR DE CANTIDAD COMPUESTA, SERIE UNIFORME (*A/F* Y *F/A*)

Aunque el *factor de fondo de amortización* (FFA), *o factor A/F, y* el *factor de cantidad compuesta, serie uniforme* (FCCSU), o *factor F/A*, podrían ser derivados utilizando el factor *F/P*, la forma más simple de derivar las fórmulas es sustituirlas en aquellas ya desarrolladas. Por tanto, si P de la ecuación [2.3] se sustituye en la ecuación [2.7] resulta la fórmula siguiente:

$$A = F\frac{1}{(1 + i)^n}\frac{i(1 + i)^n}{(1 + i)^n - 1} \qquad [2.8]$$

$$= F\left[\frac{i}{(1 + i)^n - 1}\right]$$

La expresión en corchetes en la ecuación [2.8] es el factor del fondo de amortización, o *A/F*. La ecuación [2.8] se utiliza para determinar la serie de valor anual uniforme que sería equivalente a un valor futuro determinado F, lo cual se muestra gráficamente en la figura 2.3. Observe que la serie uniforme A se inicia al final del periodo 1 y continúa *a* lo *largo del periodo de F dado.*

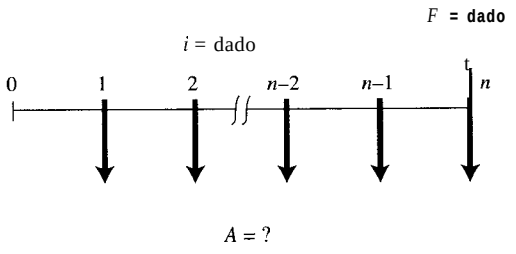


Figura 2.3 **Transformación de un valor F dado en una serie A equivalente.**

La ecuación [2.8] puede ser reordenada para expresar F en términos de A:

$$F = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] \qquad [2.9]$$

El término en corchetes se denomina el *factor de cantidad compuesta, serie uniforme* (FCCSU), o factor F/A, el cual, cuando se multiplica por una suma anual uniforme A dada, produce el valor futuro de la serie uniforme. El diagrama de flujo de efectivo para este caso aparecería igual al presentado en la figura 2.3, excepto que A está dado y F = ?. Nuevamente, es importante recordar que la cantidad futura F ocurre durante el mismo periodo que la última A.

Como ejercicio, se debe mostrar que el factor F/A puede obtenerse multiplicando las fórmulas del factor F/P en la ecuación [2.2] y el factor P/A en la ecuación [2.6] para una i y n dadas, es decir, $F/A = (F/P)(P/A)$ en términos de factores.

Problema 2.1

2.4 NOTACIÓN ESTÁNDAR DE FACTORES Y USO DE LAS TABLAS DE INTERÉS

A medida que cada factor fue derivado se introdujeron los términos abreviados, los cuales se utilizan para evitar la labor dispendiosa de escribir las fórmulas cada vez que se emplea uno de los factores. Se ha adoptado una notación estándar que incluye la tasa de interés y el número de periodos, como aparece siempre en la forma general ($X/Y, i, n$). La primera letra, X, dentro del paréntesis representa lo que se desea encontrar, mientras que la segunda letra, Y, representa lo que está dado. Por ejemplo, F/P significa *encontrar F cuando P está dado.* La i es la tasa de interés en porcentaje y n representa el número de periodos involucrados. Por tanto, (F/P, 6%, 20) significa obtener el factor que al ser multiplicado por una P dada permite encontrar la cantidad futura de dinero F, que será acumulada en 20 periodos, si la tasa de interés es 6% por periodo.

Para identificar factores es más sencillo utilizar la notación estándar que los nombres de los factores y ésta será utilizada en forma exclusiva en lo sucesivo. La tabla 2.1 muestra la notación estándar para las fórmulas derivadas hasta el momento.

Tabla 2.1 Notaciones estándar de factores

Nombre del factor	Notación estándar
Valor presente, pago hico	$(P/F,i,n)$
Cantidad compuesta, pago único	$(F/P,i,n)$
Valor presente, serie uniforme	$(P/A,i,n)$
Recuperación de capital	$(A/P,i,n)$
Fondo de amortización	$(A/F,i,n)$
Cantidad compuesta, serie uniforme	$(F/A,i,n)$

Tabla 2.2 Cálculos mediante la notación estándar

Encontrar	Dado	Factor	Ecuación	Fórmula
P	F	$(P/F,i,n)$	$P = F(P/F,i,n)$	$P = F[1/(1+i)^n]$
F	P	$(F/P,i,n)$	$F = P(F/P,i,n)$	$F = P(1+i)^n]$
P	A	$(P/A,i,n)$	$P = A(P/A,i,n)$	$P = A\{[(1+i)^n - 1]/i(1+i)^n\}$
A	P	$(A/P,i,n)$	$A = P(A/P,i,n)$	$A = P\{i(1+i)^n/[(1+i)^n - 1]\}$
A	F	$(A/F,i,n)$	$A = F(A/F,i,n)$	$A = F\{i/[(1+i)^n - 1]\}$
F	A	$(F/A,i,n)$	$F = A(F/A,i,n)$	$F = A\{[(1+i)^n - 1]/i\}$

Para una referencia fácil, las fórmulas empleadas en los cálculos se reúnen en la tabla 2.2, y se muestran en la portada interna del texto. También la notación estándar es fácil de utilizar para recordar la forma como pueden derivarse los factores. Por ejemplo, el factor A/F puede ser derivado multiplicando las fórmulas de los factores P/F y A/P. En términos de ecuación, esto es,

$$\begin{aligned} A &= F(P/F,i,n)(A/P,i,n) \\ &= F(A/F,i,n) \end{aligned}$$

El equivalente de la cancelación algebraica de la P hace que esta relación sea más fácil de recordar.

Con el fin de simplificar los cálculos rutinarios de la ingeniería económica que involucran factores, se han preparado tablas de valores de los factores para tasas de interés que van de 0.25 hasta 50% y periodos de tiempo desde 1 hasta grandes valores de n, dependiendo del valor de i. Estas tablas, que aparecen al final del libro, están ordenadas con los diversos factores en la parte superior y el número de periodos n en la columna izquierda. Se ha impreso la palabra *discreto* en el título de cada tabla para enfatizar que estas tablas son para factores que utilizan la convención de final de periodo (sección 1.9) y el interés es compuesto una vez cada periodo de interés. Para un factor, tasa de interés y tiempo determinado, el

Tabla 2.3 Ejemplos de valores de la tabla de interés

Notación estándar	i	n	Tabla	Valor del factor
(*F/A*,10%,3)	10	3	15	3.3100
(*A/P*,7%,20)	7	20	12	0.09439
(*P/F*,25%,35)	25	35	25	0.0004

valor correcto del factor se encuentra en la tabla de tasas de interés respectivas en la intersección del factor dado y n. Por ejemplo, el valor del factor (*P/A*, 5%,10) se encuentra en la columna *P/A* de la tabla 10 en el periodo 10, como 7.7217. Por supuesto, el valor 7.72 17 podría haber sido calculado utilizando la expresión matemática para este factor en la ecuación [2.6].

$$(P/A,5\%,10) = \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$$

$$= \frac{1.05^{10} - 1}{0.05(1.05)^{10}}$$

$$= 7.7217$$

La tabla 2.3 presenta diversos ejemplos del uso de las tablas de interés.

Problema 2.2

2.5 DEFINICIÓN Y DERIVACIÓN DE LAS FÓRMULAS DE GRADIENTES

AONTAÑISTA

Un *gradiente uniforme* es una *serie de flujos de efectivo* que aumenta o disminuye en forma uniforme. Es decir, el flujo de efectivo, bien sea ingreso o desembolso, cambia por la misma cantidad aritmética cada periodo de interés. La *cantidad* del aumento o de la disminución *es el gradiente.* Por ejemplo, si un fabricante de automóviles predice que el costo de mantener un robot aumentará en $500 anuales hasta que la máquina haya sido retirada, hay una serie de gradientes involucrada y la cantidad del gradiente es $500. En forma similar, si la compañía espera que el ingreso disminuya en $3000 anualmente durante los próximos 5 años, el ingreso decreciente representa un gradiente negativo por una suma de $3000 anuales.

Las fórmulas desarrolladas anteriormente para los flujos de efectivo de serie uniforme fueron generadas con base en cantidades de final de año de igual valor. En el caso de un gradiente, el flujo de efectivo de cada final de año es diferente, de manera que es preciso derivar una nueva fórmula. Para hacerlo, es conveniente suponer que el flujo de efectivo

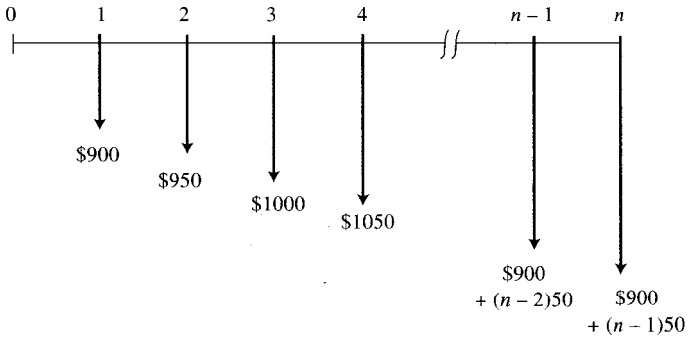


Figura 2.4 **Diagrama de una serie de gradiente uniforme con un gradiente de $50.**

que ocurre al final del año (o del periodo) 1 no hace parte de la serie del gradiente sino que es una ***cantidad base,*** lo cual es conveniente porque en las aplicaciones reales, la cantidad base es en general más grande o más pequeña que el aumento o la disminución del gradiente. Por ejemplo, si una persona compra un carro usado con una garantía de 1 año o 12,000 millas, razonablemente se podría esperar que durante el primer año de operación tuviera que pagar solamente por la gasolina. Supongamos que dicho costo es $900; es decir, $900 es la cantidad base. Después del primer año, sin embargo, la persona tendría que absorber el costo de las reparaciones o del remplazo y razonablemente se esperaría que estos costos aumentaran cada año que se poseyera el auto. Entonces, si se estima que los costos de operación y de reparación aumentarán en $50 cada año, la cantidad que se pagaría después del segundo año sería $950, después del tercero, $1000, y así sucesivamente hasta el año n, cuando el costo total sería $900 + (n - 1)50$. El diagrama de flujo de efectivo para esta operación se muestra en la figura 2.4. Observe que el gradiente ($50) aparece por primera vez entre el año 1 y el año 2 y la suma base ($900) no es igual al gradiente. Se define el símbolo G para los gradientes como:

G = cambio aritmético uniforme en la magnitud de los recibos o desembolsos de un periodo al siguiente

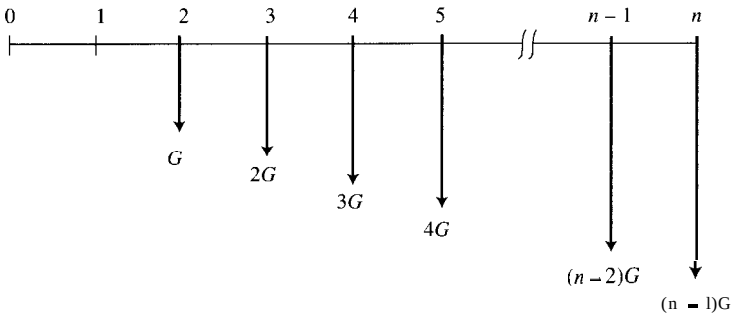


Figura 2.5 **Serie de gradiente uniforme, ignorando la cantidad base.**

El valor de G puede ser positivo o negativo. Si se ignora la cantidad base, se puede construir un diagrama de flujo de efectivo generalizado de gradientes en forma uniformemente creciente, como se muestra en la figura 2.5. Observe que el gradiente empieza entre los años 1 y 2, denominándose *gradiente convencional.*

Ejemplo 2.1

La Compañía de Licores Calima espera obtener ingresos por $47,500 el próximo año a partir de la venta de su producto de bebida suave. Sin embargo, se espera que las ventas aumenten de manera uniforme con la introducción de una nueva bebida hasta llegar a un nivel de $100,000 en 8 años. Determine el gradiente y construya el diagrama de flujo de efectivo.

Solución

La cantidad base es $47,500 y la ganancia en recaudos es:

$$\text{Ganancia en recaudos en 8 años} = 100{,}000 - 47{,}500 = \$52{,}500$$

$$\boxed{\text{Gradiente} = \frac{\text{ganancia}}{n-1}}$$

$$= \frac{52{,}500}{8-1} = \$7500 \text{ anual}$$

El diagrama de flujo de efectivo se muestra en la figura 2.6.

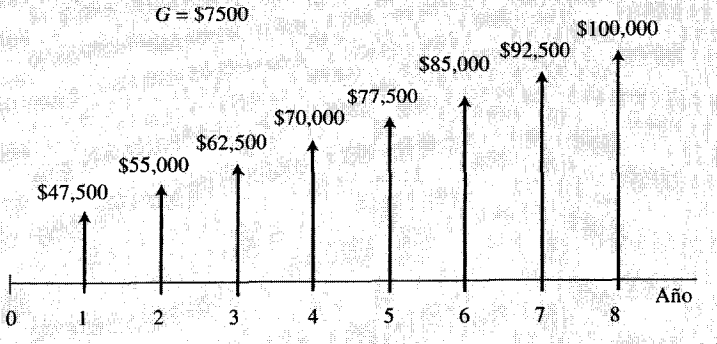


Figura 2.6 Diagrama para la serie de gradientes, ejemplo 2.1.

Hay diversas formas para derivar factores de gradientes uniformes. Se utilizará el factor de valor presente, pago único *(P/F, i, n),* pero puede obtenerse el mismo resultado utilizando el factor *F/P, F/A o P/A.*

Haciendo referencia a la figura 2.5, se encuentra que el valor presente en el año *0* del pago de gradientes es igual a la suma de los valores presentes de los pagos individuales.

$$P = G(P/F,i,2) + 2G(P/F,i,3) + 3G(P/F,i,4) + \ldots + [(n-2)G](P/F,i,n-1) + [(n-1)G](P/F,i,n)$$

Al factorizar G se obtiene:

$$P = G[(P/F,i,2) + 2(P/F,i,3) + 3(P/F,i,4) + \ldots + (n-2)(P/F,i,n-1) + (n-1)(P/F,i,n)]$$

Al reemplazar los símbolos con la expresión del factor *P/F* en la ecuación [2.3] se obtiene:

$$P = G\left[\frac{1}{(1+i)^2} + \frac{2}{(1+i)^3} + \frac{3}{(1+i)^4} + \cdots + \frac{n-2}{(1+i)^{n-1}} + \frac{n-1}{(1+i)^n}\right] \qquad [2.10]$$

Al multiplicar ambos lados de la ecuación [2.10] por $(1+i)^1$ se obtiene:

$$P(1+i)^1 = G\left[\frac{1}{(1+i)^1} + \frac{2}{(1+i)^2} + \frac{3}{(1+i)^3} + \cdots + \frac{n-2}{(1+i)^{n-2}} + \frac{n-1}{(1+i)^{n-1}}\right] \qquad [2.11]$$

Al restar la ecuación [2.10] de la ecuación [2.11] y luego simplificar se obtiene:

$$P = \frac{G}{i}\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} - \frac{n}{(1+i)^n}\right] \qquad [2.12]$$

La ecuación [2.12] es la relación general para convertir un gradiente uniforme G (sin incluir la cantidad base) para *n* años en valor presente en el año 0; es decir, la figura 2.7*a* se convierte en el flujo de efectivo equivalente mostrado en la figura 2.7*b*. El factor de valor *presente, gradiente uniforme,* o *factor P/G*, puede expresarse de la siguiente manera en dos formas equivalentes:

$$(P/G,i,n) = \frac{1}{i}\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} - \frac{n}{(1+i)^n}\right] = \frac{(1+i)^n - in - 1}{i^2(1+i)^n}$$

Observe que el gradiente empieza en el año 2 en la figura 2.7*a* y ***P*** está ubicado en el año 0. La ecuación [2.12] está representada en notación estándar de factores como:

$$P = G(P/G,i,n)$$

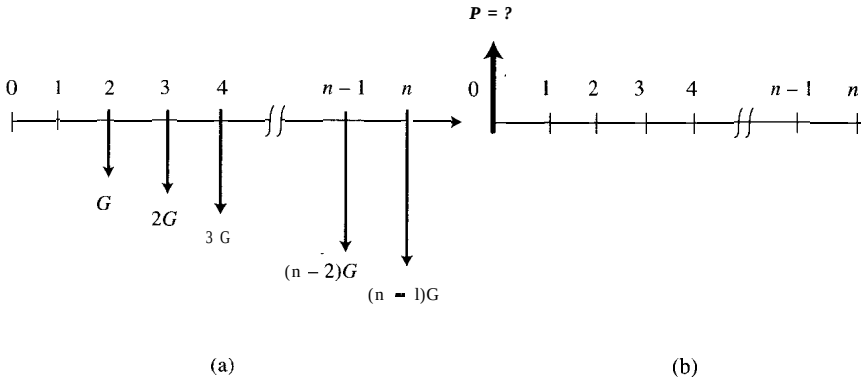


Figura 2.7 Diagrama de conversión de un gradiente uniforme a un valor presente.

El valor anual uniforme equivalente de un gradiente uniforme G se encuentra multiplicando el valor presente en la ecuación [2.12] por la expresión del factor $(A/P, i, n)$ en la ecuación [2.7]. Al utilizar la notación estándar de factores,

$$A = G(P/G,i,n)(A/P,i,n)$$
$$= G(A/G,i,n)$$

En la forma estándar, el equivalente de la cancelación algebraica de P puede ser utilizado para obtener el factor $(A/G, i, n)$. En forma de ecuaciones,

$$A = \frac{G}{i}\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} - \frac{n}{(1+i)^n}\right]\left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}\right] \qquad [2.13]$$

$$= G\left[\frac{1}{i} - \frac{n}{(1+i)^n - 1}\right]$$

La expresión en corchetes de la forma simplificada en la ecuación [2.13] se denomina el *factor del valor anual de un gradiente uniforme* y se identifica por $(A/G,i,n)$. Este factor convierte la figura 2.8*a* en la figura 2.8*b*. Observe que el valor anual no es otra cosa que un valor A equivalente al gradiente (sin incluir la cantidad base). Advierta que en la figura 2.8 el gradiente empieza en el año 2 y los valores A ocurren desde el año 1 hasta el año n inclusive.

En notación estándar de factores, las fórmulas utilizadas para calcular P y A de los flujos de efectivo de gradientes uniformes o aritméticos son

$$P = G(P/G,i,n) \qquad [2.14]$$

$$A = G(A/G,i,n) \qquad [2.15]$$

Los factores P/G y A/G son las dos columnas situadas más a la derecha en las tablas de factores 1 hasta la 29. La tabla 2.4 enumera diversos ejemplos de factores de gradientes tomados de dichas tablas.

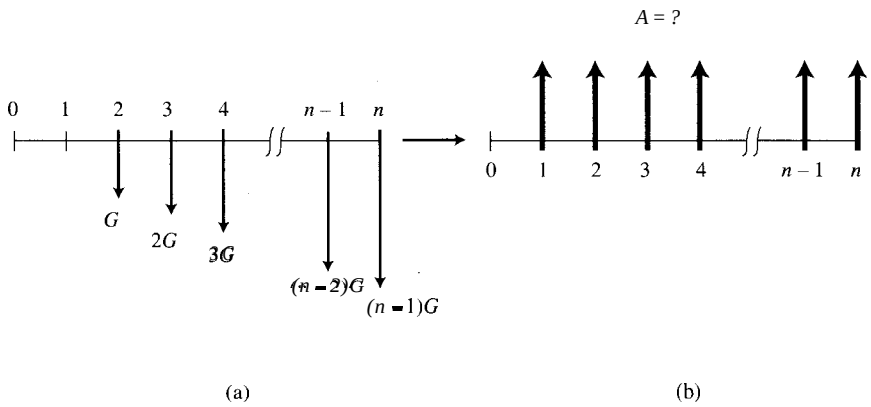


Figura 2.8 Diagrama de conversión de un gradiente uniforme a una serie anual uniforme equivalente.

A lo largo de este capítulo se supone que el valor n está dado en años. En el capítulo 3 se abordará cómo utilizar las tablas de factores para periodos de interés diferentes a años. Un *factor F/G (factor de valor futuro, gradiente uniforme)* podría obtenerse fácilmente multiplicando los factores *P/G* y *F/P* para los mismos valores de tasa de interés y de n de la siguiente manera:

$$(P/G,i,n)(F/P,i,n) = (F/G,i,n)$$

Tal factor produciría un valor de F en el mismo año que la última cantidad de gradiente. Como ejercicio, realice la multiplicación sugerida antes para obtener la siguiente ecuación *F/G:*

$$F = \frac{G}{i}\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n\right]$$

Problemas 2.3 a 2.7

Tabla 2.4 Ejemplos de valores de factor gradiente

Valor a calcular	Notaeión estándar	i	n	Tabla	Factor
P	(P/G,5%,10)	5	10	10	31.6520
P	(P/G,30%,24)	30	24	26	10.9433
A	(A/G,6%,19)	6	19	11	7.2867
A	(A/G,35%,8)	35	8	27	2.0597

2.6 DERIVACIÓN DEL VALOR PRESENTE DE SERIES GEOMÉTRICAS

En la sección **2.5** se introdujeron factores de gradientes uniformes que podrían ser utilizados para calcular el valor presente o el valor anual uniforme equivalente de una serie de pagos que aumenta o disminuye por una cantidad aritmética constante en periodos de pago consecutivos. Con frecuencia, los flujos de efectivo cambian por un *porcentaje constante* en periodos de pago consecutivos, por ejemplo, **5%** anual. Este tipo de flujo de efectivo, llamado una *serie geométrica o escalonada,* se muestra en forma general en la figura **2.9,** donde D representa la cantidad en dólares en el año 1 y E representa la tasa de crecimiento geométrico en forma decimal. La ecuación para calcular el valor presente P_E de una serie escalonada se encuentra al calcular el valor presente de los flujos de efectivo en la figura **2.9** utilizando el factor $P/F, 1/(1 + i)^n$.

$$P_E = \frac{D}{(1+i)^1} + \frac{D(1+E)}{(1+i)^2} + \frac{D(1+E)^2}{(1+i)^3} + \cdots + \frac{D(1+E)^{n-1}}{(1+i)^n}$$

$$= D\left[\frac{1}{1+i} + \frac{1+E}{(1+i)^2} + \frac{(1+E)^2}{(1+i)^3} + \cdots + \frac{(1+E)^{n-1}}{(1+i)^n}\right] \qquad [2.16]$$

Se multiplican ambos lados por $(1 + E)/(1 + i)$, se resta la ecuación [2.16] del resultado, se factoriza P_E, y se obtiene:

$$P_E\left(\frac{1+E}{1+i} - 1\right) = D\left[\frac{(1+E)^n}{(1+i)^{n+1}} - \frac{1}{1+i}\right] \qquad [2.17]$$

Se resuelve para P_E *y* se simplifica para obtener:

$$P_E = \frac{D\left[\frac{(1+E)^n}{(1+i)^n} - 1\right]}{E - i} \qquad E \neq i \qquad [2.18]$$

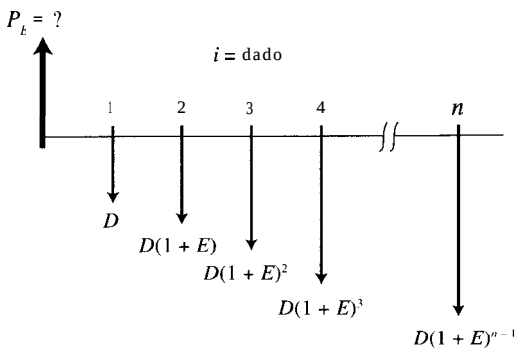


Figura 2.9 Diagrama de flujo de efectivo paro un gradiente geométrico y su valor presente P_E

donde P_E es el valor presente de una serie escalonada que empieza en el año 1 en D dólares. Para la condición $E = i$, la ecuación [2.18] se convierte en*

$$P_E = D\frac{n}{1 + E} \qquad E = i \tag{2.19}$$

El valor presente equivalente P_E ocurre en el año anterior al flujo de efectivo D, como se muestra en la figura 2.9. Observe que P_E es para la cantidad *total de la serie geométrica,* no solamente la cantidad G aplicable cuando se utiliza el factor *P/G* para gradientes aritméticos.

Problema 2.8

2.7 INTERPOLACIÓN EN TABLAS DE INTERÉS

Algunas veces es necesario localizar el valor de un factor para una tasa de interés i o número de periodos n que no está contemplado en las tablas de interés. Cuando esto ocurre, el valor del factor deseado puede obtenerse en una de dos formas: (1) utilizando las fórmulas derivadas en las secciones 2.1 a 2.3 y 2.5 (y resumidas en el interior de la portada) o (2) interpolando entre los valores tabulados. En general, es más fácil y más rápido utilizar las fórmulas de una calculadora u hoja de cálculo que ya las tiene preprogramadas. Además, el valor obtenido a través de la interpolación no es con exactitud el valor correcto, puesto que se está interpretando linealmente ecuaciones no lineales. Sin embargo, la interpolación es aceptable y se considera suficiente en la mayoría de los casos siempre y cuando que los valores de i o n no estén muy distantes entre sí.

El primer paso en la interpolación lineal es establecer los factores conocidos (valores 1 y 2) y desconocidos, como se muestra en la tabla 2.5. Se escribe entonces una ecuación de razones y se resuelve para c, de la siguiente manera:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \qquad \text{o} \qquad c = \frac{a}{b}d \tag{2.20}$$

donde a, b, c y d representan las diferencias entre los números que se muestran en las tablas de interés. El valor de c de la ecuación [2.20] se suma o se resta del valor 1, dependiendo de si el valor del factor está aumentando o disminuyendo, respectivamente. Los siguientes ejemplos ilustran el procedimiento recién descrito.

* Utilice la regla de L'Hospital para modificar la ecuación [2.18].

$$\frac{dP_E}{dE} = \frac{D[n(1 + E)^{n-1}]}{(1 + i)^n}$$

Sustituya $E = i$ para obtener la ecuación [2.19]. Los cálculos del flujo efectivo que contienen series geométricas se analizan en la sección 2.10.

Tabla 2.5 Arreglo para la interpolación lineal

i o n	Factor
tabulado	valor 1
deseado	no *listado*
tabulad83	valor 2

Ejemplo 2.2

Determine el valor de *A/P* para una tasa de interés de 7.3% y *n* de 10 años, es decir, (*A/P*, 7.3%, 10).

Solución

Los valores del factor *A/P* para tasas de interés del 7 y 8% aparecen en las tablas 12 y 13, respectivamente. Se tiene la siguiente situación:

7%	0.14238	
7.3%	X	
8%	0.14903	

La variable desconocida X es el vaior deseado det factor. De acuerdo con la ecuación [2.20],

$$c = \left(\frac{7.3-7}{8-7}\right)(0.14903 - 0.14238)$$

$$= \frac{0.3}{1} 0.00665 = 0.00199$$

Dado que el valor del factor esta aumentando a medida que la tasa de interés se incrementa de 7 a 8%, ef valor de *c* debe ser agregado al valor del factor del 7%. Así,

$$X = 0.14238 + 0.00199 = 0.14437$$

Comentario

Es una buena práctica chequear la razonabilidad de la respuesta final verificando que X se encuentre *entre* 10s valores de los factores conocidos utilizados en la interpolación en las proporciones correctas aproximadamente. En este caso, puesto que 0.14437 es menor que 0.5 de la distancia entre 0.14238 y 0.14903, la respuesta parece razonable. En lugar de interpolar, en general es un procedimiento más simple utilizar la fórmula para calcular el valor del factor directamente (y es más preciso). El valor correcto del factor es 0.144358.

Ejemplo 2.3

Halle el valor del factor (*P/F*, 4%, *48*).

Solución

De. acuerdo con la tabla 9 de factores de interés para un interés del 4%, los valores del factor *P/F* para 45 y 50 años pueden encontrarse de la siguiente manera:

Según la ecuación [2.20]

$$c = \frac{a}{b} d = \frac{48 - 45}{50 - 45}(001712 - 0.1407) = 0.0183$$

Dado que el valor del factor disminuye a medida que *n* aumenta, *c* se resta del valor del factor para $n = 45$.

$$X = 0.1712 - 0.0183 = 0.1529$$

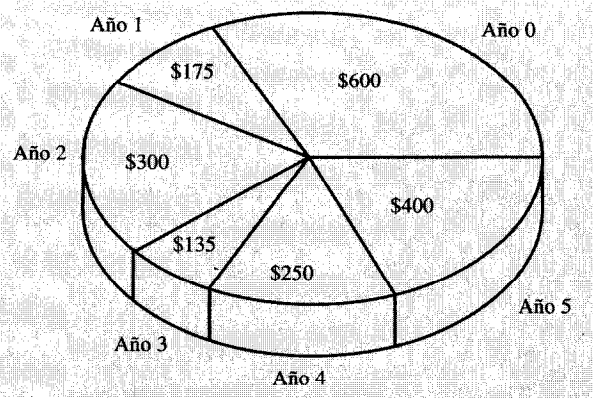
Ejemplo adicional 2.15
Problemas 2.9 y 2.10

2.8 CÁLCULOS DE VALOR PRESENTE, FUTURO Y ANUAL UNIFORME EQUIVALENTE

El primer paso, y probablemente el más importante para resolver los problemas de ingeniería económica, es la construcción de un diagrama de flujo de efectivo. Además de ilustrar en forma más clara la situación del problema, el diagrama de flujo de efectivo ayuda a determinar cuáles fórmulas deben ser utilizadas y si tales flujos en la forma presentada permiten la aplicación directa de las fórmulas obtenidas en las secciones anteriores. Obviamente, las fórmulas pueden ser utilizadas sólo cuando el flujo de efectivo del problema se corresponde con exactitud con el diagrama de flujo de efectivo para las fórmulas. Por ejemplo, si los pagos o los recibos ocurrieran *cada* dos *años* en lugar de cada año los factores de serie uniforme no podrían ser utilizados. Es muy importante, por consiguiente, recordar las condiciones para la aplicación de las fórmulas. El uso correcto de las fórmulas para encontrar *P, Fo A* se ilustra en los ejemplos 2.4 a 2.8. Las ecuaciones se muestran en la tabla 2.2 y en el interior de la portada de este libro. Vea los ejemplos adicionales para los casos en los cuales algunas de estas fórmulas no pueden ser aplicadas.

Ejemplo 2.4

Un contratista de baldosas independiente realizó una auditoría de algunos registros viejos y encontró que el costo de los suministros de oficina variaban, como se muestra en la gráfica siguiente. Si el



contratista deseaba conocer el valor equivalente en el año 10 de las tres sumas más grandes solamente, ¿cuál era ese total a una tasa de interés del 5%

Solución

El primer paso es trazar el diagrama de flujo de efectivo desde la perspectiva del contratista. La figura 2.10 indica que debe calcularse un valor F. Puesto que cada valor es diferente y no tiene lugar cada año, el valor futuro F puede determinarse sumando los costos unitarios individuales equivalentes en el año 10. Por tanto,

$$\begin{aligned} F &= 600(F/P,5\%,10) + 300(F/P,5\%,8) + 400(F/P,5\%,5) \\ &= 600(1.6289) + 300(1.4775) + 400(1.2763) \\ &= \$1931.11 \end{aligned}$$

Comentario

El problema también podría resolverse encontrando el valor presente en el año 0 de los costos de $300 y $400 mediante los factores P/F y luego encontrando el valor futuro del total en el año 10.

$$\begin{aligned} P &= 600 + 300(P/F,5\%,2) + 400(P/F,5\%,5) \\ &= 600 + 300(0.9070) + 400(0.7835) \\ &= \$1185.50 \end{aligned}$$

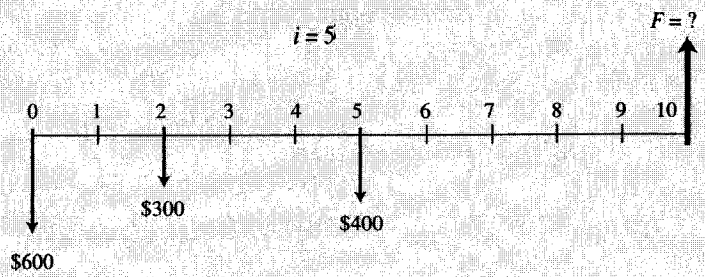


Figura 2.10 Diagrama para el valor futuro en el año 10, ejemplo 2.4.

$$F = 1185.50(F/P,5\%,10)$$
$$= 1185.50(1.6289)$$
$$= \$1931.06$$

Es obvio que el problema podría trabajarse de diversas formas, ya que cualquier año podría utilizarse para hallar el equivalente total de los costos antes de encontrar el valor futuro en el año 10. Como ejercicio, se debería trabajar el problema utilizando el año 5 para el total equivalente y luego determinar ta cantidad final en el año 10. Todas las respuestas deben ser iguales. Las diferencias menores en valor que haya en este y en todos los cálculos futuros de este tipo se deben a errores de aproximación y al diverso número de dígitos significativos utilizados en el factor y en las cantidades en dólares para llegar a la respuesta final.

Ejemplo 2.5

¿Cuánto diera tendría un hombre en su cuenta de inversión después de 8 años si deposito $1000 anualmente durante 8 años al 14% anual empezando un año a partir de hoy.

Solución

El diagrama de flujo de efectivo se muestra en la figura 2.11. Dado que los pagos empiezan al final del año 1 y terminan en el año en que et valor futuro es deseado, puede utilizarse la fórmula *F/A*. Por tanto,

$$F = 1000(F/A, 14\%,8) = 1000(13.2328) = \$13232.80$$

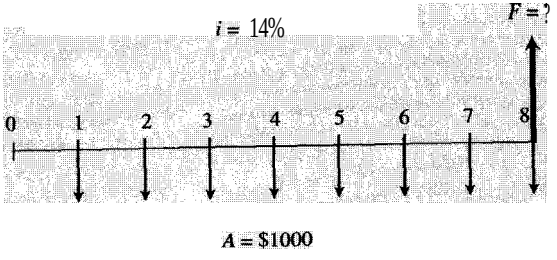


Figura 2.11 Diagrama para encontrar *F* para una serie uniforme, ejemplo 2.5.

Ejemplo 2.6

¿Cuánto dinero estaría una persona dispuesta a gastar ahora con el fin de: evitar el gasto de $500 dentro de siete años a partir de hoy si la tasa de interés es del 18% anual?

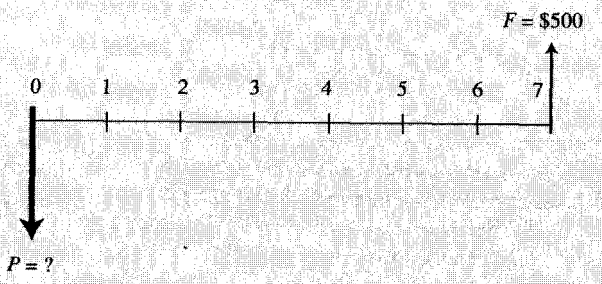


Figura 2.12 Diagrama para el ejemplo 2.6.

Solución

El diagrama de flujo de efectivo, que aparece en la figura 2.12, permite el uso del factor *P/F* directamente. *F* está dado y *P* debe ser calculado.

$$P = \$500(P/F,18\%,7) = 500(0.3139) = \$156.95$$

Comentario

El mismo problema puede ser expresado en otras formas. ¿Cuál es el valor presente de $500 dentro de siete años a partir de hoy si la tasa de interés es del 18% anual? ¿Cuál cantidad presente sería equivalente a $500 dentro de siete años si la tasa de interés es del 18% anual? ¿Cuál inversión inicial es equivalente a gastar $500 dentro de siete años a una tasa de interés del 18% anual? En cada caso, *F* está dado y *P* debe ser calculado. Aunque hay muchas formas para expresar el mismo problema, el diagrama de flujo de efectivo es el mismo en cada caso.

Ejemplo 2.7

¿Cuánto dinero estaría una persona dispuesta apagar ahora por una inversión cuyo retorno garantizado será de $600 anual durante 9 años empezando el año próximo, a una tasa de interés del 16%. anual?

Solución

El diagrama de flujo de efectivo se muestra en la figura 2.13. Dado que el diagrama de flujo de efectivo corresponde a la fórmula de serie uniforme *P/A*, el problema puede resolverse directamente.

$$P = 600(P/A,16\%,9) = 600(4.6065) = \$2763.90$$

Comentario

Es necesario reconocer que los factores *P/F* pueden utilizarse para cada uno de los nueve recibos y los valores presentes resultantes pueden agregarse para obtener la respuesta correcta. Otra forma es hallar el valor futuro Fde los $600 pagos y luego encontrar el valor presente del valor *F*. Hay muchas formas de resolver un problema de ingeniería económica. En general sólo se presenta aquí el método más directo, pero es aconsejable trabajar los problemas al menos en otra forma para familiarizarse con el uso de las fórmulas.

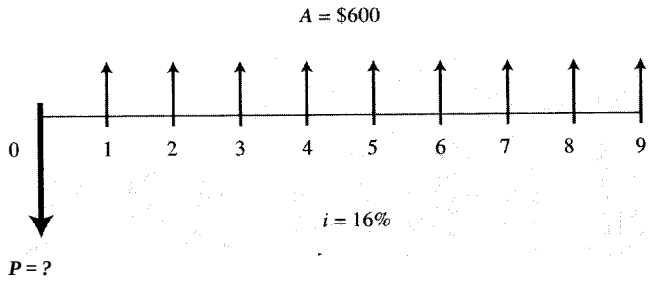


Figura 2.13 Diagrama para el ejemplo 2.7.

Ejemplo 2.8

¿Cuánto dinero debe depositar Caro1 cada año empezando dentro de 1 año al $5^1/_2$% anual con el fin de acumular $6000 dentro de siete años?

Solución

El diagrama de flujo de efectivo desde la perspectiva de Carol se muestra en la figura 2.14. Este diagrama corresponde a la fórmula *A/F* en la forma derivada.

$$A = \$6000(A/F, 5.5\%, 7) = 6000(0.12096) = \$725.76 \text{ anual}$$

Comentario

El valor del factor *A/F* de 0.12096 se calcula mediante la fórmula del factor en fa ecuación [2.8].

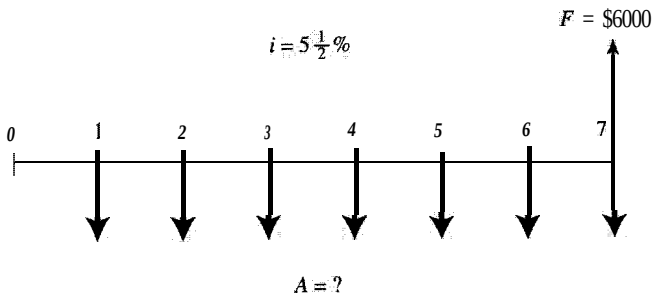


Figura 2.14 Diagrama para el ejemplo 2.8.

Ejemplo adicional 2.16
Problemas 2.11 a 2.29

2.9 VALOR PRESENTE Y VALOR ANUAL UNIFORME EQUIVALENTE DE LOS GRADIENTES UNIFORMES CONVENCIONALES

Cuando hay un flujo de efectivo de un gradiente uniforme convencional involucrado (figura 2.5), el gradiente empieza entre los años 1 y 2, coincidiendo el año 0 para el gradiente y el año 0 del diagrama de flujo de efectivo completo. En este caso, el valor presente P_G o valor anual uniforme equivalente A_G solamente del gradiente puede determinarse mediante la fórmula *P/G*, ecuación [2.14], o la fórmula *A/G*, ecuación [2.15], respectivamente. *(Véase* la portada interna del libro). El flujo de efectivo que forma la cantidad base del gradiente debe considerarse por separado. Por consiguiente, para situaciones de flujo de efectivo que contienen gradientes convencionales:

1. La cantidad básica es la cantidad *A* de la serie uniforme que empieza en el año 1 y se extiende al año *n*.
2. Para un gradiente creciente, debe sumarse la cantidad del gradiente a la cantidad de la serie uniforme.
3. Para un gradiente decreciente, debe restarse la cantidad del gradiente de la cantidad de la serie uniforme.

En consecuencia, las ecuaciones generales para calcular el valor presente total P_T de los gradientes convencionales son,

$$P_T = P_A + P_G \text{ y } P_T = P_A - P_G,$$

El cálculo del valor presente para un gradiente creciente se ilustra en el ejemplo 2.9.

Ejemplo 2.9

Una pareja piensa empezar a ahorrar dinero depositando $500 en su cuenta de ahorros, dentro de un año. Ellos estiman que los depósitos aumentarán en $100 cada año durante 9 años a partir de entonces. ¿Cuál sería el valor presente de las inversiones si la tasa de interés es de 5% anual?

Solución

El diagrama de flujo de efectivo desde la perspectiva de la pareja se muestra en la figura 2.15. Deben realizarse dos cálculos: el primero, para calcular el valor presente de la cantidad base P_A y, el segundo, para calcular el valor presente del gradiente P_G. Entonces, el valor total presente P_T es igual a P_G más P_A, puesto que P_A y P_G ocurren ambos en el año 0, lo cual se ilustra claramente en el diagrama de flujo de efectivo dividido en la figura 2.16. El valor presente es:

$$\begin{aligned} P_T &= P_A + P_G \\ &= 500(P/A,5\%,10) + 100(P/G,5\%,10) \\ &= 500(7.7217) + 100(31.652) \\ &= \$7026.05 \end{aligned}$$

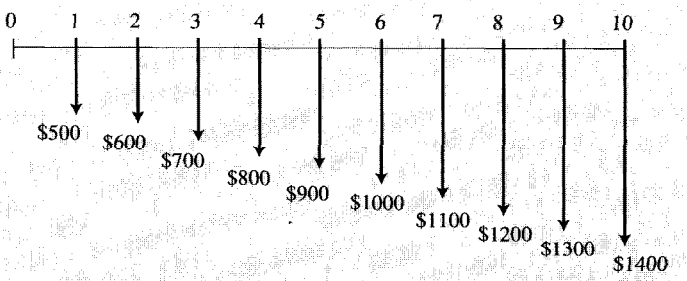


Figura 2.15 Flujo de efectivo, ejemplo 2.9.

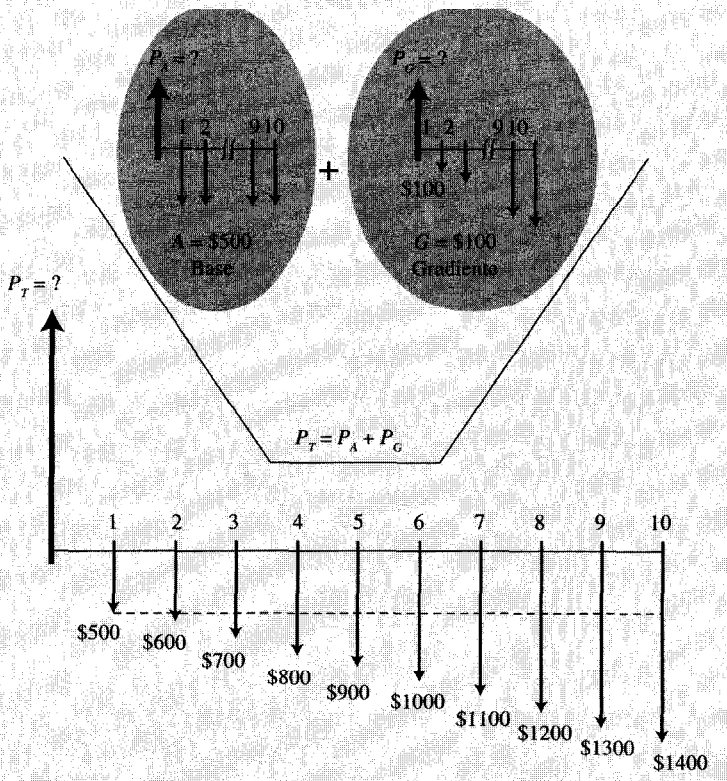


Figura 2.16 *Diagrama dividido para el ejemplo 2.9.*

Comentario

Es importante hacer énfasis de nuevo en que el factor *P/G* determina *solamente* el valor presente del *gradiente.* Cualquier otro flujo de efectivo involucrado debe ser considerado por separado.

Ejemplo 2.10

Trabaje de nuevo el ejemplo 2.9 resalviendo para la serie de valor anual uniforme equivalente.

Solución

Aquí, también es necesario considerar por separado el gradiente y los demás costos involucradas en el flujo de efectivo. Si se utilizan los flujos de efectivo de la figura 2.16, el valor anual total A_T es:

$$A_T = A_1 + A_G$$

donde A_1 es el valor anual equivalente de la suma base $500 y A_G es el valor anual equivalente del gradiente.

$$A_T = 500 + 100(A/G,5\%,10) = 500 + 100(4.0991)$$
$$= \$909.91 \text{ anualmente durante los años 1 al 10}$$

Comentario

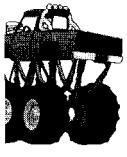
Con frecuencia es útil recordar que si el valor presente ya ha sido calculado (como en el ejemplo 2.9), éste puede ser multiplicado simplemente por el factor apropiado A/P para obtener A. Aquí,

$$A_T = P_T(A/P,5\%,10) = 7026.05(0.12950)$$
$$= \$909.87$$

Problemas 2.30 a 2.38

2.10 CÁLCULOS QUE INVOLUCRAN SERIES GEOMÉTRICAS

Como se analizó en la sección 2.6, el valor presente P_E de una serie geométrica (cantidad base y gradiente geométrico) está determinado por las ecuaciones [2.18] o [2.19]. El valor anual uniforme equivalente o el valor futuro de la serie puede ser calculado convirtiendo el valor presente utilizando el factor de interés apropiado, es decir, A/P o F/P, respectivamente. El uso de la ecuación [2.18] se ilustra en el ejemplo 2. ll.



Ejemplo 2.11

La incorporación de ruedas grandes a una camioneta cuesta $8000 y se espera que dure 6 años con un valor de salvamento de $1300. Se espera que el costa de mantenimiento sea $1700 el primer año, aumentando en ll % anualmente de ese momento en adelante. Determine el valor presente equivalente del costo de la modificación y del mantenimiento si la tasa de interés es del 8% anual. Al determinar P para este ejemplo, utilice signos menos para los flujos de efectivo negativos y signos más a fin de indicar un flujo de efectivo positivo para el valor de salvamento.

Solución

El diagrama de flujo de efectivo se muestra en la figura 2.17. Dado que $E \neq i$, la ecuación [2.18] se utiliza para calcular P_E. El P_T total es:

$$P_T = -8000 - P_E + (1300(P/F,8\%,6)$$

$$= -8000 - 1700\,\frac{[(1+0.11)^6/(1+0.08)^6] - 1}{0.11 - 0.08} + 1300(P/F,8\%,6) \qquad [2.21]$$

$$= -8000 - 1700(5.9559) + 819.26 = \$-17{,}305.85$$

Comentario

El valor anual uniforme equivalente de la camioneta puede determinarse multiplicando \$–17,305.85 por $(A/P, 8\%,6)$.

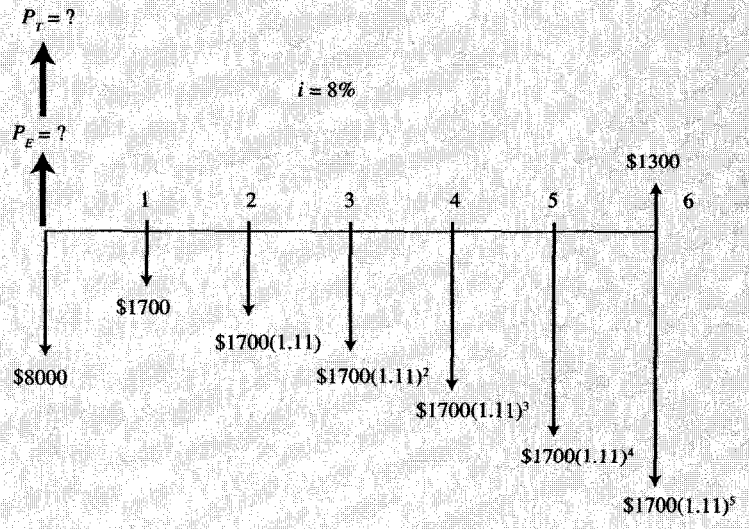


Figura 2.17 Diagrama de flujo de efectivo para el ejemplo 2.11.

Ejemplo 2.11 (Hoja de cálculo)

La incorporación de ruedas grandes a una camioneta cuesta \$8000 y se espera que dure 6 años con un valor de salvamento de \$1300. Se espera que el costo de mantenimiento sea \$1700 el primer año, aumentando en 11% anualmente a partir de ese momento, Utilice et análisis de hoja de cálculo para determinar el valor presente equivalente de los castos de la modificación y del mantenimiento si la tasa de interés es de 8% anual.

Solución

La figura 2.18 presenta una hoja de cálculo con el valor presente en la celda B8. La relación utilizada para calcular P_T = \$-17,306 se muestra a continuación en la hoja de cálculo de Excel en la reproducción de pantalla. Éste es equivalente a la ecuación [2.21] en el ejemplo 2. 11 anterior.

Comentario

El lector debe trabajar este ejemplo en su propio sistema de hoja de cálculo a fin de familiarizarse con su uso para problemas de ingeniería económica. También, debe tratar de hacer sus propias tareas utilizando lo más posible una hoja de cálculo.

Problemas 2.39 a 2.45

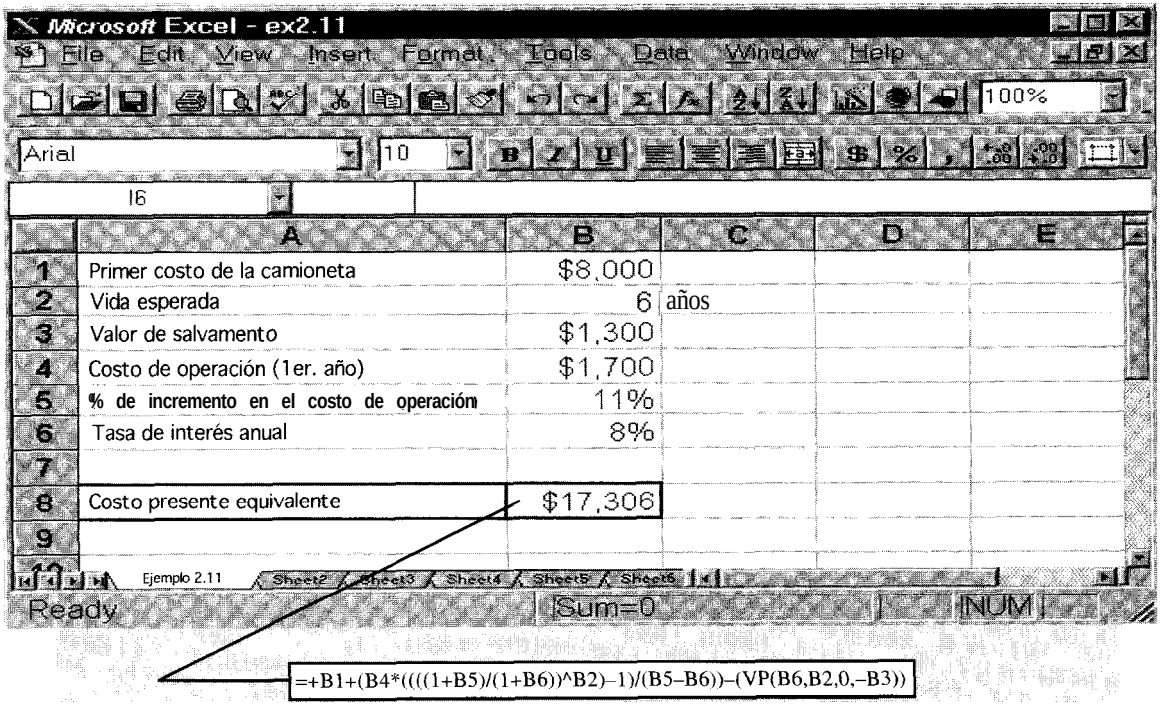


Figura 2.18 Solución de hoja de cálculo, ejemplo 2.11.

2.11 CÁLCULO DE TASAS DE INTERÉS DESCONOCIDAS

En algunos casos, se conoce la cantidad de dinero depositado y la cantidad de dinero recibida luego de un número especificado de años pero se desconoce la tasa de interés o tasa de retorno. Cuando hay involucrados un pago único y un recibo único, una serie uniforme de pagos o recibos, o un gradiente convencional uniforme de pagos o recibos, la tasa desconocida puede determinarse para i por una solución directa de la ecuación del valor del dinero en el tiempo. Sin embargo, cuando hay pagos no uniformes o muchos factores, el problema debe resolverse mediante un método de ensayo y error o numérico. En esta sección se consideran

problemas de flujo de efectivo, serie uniforme, pago único, o la serie gradiente convencional. Los problemas más complicados de ensayo y error se abordan en el capítulo 7, que estudia el análisis de tasas de retorno.

Las fórmulas de pago único pueden reordenarse con facilidad y expresarse en términos de ***i***, pero para las ecuaciones de serie uniforme y de gradientes, comúnmente es necesario ***resolver para el valor del factor*** y determinar la tasa de interés a partir de las tablas de factores de interés. Ambas situaciones se ilustran en los ejemplos siguientes.

Ejemplo 2.12

(a) Si Caro1 puede hacer una inversión de negocios que requiere un gasto de $3000 ahora con el fin de recibir $5000 dentro de cinco años, ¿cuál sería la tasa de retorno sobre la inversión?

(b) Si Carol puede recibir 7% anual de intereses de un certificado de depósito, ¿cuál inversión debe hacerse?

Solución

(a) El diagrama de flujo de efectivo se muestra en la figura 2.19. Dado que hay fórmulas de pago único involucradas en este problema, la ***i*** puede determinarse directamente de la fórmula:

$$P = F(P/F,i,n) = F\,\frac{1}{(1+i)}$$

$$3000 = 5000\,\frac{1}{(1+i)^5}$$

$$0.600 = \frac{1}{(1+i)^5}$$

$$i = \left(\frac{1}{0.6}\right)^{0.2} - 1 = 0.1076\ (10.76\%)$$

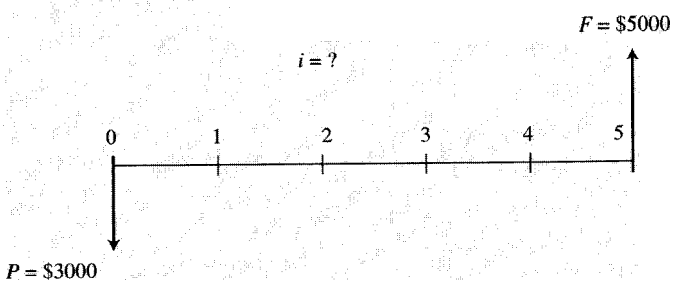


Figura 2.19 Diagrama utilizado para determinar *i*, ejemplo 2.12*a*.

Alternativamente, la tasa de interés puede encontrarse estableciendo las ecuaciones *P/F o F/P*, resolviendo para el valor del factor e interpolando. Al utilizar *P/F*,

$$P = F(P/F,i,n)$$
$$3000 = 5000(P/F,i,5)$$
$$(P/F,i,5) = 3000/5000$$
$$= 0.6000$$

De acuerdo con las tablas de interés, un factor *P/F* de 0.6000 para $n = 5$ se encuentra entre 10 y 11%. Interpolando entre estos dos valores mediante la ecuación [2.20], se obtiene:

$$c = \frac{0.6209 - 0.6000}{0.6209 - 0.5935}(11 - 10)$$
$$= \frac{0.0209}{0.0274}(1)$$
$$= 0.7628$$

Por consiguiente, se debe agregar c al factor base del 10%.

$$i = 10 + 0.76 = 10.76\%$$

Es una buena práctica insertar el valor calculada nuevamente en la ecuación para verificar qué tan correcta está la respuesta. Por tanto,

$$c = 5000(P/F,10.76\%,5)$$
$$= 5000\frac{1}{(1 + 0.1076)^5}$$
$$= 5000(0.5999)$$
$$= 3000$$

(b Puesto que 10.76% es mayor que el 7% disponible en certificados de depósito, Caro1 debe hacer la inversión de negocíos.

Comentario

Comoquiera que la tasa de retorno más alta sería la recibida en la inversión del negocio es probable que Caro1 seleccione esta opción en lugar de los certificados de depósito. Sin embargo, no se especificó el grado de riesgo asociado con la inversión de negocios. Obviamente, la cantidad de riesgo asociada con una inversión particular es un parámetro importante y con frecuencia conduce a la selección de la inversión con la tasa de retorno más baja. A menos que se especifique lo contrario, los problemas en este texto asumirán igual riesgo para todas las alternativas.

Ejemplo 2.13

Unos padres desean ahorrar dinero para la educación de su hijo; compran entonces una póliza de seguros que producirá $10,000 dentro de quince años. Ellos deben pagar $500 por año durante 15 años empezando dentro de un año. ¿Cuál será la tasa de retorno sobre sus inversiones?

Solución

El diagrama de flujo de efectivo se muestra en la figura 2.20. Cualquiera de los factores, *A/F* o *F/A*, puede utilizarse. Si se utiliza *A/F*:

$$A = F(A/F,i,n)$$
$$500 = 10{,}000(A/F,i,15)$$
$$(A/F,i,15) = 0.0500$$

Según las tablas de interés bajo la columna *MF* para 15 años, el valor 0.0500 se encuentra entre 3 y 4%. Por interpolación, $i = 3.98\%$.

Comentario

Para confirmar, debe insertarse el valor $i = 3.98\%$ en la fórmula *MF* para determinar que se obtiene **0.0500.**

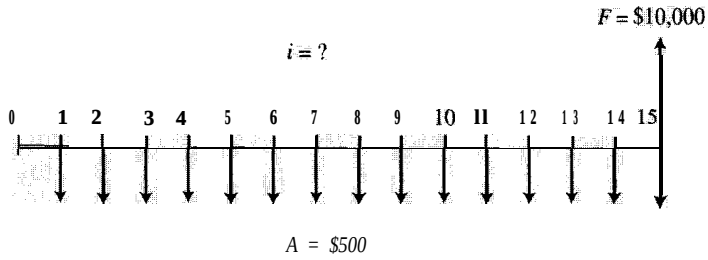


Figura 2.20 Diagrama para determinar la tasa de retorno, ejemplo 2.13.

Problemas 2.46 a 2.51

2.12 CÁLCULO DE AÑOS DESCONOCIDOS

En el análisis económico del punto de equilibrio, algunas veces es necesario determinar el número de años (periodos) requerido antes de que la inversión se pague. Otras veces se desea saber cuándo determinadas cantidades de dinero estarán disponibles a partir de una inversión propuesta. En estos casos, el valor desconocido es *n;* para encontrar esta variable pueden wtilizarse técnicas similares a aquellas de la sección anterior sobre tasas de interés desconocidas.

Algunos de estos problemas pueden resolverse directamente para *n* mediante una manipulación apropiada de las fórmulas de serie uniforme y de pago único. De manera alternativa, se puede resolver para el valor del factor e interpolar en las tablas de interés, como se ilustra a continuación.

Ejemplo 2.14

¿Cuánto tiempo tomará duplicar $1000 si la tasa de interés es del 5% anual?

Solución

El diagrama de flujo de efectivo se muestra en la figura 2.21. El valor n se puede determinar sea mediante el factor F/P o el factor P/F. Utilizando el factor P/F,

$$P = F(P/F,i,n)$$
$$1000 = 2000(P/F,5\%,n)$$
$$(P/F,5\%,n) = 0.500$$

Según la tabla de interés del 5%, el valor 0.500 bajo la columna P/F se encuentra entre 14 y 15 años. Por interpolación, n = 14.2 años.

Comentario

Los problemas de este tipo se complican más cuando se involucran dos o más pagos no uniformes. Se aconseja leer los ejemplos adicionales para una ilustración que utiliza el método de ensayo y error.

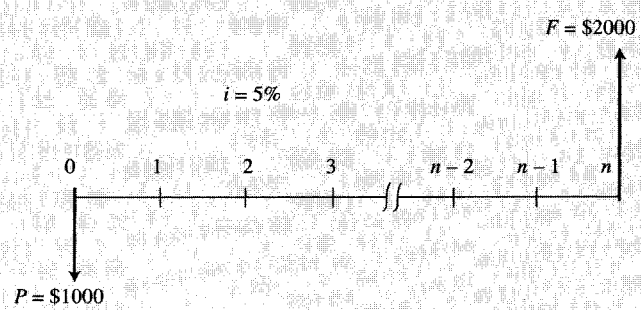


Figura 2.21 Diagrama para determinar un valor n, ejemplo 2.14.

Ejemplo adicional 2.17
Problemas 2.52 a 2.57

EJEMPLOS ADICIONALES

Ejemplo 2.15

FACTORES DE INTERÉS, SECCIÓN 2.7 La firma Waldorf Concession Stands, Inc. ha comprado un nuevo edificio. El valor presente de los costos de mantenimiento futuros debe ser calculado con un factor P/A. Si i = 13% anual y se espera que la vida sea 42 años, encuentre el valor correcto del factor.

Solución

La fórmula para el factor *P/A* es:

$$(P/A, 13\%, 42) = \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$$

$$= \frac{(1+0.13)^{42} - 1}{0.13(1+0.13)^{42}}$$

$$= \frac{168.549}{22.0412} = \mathbf{7.647}$$

El valor *P/A* también podría estar determinado por la interpolación en las tablas de interés. Sin embargo, puesto que no hay valores de la tabla aqui para $i = 13\%$ o $n = 42$, se requeriría una interpolación en dos sentidos. Obviamente es más fácil y preciso utilizar la fórmula de factores.

Ejemplo 2.16

CÁLCULO DE *P*, FY *A*, **SECCIÓN** 2.8 Explique por qué no pueden utilizarse factores de serie uniforme para calcular *P* o *F* directamente para cualquiera de los flujos de efectivo mostrados en la figura 2.22.

Solución

(a) El factor *P/A* no puede ser utilizado para calcular *P*, ya que el recibo de $100 anualmente no ocurre todos los años desde el año 1 hasta el año 5.

(b) Puesto que no hay $A = \$550$ en el año 5, no puede utilizarse el factor *F/A*. La relación $F = 550(F/A,i,4)$ formaría el valor futuro en el año 4, no en el año 5 como se deseaba.

(c) El primer valor $A = \$1000$ ocurre en el año 2. El uso de la relación $P = 1000(P/A,i,4)$ permitirá calcular *P* en el año 1, no en el año 0.

(d) Los valares de los recibos son desiguales; por tanto la relación $F = A(F/A,i,3)$ no *se* puede utilizar para calcular *F*.

Comentario

Algunas formas calculan *P* o *F* sin recurrir solamente a los factores *P/F y F/P; estos* métodos se analizan en el capítulo 4.

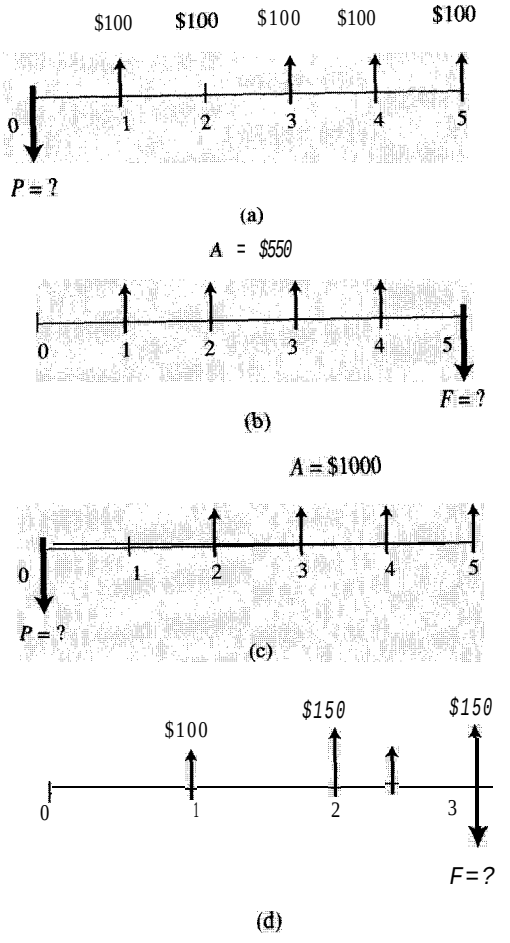


Figura 2.22 Diagramas de flujo de efectivo, ejemplo 2.16.

Ejemplo 2.17

VALOR n DESCONOCIDO, SECCIÓN 2.12 Si Jeremías deposita $2000 ahora, $500 dentro de tres años y $1000 dentro de cinco años, ¿dentro de cuántos años su inversión total ascenderá a $10,000 si la tasa de interés es 6% anual?

Solución

El diagrama de flujo de efectivo (figura 2.23) requiere que la siguiente ecuación sea correcta.

$$F = P_1(F/P,i,n) + P_2(F/P,i,n-3) + P_3(F/P,i,n-5)$$
$$10{,}000 = 2000(F/P,6\%,n) + 500(F/P,6\%,n-3) + 1000(F/P,6\%,n-5)$$

Es necesario seleccionar diversos valores de n y resolver la ecuación. La interpolación para n será necesaria para obtener una igualdad exacta. El procedimiento mostrado en la tabla 2.6 indica que 20 años es mucho tiempo y 15 años es muy corto tiempo. Por consiguiente, se interpola entre 15 y 20 años.

$$c = \frac{10{,}000 - 7590.10}{(10{,}157.20 - 7590.10)}(20 - 15) = 4.69$$

$$n = 15 + c = 19.69 \approx 20 \text{ años}$$

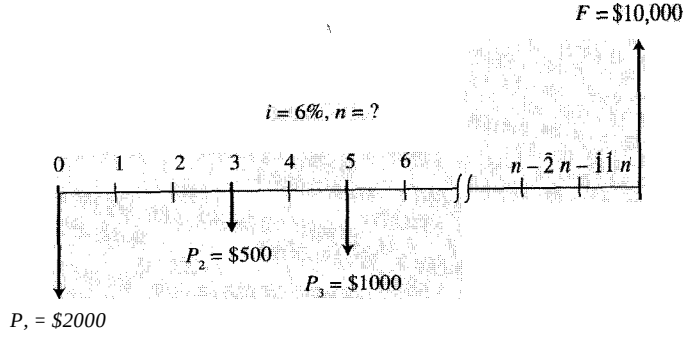


Figura 2.23 Diagrama para determinar n para una serie no uniforme, ejemplo 2.17.

Comentario

Dado que el interés aumenta en forma compuesta al final de cada año, el dinero no podría realmente ser retirado hasta el año 20, tiempo en el cual la cantidad acumulada sería $10,157.20.

Tabla 2.6 Solución de ensayo y error para n, ejemplo 2.17

n	$2{,}000 \times (F/P,6\%,n)$	$500 \times (F/P,6\%,n-3)$	$1{,}000 \times (F/P,6\%,n-5)$	F	Observación
15	4,793.20	1,006.10	1,790.80	7,590.10	Muy pequeño
20	6,414.20	1,346.40	2,396.60	10,157.20	Muy grande

RESUMEN DEL CAPÍTULO

En este capítulo se introdujeron fórmulas que permiten al lector hacer cálculos de equivalencia para flujos de efectivo, presentes, futuros, anuales y gradientes. La facilidad de utilizar estas fórmulas y la notación del factor estándar que los representa es fundamental para permitirle avanzar exitosamente a través de otros capítulos en este libro. Al utilizar estas fórmulas y/o las tablas generadas de la parte del factor de las mismas, es posible convertir flujos de efectivo únicos en flujos de efectivo, o gradientes uniformes en valores presentes y mucho más. Asimismo es posible resolver estas fórmulas para la tasa de retorno (i) o el tiempo (n). Al comprender la forma de manipularlas, el lector adquiere un conjunto de herramientas verdaderamente poderoso que le ayudará a negociar no sólo lo que resta de este libro, sino también muchas de las experiencias encontradas en la vida diaria.

PROBLEMAS

2.1 Construya los diagramas de flujo de efectivo y derive las fórmulas para los factores enumerados a continuación para cantidades de principio de año en lugar de la convención de final de año. El valor *P* debe tener lugar al mismo tiempo que para la convención de final de año.

1. *P/F* o factor FVPPU
2. *P/A* o factor FRC-SU
3. *F/A* o factor FCCSU

2.2 Encuentre el valor numérico correcto para los siguientes factores de las tablas de interés:

1. (*F/P*, 10%,28)
2. (*A/F*,1%,1)
3. (*A/P*,30%,22)
4. (*P/A*, 10%,25)
5. (*P/F*, 16%,35)

2.3 Construya un diagrama de flujo de efectivo para las siguientes transacciones.

Año, k	**0**	1	2	3-10
Depósito, $	**10,000**	200	400	$400 + 300(k - 3)$

2.4 Construya un diagrama de flujo de efectivo para las siguientes transacciones.

Año, k	**0**	1	2-8
Transacción	$-6000	1000	$2000 - 100(k - 2)$

2.5 Construya un diagrama de flujo de efectivo para las siguientes transacciones.

Año, k	**0**	1-4	5-7
Transacción	$-8000	1000	$800 - 100(k + 2)$

2.6 Encuentre el valor de (F/G, 10%, 10) mediante los factores F/A y A/G.

2.7 Encuentre el valor del factor para convertir un gradiente con n = 10 en un valor presente mediante una tasa de interés de 16% anual.

2.8 ¿Cuál es la diferencia entre *(a)* una serie geométrica y una serie escalonada, *(b)* un gradiente y una serie escalonada y *(c)* un gradiente y una serie geométrica?

2.9 Halle el valor numérico de los siguientes factores *(a)* mediante interpolación y *(b)* utilizando la fórmula apropiada:

1. (F/P, 16%, 23)
2. (P/A, 16.3%, 15)
3. (A/G, 12.7%, 20)
4. (A/F, 28%, 30)

2.10 Halle el valor numérico de los siguientes factores *(a)* mediante interpolación y *(b)* utilizando la fórmula apropiada:

1. (F/A, 2%, 92)
2. (P/F, 15%, 39)
3. (P/G, 16%, 21)
4. (A/G, 23%, 20)

2.11 ¿Cuál es es valor presente de un costo futuro de $7000 en el año 20 si la tasa de interés es 15% anual?

2.12 ¿Cuánto dinero podría una persona estar dispuesta a gastar ahora en lugar de gastar $40,000 dentro de cinco años si la tasa de interés es 12% anual?

2.13 Un anuncio en el periódico ofrece en venta un documento por pagar con segunda hipoteca para la venta. El documento por $25,000 se vence en 7 años a partir de ahora. Si una persona desea obtener una tasa de retorno de 20% en cualquier inversión que realice, ¿cuánto pagaría por el documento?

2.14 Una pareja de casados está planeando comprar un nuevo vehículo para un negocio de deportes dentro de cinco años. Ellos esperan que el vehículo cueste $32,000 en el momento de la compra. Si ellos desean que la cuota inicial sea la mitad del costo, ¿cuánto deben ahorrar cada año si pueden obtener 10% anual sobre sus ahorros?

2.15 Si la pareja en el problema anterior espera heredar algún dinero dentro de dos años, ¿cuánto dinero deben ellos tener para reservar una cantidad global en ese momento con el fin de asegurar su pago inicial? Suponga que i = 10% anual.

2.16 Si una persona compra una pieza de equipo que tiene un costo de $23,000, ¿qué cantidad de dinero tendrá que producir cada año para recuperar su inversión en 6 años si *(a)* obtiene el dinero en préstamo a una tasa de interés del 15% anual, o *(b)* paga el equipo con dinero que había ahorrado y que estaba ganando 10% anual de interés?

2.17 ¿Cuánto dinero tendría un empleado dentro de 12 años si toma su prima de Navidad de $2500 que recibe cada año y *(a)* la coloca debajo del colchón, *(b)* la coloca en una cuenta corriente que produce intereses al 3% anual, o *(c)* compra acciones en un fondo mutuo que produce el 16% anual?

2.18 ¿Cuánto dinero puede una persona obtener en préstamo ahora si promete rembolsarlo en 10 pagos de final de año de $3000, empezando dentro de un año, a una tasa de interés del 18% anual?

2.19 Para mantenerse al día con el número creciente de sus cuentas por cobrar, una persona está considerando la compra de un nuevo computador. Si toma el camino "barato", puede comprar un sistema básico ahora por $6000 y luego actualizar el sistema al final del año 1 por $2000 y nuevamente al final del año 3 por $2800. En forma alternativa, puede comprar hoy un sistema de primera clase que proporciona el mismo nivel de servicio que el sistema barato mejorado durante la misma longitud de tiempo. Si la persona puede invertir dinero al 20% anual, ¿cuánto podría gastar ahora por el sistema de primera clase?

2.20 ¿Cuál es el valor futuro en el año 25 de $3000 en $t = 0$, $7500 en $t = 4$ años y $5200 en $t = 12$ años si la tasa de interés es 15% anual?

2.21 ¿Cuánto dinero sería acumulado en el año 10 si se depositan $1000 en los años 0, 2, 4, 6, 8 y 10 a una tasa de interés del 12% anual?

2.22 ¿Cuánto dinero se debe depositar en el año 6 si se depositan $5000 ahora y se desea tener $12,000 al final del año 1 1? Supóngase que los depósitos ganan intereses del 6% anual.

2.23 ¿Cuánto dinero podría obtener en préstamo ahora una recién creada compañía de software si promete rembolsar el préstamo con tres pagos iguales de $7000 en los años 2, 6 y 10 si la tasa de interés sobre el préstamo es del 13% anual?

2.24 Si una persona obtiene en préstamo $11,000 ahora para comprar una moto de 250 CC, ¿cuánto tendrá que pagar al final del año 3 para cancelar el préstamo si hace un pago de $3000 al final del año 1? Supóngase que $i = 10\%$ anual.

2.25 Si una persona está pagando un préstamo de $10,000 efectuando pagos iguales al final de cada año durante 5 años, ¿cuánta reducción del principal obtendrá en *(a)* el segundo pago y *(b)* el último pago si la tasa de interés sobre el préstamo es 17% anual?

2.26 Una tienda de descuento de muebles está planeando una expansión que costará $250,000 dentro de tres años. Si la compañía planea reservar dinero al final de cada uno de los próximos 3 años, ¿cuánto debe reservar en el año 1 si cada uno de los siguientes dos depósitos será el doble que el primero? Supóngase que los depósitos ganarán intereses del 10% anual.

2.27 ¿Cuánto dinero habrá en una cuenta de jubilación si se invierten $9000 anualmente durante 35 años a una tasa de interés de $6\frac{1}{2}\%$ anual?

2.28 Debido a la buena calificación de crédito de una compañía, un distribuidor le permitirá comprar productos que cuestan hasta $15,000 sin cobro de interés siempre que la compañía rembolse el préstamo en el término de 2 años. Si ésta compra materiales por valor de $15,000 ahora y rembolsa la cantidad total en una cantidad global al tina1 del año 2, ¿cuál es la cantidad del descuento efectivo que se obtiene si la tasa de interés es $15\frac{1}{2}\%$ anual?

2.29 ¿Cuál tasa de interés compuesta es equivalente a una tasa de interés simple anual del 15% durante un periodo de 20 años?

2.30 Una secuencia de flujo de efectivo se inicia en el año 1 en $1000 y aumenta en $100 cada año hasta el año 7. Haga lo siguiente: *(a)* Trace el diagrama de flujo de efectivo, *(b)* determine la cantidad de flujo de efectivo en el año 7, *(c)* localice el valor presente del gradiente en el diagrama, *(d)* determine el valor de n para el gradiente.

2.31 Una compañía que fabrica autopartes tiene presupuestados $300,000 para adquirir cierto repuesto durante los próximos 5 años. Si la compañía espera gastar $50,000 en el año 1, ¿qué tanto incremento anual espera la compañía en el costo de este repuesto? Suponga que los $300,000 están depositados en una cuenta que produce 12% de interés anual.

2.32 Para el flujo de efectivo que se muestra a continuación, calcule *(a)* el valor anual uniforme equivalente en los años 1 hasta el 4 y *(b)* el valor presente en el año 0. Suponga que i = 14% anual.

Año	1	2	3	4
Flujo de efectivo	**$4000**	3200	2400	1600

2.33 Para una secuencia de flujo de efectivo descrita por (500 + 30k), donde k está expresada en años, *(a)* trace el diagrama de flujo de efectivo para los años 1 hasta el 9, *(b)* determine el valor de G, *(c)* determine la cantidad de flujo de efectivo en el año 5, *(d)* determine el valor presente del flujo de efectivo en los años 1-14 si i = 12% anual.

2.34 La factura de servicios en un pequeño centro de reciclaje de papel ha estado aumentando en $428 anual. Si el costo de los servicios en el año 1 fue $3000, ¿cuál es el valor anual uniforme equivalente hasta el año 8 si la tasa de interés es 15% anual?

2.35 Los ingresos de ciertos derechos minerales han seguido gradientes en descenso durante los últimos 4 años. El primer recibo fue $10,500 y el segundo fue $9800. *(a)* ¿En cuántos años a partir de ahora llegará a cero la corriente de ingresos? *(b)* ¿Cuál es el valor futuro (en el último año en que se recibe el dinero) de la serie restante de recibos a una tasa de interés del ll % anual?

2.36 Para el flujo de efectivo que se muestra a continuación, determine el valor de G que hará que el valor anual equivalente sea igual a $800 a una tasa de interés del 20% anual.

Año	0	1	2	3	4
Flujo de efectivo	**0**	$200	200 + G	200 + 2G	200 + 3G

2.37 Halle el valor de G para el flujo de efectivo en el problema 2.36 si el valor futuro (año 4) del flujo de efectivo es $3000 a una tasa de interés del 18% anual.

2.38 Una compañía de drogas importante anticipa que en años futuros podría estar involucrada en una litigación relacionada con los efectos laterales percibidos de una de sus drogas antidepresivas. Con el fin de preparar un fondo destinado para este fin

la compañía desea tener $20 millones disponibles dentro de 5 años. La compañía espera reservar $5 millones el primer año y cantidades uniformemente crecientes en cada uno de los cuatro años siguientes. Si la compañía puede ganar ll % anualmente en el dinero que reserva, ¿en cuánto debe aumentar dicho valor cada año para alcanzar su meta de $20 millones al final de 5 años?

2.39 Suponga que a una persona se le dijo que preparara una tabla de valores de factor (como los de la portada de este libro) para calcular el valor presente de una serie geométrica. Determine los primeros tres valores (es decir, para $n = 1$, 2 y 3) para una tasa de interés del 10% anual y una tasa escalonada del 6% anual.

2.40 Calcule el valor presente de una serie geométrica de pagos en donde la cantidad en el año 1 es 500 y cada cantidad siguiente aumenta en 10% anual. Utilice una tasa de interés del 15% anual y un periodo de tiempo de 7 años.

2.41 El valor presente de una serie geométrica de flujos de efectivo resultó ser $65,000. Si la serie se extendía a 15 años y la tasa de interés fue 18% anual, ¿cuál fue la tasa escalonada si el flujo de efectivo en el año 1 fue $6000?

2.42 Con miras a tener dinero disponible para remplazar su vehículo familiar, una pareja planea tener $38,000 disponibles en 6 años invirtiendo en un fondo mutuo global. Si ellos planean aumentar sus ahorros en 7% cada año, ¿cuánto deben invertir en el año 1 si esperan ganar 14% anual sobre su inversión?

2.43 Halle el valor presente de una serie de flujos de efectivo que empieza en $800 en el año 1 y aumenta en 10% anual durante 20 años. Suponga que la tasa de interés es de 10% anual.

2.44 Suponga que una persona desea empezar a ahorrar dinero para el futuro. Si invierte $1000 al final del año 1 y aumenta sus ahorros en 8% cada año, ¿cuánto tendrá en su cuenta dentro de 10 años si ésta gana intereses a una tasa del 8% anual?

2.45 Una compañía está planeando hacer depósitos de tal manera que cada uno es 6% más grande que el anterior. ¿Qué tan grande debe ser el segundo depósito (al final del año 2) si los depósitos se extienden hasta el año 15 y el cuarto depósito es $1250? Utilice una tasa de interés del 10% anual.

2.46 Si una persona invierte $5000 ahora en una franquicia que le promete que su inversión valdrá $10,000 en 3 años, ¿qué tasa de retorno obtendrá?

2.47 A un empresario le acaban sugerir la compra de acciones en la compañía GRQ. Cada acción es vendida a $25. Si compra 500 acciones y éstas aumentan a $30 por acción en 2 años, ¿qué tasa de retorno obtendrá en su inversión?

2.48 Cierta compañía paga una prima a cada ingeniero al final de cada año con base en las utilidades de la compañía para ese año. Si la compañía invirtió $2 millones para empezar, ¿qué tasa de retorno ha obtenido si la prima de cada ingeniero ha sido de $3000 anual durante los últimos 10 años? Suponga que la compañía tiene seis ingenieros y que el dinero pagado de las primas representa el 4% de las utilidades de la compañía.

2.49 Si una persona compró una casa hace 5 años a un costo de $80,000, ¿qué tasa de retorno obtuvo sobre su inversión si encontró que ahora puede vender la casa por $lOO,OOO? Suponga que los costos de cierre asociados con la venta ascenderán al 10% del precio de venta.

2.50 Pedro acaba de heredar $100,000 de su tío favorito, quien en testamento estipuló que cierto banco guardaría el dinero en depósito para su sobrino. El testamento estipulaba además que Pedro podría retirar $10,000 dentro de 1 año, $11,000 dentro de 2 años y sumas que aumentan en $1000 anualmente hasta que la cantidad original se agotara. Si la herencia tarda 18 años en llegar a cero, ¿qué tasa de interés fue el dinero ganado mientras estaba en depósito?

2.51 Una pequeña compañía desea empezar a ahorrar dinero, de manera que en 3 años habrá ahorrado para comprar un nuevo sistema de computadores que cuesta $12,000. Si la compañía deposita $3000 al final del año 1 y luego aumenta su depósito en 15% cada año, ¿qué tasa de retorno se requerirá sobre la inversión de modo que la compañía pueda comprar el computador en el plazo fijado?

2.52 ¿Cuánto tarda multiplicar por cinco un monto inicial de dinero a una tasa de interés del 17% anual?

2.53 ¿Cuánto tardará un prestatario en rembolsar un préstamo de $30,000 si paga $2000 anualmente y la tasa de interés es *(a)* 0%, *(b)* 5% anual, *(c)* 18% anual?

2.54 Si un empleado gana una pequeña lotería por $50,000, ¿durante cuánto tiempo podrá retirar $10,000 anuales si puede ganar 12% anual sobre sus inversiones?

2.55 Si un empleado desea tener $10,000 disponibles para unas vacaciones en Australia, ¿cuándo será capaz de ir si deposita $1000 anuales en una cuenta que gana intereses anuales del 8%?

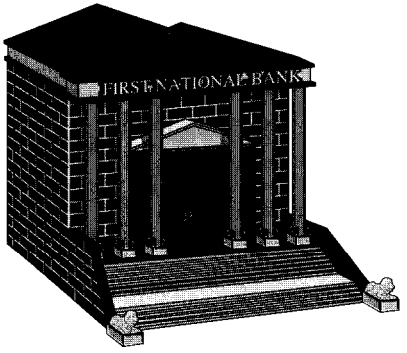
2.56, Un fondo de pensiones creado hace algún tiempo tiene ahora $600,000. Si el primer depósito fue $50,000 y cada depósito posterior se redujo en $4000, ¿hace cuánto tiempo fue abierto el fondo si éste ganó 11% de interés anual?

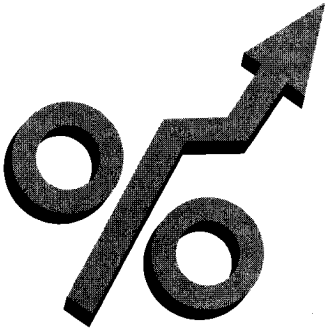
2.57 ¿Cuánto tiempo tardará un fondo de ahorros en acumular una cantidad de $15,000 si se depositan $1000 al final del año 1 y la cantidad del depósito aumenta en 10% cada año? Suponga que la tasa de interés es 10% anual.

capítulo

3

Tasas de interés nominales y efectivas y capitalización continua

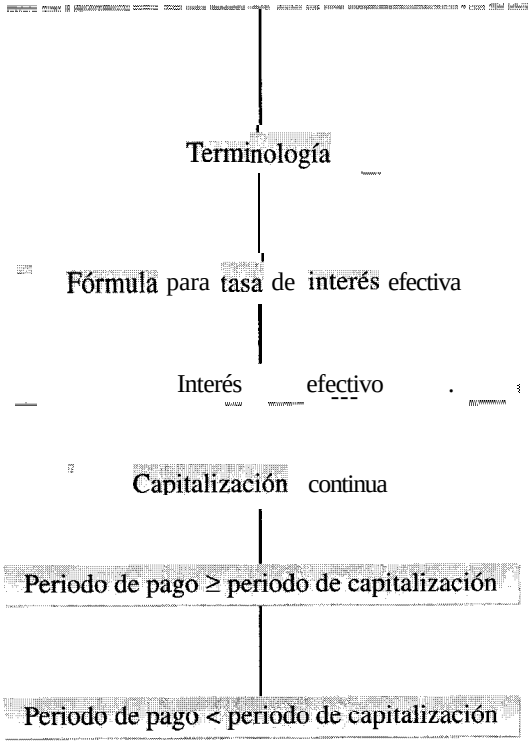




Este capítulo enseña al lector a hacer cálculos de ingeniería económica utilizando periodos y frecuencias de capitalización diferentes a 1 año. El material de este capítulo le ayuda a manejar asuntos financieros personales que, con frecuencia, comprenden periodos de tiempo mensuales, diarios o continuos.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Propósito: Entender la forma de hacer cálculos económicos para intereses y periodos de pago diferentes a un año.



Este capítulo ayudará al lector a:

1. Definir el periodo de capitalización, la tasa de interés nominal, tasa de interés efectiva y el periodo de pago.
2. Entender la fórmula para calcular las tasas de interés efectivas.
3. Calcular la tasa de interés efectiva y encontrar cualquier factor para esta tasa.
4. Obtener y utilizar la fórmula de capitalización continua.
5. Hacer cálculos de equivalencia para periodos de pago iguales al periodo de capitalización o más largos que éste.
6. Hacer cálculos de equivalencia para periodos de pago más cortos que el periodo de capitalización.

3.1 TASAS NOMINALES Y EFECTIVAS

En el capítulo 1 se introdujeron los conceptos de tasas de interés simple y compuesto. Las diferencias básicas entre las dos es que el interés compuesto incluye el interés sobre el interés ganado durante el periodo anterior mientras que el interés simple no lo hace. En esencia, las tasas de interés nominales y efectivas tienen la misma relación que entre sí guardan el interés simple y el compuesto. La diferencia es que las tasas de interés efectivas se utilizan cuando el periodo de capitalización (o periodo de interés) es menor de un año. Por tanto, cuando una tasa de interés se expresa en periodos de tiempo menores a un año, por ejemplo el 1% mensual, deben considerarse los términos de las tasas de interés nominales y efectivas.

El diccionario define la palabra *nominal* como "pretendida, llamada, ostensible o profesada". Estos sinónimos implican que una tasa de interés nominal no es una tasa correcta, real, genuina o efectiva. Como se analiza más adelante, las tasas de interés nominales deben convertirse en tasas efectivas con el fin de reflejar, en forma precisa, consideraciones del valor del tiempo. Antes de analizar las tasas efectivas, sin embargo, es preciso definir la tasa de interés nominal, r, como la tasa de interés del periodo por el número de periodos. En forma de ecuación,

$$r = \text{tasa de interés del periodo} \times \text{número de periodos}$$

Puede encontrarse una tasa de interés nominal para cualquier periodo de tiempo mayor que el periodo originalmente establecido. Por ejemplo, una tasa de interés de un periodo que aparece como 1.5% mensual también puede expresarse como un 4.5% nominal por trimestre (es decir, 1.5% mensual x 3 meses); 9.0% por periodo semestral, 18% anual o 36% por 2 años, etc. La tasa de interés nominal obviamente ignora el valor del dinero en el tiempo y la frecuencia con la cual se capitaliza el interés. Cuando se considera el valor del dinero en el tiempo al calcular las tasas de interés a partir de las tasas de interés del periodo, la tasa se denomina tasa de interés efectiva. De igual manera que fue válido para las tasas de interés nominales, las tasas efectivas pueden determinarse para cualquier periodo de tiempo mayor que el periodo establecido originalmente como se muestra en las próximas dos secciones de este capítulo. Es importante reconocer que todas las fórmulas derivadas en el capítulo 2 estuvieron basadas en interés compuesto y, por consiguiente, en las ecuaciones sólo pueden ser utilizadas las tasas de interés efectivas.

Para que el análisis de las tasas de interés nominales y efectivas sea completo, es preciso hacer un comentario sobre las diversas formas en las cuales pueden expresarse las tasas de interés. Tres formas generales existen para expresar las tasas de interés como lo indican los tres grupos de expresiones en la tabla 3.1, los cuales muestran en la parte superior de la tabla que es posible determinar una tasa de interés sobre algún periodo de tiempo designado sin especificar el periodo de capitalización. Se supone que esas tasas de interés son tasas efectivas y que el *periodo de capitalización* (PC) es el mismo que la tasa de interés especificada.

Para las expresiones de interés presentadas en la mitad de la tabla 3.1, prevalecen tres condiciones: (1) se identifica el periodo de capitalización, (2) este periodo de capitalización

Tabla 3.1 Diversas tasas de interés y sus interpretaciones

(1) Tasas de interés	(2) Interpretación	(3) Comentario
i = 12% anual i = 1% mensual i = 3½% trimestral	i = 12% efectivo anual, compuesto anualmente i = 1% efectivo mensual, compuesto mensualmente i = 3½% efectivo trimestral, compuesto trimestralmente	Cuando no se especifica un periodo de capitalización, la tasa de interés es una tasa efectiva, suponiendo que el periodo de capitalización es igual al periodo de tiempo especificado.
i = 8% anual, compuesto mensualmente i = 4% trimestral, compuesto mensualmente i = 14% anual, compuesto semestralmente	i = 8% nominal anual, compuesto mensualmente i = 4% nominal trimestral, compuesto mensualmente i = 14% nominal anual. compuesto semestralmente	Cuando se especifica el periodo de capitalización sin determinar si la tasa de interés es nominal 0 efectiva, se supone que ésta es nominal. El periodo de capitalización 2s como el expresado.
i = 10% efectivo anual, compuesto mensualmente i = 6% efectivo trimestral i = 1% efectivo mensual, compuesto diariamente	i = 10% efectivo anual, compuesto mensualmente i = 6% efectivo trimestral, compuesto trimestralmente i = 1% efectivo mensual, compuesto diariamente	Si la tasa de interés se expresa como una tasa efectiva, entonces es una tasa efectiva. Si el periodo de capitalización no está dado, se supone que este periodo de capitalización coincide con el periodo establecido.

es más corto que el periodo de tiempo en el cual está expresado el interés, y (3) no se designa la tasa de interés como nominal o efectiva. En estos casos, se supone que la tasa de interés es nominal y que el periodo de capitalización es igual al expresado. (En la siguiente sección se mostrará la forma de obtener tasas de interés efectivas a partir de éstas).

Para el tercer grupo de expresiones de tasa de interés en la tabla 3.1, la palabra efectivo sigue a la tasa de interés especificada y también se da el periodo de capitalización. Obviamente, estas tasas de interés son tasas efectivas durante los periodos de tiempo establecidos. De igual manera, los periodos de capitalización corresponden a los establecidos. En forma similar, si la palabra *nominal* hubiera precedido a cualquiera de las expresiones de interés, la tasa de interés sería una tasa nominal.

Para que el lector comprenda el resto del material de este capítulo, y ciertamente el resto del libro, no se exagera la importancia que tienen el reconocer si una tasa de interés dada es nominal o efectiva. La tabla 3.2 contiene un listado de diversas expresiones de interés (columna 1) junto con sus interpretaciones (columnas 2 y 3).

Tabla 3.2 Diversas tasas de interés y sus interpretaciones

(1) Expresiones de interés	(2) Interés nominal o efectivo	(3) Periodo de capitalización
15% anual, compuesto mensualmente	Nominal	Mensual
15% anual	Efectivo	Anual
15% efectivo anual, compuesto mensualmente	Efectivo	Mensual
20% anual, compuesto trimestralmente	Nominal	Trimestral
2% nominal mensual, compuesto semanalmente	Nominal	Semanal
2% mensual	Efectivo	Mensual
2% mensual, compuesto mensualmente	Efectivo	Mensual
6% efectivo trimestral	Efectivo	Trimestral
2% efectivo mensual, compuesto diariamente	Efectivo	Diario
1% semanal, compuesto continuamente	Nominal	Continua
0.1% diario, compuesto continuamente	Nominal	Continua

Ahora que se ha introducido el concepto de tasa de interés nominal y efectiva, además de considerar el periodo de capitalización (que también se conoce como periodo de interés), será necesario también. tener en cuenta la frecuencia de los pagos o ingresos dentro del intervalo de tiempo del flujo de efectivo. Por simplicidad, la frecuencia de los pagos o ingresos se conoce como el periodo ***de pago*** (PP). Es importante distinguir entre el periodo de capitalización y el periodo de pago porque en muchos casos los dos no coinciden. Por ejemplo, si una compañía depositó dinero mensualmente en una cuenta que paga una tasa de interés nominal del 14% anual compuesto semestralmente, el periodo de pago sería 1 mes mientras que el periodo de capitalización sería 6 meses, como se muestra en la figura 3.1. En forma similar, si una persona deposita dinero cada año en una cuenta de ahorros que capitaliza el interés trimestralmente, el periodo de pago es de 1 año, mientras que el periodo de capitalización es de 3 meses. En lo sucesivo, para resolver los problemas que involucren bien sea series uniformes o cantidades de flujos de efectivo de gradiente uniforme, el primer paso será determinar la relación entre el periodo de capitalización y el periodo de pago (sección 3.5).

Problemas 3.1 y 3.2

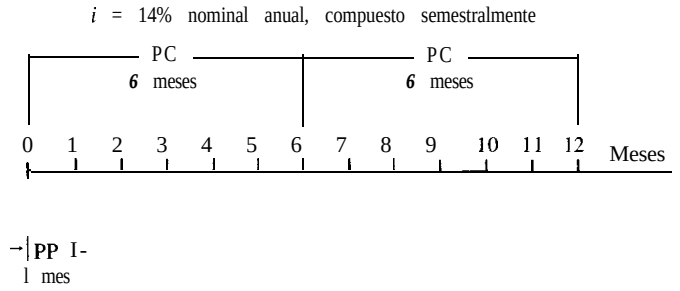


Figura 3.1 **Diagrama de flujo de efectivo para un periodo de pago (PP) mensual y un periodo de capitalización semestral (PC).**

3.2 FORMULACIÓN DE LA TASA DE INTERÉS EFECTIVA

Para ilustrar la diferencia entre tasas de interés nominales y efectivas, se determina el valor futuro de $100 dentro de 1 año utilizando ambas tasas. Si un banco paga el 12% de interés compuesto anualmente, el valor futuro de $100 utilizando una tasa de interés del 12% anual es:

$$F = P(1 + i)^n = 100(1.12)^1 = \$112.00 \qquad [3.1]$$

Por otra parte, si el banco paga un interés que es compuesto semestralmente, el valor futuro debe incluir el interés sobre el interés ganado durante el primer periodo. Una tasa de interés del 12% anual compuesto semestralmente significa que el banco pagará 6% de interés después de 6 meses y otro 6% después de 12 meses (es decir, cada 6 meses). La figura 3.2 es el diagrama de flujo de efectivo para capitalización semestral para una tasa de interés nominal del 12% anual compuesto semestralmente. Obviamente, el cálculo en la ecuación [3. 1] ignora el interés obtenido durante el primer periodo. Considerando el periodo 1 de interés compuesto, los valores futuros de $100 después de 6 meses y después de 12 meses son:

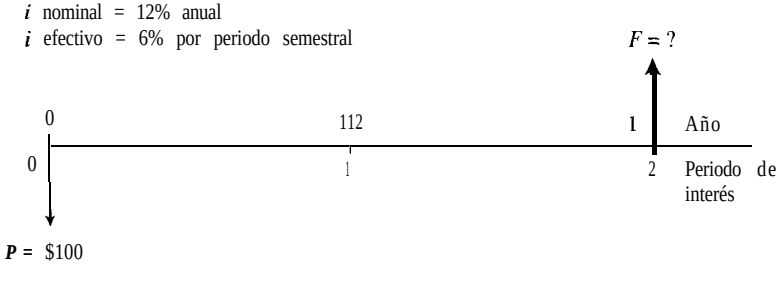


Figura 3.2 **Diagrama de flujo de efectivo para periodos de capitalización semestral.**

$$F_6 = 100(1 + 0.06)' = \$106.00$$
$$F_{12} = 106(1 + 0.06)' = \$112.36 \qquad [3.2]$$

donde 6% es la tasa de interés efectiva semestral. En este caso, el interés ganado en 1 año es $12.36 en lugar de $12.00. Por consiguiente, la tasa de interés efectiva anual es 12.36%. La ecuación para determinar la tasa de interés efectiva a partir de la tasa de interés nominal puede generalizarse de la siguiente manera:

$$i = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^m - 1 \qquad [3.3]$$

donde i = tasa de interés efectiva por periodo:
r = tasa de interés nominal por periodo
m = número de periodos de capitalización

Se hace referencia a la ecuación [3.3] como la *ecuación de tasa de interés efectiva.* A medida que el número de periodos de capitalización aumenta, m se acerca a infinito, en cuyo caso la ecuación representa la tasa de interés para capitalización continua. En la sección 3.4 se presenta un análisis detallado de este tema.

3.3 CÁLCULO DE LAS TASAS DE INTERÉS EFECTIVAS

Las tasas de interés efectivas pueden calcularse para cualquier periodo de tiempo mayor que el periodo de capitalización real, a través del uso de la ecuación [3.3]. Es decir, una tasa de interés efectiva del 1% mensual, por ejemplo, puede convertirse en tasas efectivas trimestrales, semestrales, por periodos de 1 año, 2 años, o por cualquier periodo más largo que 1 mes (el periodo de capitalización). Es importante recordar que en la ecuación [3.3] las unidades de tiempo en i y r siempre deben ser las mismas. Por tanto, si se desea una tasa de interés efectiva, i, por periodo semestral, entonces r debe ser la tasa nominal por periodo semestral. La m en la ecuación [3.3] siempre es igual al número de veces que el interés estaría compuesto durante el periodo de tiempo sobre el cual se busca i. El siguiente ejemplo ilustra estas relaciones.

Ejemplo 3.1

Una tarjeta de crédito nacional tiene una tasa de interés del 2% mensual sobre el saldo no pagado. *(a)* Calcule la tasa efectiva por período semestral. *(b)* Si la tasa de interés se expresa como 5% por trimestre, encuentre las tasas efectivas por periodos semestrales y anuales.

Solución

(a) En esta parte del ejemplo, el periodo de capitalización es mensual. Dado que se desea obtener la tasa de interés efectiva por periodo semestral, la r en la ecuación [3.3] debe ser la tasa nominal por 6 meses, 0

$$r = 2\% \text{ mensual} \times 6 \text{ meses por periodo semestral}$$
$$= 12\% \text{ por periodo semestral}$$

La m en la ecuación [3.3] es igual a 6, puesto que el interés estaría compuesto 6 veces en un periodo de 6 meses. Por tanto, la tasa efectiva semestral es:

$$i \text{ por cada seis meses} = \left(1 + \frac{0.12}{6}\right)^6 - 1$$
$$= 0.1262 \qquad (12.62\%)$$

(b) Para una tasa de interés del 5% por trimestre, el periodo de capitalización es trimestral. Por consiguiente, en un periodo semestral, $m = 2$ y $r = 10\%$. En consecuencia,

$$i \text{ por cada seis meses} = \left(1 + \frac{0.10}{2}\right)^2 - 1$$
$$= 0.1025 \qquad (10.25\%)$$

La tasa de interés efectiva anual puede determinarse utilizando $r = 20\%$ y $m = 4$, de la siguiente manera:

$$i \text{ por cada año} = \left(1 + \frac{0.20}{4}\right)^4 - 1$$
$$= 0.2155 \qquad (21.55\%)$$

Comentario

Observe que el término r/m en la ecuación [3.3] siempre es igual a la tasa de interés (efectiva) por periodo de capitalización. En la parte *(a)* éste fue 2% mensual, mientras que en la parte *(b)* éste fue de 5% trimestral.

La tabla 3.3 presenta la tasa de interés efectiva i para diversas tasas de interés nominal r que utilizan la ecuación [3.3] y periodos de capitalización de 6 meses, 3 meses, 1 mes, 1 semana y 1 día. La columna de capitalización continua se analiza en la siguiente sección. Observe que a medida que la tasa de interés aumenta, el efecto de una capitalización más frecuente se hace más pronunciado. Cuando se utiliza la ecuación [3.3] para encontrar una tasa de interés efectiva, la respuesta general es una tasa de interés que no es un número entero, como se ilustra en el ejemplo 3.1 y en la tabla 3.3. Cuando esto sucede, los valores de factor deseados deben obtenerse, bien sea a través de interpolación en las tablas de interés o mediante el uso directo de las ecuaciones desarrolladas en el capítulo 2. El ejemplo 3.2 muestra estos cálculos.

Tabla 3.3 Tabulación de tasas de interés efectivas anuales para tasas nominales

Tasa nominal, r %	Semestralmente ($m = 2$)	Trimestralmente ($m = 4$)	Mensualmente ($m = 12$)	Semanalmente ($m = 52$)	Diariamente ($m = 365$)	Continuamente ($m = \infty$; $e^r - 1$)
0.25	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250
0.50	0.501	0,501	0.501	0.501	0.501	0.501
0.75	0.751	0.752	0.753	0.753	0.753	0.753
1.00	1.003	1.004.	1.005	1.005	1.005	1.005
1.50	1.506	1.508	1.510	1.511	1.511	1.513
2	2.010	2.015	2.01%	2.020	2.020	2.020
3	3.023	3.034	3.042	3.044	3.045	3.046
4	4.045	4.060	4.074	4.079	4.081	4.081
5	5.063	5.095	5.116	5.124	5.126	5.127
6	6.090	6.136	6.168	6.180	6.180	6.184
7	7.123	7.186	7.229	7,246	7.247	7.251
8	8.160	8.243	8.300	8.322	8.32%	8.329
9	9.203	9.308	9.381	9.409	9.417	9.417
10	10.250	10.381	10.471	10.506	10.516	10.517
11	11.303	11.462	11.572	11.614	11.623	11.628
12	12.360	12.551	12.683	12.734	12.745	12.750
13	13.423	13.648	13.803	13.864	13.878	13.883
14	14.490	14.752	14.934	15.006	15,022	15.027
15	15.563	15.865	16.076	16.158	14.177	16.183
16	16.640	16.986	17.227	17.322	17.345	17.351
17	17.723	18.115	18.389	18.497	18.524	18.530
18	18.810	19.252	19.562	19.684	19.714	19.722
19	19.903	20.397	20.745	20.883	20.911	20.925
20	21.000	22.551	21.939	22.093	22.132	22.140
21	22.103	22.712	23.144	23.315	23.35%	23.368
22	23.210	23.883	24.359	24.549	24.598	24.608
23	24.323	25.061	25.586	25.796	25.849	25.860
24	25.440	26.24%	26.824	27.054	27.113	27.125
25	26.563	27.443	28.073	28.325	28.390	28.403
26	27.690	28.646	29.333	29.609	29.680	29.693
27	28.823	29.859	30.605	30.905	30.982	30,996
2%	29.960	31.079	31.888	32.213	32.298	32.313
29	31.103	32.309	33.183	33.535	33.626	33,643
30	32.250	33.547	34.489	34.869	34.968	34.986
31	33.403	34.794	35.807	36.217	36.327	36.343
32	34.560	36.049	37.137	37.578	37.693	37.713
33	35.723	37.313	38.478	38.952	39.076	39.097
34	36.890	38.586	39.832	40.339	40,472	40.495
35	38.063	39,868	41.198	41.740	41.883	41.907
40	44.000	46.410	48.213	48.954	49.150	49.182
45	50.063	53.179	55.545	56.528	56.78%	56.831
50	56.250	60.181	63.209	64.479	64.816	64.872

Ejemplo 3.2

El fondo cooperativo de crédito de una universidad ha divulgado que su tasa de interés sobre los préstamos es del 1% mensual. Calcule la tasa de interés efectiva anual y utilice las tablas de factor de interés para **encontrar** el factor *P/F* correspondiente para $n = 8$ anos.

Solución

Puesto que se desea una tasa de interés anual, r anual $= (0.01)(12) = 0.12$ y $m = 12$. Sustituya $r/m = 0.1202 = 0.01$ y $m = 12$ en la ecuación [3.3].

$$\begin{aligned} i &= (1 + 0.01)^{12} - 1 \\ &= 1.1268 - 1 \\ &= 0.1268 \quad (12.68\%) \end{aligned}$$

Con el fin de encontrar el factor *P/F* para $i = 12.68\%$ y $n = 8$, es necesario interpolar entre $i = 12\%$ e $i = 14\%$ utilizando las tablas de factor de interés.

$$c = \frac{0.68}{2}(0.0533) = 0.0181$$

$$(P/F, 12.68\%, 8) = 0.4039 - 0.0181 = 0.3858$$

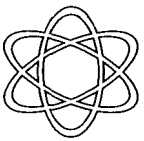
Una forma más fácil y más precisa de encontrar el valor del factor es sustituir $i = 12.68\%$ y $n = 8$ en la relación de factor *P/F* en la ecuación [2.3].

$$(P/F, 12.68\%, 8) = \frac{1}{(1 + 0.1268)^8} = 0.3858$$

Ejemplo adicional 3.6
Problemas 3.3 a 3.16

3.4 TASAS DE INTERÉS EFECTIVAS PARA CAPITALIZACIÓN CONTINUA

A medida que el periodo de capitalización disminuye, el valor de m, 'número de periodos de capitalización por periodo de interés, aumenta. Cuando el interés se capitaliza en forma continua, m se acerca a infinito y la fórmula de tasa de interés efectiva en la ecuación [3.3] puede escribirse de una nueva forma. Primero recuerde la definición de la base del logaritmo natural.



$$\lim_{h \to \infty} \left(1 + \frac{1}{h}\right)^h = e = 2.71828+ \qquad [3.4]$$

A medida que m se acerca a infinito, el límite de la ecuación [3.3] se encuentra utilizando $r/m = 1/h$, lo que hace $m = hr$:

$$\lim_{m\to\infty} i = \lim_{m\to\infty}\left(1 + \frac{r}{m}\right)^m - 1$$

$$= \lim_{h\to\infty}\left(1 + \frac{1}{h}\right)^{hr} - 1 = \lim_{h\to\infty}\left[\left(1 + \frac{1}{h}\right)^h\right]^r - 1 \qquad [3.5]$$

$$i = e^r - 1$$

La ecuación [3.5] se utiliza para calcular la *tusa de interés efectiva continua*. Al igual que en la ecuación [3.3], los periodos de tiempo en i y en r deben ser los mismos. Como ilustración, para una tasa nominal anual del 15% anual (r = 15% anual), la tasa efectiva continua anual es:

$$i = e^{0.15} - 1 = 0.16183 \qquad (16.183\%)$$

Por conveniencia, la tabla 3.3 incluye la tasa continua para muchas tasas nominales calculada mediante la ecuación [3.5].

Ejemplo 3.3

(a) Para una tasa de interés del 18% anual compuesto en fo; rma continua, calcule la tasa de interés efectiva anual y mensual.

(b) Si un inversionista exige un retorno efectivo de por lo menos el 15% sobre su dinero, ¿cuál es la tasa mínima anual nominal aceptable si tiene lugar una capitalización continua?

Solución

ta.) La tasa de interés mensual, r, es 18/12 = 1½% = 0,015 mensual. De acuerdo con la ecuación [3.5], la tasa efectiva mensual es:

$$i \text{ mensual} = e^r - 1 = e^{0.015} - 1$$

$$= 0.01511 \qquad (1.511\%)$$

En forma similar, la tasa efectiva anual utilizando $r = 0.18$ anual es:

$$i \text{ anual} = e^r - 1 = e^{0.18} - 1 = 0.1972 \quad (19.72\%)$$

(b) En este problema, es preciso resolver la ecuación [3.5] en el sentido contrario puesto que se tiene i y se desea r. Por tanto, para i = 15% anual, debe resolverse para r tomando el logaritmo natural.

$$e^r - 1 = 0.15$$

$$e^r = 1.15$$

$$\ln e^r = \ln 1.15$$

$$r = 0.13976 \quad (13.976\%)$$

Por consiguiente, una tasa del 13.976% anual compuesto en forma continua generará una tasa de retorno efectiva anual del 15%.

Comentario

La fórmula general para encontrar la tasa nominal cuando está dada la tasa efectiva continua i es $r = \ln(1 + i)$

Ejemplos adicionales 3.7 y 3.8
Problemas 3.17 a 3.25

3.5 CÁLCULOS PARA PERIODOS DE PAGO IGUALES 0 MAYORES QUE LOS PERIODOS DE CAPITALIZACIÓN

Cuando el periodo de capitalización de una inversión o préstamo no coincide con el periodo de pago, se hace necesario manipular la tasa de interés y/o el pago con el fin de determinar la cantidad correcta de dinero acumulado o pagado en diversos momentos. Recuerde que si el pago y los periodos de capitalización no coinciden no es posible utilizar las tablas de interés hasta hacer las correcciones apropiadas. En esta sección, se considera la situación en la cual el periodo de pago (por ejemplo, un año) es igual o mayor que el periodo de capitalización (por ejemplo, un mes). Dos condiciones pueden ocurrir:

1. Los flujos de efectivo requieren el uso de factores de pago único (P/F, F/P).
2. Los flujos de efectivo requieren el uso de series uniformes o factores de gradientes.

3.5.1 Factores de pago único

En esencia, un número infinito de procedimientos correctos pueden utilizarse cuando solamente hay factores únicos involucrados. Esto se debe a que sólo hay dos requisitos que deben ser satisfechos: (1) Debe utilizarse una tasa efectiva para i, y (2) las unidades en n deben ser las mismas que aquéllas en i. En notación estándar de factores, entonces, las ecuaciones de pago único pueden generalizarse de la siguiente manera:

$$P = F(P/F, i \text{ efectivo por periodo, número de periodos})$$
$$F = P(F/P, i \text{ efectivo por periodo, número de periodos})$$

Por consiguiente, para una tasa de interés del 12% anual compuesto mensualmente, podrían utilizarse cualquiera de las i y los valores correspondientes de n que aparecen en la tabla 3.4 (lo mismo que muchos otros no mostrados) en las fórmulas de pago único. Por ejemplo, si se utiliza la tasa efectiva equivalente por mes para i (1 %), entonces el término n debe estar en meses (12). Si se utiliza una tasa de interés efectiva trimestral para i, es decir, $(1.03)^3 - 1$ o 3.03%, entonces el término n debe estar en trimestres (4).

Tabla 3.4 Diversos valores de *i* y *n* para ecuaciones de pago único utilizando *r* = 12% anual, compuesto mensualmente

Tasa de interés efectiva, *i*	Unidades para *n*
1% mensual	Meses
3.03% trimestral	Trimestres
6.15% semestral	Periodos semestrales
12.68% anual	Años
26.97% cada 2 años	Periodos de dos años

Ejemplo 3.4

Si una mujer deposita $1000 ahora, $3000 dentro de cuatro años a partir de la fecha del anterior depósito y $1500 dentro de seis años a una tasa de interés del 12% anual compuesto semestralmente, ¿cuánto dinero tendrá en su cuenta dentro de 10 años?

Solución

El diagrama de flujo de efectivo se muestra en la figura 3.3. Suponga que se ha decidido utilizar una tasa de interés anual para resolver el problema. Dado que solamente pueden ser utilizadas tasas de interés efectivas en las ecuaciones, el primer paso es encontrar la tasa efectiva anual. De acuerdo con la tabla 3.3, para *r* = 12% y capitalización semestral, *i* efectivo = 12.36%; o mediante la ecuación [3.3],

$$i \text{ anual} = \left(1 + \frac{0.12}{2}\right)^2 - 1$$

$$= 0.1236 \quad (12.36\%)$$

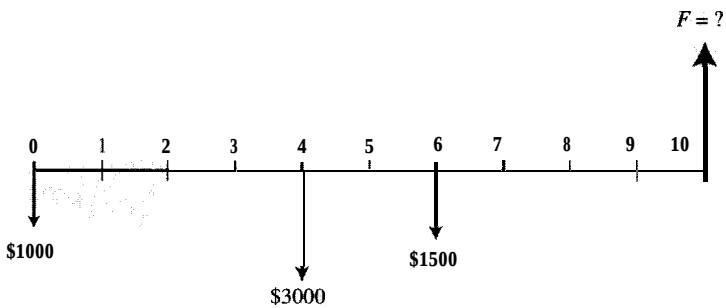


Figura 33 **Diagrama de flujo de efectivo, ejemplo 3.4.**

Dado que i tiene unidades *anuales*, n debe estar expresado en años. Por tanto,

$$F = 1000(F/P,12.36\%,10) + 3000(F/P,12.36\%,6) + 1500(F/P,12.36\%,4)$$
$$= \$11,634.50$$

En forma alternativa, se puede utilizar la tasa efectiva del 6% por semestre y luego utilizar periodos semestrales para n. En este caso, el valor futuro es:

$$F = 1000(F/P,6\%,20) + 3000(F/P,6\%,12) + 1500(F/P,6\%,8)$$
$$= \$11,634.50$$

Comentario

El segundo método es el más fácil de los dos porque pueden utilizarse las tablas de interés sin interpolación 0 sin las fórmulas para calcular factores.

3.5.2 Factores de serie uniforme y gradientes

Cuando el flujo de efectivo del problema indica el uso de uno o más de los factores de serie uniforme o de gradiente, debe determinarse la relación entre el periodo de capitalización, PC, y el periodo de pago, PP. La relación estará dada por uno de los tres casos siguientes:

Caso 1. El periodo de pago es igual al periodo de capitalización, PP = PC.

Caso 2. El periodo de pago es mayor que el periodo de capitalización, PP > PC.

Caso 3. El periodo de pago es menor que el periodo de capitalización, PP < PC.

En esta sección se presenta el procedimiento para resolver problemas que pertenecen a una de las dos primeras categorías. Los problemas del caso 3 se analizan en la siguiente sección. El siguiente procedimiento se aplica siempre para el caso 1 o caso 2, donde PP = PC o PP>PC:

Paso 1. Cuente el número de pagos y utilice ese número como n. Por ejemplo, si se hacen pagos trimestralmente durante 5 años, n es 20 trimestres.

Paso 2. Encuentre la tasa de interés *efectiva* durante el *mismo periodo de tiempo* que n en el paso 1. Por ejemplo, si n está expresado en trimestres, entonces debe hallarse la tasa de interés efectiva por trimestre.

Paso 3. Utilice estos valores de n e i (¡ solamente estos!) en las ecuaciones o fórmulas de notación estándar de factores.

La tabla 3.5 muestra la formulación correcta (columna 4) para diversas secuencias hipotéticas de flujo de efectivo (columna 1) y tasas de interés (columna 2). Observe en la columna 4 que n siempre es igual al número de pagos e i es una tasa efectiva expresada en el mismo periodo de tiempo que n.

Tabla 3.5 Ejemplos de valores de *n* e *i* donde PP - PC o PP > PC

(1) Secuencia de flujo de efectivo	(2) Tasa de interés	(3) Qué encontrar Qué está dado	(4) Notación estándar
$500 semestralmente durante 5 años	16% anual, compuesto semestralmente	Encuentre *P*; dado *A*	$P = 500(P/A,8\%,10)$
$75 mensualmente durante 3 años	24% anual, compuesto mensualmente	Encuentre *F*; dado *A*	$F = 75(F/A,2\%,36)$
$180 trimestralmente durante 15 años	5% trimestral	Encuentre *F*; dado *A*	$F = 180(F/A,5\%,60)$
Incremento de $25 mensualmente durante 4 años	1% mensual	Encuentre *P*; dado *G*	$P = 25(P/G,1\%,48)$
$5000 trímestralmente durante 6 años	1% mensual	Encuentre *A*; dado *P*	$A = 5000(A/P,3.03\%,24)$

Ejemplo 3.5

Si una mujer deposita $500 cada 6 meses durante 7 años, ¿cuánto dinero tendrá en su portafolio de inversiones después del último depósito si la tasa de interés es 20% anual compuesto trimestralmente?

Solución

El diagrama de flujo de efectivo se muestra en la figura 34. Dado que el periodo de capitalización (trimestral) es más corto que el periodo de pago (semestral), éste es un problema de caso 2. El primer paso es determinar que *n*, el número de pagos, es 14. El valor futuro es:

$$F = 500(F/A, i, 14)$$

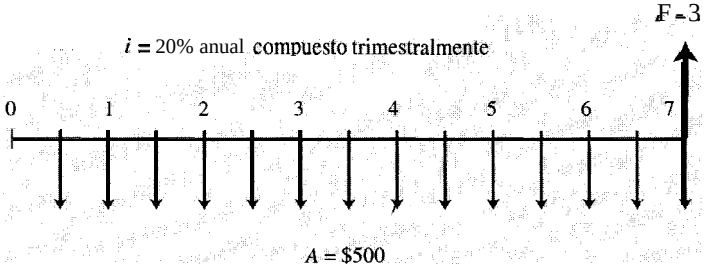


Figura 3.4 Diagrama de depósitos semestrales utilizados para determinar *F*, ejemplo 3.5.

Ahora, puesto que n está expresado en periodos semestrales, se requiere una tasa de interés semestral. Es necesario utilizar la ecuación [3.3] con $r = 0.10$ por cada periodo de 6 meses y $m = 2$ trimestres por cada periodo semestral.

$$i \text{ por cada seis meses} = \left(1 + \frac{0.10}{2}\right)^2 - 1$$

$$= 0.1025 \qquad (10.25\%)$$

En forma alternativa, la tasa de interés efectiva semestral podría haber sido obtenida de la tabla 3.3 utilizando el valor r del 10% con capitalización semestral para obtener $i = 10.25\%$.

El valor $i = 10.25\%$ parece razonable, puesto que se espera que la tasa efectiva sea ligeramente más alta que la tasa nominal del 10% por cada periodo de 6 meses. La tasa efectiva puede ser utilizada ahora para encontrar el valor futuro de los depósitos semestrales, donde $n = Z(7) = 14$ periodos.

$$\begin{aligned} F &= A(F/A, 10.25\%, 14) \\ &= 500(28.4891) \\ &= \$14{,}244.50 \end{aligned}$$

Comentario

Es importante observar que la tasa de interés efectiva por periodo de pago (6 meses} se utiliza para i y que el número total de períodos de pago se utiliza para n.

Ejemplo adicional 3.9
Problemas 3.24 a 3.32

3.6 CÁLCULOS PARA PERIODOS DE PAGO MENORES QUE LOS PERIODOS DE CAPITALIZACIÓN

Ésta es la situación del caso 3 descrita anteriormente en la sección 3.5.2. Cuando el periodo de pago es más corto que el periodo de capitalización (PP < PC), el procedimiento para calcular el valor futuro o el valor presente depende de las condiciones especificadas (o supuestas) en relación con la capitalización entre *los* periodos. *La capitalización interperiódica,* como se utiliza aquí, se refiere al manejo de los pagos efectuados *entre* los periodos de capitalización. Tres casos son posibles:

1. No hay un interés pagado sobre el dinero depositado (o retirado) entre los periodos de capitalización.
2. El dinero depositado (o retirado) entre los periodos de capitalización gana un interés simple.
3. Todas las transacciones entre los periodos ganan un interés compuesto.

Solamente se considera aquí el caso número 1 (no hay interés en las transacciones entre los periodos), ya que la mayoría de las transacciones del mundo real se encuentran dentro de

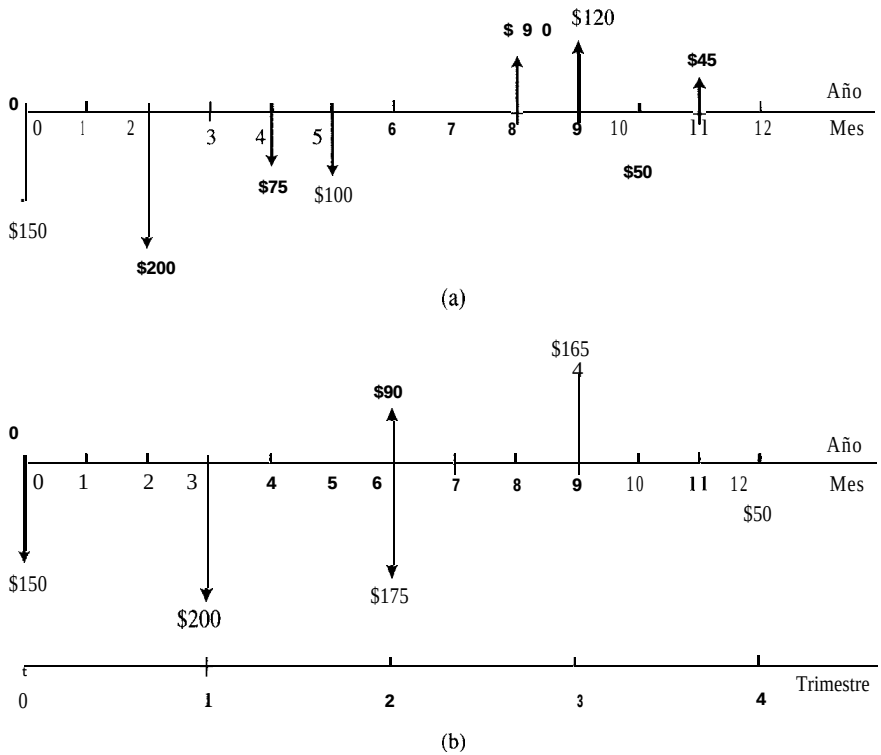


Figura 3.5 **Diagrama de flujos de efectivo para periodos trimestrales de capitalización sin utilizar interés entre periodos.**

esta categoría. Si no se paga interés sobre las transacciones entre los periodos, entonces se considera que cualquier cantidad de dinero depositado o retirado entre los periodos de capitalización ha sido *depositada al final del periodo de capitalización o retirada al principio de dicho periodo.* Éste es el modo usual de operación de los bancos y de otras instituciones crediticias. Por tanto, si el periodo de capitalización fuera un *trimestre,* las transacciones reales que aparecen en la figura 3.5*a* serían tratadas como se muestra en la figura 3.5*b*. Para encontrar el valor presente del flujo de efectivo representado por la figura 3.5*b*, la tasa de interés anual nominal se divide por 4 (puesto que el interés es compuesto trimestralmente) y el valor *n* apropiado se utiliza en el factor *P/F* o *F/P.* Si, por ejemplo, la tasa de interés es 12% compuesto trimestralmente para los flujos de efectivo de la figura 3.5,

$$\begin{aligned} P &= -150 - 200(P/F,3\%,1) \quad 85(P/F,3\%,2) + 165(P/F,3\%,3) \\ &\quad - 50(P/F,3\%,4) \\ &= \$-317.73 \end{aligned}$$

Problemas 3.33 a 3.37

EJEMPLOS ADICIONALES

Ejemplo 3.6

TASAS DE INTERÉS EFECTIVAS, SECCIÓN 3.3 La señora Jones planea colocar dinero en un certificado de depósito JUMBO que paga 18% anual compuesto diariamente. ¿Qué tasa efectiva recibirá ella *(a)* anualmente y *(b)* semestralmente?

Solución

(a) Al utilizar la ecuación [3.3], con r = 0.18 y $m = 365$,

$$i \text{ anual} = \left(1 + \frac{0.18}{365}\right)^{365} - 1$$

$$= 0.19716 \qquad (19.716\%)$$

Es decir, la señora Jones obtendrá un 19.716% efectivo sobre su depósito.

(b) Aquí $r = 0.09$ durante 6 meses y m = 182 días:

$$i \text{ por cada 6 meses} = \left(1 + \frac{0.09}{182}\right)^{182} - 1$$

$$= 0.09415 \qquad (9.415\%)$$

Ejemplo 3.7

TASA DE INTERÉS EFECTIVA, SECCIONES 3.1 Y 3.4 El señor Adams y la señora James planean invertir $5000 durante 10 años a un 10% anual. Calcule el valor futuro para ambos individuos si el señor Adams obtiene un interés compuesto anualmente y la señora James obtiene una capitalización continua.

Solución

Señor Adams. Para una capitalización anual el valor futuro es:

$$F = P(F/P,10\%,10) = 5000(2.5937) = \$12{,}969$$

Señora James. Mediante la relación de capitalización continua, la ecuación [3.5], encuentre primero la i efectiva anual.

$$i = e^{0.10} - 1 = 0.10517 \qquad (10.517\%)$$

El valor futuro es:

$$F = P(F/P,10.517\%,10) = 5000(2.7183) = \$13{,}591$$

Comentario

La capitalización continua representa un aumento de $622 o 4.8% en las ganancias. Sólo por comparación, observe que una corporación de ahorro y préstamo podría ofrecer capitalización diaria, lo cual produce una tasa efectiva de 10.516% ($F = \$13{,}590$), mientras que la capitalización continua del 10% ofrece un incremento ligeramente mayor, con 10.517%.

Ejemplo 3.8

CAPITALIZACIÓN CONTINUA, SECCIÓN 3.4 Si se depositan $2000 cada año durante 10 años a una tasa de interés del 10% anual, compare el valor presente para capitalización *(a)* anual y *(b)* capitalización continua.

Solución

(a) Para capitalización anual,

$$P = 2000(P/A,10\%,10) = 2000(6.1446) = \$12,289$$

(b) Para capitalización continua,

$$i \text{ anual} = e^{0.10} - 1 = 0.10517 \ (10517\%)$$
$$P = 2000(P/A,10.517\%,10)$$
$$= 2000(6.0104)$$
$$= \$\ 12,021$$

Como se esperaba, el valor presente para la capitalización continua es menor que aquél para la capitalización anual, ya que las tasas de interés más altas requieren mayores descuentos de flujos de efectivo futuros.

Ejemplo 3.9

PERIODOS DE PAGO Y DE CAPITALIZACIÓN, SECCIÓN 3.5 La señora Warren desea comprar un auto compacto de segunda por $8500. Ella planea obtener el dinero en préstamo de su fondo cooperativo de crédito y rembolsarlo mensualmente durante un periodo de 4 años. Si la tasa de interés nominal es del 12% anual compuesto mensualmente, ¿cuáles serán sus cuotas mensuales?

Solución

El periodo de capitalización es igual al periodo de pago (caso 1), con una tasa mensual efectiva de i = 1% mensual y $n = 12(4) = 48$ pagos. Por consiguiente, los pagos mensuales son:

$$A = 8500(A/P,1\%,48) = 8500(0.02633) = \$223.84$$

Ejemplo 3.9 (Hoja de cálculo)

PERIODOS DE PAGO Y DE CAPITALIZACIÓN, SECCIÓN 35 La señora Warren desea comprar un auto compacto de segunda por $8500. Ella planea obtener el dinero en préstamo de su fondo cooperativo de crédito y rembolsarlo mensualmente durante un periodo de 4 años. Si la tasa de interés nominal es 12% anual compuesto mensualmente, determine sus cuotas mensuales utilizando una hoja de cálculo.

Solución

Fijar los valores de i y de n para meses; i = 0.12112 y n = 48 pagos. Aplique entonces la función PMT a la hoja de cálculo Excel para determinar que A = $223.84. La figura 3.6 muestra en pantalla la formulación de los datos para determinar la cantidad de pago mensual.

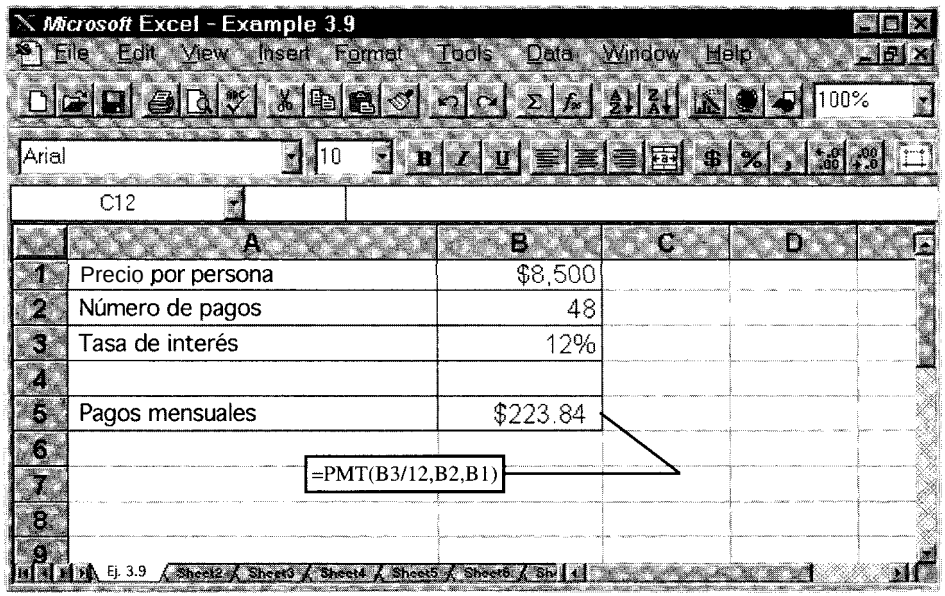


Figura 3.6 Hoja de cálculo pura capitalización mensual y pagos, ejemplo 3.9.

RESUMEN DEL CAPÍTULO

Dado que muchos problemas del mundo real involucran pagos y periodos de capitalización que no son iguales a 1 año, es necesario entender las tasas de interés nominales y efectivas (ecuación [3.3]). Si el periodo de capitalización se hace infinitamente pequeño, el interés se capitaliza de manera continua (ecuación [3.5]). Todas las fórmulas de ingeniería económica requieren sólo el uso de tasas de interés efectivas. En algunos casos, pueden utilizarse diversas tasas efectivas para resolver el problema (como cuando hay cantidades de pago único involucradas). En otros casos, sólo puede utilizarse una tasa efectiva (problemas de serie uniforme y de gradientes).

Para los problemas de serie uniforme y de gradientes, los periodos de interés y de pago deben coincidir. Si el periodo de capitalización es más corto que el periodo de pago, entonces se manipula la tasa de interés para obtener una tasa efectiva durante el periodo de pago. Cuando el periodo de capitalización es más largo que el periodo de pago, los pagos se manipulan, de manera que los flujos. de efectivo coincidan con los periodos de capitalización (los depósitos se mueven hacia el final y los retiros se mueven hacia el principio del periodo).

PROBLEMAS

3.1 ¿Cuál es la diferencia entre una tasa de interés nominal y una simple?

3.2 ¿Qué significa *(a)* periodo de interés y *(b)* periodo de pago?

3.3 ¿Cuál es la tasa de interés nominal mensual para una tasa de interés de *(a) 0.50%* cada 2 días y *(b)* 0.1% diario? Suponga que el mes tiene 30 días.

3.4 Identifique las siguientes tasas de interés como nominales o efectivas. *(a)* i = 1 $^1/_2$% mensual, *(b)* i = 3% trimestral compuesto trimestralmente, *(c)* i = 0.5% semanal compuesto diariamente, *(d)* i = 16% efectivo anual compuesto mensualmente.

3.5 Para los niveles de interés del problema 3.4, identifique el periodo de capitalización.

3.6 Complete la siguiente afirmación: Una tasa de interés del 4% mensual es una tasa de _____ compuesto mensualmente, una tasa de _____ compuesto semanalmente y una tasa de _____ compuesto diariamente.

3.7 Si el interés se capitaliza diariamente, ¿cuál es el valor de m en la ecuación [3.3] si se desea encontrar una tasa de interés efectiva *(a)* anual, *(b)* semanal, (c) diaria?

3.8 ¿Cuáles son las tasas de interés nominales y efectivas anuales para una tasa de interés de 0.015% diario?

3.9 ¿Qué tasa de interés efectiva mensual es equivalente a una tasa de interés semanal de 0.3%? Suponga que el mes es de 4 semanas.

3.10 ¿Qué tasa nominal mensual es equivalente a un 20% nominal anual compuesto diariamente? Suponga que hay 30.42 días en el mes y 365 días en el año.

3.11 ¿Qué tasa de interés efectiva trimestral es equivalente a un 12% nominal anual compuesto mensualmente?

3.12 ¿Qué tasa de interés nominal mensual es equivalente a un 14% efectivo anual compuesto *(a)* mensualmente, *(b)* diariamente? Suponga que se trata de un mes de **30.42** días y de un año de 365.

3.13 ¿Qué tasa de interés trimestral es equivalente a una tasa anual efectiva del 6% anual compuesto trimestralmente?

3.14 ¿Qué tasa nominal por 3 años es equivalente a una tasa mensual del 1$^1/_2$%?

3.15 ¿Qué tasa de interés es mejor: 20% anual compuesto anualmente o 18% anual compuesto cada hora? Suponga que se trata de un año de 8760 horas.

3.16 Determine el valor del factor *F/P* durante 5 años si la tasa de interés es 1% mensual compuesto diariamente. Suponga que se trata de un mes de 30 días.

3.17 ¿Qué tasa de interés nominal anual compuesto continuamente sería igual a 25% anual compuesto por semestre?

3.18 ¿A qué frecuencia de capitalización se igualarían una tasa anual del 10.2% nominal y una tasa anual nominal del 10% compuesto continuamente?

3.19 ¿Cuáles tasas nominales y efectivas mensuales son equivalentes a un 12% anual compuesto continuamente?

3.20 ¿Cuál es la diferencia en el valor presente de $50,000 dentro de ocho años si la tasa de interés es 13% anual compuesto en forma semestral 0 continua?

3.21 Como una táctica para atraer depositantes, un banco ha ofrecido a los clientes tasas de interés que aumentan con el tamaño del depósito. Por ejemplo, de $1000 hasta $9999 la tasa de interés ofrecida es del 8% anual. Por encima de $10,000, la tasa es del 9% anual compuesto continuamente. Dado que sólo cuenta con $9000 para depositar, una persona está pensando en obtener en préstamo $1000 de un fondo de crédito cooperativo de manera que tendrá $10,000 y será capaz de aprovechar la tasa de interés más alta. ¿Cuál es la tasa de interés efectiva anual máxima que podría pagar sobre los $1000 prestados que haría que su plan de endeudarse fuera al menos tan atractivo como no hacerlo?

3.22 Una persona está contemplando la posibilidad de obtener en préstamo $200,000 para empezar un negocio. El fondo cooperativo de crédito *A* le ha ofrecido prestarle el dinero a una tasa de interés del 14% anual compuesto continuamente. El fondo de crédito *B* le ha ofrecido el dinero con la estipulación que lo rembolse mediante pagos mensuales de $5000 durante 5 años. ¿De cuál fondo de crédito deberá obtener el dinero en préstamo?

3.23 Una pequeña compañía de avisos obtuvo en préstamo $175,000 con un acuerdo de rembolsar el préstamo en pagos mensuales. El primer pago debe efectuarse dentro de un mes a partir de ahora y será de $1000. Cada pago posterior aumenta en $100. Si la tasa de interés es del 10% anual compuesto continuamente, ¿cuánto tiempo pasará antes de que la compañía rembolse por completo el préstamo?

3.24 ¿Cuánto dinero se podría obtener en préstamo si se promete hacer pagos trimestrales de $650 durante 7 años, si la tasa de interés es del 16% anual compuesto continuamente?

3.25 Una mujer depositó $125 cada mes durante 10 años. Si recibió interés a una tasa del 8% anual compuesto continuamente, ¿cuánto tenía inmediatamente después de su último depósito?

3.26 Una lavandería está comprando un sistema de ozono para sus lavadoras y para tratamiento de aguas de desperdicio teñidas. El costo inicial del sistema de ozono es $750,000. ¿Cuánto dinero debe ahorrar la compañía cada trimestre (en costos químicos y en multas) con el fin de justificar la inversión si el sistema durará 5 años y la tasa de interés es *(a)* 16% anual compuesto trimestralmente y *(b)* 12% anual compuesto mensualmente?

3.27 Se espera que las mejoras de las pistas de aterrizaje de un aeropuerto regional cuesten $1.7 millones. Para pagar por las mejoras, la administración del aeropuerto aumentará las tarifas de aterrizaje de los aviones comerciales. Si el aeropuerto desea recuperar su inversión en 4 años, ¿cuánto dinero deben generar las tarifas más altas cada año a una tasa de interés del 8% anual compuesto semestralmente?

3.28 Con el fin de mejorar los tiempos que hacen los autos de carreras, una barredera local está planeando suavizar la superficie de la pista mediante el aplanamiento con láser a un costo de $750,000. Se espera que la nueva superficie dure 3 años. Si el autódromo reúne 216,000 espectadores por año, ¿en cuánto tendrá que aumentar el precio del tiquete promedio si la tasa de interés es del 1% mensual? Suponga que hay una distribución uniforme de espectadores.

3.29 Si una persona desea acumular $800,000 para su jubilación dentro de 30 anos, contados a partir de este momento, ¿en cuanto tendría que aumentar (uniformemente) su depósito mensual cada mes si su primer depósito es de $100 y la tasa de interés es de 7% anual compuesto semanalmente? Suponga que se trata de un mes de 4 semanas.

3.30 Una pareja joven que está planeando su futuro está considerando la compra de una franquicia para un negocio de pizza. La franquicia costará $35,000 y se pedirá a la pareja que adquiera ciertas provisiones del franquiciador. Si la utilidad promedio en una pizza es de $1, ¿cuántas pizzas tendrán que vender cada semana durante 5 años para pagar justo el costo de la franquicia, si la tasa de interés es $3\frac{1}{2}$% trimestral compuesto diariamente? Suponga que trata de un mes de 30 días y de un año de 52 semanas.

3.31 Si el edificio y equipo en el problema 3.30 cuesta $220,000, ¿cuántas pizzas deben venderse diariamente para pagar la franquicia, el edificio y el equipo en 4 anos a una tasa de interés del 12% anual compuesto continuamente? Suponga que se trata de un año de 365 días.

3.32 Una inversionista sagaz compra 200 acciones de capital a $23 cada acción. Si ella vende las acciones después de 7 meses a $26 cada una, ¿qué tasa de retorno anual nominal y efectiva logrará?

3.33 ¿Cuánto dinero habría en la cuenta de una persona que depositó $1000 ahora y $100 cada mes y retiró $100 cada 2 meses durante 3 años ? Utilice una tasa de interés del 6% anual sin intereses pagados entre los periodos.

3.34 ¿Cuánto dinero habría en una cuenta de ahorros en la cual una persona había depositado $100 cada mes durante 5 años a una tasa de interés del 5% anual compuesto trimestralmente? Suponga que no hay intereses entre los periodos de interés.

3.35 Una compañía de herramientas y troqueles espera tener que remplazar uno de sus tomos en 5 años a un costo de $18,000. ¿Cuánto tendría que depositar la compañía cada mes para acumular $18,000 en 5 años, si la tasa de interés es del 6% anual compuesto semestralmente? Suponga que no hay intereses entre los periodos.

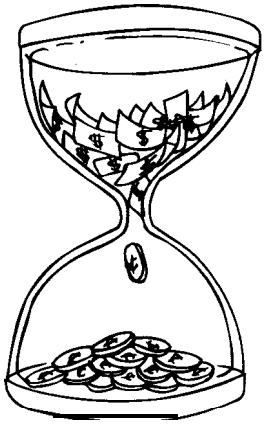
3.36 ¿Qué depósito mensual sería equivalente a un depósito de $600 cada 3 meses durante 2 años si la tasa de interés es del 6% anua1 compuesto semestralmente? Suponga que no hay un interés entre periodos sobre todos los depósitos.

3.37 ¿Cuántos depósitos mensuales de $75 tendría que hacer una persona para acumular $15,000 si la tasa de interés es del 6% anual compuesto semestralmente? Suponga que no se paga interés entre los periodos.

capítulo

4

Uso de factores múltiples



Debido a que muchas de las situaciones de flujo de efectivo que se encuentran en los problemas de ingeniería del mundo real no se ajustan exactamente en las secuencias de flujo de efectivo para las cuales fueron desarrolladas las ecuaciones del capítulo 2, se acostumbra combinar las ecuaciones. Para una secuencia de flujos de efectivo dada, en general hay muchas formas de determinar los flujos de efectivo equivalentes en valor presente, futuro o anual. En este capítulo, el lector aprenderá a combinar diversos factores de ingeniería económica con el fin de considerar estas situaciones más complejas.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Propósito: Entender la forma de combinar diversos factores para evaluar VP, VF y VA de secuencias complejas de flujo de efectivo.

Este capítulo ayudará al lector a:

Situar VP o VF

1. Determinar la ubicación del valor presente (VP) o valor futuro (VF) para series uniformes ubicadas al azar.

Series diferidas

2. Determinar VP, VF o el valor anual (VA) de una serie que empieza en un momento diferente al año 1.

Series diferidas y cantidades únicas

3. Calcular VP o VF de cantidades únicas colocadas al azar y cantidades de serie uniforme.

Series diferidas y cantidades únicas

4. Calcular VA de cantidades ímicas colocadas al azar y cantidades de serie uniforme.

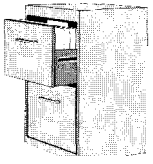
Gradientes diferidos

5. Hacer cálculos de equivalencia para flujos de efectivo que involucran flujos gradientes uniformes 0 geométricos.

Gradientes decrecientes

6. Hacer cálculos de equivalencia para flujos de efectivo que involucran gradientes que decrecen.

4.1 LOCALIZACIÓN DEL VALOR PRESENTE Y DEL VALOR FUTURO



Cuando una serie uniforme de pagos se inicia en un momento diferente del final de intereses del periodo 1, pueden utilizarse diversos métodos para encontrar el valor presente. Por ejemplo, el valor presente de la serie uniforme de desembolsos que se muestra en la figura 4.1 podría estar determinado por cualquiera de los siguientes métodos:

- Utilice el factor *P/F* para encontrar el valor presente de cada desembolso en el año 0 y súmelos.
- Utilice el factor *F/P* para encontrar el valor futuro de cada desembolso en el año 13, súmelos y luego halle el valor presente del total mediante $P = F(P/F,i, 13)$.
- Utilice el factor *F/A* para encontrar la cantidad futura mediante $F = A(F/A,i, 10)$ y luego calcule el valor presente mediante $P = F(P/F,i, 13)$.
- Utilice el factor *P/A* para calcular el "valor presente" (que estará situado en el año 3, no en el año 0) y luego encuentre el valor presente en el año 0 mediante el factor $(P/F,i,3)$. (El valor presente se encierra entre comillas para representar el valor presente como está determinado por el factor *P/A* y para diferenciarlo del valor presente en el año 0).

Esta sección (y la siguiente) ilustran el método más reciente para calcular el valor presente de una serie uniforme que no empieza al final del periodo 1. Para la figura 4.1, el "valor presente" obtenido mediante el factor *P/A* estaría situado en el año 3, no en el año 4, lo cual se muestra en la figura 4.2. Observe que *P* está situado *1 año antes* de la primera cantidad

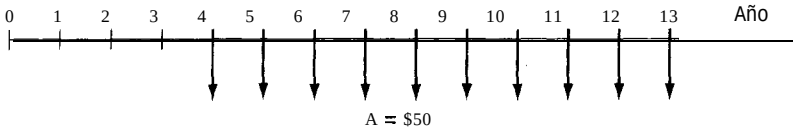


Figura 4.1 Serie uniforme ubicada aleatoriamente.

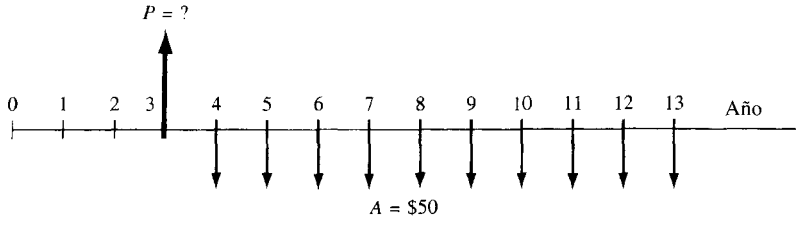


Figura 4.2 Localización de P para la serie uniforme ubicada aleatoriamente en la figura 4.1

anual . ¿Por qué? Porque el factor *P/A* se obtuvo con *P* en el periodo de tiempo 0 y A empezando al final del periodo de interés 1; es decir, *P* siempre está un periodo de interés antes del primer valor de *A* (sección 2.2). El error más común que se comete al trabajar problemas de este tipo es la ubicación inapropiada de *P*. Por consiguiente, es sumamente importante que se recuerde la siguiente regla: *cuando se utiliza el factor P/A, el valor presente siempre está situado un periodo de interés antes de la primera cantidad de la serie uniforme.*

Por otra parte, el factor *F/A* fue derivado en la sección 2.3 situando el valor futuro *F* en el *mismo* periodo que el último pago. La figura 4.3 muestra la ubicación del valor futuro cuando se utiliza *F/A* para el flujo de efectivo de la figura *4.1. Por tanto, el valor futuro siempre está situado en el mismo periodo que el último pago uniforme al utilizar el factor F/A*.

También es importante recordar que el número de periodos *n* que debería utilizarse con los factores *P/A* o *F/A* es igual al número de pagos. En general ayuda *numerar nuevamente* el diagrama de flujo de efectivo para evitar errores en el conteo. La figura 4.4 muestra el diagrama de flujo de efectivo de la figura 4.1 enumerado de nuevo para la determinación de *n*. Observe que en este ejemplo $n = 10$.

Ejemplo adicional 4.13
Problema 4.1

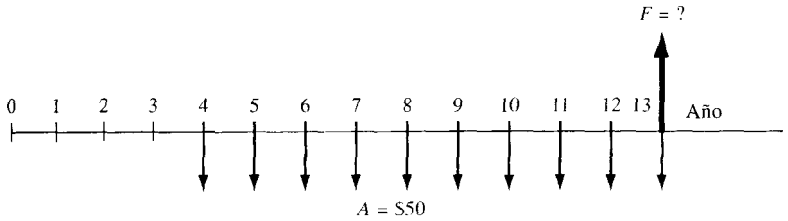


Figura 4.3 **Ubicación de *F* para la serie uniforme de la figura** 4.1.

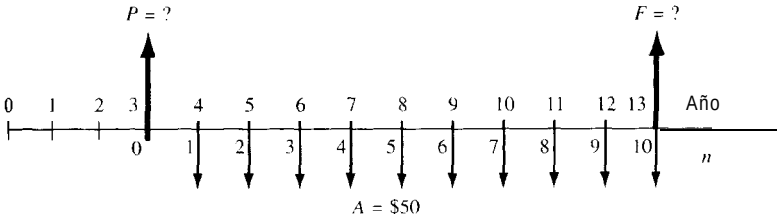


Figura 4.4 Nueva **renumeración de pagos en la figura** 4.1 **para mostrar que** $n = 10$ **para los factores** *P/A* **o** *F/A*.

4.2 CÁLCULOS PARA UNA SERIE UNIFORME QUE EMPIEZA DESPUÉS DEL PERIODO 1

Como se expresó en la sección 4.1, muchos métodos pueden ser utilizados para resolver los problemas que tiene una serie uniforme diferida, es decir, que empieza en un momento diferente del final del periodo 1. Sin embargo, en general es más conveniente emplear los factores de la serie uniforme que factores de cantidad única. Para evitar errores es conveniente seguir algunos pasos específicos:

1. Trace un diagrama de flujo de efectivo de las entradas y desembolsos.
2. Ubique el valor presente o el valor futuro de cada serie en el diagrama de flujo de efectivo.
3. Determine n volviendo a enumerar el diagrama de flujo de efectivo.
4. Trace el diagrama de flujo de efectivo representando el flujo de efectivo equivalente deseado.
5. Determine y resuelva las ecuaciones.

Estos pasos se ilustran en los ejemplos 4.1 y 4.2.

Ejemplo 4.1

Una persona compra un pequeño terreno por $5000 de pago inicial y pagos anuales diferidos de $500 al año durante 6 años empezando en 3 años a partir de la fecha de la compra. ¿Cuál es el valor presente de la inversión si la tasa de interés es 8% anual?

Solución

El diagrama de flujo de efectivo se muestra en la figura 4.5. El símbolo P_A se utiliza en todo este capítulo para representar el valor presente de una serie anual uniforme A, y P'_A representa el valor presente en un momento diferente del periodo 0. En forma similar, P_T representa el valor presente total en el tiempo 0. La ubicación correcta de P'_A y la nueva enumeración del diagrama para obtener n

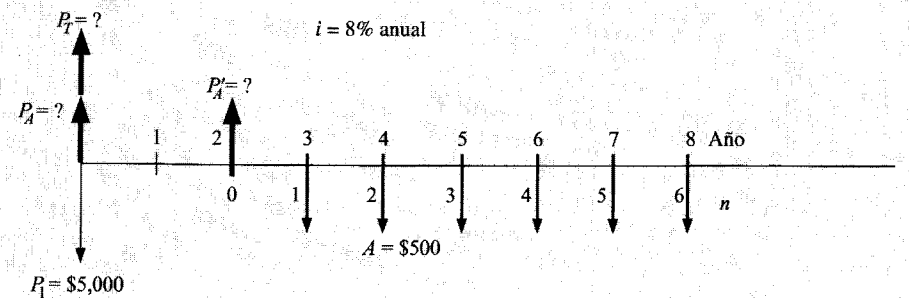


Figura 4.5 Ubicación de los valores de valor presente, ejemplo 4.1.

también se indican en la figura 4.5. Observe que P'_A está ubicado en el año 2, no en el año 3, y $n = 6$, no 8, para el factor P/A.
Primero se debe encontrar el valor de P'_A de la serie diferida.

$$P'_A = \$500(P/A,8\%,6)$$

Puesto que P'_A está ubicado en el año 2, es necesario encontrar P_A *en el año 0:*

$$P_A = P'_A(P/F,8\%,2)$$

El valor presente total se determina agregando P_A y la inversión inicial P_1.

$$\begin{aligned} P_T &= P_1 + P_A \\ &= 5000 + 500(P/A,8\%,6)(P/F,8\%,2) \\ &= 5000 + 500(4.6229)(0.8573) \\ &= \$6981.60 \end{aligned}$$

Ejemplo 4.2

Calcule la cantidad de valor anual uniforme equivalente al 16% de interés anual durante 8 años para los desembolsos uniformes que se muestran en la figura 4.6.

Solución

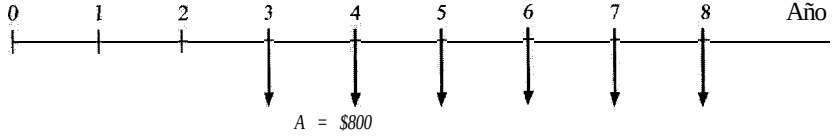
La figura 4.7 muestra el diagrama de flujo de efectivo original de la figura 4.6 y el diagrama equivalente deseado. Para convertir flujos de efectivo uniformes que empiezan en algún momento después del periodo 1 en un valor uniforme equivalente durante todos los periodos, primero se debe convertir la serie uniforme en una cantidad de valor presente o valor futuro. Luego el factor A/P o el factor A/F determina el valor anual equivalente. Ambos métodos se ilustran aquí.

1. **Método de valor presente.** (Consulte la figura 4.7). Calcule el P'_A para la serie diferida.

$$\begin{aligned} P'_A &= 800(P/A,16\%,6) \\ P_T &= P'_A(P/F,16\%,2) = 800(P/A,16\%,6)(P/F,16\%,2) \\ &= 800(3.6847)(0.7432) = \$504.78 \end{aligned}$$

donde P_T es el valor presente total del flujo de efectivo. La serie equivalente A' para 8 años puede determinarse ahora a través del factor A/P (figura 4.7b).

$$A' = P_T(A/P,16\%,8) = \$504.36$$



Figuro 4.6 **Serie de desembolsos uniformes, ejemplo** 4.2.

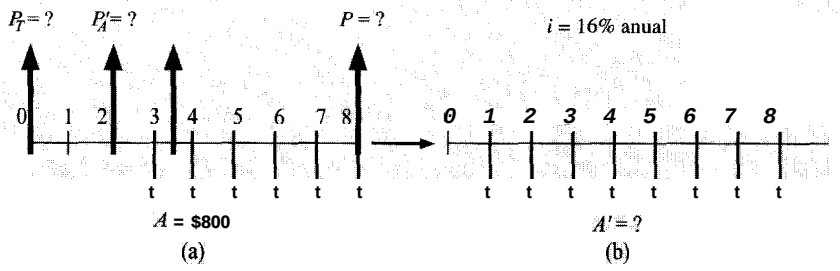


Figura 4.7 Diagrama equivalente deseado para la serie uniforme de la figura 4.6.

2. **Método de valor futuro.** (Consulte la figura 4.7). El primer paso es calcular el valor futuro F en el año 8.

$$F = 800(F/A, 16\%, 6) = \$7\ 184$$

El factor A/F se utiliza ahora para obtener A'.

$$A' = F(A/F, 16\%, 8) = \$504.46$$

Comentario

En el método de valor presente, observe que P'_A está situado en el año 2, no en el año 3. Después de determinar el valor presente, la serie equivalente se calcula utilizando $n = 8$. En el método de valor futuro, $n = 6$ se utiliza para encontrar F y $n = 8$ se utiliza para encontrar la serie equivalente de 8 años.

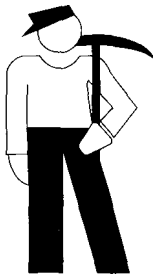
Ejemplo adicional 4.14
Problemas 4.2 a 4.16

4.3 CÁLCULOS QUE INVOLUCRAN SERIES UNIFORMES Y CANTIDADES COLOCADAS ALEATORIAMENTE

Cuando el flujo de efectivo incluye tanto una serie uniforme como cantidades únicas colocadas aleatoriamente los procedimientos de la sección 4.2 se aplican a la serie uniforme y las fórmulas de cantidad única se aplican a los flujos de efectivo que se realizan de una vez. Este tipo de problema, ilustrado en los ejemplos 4.3 hasta 4.5, es solamente una combinación de los tipos anteriores.

Ejemplo 4.3

Una pareja dueña de 50 hectáreas de tierra valiosa ha decidido vender los derechos sobre los minerales en su propiedad a una compañía minera. Su objetivo principal es obtener un ingreso de inversión de largo plazo y suficiente dinero para financiar la educación universitaria de sus dos hijos. Dado que los niños tienen actualmente 12 y 2 años de edad, la pareja estima que los niños empezarán la universidad



dentro de 6 y 16 años respectivamente. Por consiguiente, proponen a la compañía minera que ésta pague $20,000 anualmente durante 20 años empezando dentro de 1 año, más $10,000 dentro de seis años y $15,000 dentro de dieciséis anos. Si la compañía desea cancelar su arrendamiento financiero de inmediato, ¿cuánto debe pagar ahora si la inversión podría generar 16% anual?

Solución

El diagrama de flujo de efectivo se muestra en la figura 4.8 desde la perspectiva de la pareja. Este problema se resuelve encontrando el valor presente de la serie uniforme de 20 años y agregándolo al valor presente de las dos cantidades únicas.

$$P = 20{,}000(P/A,16\%,20) + 10{,}000(P/F,16\%,6) + 15{,}000(P/F,16\%,6)$$
$$= \$124{,}075$$

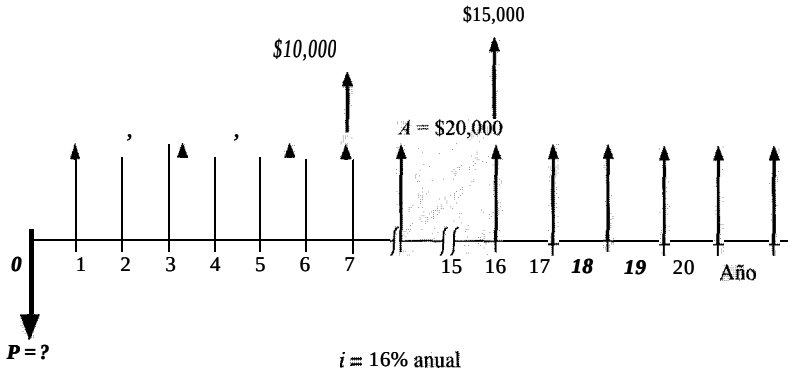


Figura d.8 Diagrama que incluye una serie uniforme y cantidades únicas, ejemplo 6.3.

Comentario

Observe que la serie uniforme empezó al final del año 1, de manera que el valor presente obtenido con el factor *P/A* representa el valor presente en el año 0. Entonces, no es necesario utilizar el factor *P/F* en la serie uniforme.

Ejemplo 4.4

Si la serie uniforme descrita en el ejemplo 4.3 empieza en el año 3 después de haberse firmado el contrato, determine el valor presente en $t = 0$.

Solución

El diagrama de flujo de efectivo se presenta en la figura 4.9, con la escala n que se muestra por encima del eje del tiempo. El valor n de la serie uniforme es aún 20.

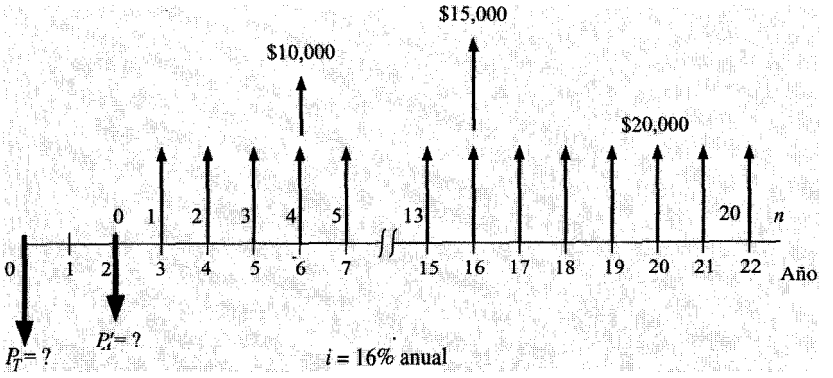


Figura **4.9** **Diagrama de la figura 4.8 con la serie** A **diferida 2 años.**

$$P'_A = 20{,}000(P/A,16\%,20)$$

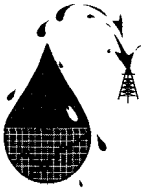
$$P_T = P'_A(P/F,16\%,2) + 10{,}000(P/F,16\%,6) + 15{,}000(P/F,16\%,16)$$

$$= 20{,}000(P/A,16\%,20)(P/F,16\%,2) + 10{,}000(P/F,16\%,6) + 15{,}000(P/F,16\%,16)$$

$$= \$93{,}625$$

Comentario

El retraso en la iniciación de la serie anual en 2 años más, sólo ha reducido el valor presente total en $30,450.



Ejemplo 4.5

La pareja del ejemplo 4.3 planea vender sus derechos sobre los minerales. Determine para la pareja el valor futuro de todas las entradas si los flujos de efectivo ocurren realmente tal como fueron presentados en la figura 4.9 y tas ganancias están en el 16% anual.

Solución

El valor futuro de la serie uniforme y las entradas de cantidad única pueden calcularse de la siguiente manera en el año 22.

$$F = 20{,}000(F/A,16\%,20) + 10{,}000(F/P,16\%,6) + 15{,}000(F/P,16\%,6)$$

$$= \$2{,}451{,}626$$

Comentario

Aunque la determinación de n es directa, es necesario asegurarse de entender por completo cómo se obtienen los valores 20, 16 y 6. También, con el fin de tener una idea del efecto que tienen las tasas de interés sobre el valor del dinero en el tiempo, trabaje nuevamente los ejemplos 4.3 hasta el 4.5, utilizando

$i = 6\%$ anual en lugar de 16%. Deben obtenerse los resultados que se muestran en seguida. Es obvio que una diferencia del 10% anual en i tiene un efecto significativo en P y en F.

i	Ejemplo 4.3	Ejemplo 4.4	Ejemplo 4.5
6%	P = *$242,352*	P_T = $217,118	F = *$782,381*
16%	P = $124,02	P_T = *$93,625*	F = $2,451,626

Ejemplo adicional 4.15
Problemas 4.17 a 4.23

4.4 VALOR ANUAL UNIFORME EQUIVALENTE DE SERIES UNIFORMES Y DE CANTIDADES UBICADAS ALEATORIAMENTE

Para calcular la serie anual uniforme equivalente de flujos de efectivo que incluyen cantidades únicas ubicadas aleatoriamente y cantidades de series uniformes, el hecho más importante para recordar es que *todo debe convertirse primero a valorpresente o a valorfuturo*. Luego se obtiene la serie uniforme equivalente con el factor apropiado *A/P* o *A/F*.

Ejemplo 4.6

Calcule el valor anual uniforme equivalente de 20 años para los flujos de efectivo descritos en el ejemplo 4.3 (figura 4.8).

Solución

La figura 4.10 es el diagrama de flujo de efectivo equivalente. De acuerdo con la figura 4.8 es evidente que la serie uniforme de $20,000 anual ya ha sido distribuida a 10 largo de todos los 20 años. Por consiguiente, es necesario convertir sólo las cantidades únicas a una serie anual uniforme equivalente y agregarlas a los $20,000. Esto puede hacerse *(a)* mediante el método valor presente o *(b)* mediante el método de valor futuro.

(a) $A = 20{,}000 + 10{,}000(P/F, 16\%, 6)(A/P, 16\%, 20) + 15{,}000(P/F, 16\%, 16)(A/P, 16\%, 20)$

$= 20{,}000 + [10{,}000(P/F, 16\%, 6) + 15{,}000(P/F, 16\%, 16)](A/P, 16\%, 20)$

$= \$20{,}928$ anual

(b) $A = 20{,}000 + 10{,}000(F/P, 16\%, 14)(A/F, 16\%, 20) + 15{,}000(F/P, 16\%, 4)(A/F, 16\%, 20)$

$= 20{,}000 + [10{,}000(F/P, 16\%, 14) + 15{,}000(F/P, 16\%, 4)](A/F, 16\%, 20)$

$= \$20{,}928$ anual

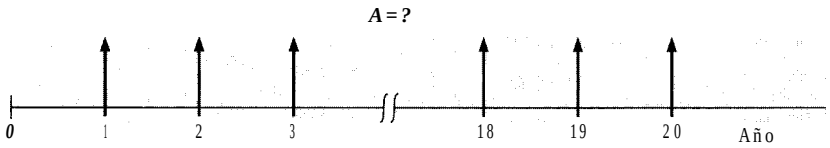


Figura 4.10 Serie de 20 años equivalente de la figura 4.8, ejemplo 4.6.

Comentario

Observe que es necesario llevar los pagos únicos a alguno de los extremos de la escala de tiempo antes de anualizar. No hacerlo resultará en cantidades desiguales en algunos años.

Ejemplo 4.7

Convierta los flujos de efectivo de la figura 4.9 auna serie anual uniforme equivalente durante 22 años. Utilice i = 16% anual.

Solución

Dado que la serie uniforme no está distribuida a través de todos los 22 años, se debe hallar primero el valor presente o valor futuro de la serie, lo cual se hizo en los ejemplos 4.4 y 4.5, respectivamente. El valor anual uniforme equivalente se determina luego multiplicando los valores antes obtenidos por el factor $(A/P,16\%,22)$ o el factor $(A/F,16\%,22)$ de la siguiente manera:

Mediante A/P:

$$A = P_T(A/P,16\%,22) = 93{,}625(0.166353) = \$15{,}575$$

Mediante A/F:

$$A = F(A/F,16\%,22) = 2{,}451{,}626(0.006353) = \$15{,}575$$

Comentario

Cuando una serie uniforme se inicia en un momento diferente del periodo 1, o cuando la serie ocurre durante un periodo de tiempo diferente de la serie equivalente deseada, es necesario recordar que debe obtenerse el valor presente o futuro equivalente antes de determinar la serie uniforme equivalente.

Problemas 4.24 a 4.28

4.5 VALOR PRESENTE Y SERIES UNIFORMES EQUIVALENTES DE GRADIENTES DIFERIDOS

En la sección 2.5 se derivó la ecuación [2.12] para calcular el valor presente de un gradiente uniforme. Se recordará que la ecuación fue derivada para un valor presente en el año 0 empezando el gradiente entre los periodos 1 y 2 (véase figura 2.5). Por consiguiente, el valor presente de un gradiente uniforme siempre estará ubicado 2 periodos antes de que el gradiente empiece. Los ejemplos 4.8 y 4.9 ilustran el lugar donde está ubicado el valor presente del gradiente P_1.

Ejemplo 4.8

Para los flujos de efectivo de la figura 4.11, se debe ubicar el valor presente del gradiente.

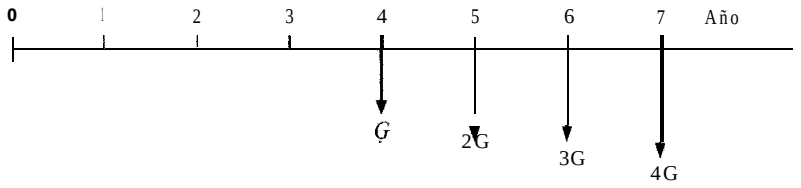


Figura 4.11 Diagrama de un gradiente, ejemplo 4.8.

Solución

El valor presente de un gradiente, P_G, se muestra en la figura 4.12. Comoquiera que el valor presente de una serie de gradientes está ubicada 2 periodos antes del principio del gradiente, P_G se coloca al final del año 2. En general es ventajoso volver a enumerar el diagrama, de manera que se determinen el año 0 del gradiente y el número n de años del gradiente. Para lograrlo, determine el lugar donde se inicia el gradiente, denomine ese momento como año 2 y luego trabaje hacia atrás y hacia adelante. En este ejemplo, puesto que el gradiente empezó entre los años reales 3 y 4, el año gradiente 2 se coloca debajo del año 4. El año gradiente 0 se ubica entonces retrocediendo 2 años.

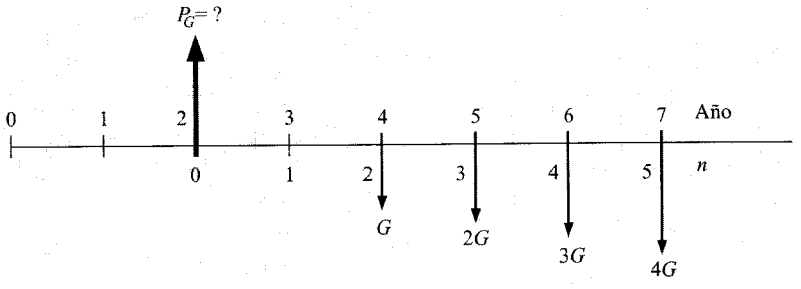


Figura 4.12 Diagrama que sitúa el valor presente del gradiente de la figura 4.11.

Ejemplo 4.9

Para los flujos de efectivo de la figura 4.13, explique por qué el valor presente del gradiente se sitúa en el año 3.

Solución

El gradiente de $50 empieza entre los años 4 y 5 del diagrama original de flujo de efectivo. Por consiguiente, el año actual 5 representa el año gradiente 2; el valor presente del gradiente se sitúa

entonces en el año 3. Si la figura 4.13 se divide en dos diagramas de flujo de efectivo, la ubicación del gradiente se hace bastante clara, como se presenta en la figura 4.14.

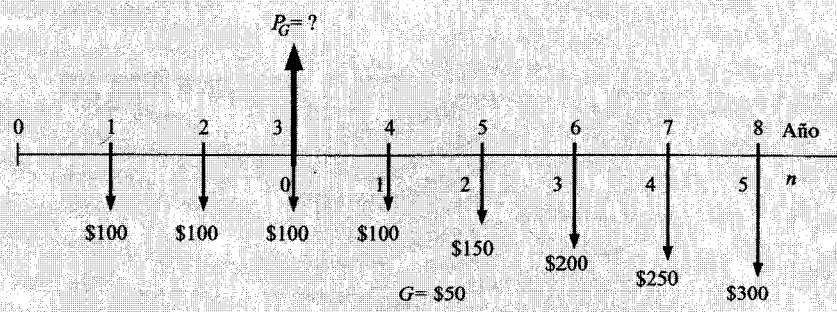


Figura 4.13 Ubicación del valor presente de un gradiente.

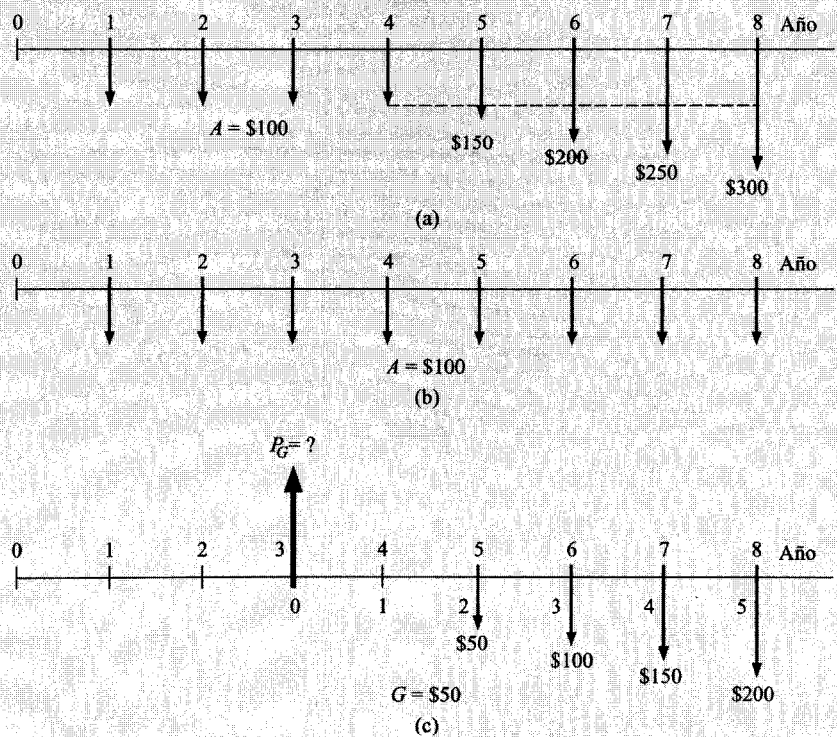


Figura 4.14 Flujo de efectivo fraccionado de la figura 4.3: (*a*) = (*b*) + (*c*).

Cuando el gradiente de una secuencia de flujo de efectivo empieza entre los periodos 1 y 2, se denomina *gradiente convencional,* como se analizó en la sección 2.5. Cuando un gradiente se inicia en algún momento antes o después del periodo 2, se denomina *gradiente diferido.* Para determinar el valor *n* para un factor gradiente, se debe utilizar el mismo procedimiento de volver a enumerar usado en los dos ejemplos anteriores. Los flujos de efectivo en la figura 4.15*a* a c son ilustrativos de esto. Los gradientes G, el número de anos, *n, y los* factores gradientes (*P/G* y *A/G*) utilizados para calcular el valor presente y la serie anual de los gradientes se muestran en cada diagrama, suponiendo una tasa de interés del 6% anual.

Es importante observar que el factor *A/G* no puede ser utilizado para encontrar un valor *A* equivalente en los periodos 1 hasta *n* para flujos de efectivo que involucran un gradiente diferido. Considere el diagrama de flujo de efectivo de la figura 4.16. Para hallar el desembolso del valor anual equivalente durante los años 1 hasta 7, es necesario encontrar primero el valor presente de un gradiente diferido, devolver este valor presente al ano 0 y luego anualizar

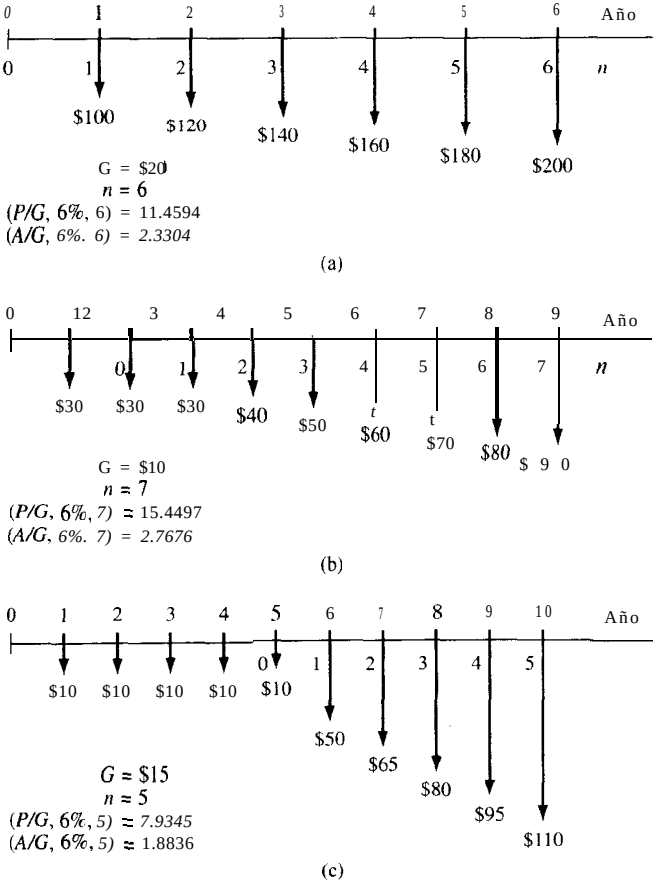


Figura 4.15 Determinación de los valores de G y de *n* utilizados en los factores de gradiente.

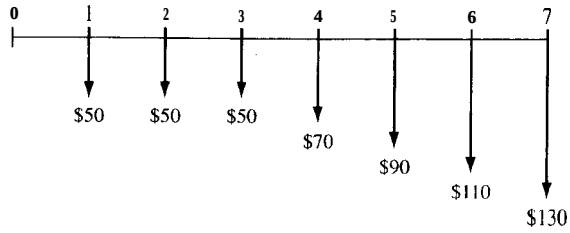


Figura 4.16 Diagrama que ilustra un gradiente diferido.

el valor presente del año 0 con el factor *A/P*. 0, mover todos los flujos de efectivo al año 7 y utilizar el factor *A/F*. Si se aplica el factor gradiente de serie anual (*A/G*,*i*,*n*) directamente, el gradiente se convierte en un valor anual equivalente sólo durante los años 3 hasta el 7. Por esta razón, si se desea una serie uniforme a lo largo de todos los periodos, el primer paso siempre es encontrar el valor presente del gradiente en el año actual 0. Los pasos comprendidos se ilustran en el ejemplo 4.10.

Ejemplo 4.10

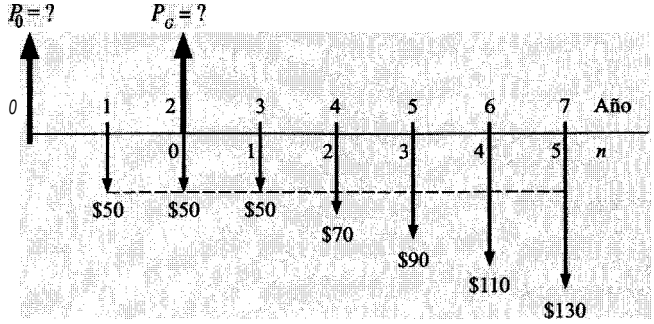
Determine las relaciones para calcular el valor anual equivalente para las cantidades de flujo de efectivo en la figura 4.16.

Solución

Las pasos de solución para calcular la cantidad equivalente *A* son:

1. Considere ía cantidad base de. $50 como una cantidad anual durante todos los 7 años (figura 4.17).
2. Encuentre el valor presente P_G del gradiente de $20 que empieza en el año actual 4, como se muestra en la escala de tiempo gradiente-año donde $n = 5$.

$$P_G = 20(P/G,i,5)$$



Figuro 4.17 Diagrama utilizado en la determinación de *A* para el gradiente desplazado, ejemplo 4.10.

3. Encuentre el valor presente del gradiente en año actual 0.

$$P_0 = P_G(P/F,i,2) = 20(P/G,i,5)(P/F,i,2)$$

4. Anualice el valor presente del gradiente desde el año 0 hasta el año 7 para obtener A_G.

$$A_G = P_0(A/P,i,7)$$

5, Finalmente, agregue la cantidad base al valor anual del gradiente para determinar A.

$$A = 20(P/G,i,5)(P/F,i,2)\,(A/P, i,7) + 50$$

Si la secuencia del flujo de efectivo involucra un gradiente (escalonado) geométrico a la tasa E y el gradiente empieza en un momento diferente del tiempo entre los periodos de interés 1 y 2, se aplica el mismo procedimiento. En este caso, P_E se sitúa en el diagrama en una forma similar a la de P_G arriba. El ejemplo 4. ll muestra estos cálculos.

Ejemplo 4.11

Calcule el valor presente equivalente de $35,000 ahora y una serie anual de $7000 anual durante 5 años empezando dentro de 1 año. Dicha serie comienza a aumentar anualmente al 12% a partir de entonces durante los 8 años siguientes. Utilice una tasa de interés del 15% anual.

Solución

La figura 4.18 presenta los flujos de efectivo. El valor presente total P se encuentra utilizando $E = 0.12$ e $i = 0.15$. La ecuación [2.18] determina el valor presente P_E para toda la serie geométrica en el año actual 4.

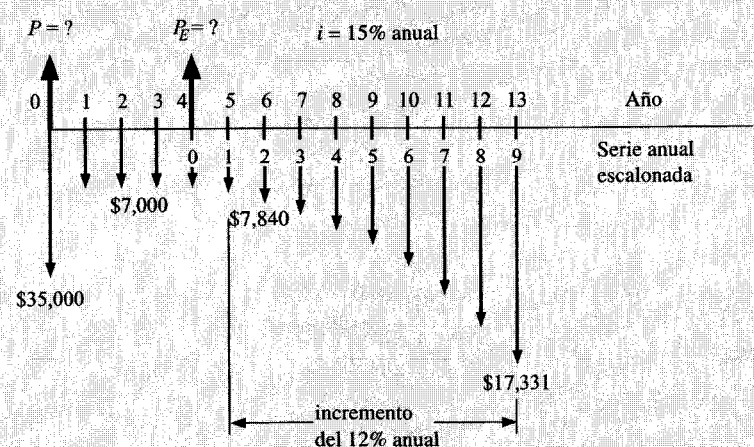


Figura 4.18 Diagrama de flujo de efectivo, ejemplo 4.11.

$$P = 35{,}000 + 7000(P/A,15\%,4) + 7000\left[\frac{(1.12/1.15)^9 - 1}{0.12 - 0.15}\right](P/F,15\%,4)$$

$$= 35{,}000 + 19{,}985 + 28{,}247$$

$$= \$83{,}232$$

Observe que $n = 4$ en el factor P/A porque los \$7000 en el año 5 constituyen la cantidad D en la ecuación [2.18], que aparece entre corchetes. El P_E en el año 4 (figura 4.18) se traslada luego al año 0 con el factor $(P/F,15\%,4)$.

Ejemplos adicionales 4.16 y 4.17
Problemas 4.29 a 4.45

4.6 GRADIENTES QUE DECRECEN

El uso de los factores de gradiente es el mismo para los gradientes que crecen y para los que decrecen, excepto que en este último caso se cumplen las siguientes aseveraciones:

1. La cantidad base es igual a la cantidad más *grande* alcanzada en la serie de gradiente.
2. El término gradiente se *resta* de la cantidad base en lugar de sumarse; por tanto, en los cálculos se utiliza el término $-G(A/G,i,n)$ o $-G(P/G,i,n)$.

El valor presente del gradiente aún tendrá lugar 2 periodos antes de que el gradiente empiece y el valor A empezará en el periodo 1 y continuará hasta el periodo n.

Ejemplo 4.12

Encuentre *(a)* el valor presente y *(b)* el valor anual de los ingresos que se muestran en la figura 4. 19 para $i = 7\%$ anual.

Solución

(a) Los flujos de efectivo de fa figura 4.19 Son fraccionados en la figura 4.20. La Línea interrumpida en la figura 4.20*a* indica que el gradiente convencional de \$100 se resta de un ingreso anual de \$900 empezando en el año 2. El valor total es:

$$P_T = P_A - P_G = 900(P/A,7\%,6) - 100(P/G,7\%,6)$$

$$= 900(4.7665) - 100(10.9784)$$

$$= \$3192.01$$

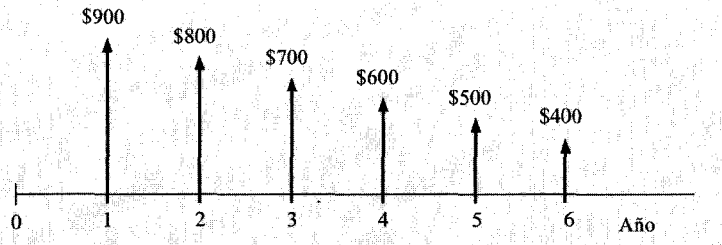


Figura 4.19 Diagrama que incluye un gradiente que decrece.

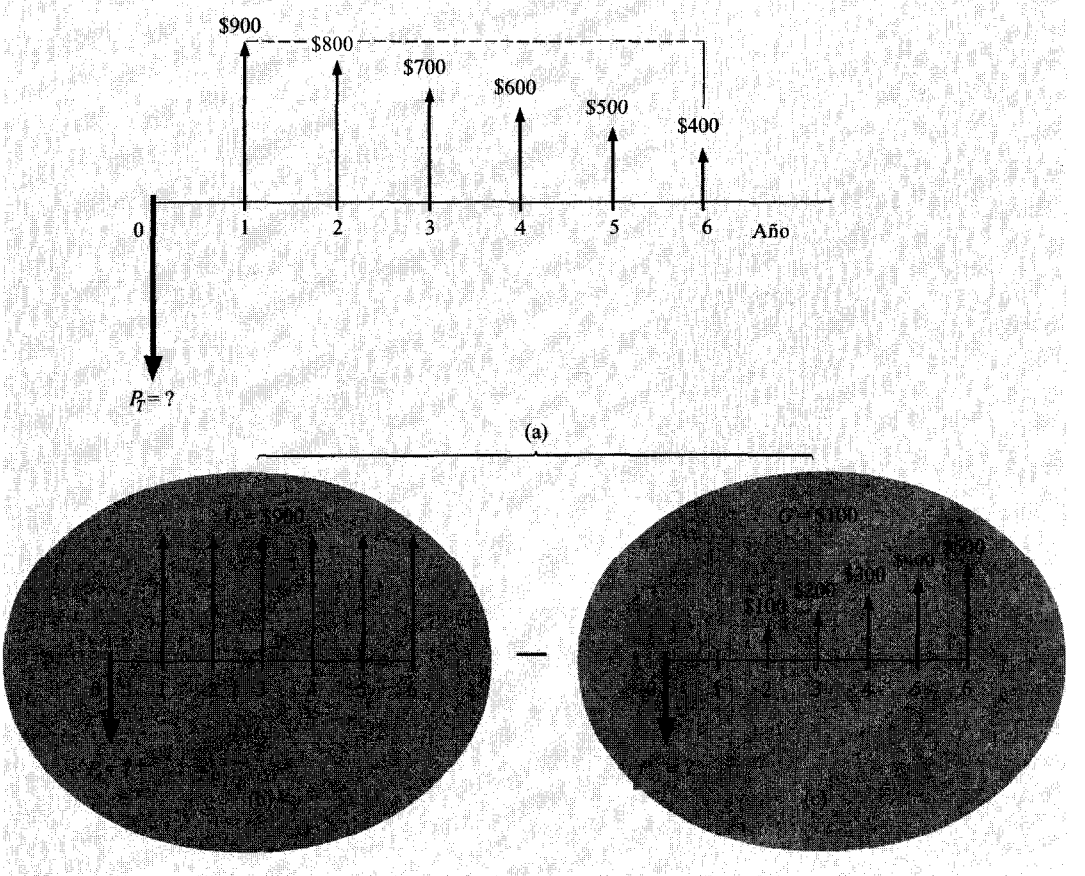


Figura 4.20 Flujo de efectivo fraccionado de la figura 4.19: (*a*) = (*b*) − (*c*).

(b) La serie de valor anual está compuesta por dos componentes: la cantidad base y la cantidad uniforme equivalente del gradiente. La serie de entrada anual (A_1 = \$900) es la cantidad base y la serie uniforme del gradiente A_G se resta de A,.

$$A = A_1 - A_G = 900 - 100(A/G,7\%,6)$$

$$= 900 - 100(2.3032)$$

= \$669.68 anual durante los años 1 a 6

Comentario

Los gradientes diferidos que decrecen son tratados de forma similar a los gradientes diferidos que crecen. *Véase* en el ejemplo adicional 4.18 un ejemplo que combina gradientes crecientes convencionales y gradientes decrecientes diferidos.

Ejemplo adicional 4.18
Problemas 4.46 a 4.50

EJEMPLOS ADICIONALES

Ejemplo 4.13

UBICACIÓN DE PY F, **SECCIÓN** 4.1 Una familia decide comprar una nueva nevera a crédito. El plan de pago exige un pago inicial de \$100 ahora (es el mes de marzo) y \$55 mensual entre junio y noviembre con intereses del $1^1/_2$ mensual compuesto mensualmente. Construya el diagrama de flujo de efectivo e indique P en el mes en que se puede calcular un valor equivalente utilizando un factor P/A y un F/P. Dé valores de n para todos los cálculos.

Solución

Dado que el periodo de pago {meses) es igual al periodo de capitalización, pueden emplearse las tablas de interés del 1.5%. La figura 4.21 ubica P en mayo. La relación utilizando solamente los dos factores es:

$$P = 100(F/P,1.5\%,2) + 55(P/A,1.5\%,6)$$

donde n = 2 para el factor F/P y n = 6 para el factor P/A.

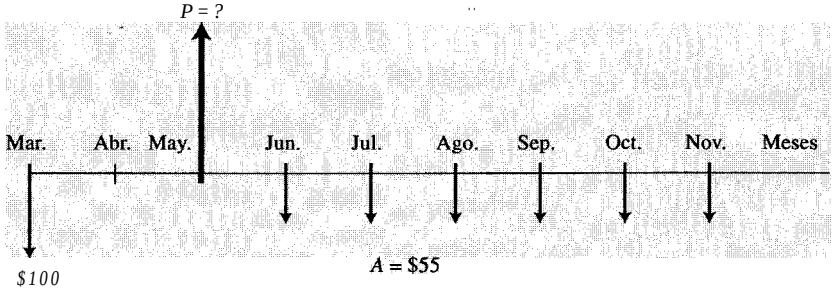


Figura 4.21 Ubicación de una cantidad equivalente utilizando solamente factores P/A y F/P, ejemplo 4.13.

Comentario

La ubicación de P está controlada por la serie uniforme A, puesto que P/A es inflexible a este respecto.

Ejemplo 4.14

SERIE UNIFORME DIFERIDA, SECCIÓN 4.2 Considere las dos series uniformes de la figura 4.22. Calcule el valor presente al 15% anual utilizando tres métodos diferentes.

Solución

De las diversas formas de encontrar el vafor presente, las dos más simples son probablemente los métodos de valar futuro y de valor presente. Un tercer método, que utiliza el año intermedio 7 como un punto focal, se denomina el *método del año intermedio.*

(a) **Método del valor presente.** *(Véase* figura 4.23*a*). El uso de los factores P/A, para la serie uniforme, seguido del uso de los factores P/F para obtener el valor presente en el año 0, permite encontrar P_T.

$$P_T = P_{A1} + P_{A2}$$

$$P_{A1} = P'_{A1}((P/F,15\%,2) = A_1(P/A,15\%,3)(P/F,15\%,2)$$

$$= 1000(2.2832)(0.7561)$$

$$= \$1726$$

$$P_{A2} = P'_{A2}((P/F,15\%,8) = A_2(P/A,15\%,5)(P/F,15\%,8)$$

$$= 1500(3.3522)(0.3269)$$

$$= \$1644$$

$$P_T = 1726 + 1644 = \$3370$$

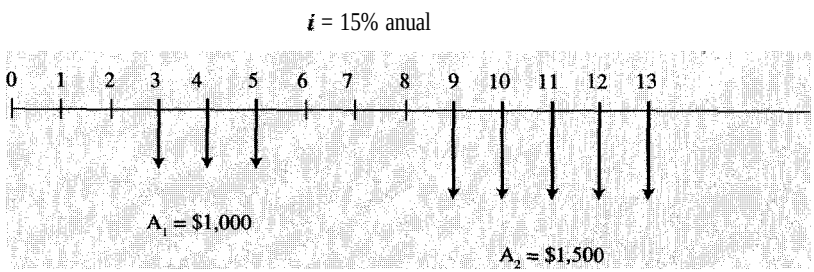
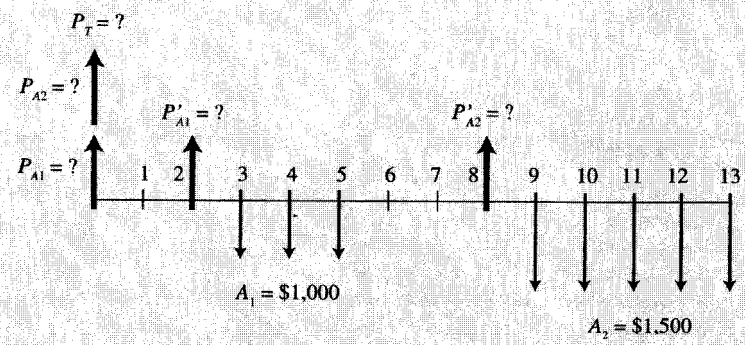
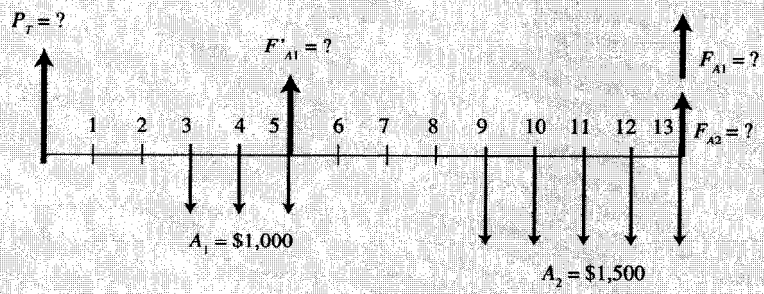


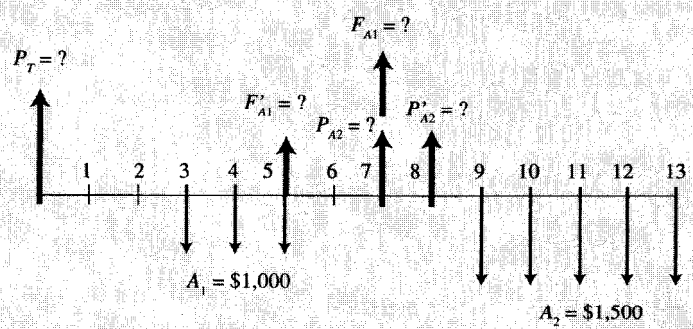
Figura 4.22 Serie uniforme para calcular un valor presente mediante diversos factores, ejemplo 4.14.



(a) Método de valor presente



(b) Método de valor futuro



(c) Método del año intermedio

Figura 4.23 Cálculo del valor presente de la figura 4.22 mediante tres métodos.

(b) **Método de valor** futuro. *(Véase* figura *4.236).* Al utilizar los factores *F/A, F/P y P/F se tiene:*

$$P_T = (F_{A1} + F_{A2})(P/F,15\%,13)$$

$$F_{A1} = F'_{A1}(F/P,15\%,8) = A_1(F/A,15\%,3)(F/P,15\%,8)$$

$$= 1000(3.4725)(3.0590)$$

$$= \$10{,}622$$

$$F_{A2} = A_2(F/A,15\%,5) = 1500(6.7424)$$

$$= \$10{,}113$$

$$P_T = (F_{A1} + F_{A2})(P/F,15\%,13) = 20{,}735(0.1625)$$

$$= \$3369$$

fc) Método del año intermedio. (*Véase* figura 4.23*c*). Encuentre el valor presente de ambas series en el año 7 y luego utilice el factor *P/F*.

$$P_T = (F_{A1} + P_{A2})(P/F,15\%,7)$$

El valor de P_{A2} se calcula como valor presente; pero para encontrar el valor total P_T en el año 0, éste debe ser tratado como un valor *F*. Por tanto,

$$F_{A1} = F'_{A1}(F/P,15\%,2) = A_1(F/A,15\%,3)(F/P,15\%,2)$$

$$= 1000(3.4725)(1.3225)$$

$$= \$4592$$

$$P_{A2} = P'_{A2}(P/F,15\%,1) = A_2(P/A,15\%,5)(P/F,15\%,1)$$

$$= 1500(3.3522)(0.8696)$$

$$= \$4373$$

Ahora,

$$P_T = (F_{A1} + P_{A2})(P/F,15\%,7)$$

$$= 8965(0.3759)$$

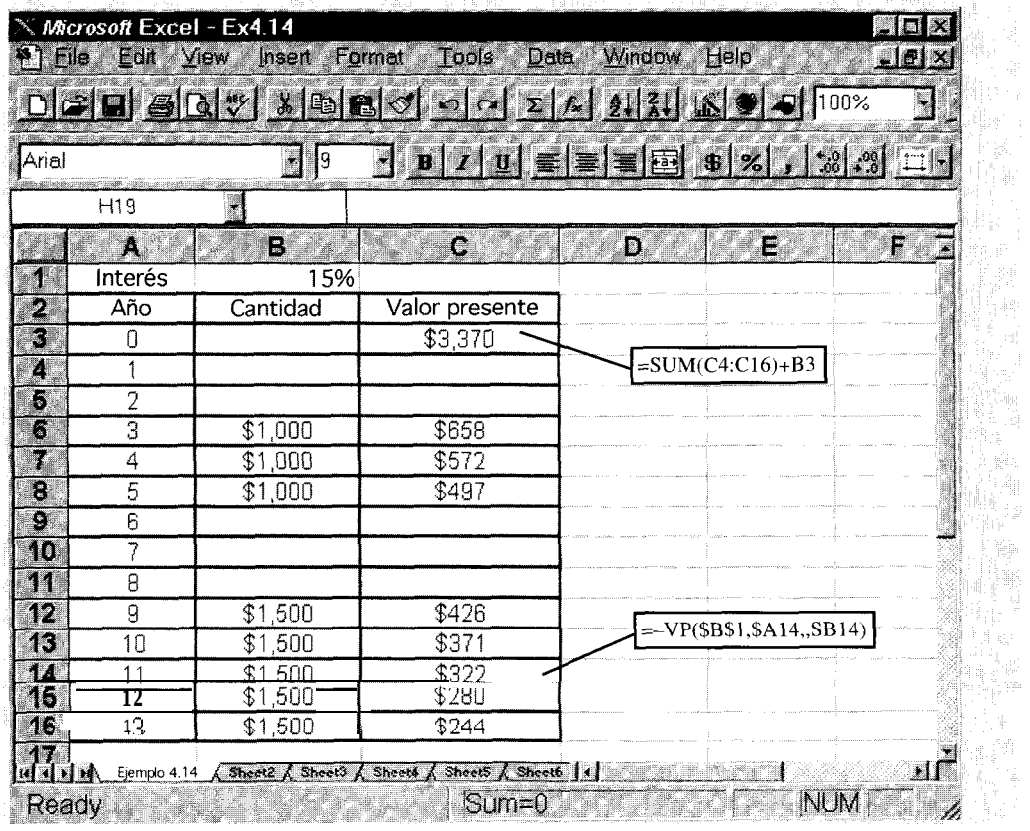
$$= \$3370$$

Ejemplo 4.14
(Hoja de cálculo)

SERIE UNIFORME DIFERIDA, SECCIÓN 4.2 Considere las dos series uniformes de la figura 4.22. Calcule el valor de *P* al 15% anual utilizando una hoja de cálculo y el método de valor presente.

Solución

La solución de hoja de calculo de la figura 4.24 utiliza la función *VP* para calcular el valor de cada cantidad en el año 0 y el operador SUM de Excel adiciona los valores *P* en la celda C3, donde $P = \$3370$.



	A	B	C	D	E	F
1	Interés	15%				
2	Año	Cantidad	Valor presente			
3	0		$3,370			
4	1					
5	2					
6	3	$1,000	$658			
7	4	$1,000	$572			
8	5	$1,000	$497			
9	6					
10	7					
11	8					
12	9	$1,500	$426			
13	10	$1,500	$371			
14	11	$1,500	$322			
15	12	$1,500	$280			
16	13	$1,500	$244			
17						

Figura 4.24 **Solución de hoja de cálculo para el ejemplo 4.14 utilizando el método de valor presente.**

Ejemplo 4.15

VALOR PRESENTE CON FACTORES MÚLTIPLES, SECCIÓN 4.3 Calcule el valor presente total de la siguiente serie de flujos de efectivo para i = 18% anual.

Año	**0**	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
Flujo de efectivo, $	+460	+460	+460	+460	+460	+460	+460	-5000

Solución

En la figura 4.25 se muestra el diagrama de flujo de efectivo. Dado que la entrada en el aíío 0 es igual a la entrada de la serie *A*, el factor *P/A* puede ser utilizado bien sea para 6 ó 7 años. A continuación se trabaja el problema en ambos casos.

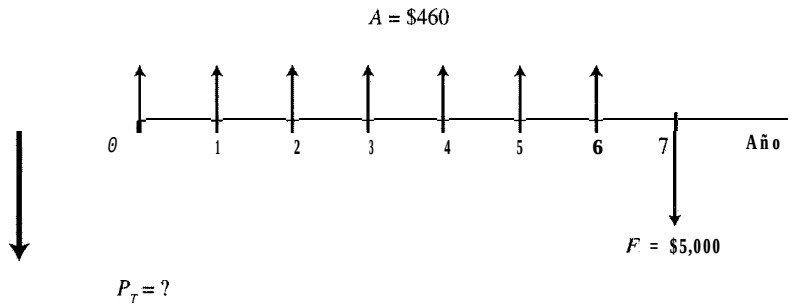


Figura 4.25 Diagrama de flujo de efectivo, ejemplo 4.15.

1. **Utilizando** P/A y $n = 6$. Para este caso, la entrada P_1 en el año 0 se agrega al valor presente de las cantidades restantes, puesto que el factor P/A para $n = 6$ colocará a P_A en el año 0. Por tanto,

$$P_T = P_1 + P_A - P_F$$
$$= 460 + 460(P/A,18\%,6) - 5000(P/F,18\%,7)$$
$$= \$499.40$$

Observe que el valor presente del flujo de efectivo de $5000 es negativo, ya que éste es un flujo de efectivo negativo.

2. **Utilizando** P/A y $n = 7$. Al utilizar el factor P/A para $n = 7$, el "valor presente" se sitúa en el año -1, no en el año 0, porque P está situada 1 periodo antes de la primera A. Por consiguiente, es **necesario** mover el valor de P_A un año más adelante con el factor F/P. Por tanto,

$$P = 460(P/A,18\%,7)(F/P,18\%,1) - 5000(P/F,18\%,7)$$
$$= \$499.40$$

Comentario

Trabaje nuevamente el problema encontrando primero el valor futuro de la serie y luego resolviendo para P. Dentro de un error de aproximación, se debe obtener la misma respuesta dada arriba.

Ejemplo 4.16

GRADIENTES DIFERIDOS, SECCIÓN 4.5 Determine la cantidad del gradiente, la ubicación del valor presente del gradiente y los n valores del factor gradiente para los flujos de efectivo de la figura 4.26.

Solución

Es necesario construir el diagrama de flujo de efectivo para situar el valor presente del gradiente y determinar los valores de n. Si se denomina G, la serie del año 1 hasta el año 4 con una cantidad base de $25, G, = $15, n_1 igual a 4 años y P_{G1} ocurre en el año 0. Para la segunda serie, utilice G,. La cantidad base es también $25, pero G_2 = $5 empezando en el año actual 7, y n_2 igual a 7 años. Aquí P_{G2} se sitúa en el año 5.

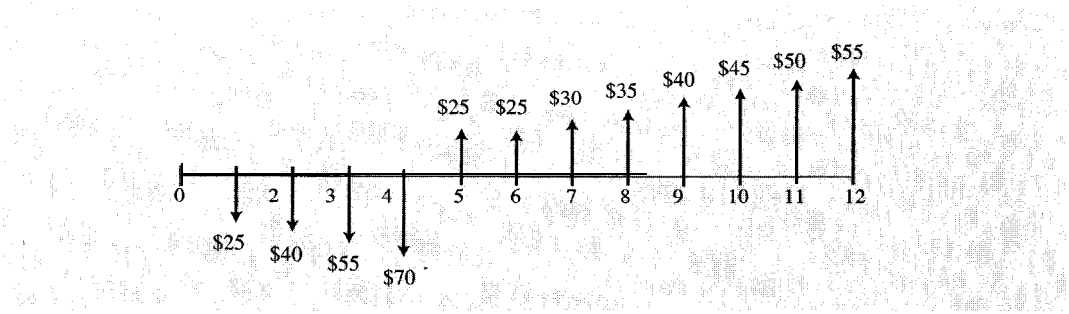


Figura 4.26 Flujo de efectivo de dos gradientes, ejemplo 4.16.

Comentario

Aunque la figura 4.26 muestra una serie de desembolsos y entradas, ambos gradientes están creciendo. Los gradientes que decrecen se analizan en la sección 4.6.

Ejemplo 4.17

GRADIENTES DIFERIDOS, SECCIÓN 4.5 Para i = 8% y los flujos de efectivo de la figura 4.27, calcule *(a)* el valor anual equivalente y *(b)* el valor presente equivalente.

Solución

(a) Las líneas interrumpidas de la figura 4.27 deben ayudar en la solución del valor anual equivalente y del valor presente. Para la serie anual, utilice los pasos descritos en el ejemplo 4.10.

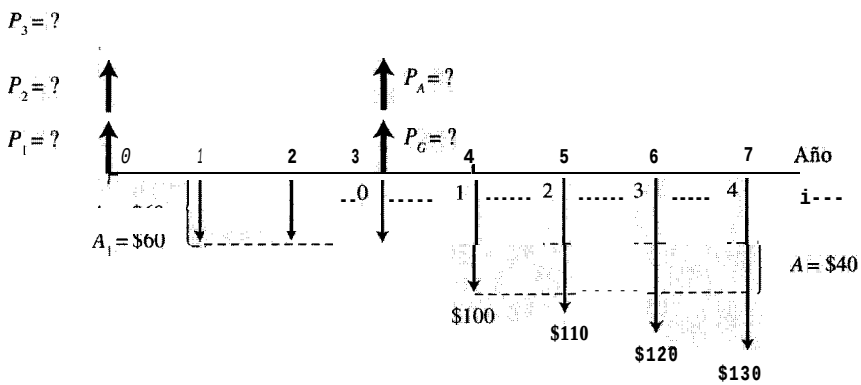


Figura 4.27 Gradiente diferido, ejemplo 4.17.

1. A_1 = \$60 durante 7 años

   A = \$40 cantidad base del gradiente durante 4 años

   A_3 = serie equivalente de la cantidad base para 7 años

   $= P_2(A/P,8\%,7)$

   donde

   P_2 = valor presente de A = *series* de \$40

   $= 40(P/A,8\%,4)(P/F,8\%,3)$

   = \$105.17

   $A_3 = 105.17(A/P,8\%,7)$

   = \$20.20

2. P_G = valar presente del gradiente uniforme de \$10 en el año 3

   $= G(P/G,8\%,4) = 10(4.6501)$

   = \$46.50

3. P_1 = valor presente del P_G en el año actual 0

   $= P_G(P/F,8\%,3) = 46.50(0.7938)$

   = \$36.91

4. A_2 = valor A equivalente a 7 años de gradiente

   $= P_1(A/P,8\%,7) = 36.91(0.19207)$

   = \$7.09

5. El valor anual equivalente es

   $A = A_1 + A_2 + A_3 = 60.00 + 7.09 + 20.20$

   = *\$87.29*

(b) Para encontrar P para la figura 4.27, observe que los cálculos en los pasos 2 y 3 producen P_1= \$36.91. La serie uniforme de \$40 tiene un valor presente de P_2.

$$P_2 = 40(P/A,8\%,4)(P/F,8\%,3) = 40(3.3121)(0.7938)$$

$$= \$105.17$$

La serie *anual* uniforme de \$60 tiene un valor presente de P_3.

$$P_3 = 60(P/A,8\%,7) = 60(5.2064)$$

$$= \$312.38$$

El valor presente total es la suma

$$P_T = P_1 + P_2 + P_3 = 36.91 + 105.17 + 312.38$$

$$= \$454.46$$

Esto equivale a encontrar P_T mediante la A determinada en la parte (a).

$$P_T = A(P/A,8\%,7) = 87.29(5.2064) = \$454.46$$

Ejemplo 4.18

GRADIENTES CONVENCIONALES Y DIFERIDOS, SECCIONES 4.5 Y 4.6 Suponga que una persona está planeando invertir dinero al 7% anual, como lo muestra el gradiente creciente de la figura 4.28. Además, espera efectuar retiros de acuerdo con el gradiente decreciente mostrado. Encuentre el valor presente neto y el valor anual equivalente para toda la secuencia del flujo de efectivo.

Solución

Para la secuencia de inversión, G es $500, la cantidad base es $2000 y n equivale a 5. Para la secuencia de retiros a lo largo del año 10, Ges $-1000, la cantidad base es $5000 y n equivale a 5. Hay una serie anual de 2 años con A igual a $1000 en los años ll y 12. Para la secuencia de inversión,

$$\begin{aligned} P_1 &= \text{valor presente de los depósitos de inversión} \\ &= 2000(P/A,7\%,5) + 500(P/G,7\%,5) \\ &= 2000(4.1002) + 500(7.6467) \\ &= \$12{,}023.75 \end{aligned}$$

para la secuencia de retiro, sea P_W el valor presente de la cantidad base de retiro y la serie gradiente en 6 años hasta 10(P_2), más **el** valor presente de los retiros en los años ll y 12 (P_3). Entonces,

$$\begin{aligned} P_W &= P_2 + P_3 \\ &= P_G\,(P/F, 7\%, 5) + P_3 \\ &= [5000(P/A, 7\%,5) - 1000(P/G,7\%,5)](P/F,7\%,5) \\ &\quad + 1000(P/A,7\%,2)(P/F,7\%,10) \\ &= [5000(4.102) - 1000(7.6467)](0.7130) + 1000(1.8080)(0.5083) \\ &= \$9165.12 + 919.00 = \$10{,}084.12 \end{aligned}$$

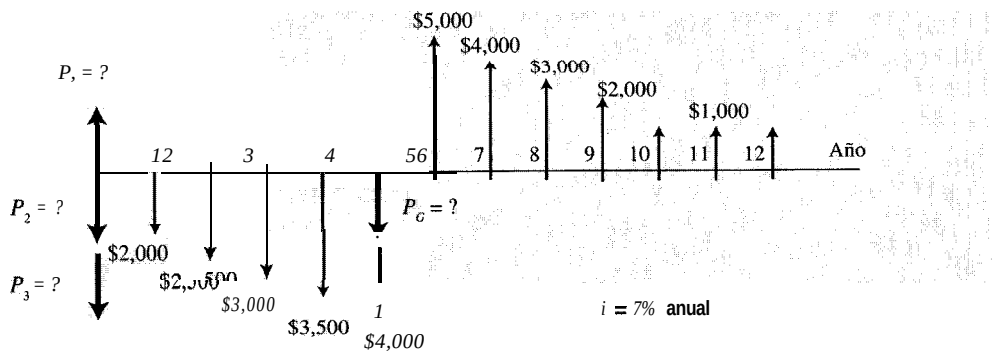


Figura 4.28 Secuencias de una inversión y retiros de flujos de efectivo, ejemplo 4.18.

Dado que P_1 es realmente un flujo de efectivo negativo y P_W es positivo, el valor presente total es

$$P_T = P_W - P_1 = 10{,}084.12 - 12{,}023.75$$

$$= \$-1939.63$$

El valor de A puede calcularse mediante

$$A = P(A/P,7\%,12)$$

$$= \$-244.20$$

La interpretación de estos resultados es la siguiente: En equivalencia de valor presente, la persona invertirá $1939.63 más de lo que espera retirar, lo cual equivale a un ahorro anual de $244.20 anual durante el periodo de 12 años.

RESUMEN DEL CAPÍTULO

En el capítulo *2* se derivaron las ecuaciones que se utilizan para calcular situaciones específicas de flujo de efectivo de valor presente, futuro o anual. En el capítulo *3* se mostró que tales ecuaciones son útiles para periodos de tiempo más cortos o más largos de 1 año. En el presente capítulo se ha mostrado que éstas también se aplican a situaciones de flujo de efectivo diferentes a aquellas para las cuales se han obtenido las relaciones básicas. Por ejemplo, cuando una serie uniforme no empieza en el periodo 1, aún se utiliza el factor *P/A* para encontrar el "valor presente" de la serie, excepto que el valor *P* está ubicado, no en el tiempo 0, sino un periodo de interés más adelante del primer valor de A. Para gradientes aritméticos, el valor de *P* es *2* periodos adelante del lugar en que se inicia el gradiente. Con este tipo de información, prácticamente cualquier secuencia de flujo de efectivo concebible es posible resolver ahora para cualquier valor de símbolo —*P, A o F*-.

ESTUDIO DE CASO #2, CAPÍTULO 4: FINANCIACIÓN DE LA COMPRA DE UNA VIVIENDA

Introducción

La compra de una casa es probablemente el único compromiso financiero de alto valor que una persona promedio realiza durante su vida. Sin duda, el factor más importante que permite que esas transacciones ocurran es la financiación. Hay métodos para financiar la compra de propiedad residencial, cada uno con ventajas que ta hacen el método de escogencia bajo un conjunto dado de circunstancias. La selección de un método entre muchos de un conjunto dado de condiciones es el tema de este estudio de caso. Se evalúan cuatro métodos de financiación, identificados como planes *A,B,C y D*

Plan	Descripción
A	Tasa de interés fija del 10% anual a 30 años, pago inicial del 5%
B	Hipoteca a 30 años (HTA) con tasa ajustable; 9% primeros tres años, 9½% en el año 4, 10¼% entre los años 5 hasta el 10 (supuesto), pago inicial 5%
C	Tasa de interés fija del 9½% anual a 15 años, pago inicial del 5%
D	Financiación del propietario al 8½% anual, pago inicial $20,000, con un pago global en el año 10.

Otros supuestos son:

- El precio de la casa es $150,000.
- La casa será vendida en 10 años por $170,000 (producido neto después de los gastos de venta).
- Los impuestos y el seguro (I&S) ascienden a $300 mensual.
- Cantidad disponible: $40,000 máximo para el pago inicial, $1600 mensual, incluyendo I&S.
- Nuevos gastos del préstamo: comisión de apertura, 1%; comisión por avalúo, $300; comisión por peritaje, $200; honorarios del abogado, $200; tarifa de procesamiento, $350; tarifas de fideicomiso, $150; otros costos, $300.
- Cualquier dinero no gastado en el pago inicial o en los pagos mensuales devengará un interés exento de impuesto de ¼% mensual.

Criterio utilizado: Seleccione el plan de financiación que tenga mayor cantidad de dinero que queda al final del periodo de propiedad de 10 años. Por consiguiente, calcule el valor futuro de cada plan y seleccione aquél con el valor futuro más grande.

Análisis de las planes de financiación

Plan *A*: Tasa fija a 30 años La cantidad de dinero requerida inicialmente es:

(a) Pago inicial (5% de $150,000)	$7,500
(b) Comisión de apertura (1% de $142,500)	1,425
(c) Avalúo	300
(d) Peritaje	200
(e) Honorarios de abogado	200
(f) Procesamiento	350
(g) Fideicomiso	150
(h) Otros (registro, información del crédito, etc.)	300
Total	$10,425

La cantidad del préstamo es $142,500. El principal anual equivalente y pago de interés (P&I) al 10% durante un periodo de 30 años es:

$$A = 142{,}500(A/P,10/12\%,360)$$
$$= \$1250.56$$

Cuando I&S se agregan a P&I, el pago mensual total PMT_A es:

$$PMT_A = 1250.56 + 300$$
$$= \$1550.56$$

Se puede ahora determinar el valor futuro del plan *A* sumando los valores futuros de los fondos restantes no utilizados para el pago inicial y las comisiones iniciales (F_{1A}) y para los pagos mensuales (F_{2A}) junto con el aumento en el valor de la casa (F_{3A}). Teniendo en cuenta que el dinero no gastado produce un interés de 1/4% mensual, en 10 años el dinero no gastado en el pago inicial ascendería a:

$$F_{1A} = (40{,}000 - 10{,}425)(F/P,0.25\%,120)$$
$$= \$39{,}907.13$$

El dinero disponible no gastado en pagos mensuales es $49.44 (es decir, $1600 – 1550.56). Su valor futuro es:

$$F_{2A} = 49.44(F/A,0.25\%,120)$$
$$= \$6908.81$$

El dinero neto disponible de la venta de la casa es la diferencia entre el precio de venta neto (después de gastos) y el saldo del préstamo. Este último es:

$$\text{Saldo del préstamo} = 142{,}500(F/P,12\%,120) - 1250.56(F/A,10/12\%,120)$$
$$= 385{,}753.40 - 256{,}170.92$$
$$= \$129{,}582.48$$

Puesto que el producido neto de la venta de la casa es $170,000,

$$F_{3A} = 170{,}000 - 129{,}582.48 = \$40{,}417.52$$

El valor futuro total del plan *A* es

$$F_A = F_{1A} + F_{2A} + F_{3A}$$
$$= 39{,}907.13 + 6908.81 + 40{,}417.52$$
$$= \$87{,}233.46$$

Plan *B*: Hipoteca a 30 años con tasa ajustable (HTA) Las hipotecas con tasas ajustables están atadas a algún índice tal como los bonos del tesoro de EE.UU. Para este ejemplo, se ha supuesto que la tasa es del 9% durante los 3 primeros años, 9 1/2% en el año 4 y 10 1/4% entre los años 5 al 10. Dado que esta opción exige también un pago inicial del 5%, el dinero inicial requerido será el mismo que para el plan *A*, es decir, $10,425.

La cantidad P&I mensual durante los 3 primeros años es:

$$A = 142{,}500(A/P,9/12\%,360)$$
$$= \$1146.58$$

El pago total durante los primeros 3 años es:

$$PMT_B = \$1146.58 + 300$$
$$= \$1446.58$$

Al final del tercer año, la tasa de interés cambia a 9½% anual. Esta nueva tasa se aplica al saldo del préstamo en ese momento:

$$\text{Saldo del préstamo al final del año 3} = 142{,}500(F/P,0.75\%,36) - 1146.58(F/A,0.75\%,36) = \$139{,}297.08$$

El pago P&I durante el año 4 es ahora:

$$A = 139{,}297.08(A/P,9.5/12\%,324)$$
$$= \$1195.67$$

El pago total durante el año 4 es:

$$PMT_B = 1195.67 + 300$$
$$= \$1495.67$$

Al final del año 4, la tasa de interés cambia nuevamente, esta vez al 10¼% anual y se queda en esta tasa durante el resto del periodo de 10 años. El saldo del préstamo al final del año 4 es:

$$\text{Saldo del préstamo al final del año 4} = 139{,}297.08(F/P,9.5/12\%,12) - 1195.67(F/A,9.5/12\%,12) = \$138{,}132.42$$

La nueva cantidad P&I es:

$$A = 138{,}132.42(A/P,10.25/12\%,312)$$
$$= \$1269.22$$

El nuevo pago total para los años 5 hasta 10 es:

$$PMT_B = 1269.22 + 300$$
$$= \$1569.22$$

El saldo del préstamo al final de los 10 años es:

$$\text{Saldo del préstamo al final del año 10} = 138{,}132.42(F/P,10.25/12\%,72) - 1269.22(F/A,10.25/12\%,72) = \$129{,}296.16$$

El valor futuro del plan B puede determinarse ahora. El valor futuro del dinero no gastado en el pago inicial es el mismo que para el plan A.

$$F_{2B} = (40{,}000 - 10{,}425)(F/P,0.25\%,120)$$
$$= \$39{,}907.13$$

El valor futuro del dinero no gastado en pagos mensuales es más complejo que en el plan A.

$$F_{2B} = (1600 - 1446.58)(F/A,0.25\%,36)(F/P,0.25\%,84)$$
$$+ (1600 - 1495.67)(F/A,0.25\%,12)(F/P,0.25\%,72)$$
$$+ (1600 - 1569.22)(F/A,0.25\%,72)$$
$$= 7118.61 + 1519.31 + 2424.83$$
$$= \$11{,}062.75$$

La cantidad de dinero restante de la venta de la casa es:

$$F_{3B} = 170{,}000 - 129{,}296.16$$
$$= \$40{,}703.84$$

El valor futuro total del plan B es:

$$F_B = F_{1B} + F_{2B} + F_{3B}$$
$$= \$\,91{,}673.72$$

Plan C: Tasa fija a 15 años Los cálculos para este plan son los mismos que los desarrollados para el plan A excepto que $i = 9\frac{1}{2}\%$ anual y $n = 180$ periodos en lugar de 360. Sin embargo, para un pago inicial del 5%, el P&I es ahora \$1488.04, lo cual producirá un pago total de \$1788.04. Esta cantidad es mayor que el pago máximo disponible de \$1600. Por consiguiente, el pago inicial tendrá que ser aumentado a \$25,500, haciendo que el préstamo ascienda a \$124,500. De esta manera, el P&I asciende a \$1300.06 para un pago mensual total de \$1600.06.

La cantidad de dinero requerida inicialmente es ahora \$28,245 (la comisión de apertura también ha cambiado). Los valores del plan C para F_{1C}, F_{2C} y F_{3C} se muestran a continuación.

$$F_{1C} = (40{,}000 - 28{,}245)(F/P,0.25\%,120)$$
$$= \$15{,}861.65$$

$$F_{2C} = 0$$

$$F_{3C} = 170{,}000 - [124{,}500(F/P,9.5/12\%,120)$$
$$- 1300.06(F/A,9.5/12\%,120)]$$
$$= \$108{,}097.93$$

$$F_C = F_{1C} + F_{2C} + F_{3C}$$
$$= \$123{,}959.58$$

Plan D: Financiado por el propietario. Cuando el préstamo es financiado por el propietario, no se incurre en muchos de los costos iniciales, ya que no hay comisión de apertura, comisión de peritaje, tarifa de procesamiento, etc. Para este ejemplo, se supondrá que los costos iniciales se limitan al pago inicial de $20,000 y otros costos de $500.

El pago P&I es:

$$A = 130{,}000(A/P,8.5/12\%,360)$$
$$= \$999.59$$

El pago mensual total es:

$$PMT_D = 999.59 + 300$$
$$= \$1299.59$$

El valor futuro se encuentra utilizando cálculos similares al plan *A*:

$$F_{1D} = (40{,}000 - 20{,}500)(F/P,0.25\%,120)$$
$$= \$26{,}312.39$$
$$F_{2D} = (1600 - 1299.59)(F/A,0.25\%,120)$$
$$= \$41{,}979.72$$
$$F_{3D} = 170{,}000 - [130{,}000(F/P,8.5/12\%,120) - 999.59(F/A,8.5/12\%,120)]$$
$$= \$54{,}817.16$$

El valor futuro del plan *D* es:

$$F_D = 26{,}312.39 + 41{,}979.72 + 54{,}817.16$$
$$= \$123{,}109.27$$

Conclusión

El análisis revela que el plan *C* es la opción de financiación preferida. Ésta produce un poco más de dinero en valor futuro que el plan *D* y considerablemente más que el plan *A* o *B* una vez se realice la venta de la casa 10 años después de haberla comprado.

Preguntas pura considerar

1. ¿Cuál es la cantidad total del interés pagado en el plan *A* durante el periodo de 10 años?
2. ¿Cuál es la cantidad total de interés pagado en el plan ***B*** durante el año 4?
3. ¿Cuál es la cantidad máxima de dinero disponible para el pago inicial bajo el plan ***A,*** si la cantidad total disponible es $40,000?
4. ¿En cuánto aumenta el pago en el plan ***A*** con cada incremento del 1% en la tasa de interés?
5. Si se deseara disminuir la tasa de interés del 10% al 9% en el plan ***A,*** ¿qué pago inicial extra tendría que hacerse?

PROBLEMAS

4.1) En mayo 1 de 1953, una persona abrió una cuenta de ahorro depositando $50 mensualmente en un banco local. Si la tasa de interés sobre la cuenta era del 0.25% mensual, ¿en qué mes y año estaría *(a)* situada ***P*** si se utiliza el factor *P/A* con i = 0.25% y ***(b)*** situada ***F*** si se utilizara i = 0.25% y n = 30 meses?

4.2 Determine la cantidad de dinero que debe depositar una persona dentro de 3 años para poder retirar $10,000 anualmente durante 10 años empezando dentro de 15 años si la tasa de interés es del 11% anual?

4.3 ¿Cuánto dinero se tendría que depositar durante 5 meses consecutivos empezando dentro de 2 años si se desea poder retirar $50,000 dentro de 12 años? Suponga que la tasa de interés es del 6% nominal anual compuesto mensualmente.

4.4 ¿Cuánto dinero anual tendría que depositar un hombre durante 6 años empezando dentro de 4 años a partir de ahora si desea tener $12,000 dentro de dieciocho años? Suponga que la tasa de interés es del 8% nominal anual compuesto anualmente.

4.5 Calcule el valor presente de la siguiente serie de ingresos y gastos si la tasa de interés es del 8% anual compuesto anualmente.

Año	Ingreso, $	Gasto, $
0	12,000	1,000
1-6	800	100
7-11	900	200

‘4.6 ¿Qué depósitos mensuales deben realizarse con el fin de acumular $4000 dentro de cinco años, si el primer depósito se realizará en 6 meses a partir de ahora y el interés es un 9% nominal anual compuesto mensualmente?

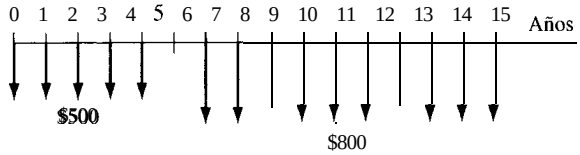
4.7 Si un hombre deposita $40,000 ahora en una cuenta que ganará intereses a una tasa del 7% anual compuesto trimestralmente, ¿cuánto dinero podrá retirar cada 6 meses, si efectúa su primer retiro dentro de 15 años y desea hacer un total de 10 retiros?

4.8 ¿Cuál es el valor presente de la siguiente serie de ingresos y desembolsos si la tasa de interés es del 8% nominal anual compuesto semestralmente?

Año	Ingreso, $	Gasto, $
0	**0**	9000
1-5	6000	2000
6-8	6000	3000
9-14	8000	5000

4.9 Se desea realizar una inversión de un solo pago en el sexto cumpleaños de una niña para entregarle $1500 en cada cumpleaños desde que ella cumpla diecisiete hasta los 22 años, inclusive en ambos. Si la tasa de interés es del 8% anual, ¿cuál es la cantidad global que debe invertirse?

4.10 Para el diagrama de flujo de efectivo que aparece en seguida, calcule la cantidad de dinero en el año 4 que sería equivalente a todo el flujo de efectivo que se muestra si la tasa de interés es del 10% anual.



4.11 Trabaje nuevamente el problema 4.10 utilizando una tasa de interés del 1% mensual.

4.12 Si un hombre deposita $100 mensualmente durante 5 años en una cuenta de ahorro, efectuando el primer depósito dentro de 1 mes ¿cuánto tendrá en su cuenta después de haber efectuado el último depósito, suponiendo que la tasa de interés es del 0.5% mensual durante los 3 primeros años y 0.75% mensual de ese momento en adelante?

4.13 Un individuo obtiene en préstamo $8000 a una tasa de interés de un 12% nominal anual compuesto semestralmente y desea rembolsar el dinero efectuando cinco pagos semestrales iguales; el primer pago sería hecho 3 años después de recibir el dinero. ¿Cuál sería el monto de los pagos?

4.14 Un estudiante que se acaba de graduar en la universidad ha planeado iniciar un fondo de pensiones. Es su deseo retirar dinero cada año durante 30 años empezando dentro de 25 años. El fondo de pensiones gana un interés del 7% si deposita $1000 anual por los primeros 24 años. ¿Qué cantidad anual uniforme podrá retirar cuando se pensione dentro de 25 años?

4.15 ¿Cuánto dinero se tendrá que depositar cada mes empezando dentro de 5 meses si se desea tener $5000 dentro de tres años, suponiendo que la tasa de interés es del 8% nominal anual compuesto mensualmente?

4.16 ¿Cuánto se debe depositar el 1 de enero de 1999 y cada 6 meses a partir de entonces hasta julio 1 del 2004, con el fin de retirar $1000 cada 6 meses durante 5 años empezando el 1 de enero del 2005? El interés es 12% nominal anual compuesto semestralmente.

4.17 Una pareja compra una póliza de seguros que tiene planeado utilizar para financiar parcialmente la educación universitaria de su hija. Si la póliza entrega $35,000 dentro de diez años, ¿qué depósito global adicional debe efectuar la pareja dentro de 12 años con el fin de que su hija pueda retirar $20,000 anualmente durante 5 años empezando dentro de 18 años? Suponga que la tasa de interés es 10% anual.

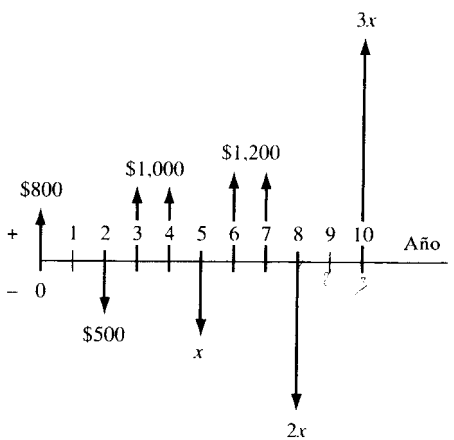
4.18 Un empresario compró un edificio y aisló el techo con espuma de 6 pulgadas, lo cual redujo la cuenta de calefacción en $25 mensual y el costo del aire acondicionado en $20 mensual. Suponiendo que el invierno dura los primeros 6 meses del año y que el verano los siguientes 6 meses, ¿cuál fue la cantidad equivalente de sus ahorros después de los primeros 3 años a una tasa de interés del 1% mensual?

4.19 ¿En qué año tendría una persona que hacer un solo depósito de $10,000 si ya venía depositando $1000 cada año durante los años 1 a 4 y desea tener $17,000 dentro de dieciocho años? Use una tasa de interés del 7% anual compuesto anualmente.

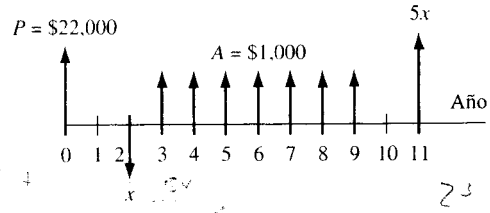
4.20 Calcule el valor de x en el flujo de efectivo que se muestra a continuación, de forma que el valor total equivalente en el mes 4 sea $9000 utilizando una tasa de interés de 1.5% mensual.

Mes	Flujo de efectivo	Mes	Flujo de efectivo
0	200	6	x
1	200	7	x
2	600	8	x
3	200	9	900
4	200	10	500
5	x	11	500

4.21 Encuentre el valor de x en el diagrama a continuación, de manera tal que los flujos de efectivo positivos sean exactamente equivalentes a los flujos de efectivo negativos si la tasa de interés es del 14% anual compuesto semestralmente.



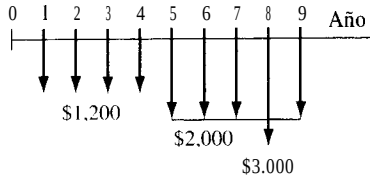
4.22 En el siguiente diagrama encuentre el valor de x que haría el valor presente equivalente del flujo de efectivo igual a $22,000, si la tasa de interés es 13% anual.



4.23 Calcule la cantidad de dinero en el año 7 que sería equivalente a los siguientes flujos de efectivo si la tasa de interés es del 16% nominal anual compuesta trimestralmente.

Año	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Cantidad, $	**900**	900	900	900	1300	1300	-1300	500	900	900

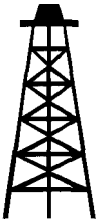
4.24 Determine los pagos anuales uniformes que serían equivalentes al flujo de efectivo que aparece a continuación. Utilice una tasa de interés del 12% anual.



4.25 Calcule el valor anual (del año 1 hasta el año 10) de la siguiente serie de desembolsos. Suponga que $i = 10\%$ anual compuesto semestralmente.

Año	**Desembolso, $**	**Año**	**Desembolso, $**
0	3,500	6	5,000
1	3,500	7	5,000
2	3,500	8	5,000
3	3,500	9	5,000
4	5,000	10	15,000
5	5 .000		

4.26 Una compañía petrolera está planeando vender unos pozos de petróleo existentes. Se espera que los pozos produzcan 100,000 barriles de petróleo anualmente durante 14 años más. Si el precio de venta por barril de petróleo es actualmente $35, ¿cuánto se estaría dispuesto apagar por los pozos si se espera que el precio del petróleo disminuya en $2 por barril cada 3 años, si la primera disminución ocurre inmediatamente después de la iniciación del año 2? Suponga que la tasa de interés es 12% anual y que las ventas de petróleo se realizan al final de cada año.



4.27 Una gran compañía manufacturera compró una máquina semiautomática por $18,000. Su costo de mantenimiento y operación anual fue $2700. Después de 4 años de su compra inicial, la compañía decidió adquirir para la máquina una unidad adicional que la haría completamente automática. La unidad adicional tuvo un costo adicional de $91 OO. El costo de operar la máquina en condición completamente automática fue $1200 por año. Si la compañía utilizó la máquina durante un total de 13 años, tiempo después del cual ésta quedó sin valor, ¿cuál fue el valor anual uniforme equivalente de la máquina a una tasa de interés del 9% anual compuesto semestralmente?

4.28 Calcule el valor anual (del año 1 hasta el año 8) de las entradas y desembolsos de una compañía de transporte terrestre que aparece a una tasa de interés del 12% anual compuesto mensualmente.

Año	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Flujo de efectivo, $	-10,000	4,000	-2,000	4,000	4,000	4,000	-1,000	5,000	5,000

4.29 El departamento de productos derivados de una planta empacadora de carne tiene un horno, cuyo flujo de costos aparece a continuación. Si la tasa de interés es del 15% anual, determine el valor presente de los costos.

Año	costo, $	Año	costo, $
0	5000	6	8000
1	5000	7	9000
2	5000	8	9100
3	5000	9	9200
4	6000	10	9300
5	7000	11	9400

4.30 Una persona obtiene en préstamo $10,000 a una tasa de interés del 8% compuesto anualmente y desea rembolsar el préstamo durante un periodo de 4 años con pagos anuales tales que el segundo pago supere en $500 el primer pago; el tercero supere en $1000 el segundo y el cuarto supere en $2000 el tercero. Determine el monto del primer pago.

4.31 Para el flujo de efectivo que se muestra a continuación, calcule el valor anual uniforme equivalente en los periodos 1 hasta el 12, si la tasa de interés es del 8% nominal anual compuesto semestralmente.

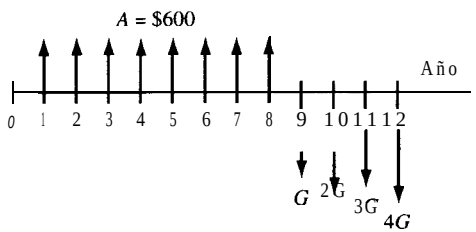
Periodo semestral	Valor, $
0	100
1	100
2	100
3	100
4	100
5	1.50
6	200
7	250
8	300
9	350
10	400
11	450
12	500

4.32 Para el flujo de efectivo que se muestra continuación, encuentre el valor de x que hará que el valor anual equivalente en los años 1 hasta el 9 sea igual a $2000 a una tasa de interés del 12% anual compuesto trimestralmente.

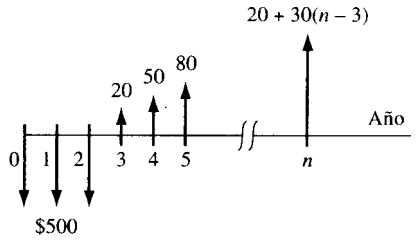
Año	0	12	3	4	5	6	7	8	9
Flujo de efectivo, $	200	300	400	500	x	600	700	800	900 1000

4.33 Una persona obtiene en préstamo $8000 a una tasa de interés nominal del 7% anual compuesto semestralmente. Se desea que el préstamo sea rembolsado en 12 pagos semestrales, efectuando el primer pago dentro de año. Si los pagos deben aumentar en $50 cada vez, determine el monto del primer pago.

4.34 En el siguiente diagrama, encuentre el valor de G que haría el flujo de ingresos equivalente al flujo de desembolsos, utilizando una tasa de interés del 12% anual.



4.35 Para el diagrama que se muestra a continuación, encuentre el primer año y el valor de la última entrada en el flujo de ingresos que haría que las entradas fueran al menos del mismo valor de las inversiones de $500 en los años 0, 1 y 2. Utilice una tasa de interés del 13% anual.

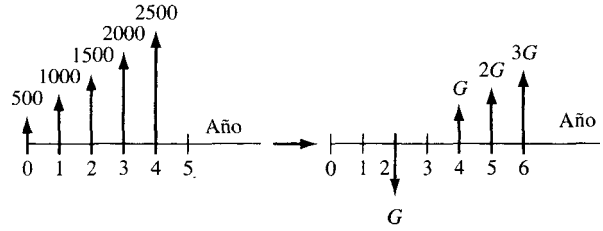


4.36 Calcule el valor de x para la serie de flujo de efectivo que se muestra a continuación, de manera que el valor anual equivalente desde el mes 1 hasta el mes 14 sea $5000, utilizando una tasa de interés de 12% nominal anual compuesto mensualmente.

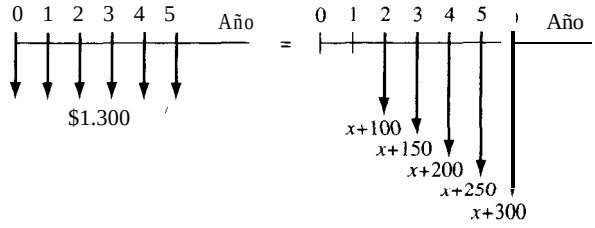
Mes	Flujo de efectivo, $
0	100
1	$100 + x$
2	100 + 2x
3	100 + 3x
4	$100 + 4x$
5	100 + 5x
6	100 + 6x
7	100 + 7x
8	100 + 8.x
9	100 + 9x
10	$100 + 10x$
11	$100 + 11x$
12	100 + 12x
13	100 + 13x
14	100 + 14x

4.37 Suponiendo que el flujo de efectivo en el problema 4.36 representa depósitos, encuentre el valor de x que hará los depósitos iguales a $9000 en el mes 9 si la tasa de interés es del 12% anual compuesto trimestralmente. Suponga que no hay intereses entre periodos.

4.38 Resuelva para el valor de G, de manera que el diagrama de flujo de efectivo de la izquierda sea equivalente al de la derecha. Utilice una tasa de interés del 13% anual.



4.39 Para el diagrama siguiente, resuelva para el valor de x, utilizando una tasa de interés del 12% anual.



4.40 El señor Alum Nye está planeando hacer una contribución a la universidad de la cual es egresado. Él desearía donar hoy una cantidad de dinero, de modo que la universidad pueda apoyar estudiantes. Específicamente, desearía proporcionar apoyo financiero para las matrículas de cinco estudiantes por año durante 20 años en total (es decir, 21 becas), efectuando la primera beca de matrícula de inmediato y continuando en intervalos de 1 año. El costo de la matrícula en la universidad es de $3800 anuales y se espera que se mantenga en esa cantidad durante 4 años más. Después de ese momento, sin embargo, el costo de la matrícula aumentará en 10% por año. Si la universidad puede depositar la donación y obtener un interés a una tasa nominal del 8% anual compuesto semestralmente, ¿cuánto debe donar el señor Alum Nye?

4.41 Calcule el valor presente (en el tiempo 0) de un arrendamiento que exige un pago ahora de $20,000 y cantidades que aumentan en 6% anualmente. Suponga que el arriendo dura un total de 10 años. Utilice una tasa de interés del 14% anual.

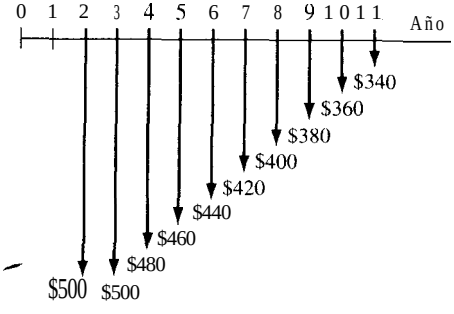
4.42 Calcule el valor anual de una máquina que tiene un costo inicial de $29,000, una vida de 10 años y un costo de operación anual de $13,000 durante los primeros 4 años, aumentando en 10% anualmente a partir de entonces. Utilice una tasa de interés del 15% anual.

4.43 Calcule el valor anual de fin de periodo de la Compañía A- 1 producto de obtener en arriendo un computador si el costo anual es $15,000 para el año 1 y $16,500 para el año 2, y los costos aumentan en 10% cada año desde ese momento. Suponga que los pagos de arriendo deben hacerse al principio del añó y que debe utilizarse un periodo de estudió-dé 7 años. La tasa mínima atractiva de retorno de la compañía es de 16% anual.

4.44 Calcule el valor presente de una máquina que cuesta $55,000 y tiene una vida de 8 años con un valor de salvamento de $10,000. Se espera que el costo de operación de la máquina sea de $10,000 en el año 1 y $11,000 en el año 2, con cantidades que aumentan en 10% anualmente a partir de entonces. Utilice una tasa de interés del 15% anual.

4.45 Calcule el valor anual equivalente de una máquina que cuesta $73,000 inicialmente y tendrá un valor de salvamento de $10,000 después de 9 años. El costo de operación es $21,000 en el año 1, $22,050 en el año 2, con cantidades que aumentan en 5% cada año a partir de entonces. La tasa mínima atractiva de retorno es 19% anual.

4.46 Encuentre el valor presente (en el tiempo 0) de los flujos de efectivo que se muestran en el siguiente diagrama. Suponga que i = 12% anual compuesto semestralmente.

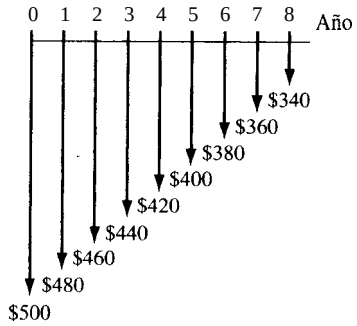


4.47 Si una persona empieza una cuenta bancaria depositando $2000 dentro de seis meses, ¿cuánto tiempo le tomará agotar la cuenta si empieza a retirar dinero dentro de un año de acuerdo con el siguiente plan: retira $500 el primer mes, $450 el segundo mes, $400 el siguiente mes y cantidades que disminuyen en $50 por mes hasta que la cuenta se agota? Suponga que la cuenta gana un interés a una tasa del 12% nominal anual compuesto mensualmente.

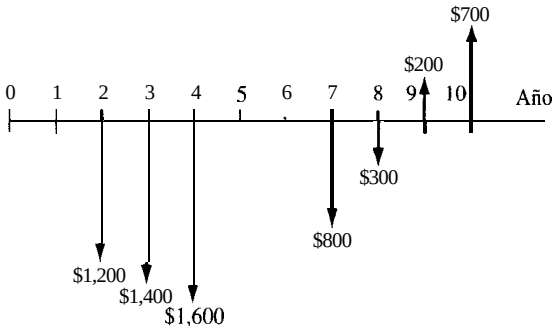
4.48 Calcule el valor anual de los siguientes flujos de efectivo para i = 12% anual.

Año	**0**	1-4	5	**6**	**7**	**8**	**9**	10
Cantidad, $	**5ooo**	**1000**	**9.50**	**800**	**700**	**600**	**500**	**400**

4.49 Para el diagrama siguiente, calcule la cantidad de dinero en el año 15 que sería equivalente a las cantidades mostradas, si la tasa de interés es del 1% mensual.



4.50 En los siguientes flujos de efectivo, calcule el valor presente y el valor anual uniforme equivalente para i= 10% anual en los siguientes flujos de efectivo.



NIVEL

DOS

Ahora que el lector ha aprendido a calcular correctamente el valor del dinero en el tiempo y la tasa de interés efectiva en un proyecto, está listo para evaluar alternativas completas. En este nivel aprenderá a realizar un análisis económico de una o más alternativas y a hacer una selección del mejor método en términos económicos entre dos 0 más alternativas.

Para realizar un análisis económico se utilizan cuatro métodos básicos: el valor presente (VP), el valor anual uniforme equivalente (VA), la tasa de rendimiento (TR) y la razón beneficiokosto (BK). Para la selección de alternativas se llegará a decisiones idénticas mediante los cuatro métodos cuando éstos se aplican al mismo conjunto de estimaciones de costos e ingresos y cuando las comparaciones se realizan apropiadamente.

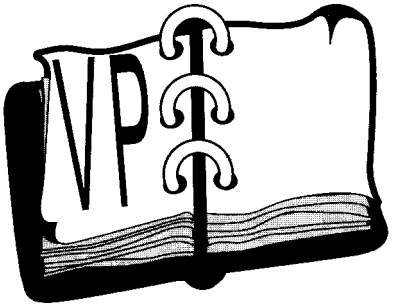
CAPÍTULO

5	Evaluación del valor presente y del costo capitalizado	152
6	Evaluación del valor anual uniforme equivalente	*180*
7	Cálculos de tasa de retorno para un proyecto único	200
8	Evaluación de la tasa de retorno para alternativas múltiples	230
9	Evaluación de la razón beneficiokosto	264

capítulo

5

Evaluación del valor presente y del costo capitalizado



Una cantidad futura de dinero convertida a su equivalente en valor presente tiene un monto de valor presente siempre menor que el del flujo de efectivo real, debido a que para cualquier tasa de interés mayor que cero, todos los factores *P/F* tienen un valor menor que 1 .O. Por esta razón, con frecuencia se hace referencia a cálculos de valor presente, bajo la denominación de métodos de *flujo de efectivo descontado* (FED). En forma similar, la tasa de interés utilizada en la elaboración de los cálculos se conoce como la *tusa de descuento.* Otros términos utilizados a menudo para hacer referencia a los cálculos de valor presente son valor presente (VP) y valor presente neto (VPN). Independientemente de cómo se denominen, los cálculos de valor presente se utilizan de manera rutinaria para tomar decisiones de tipo económico relacionadas. Hasta este punto, los cálculos de valor presente se han hecho a partir de los flujos de efectivo asociados sólo con un proyecto o alternativa únicos. En este capítulo, se consideran las técnicas para comparar alternativas mediante el método de valor presente. Aunque las ilustraciones puedan estar basadas en la comparación de dos alternativas, al evaluar el valor presente de tres o más alternativas se siguen los mismos procedimientos.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Propósito: Entender la forma de comparar alternativas con base en el valor presente o el costo capitalizado.

VP de alternativas con vidas iguales

VP de alternativas con vidas diferentes

Costo de ciclo de vida (CCV)

Costo capitalizado (CC)

Selección de alternativa utilizando CC

Este capítulo ayudará al lector a:

1. Seleccionar las mejores alternativas con vidas iguales mediante cálculos de valor presente.
2. Seleccionar las mejores alternativas con vidas diferentes mediante cálculos de valor presente.
3. Describir un análisis de costos de ciclo de vida para las categorías de costos importantes de una alternativa.
4. Realizar cálculos de costo capitalizado.
5. Seleccionar la mejor alternativa mediante cálculos de costos capitalizados.

5.1 COMPARACIÓN EN VALOR PRESENTE DE ALTERNATIVAS CON VIDAS IGUALES

El método de *valor presente (VP)* de evaluación de alternativas es muy popular debido a que los gastos o los ingresos futuros se transforman en *dólares equivalentes de ahora.* Es decir, todos los flujos futuros de efectivo asociados con una alternativa se convierten en dólares presentes. En esta forma, es muy fácil, aun para una persona que no está familiarizada con el análisis económico, ver la ventaja económica de una alternativa sobre otra.

La comparación de alternativas con vidas iguales mediante el método de valor presente es directa. Si se utilizan ambas alternativas en capacidades idénticas para el mismo periodo de tiempo, éstas reciben el nombre de alternativas de *servicio igual.* Con frecuencia, los flujos de efectivo de una alternativa representan solamente desembolsos; es decir, no se estiman entradas. Por ejemplo, se podría estar interesado en identificar el proceso cuyo costo inicial, operacional y de mantenimiento equivalente es el más bajo. En otras ocasiones, los flujos de efectivo incluirán entradas y desembolsos. Las entradas, por ejemplo, podrían provenir de las ventas del producto, de los valores de salvamento del equipo o de ahorros realizables asociados con un aspecto particular de la alternativa. Dado que la mayoría de los problemas que se considerarán involucran tanto entradas como desembolsos, estos últimos se representan como flujos negativos de efectivo y las entradas como positivos. (Esta convención de signo se ignora sólo cuando no es posible que haya error alguno en la interpretación de los resultados finales, como sucede con las transacciones de una cuenta personal).

Por tanto, aunque las alternativas comprendan solamente desembolsos, o entradas y desembolsos, se aplican las siguientes guías para seleccionar una alternativa utilizando la medida de valor del valor presente:

Una alternativa. Si VP $\geq$ 0, la tasa de retorno solicitada es lograda o excedida y la alternativa es financieramente viable.

Dos alternativas o **más.** Cuando sólo puede escogerse una alternativa (las alternativas son mutuamente excluyentes), se *debr seleccionar aquélla con el valor VP que sea mayor en términos numéricos,* es decir, menos negativo o más positivo, indicando un VP de costos más bajo o VP más alto de un flujo de efectivo neto de entradas y desembolsos.

En lo sucesivo se utiliza el símbolo VP, en lugar de *P,* para indicar la cantidad del valor presente de una alternativa. El ejemplo 5.1 ilustra una comparación en valor presente.

Ejemplo 5.1

Haga una comparación del valor presente de las máquinas de servicio igual para las cuales se muestran los costos a continuación, si i = 10% anual.

	Tipo *A*	Tipo *B*
Costo inicial *(P)*, $	2500	3500
Costo anual de operación (CAO), $	900	700
Valor de salvamento (VS), $	200	350
Vida, años	5	5

Solución

El diagrama de flujo de efectivo se deja al lector. El VP de cada máquina se calcula de la siguiente manera:

$$VP_A = -2500 - 900(P/A,10\%,5) + 200(P/F,10\%,5) = \$-5788$$

$$VP_B = -3500 - 700(P/A,10\%,5) + 350(P/F,10\%,5) = \$-5936$$

Se selecciona el tipo *A*, ya que el VP de los costos de A es menor. Observe el siguo más en el valor de salvamento, puesto que es una entrada.

Ejemplo adicional 5.5
Problemas 5.1 a 5.7

5.2 COMPARACIÓN EN VALOR PRESENTE DE ALTERNATIVAS CON VIDAS DIFERENTES

Cuando se utiliza el método de valor presente para comparar alternativas mutuamente excluyentes que tienen vidas diferentes, se sigue el procedimiento de la sección anterior con una excepción: *Las alternativas deben compararse durante el mismo número de años.* Esto es necesario pues, por definición, una comparación comprende el cálculo del valor presente equivalente de todos los flujos de efectivo futuros para cada alternativa. Una comparación justa puede realizarse sólo cuando los valores presentes representan los costos y las entradas asociadas con un servicio igual, como se describió en la sección anterior. La imposibilidad de comparar un servicio igual siempre favorecerá la alternativa de vida más corta (para costos), aun si ésta no fuera la más económica, ya que hay menos periodos de costos involucrados. El requerimiento de servicio igual puede satisfacerse mediante dos enfoques:

1. Comparar las alternativas durante un periodo de tiempo igual al *mínimo común múltiplo (MCM)* de sus vidas.
2. Comparar las alternativas utilizando un *periodo de estudio de longitud* n *años,* que no necesariamente considera las vidas de las alternativas. Éste se denomina el *enfoque de horizonte de planeación.*

Para el enfoque MCM, se logra un servicio igual comparando el mínimo común múltiplo de las vidas entre las alternativas, lo cual hace que automáticamente sus flujos de efectivo se extiendan al mismo periodo de tiempo. Es decir, se supone que el flujo de efectivo para un "ciclo" de una alternativa debe duplicarse por el mínimo común múltiplo de los años en

términos de dólares de valor constante (analizado en el capítulo 12). Entonces, el servicio se compara durante la misma vida total para cada alternativa. Por ejemplo, si se desean comparar alternativas que tienen vidas de 3 años y 2 años, respectivamente, las alternativas son evaluadas durante un periodo de 6 años. Es importante recordar que cuando una alternativa tiene un valor de salvamento terminal positivo o negativo, éste también debe incluirse y aparecer como un ingreso (un costo) en el diagrama de flujo de efectivo en cada ciclo de vida. Es obvio que un procedimiento como ése requiere que se planteen algunos supuestos sobre las alternativas en sus ciclos de vida posteriores. De manera específica, estos supuestos son:

- Las alternativas bajo consideración serán requeridas para el mínimo común múltiplo de años 0 más.
- Los costos respectivos de las alternativas en todos los ciclos de vida posteriores serán los mismos que en el primero.

Como se mostrará en el capítulo 12, este segundo supuesto es válido cuando se espera que los flujos de efectivo cambien con la tasa de inflación o de deflación exactamente, lo cual es aplicable a través del periodo de tiempo MCM. Si se espera que los flujos de efectivo cambien en alguna otra tasa, entonces debe realizarse un estudio del periodo con base en el análisis de VP utilizando dólares en valor constante en la forma descrita en el capítulo 12. Esta aseveración también se cumple cuando no puede hacerse el supuesto durante el tiempo en que se necesitan las alternativas.

Para el segundo enfoque del periodo de estudio, se selecciona un horizonte de tiempo sobre el cual debe efectuarse el análisis económico y sólo aquellos flujos de efectivo que ocurren durante ese periodo de tiempo son considerados relevantes para el análisis. Los demás flujos de efectivo que ocurran más allá del horizonte estipulado, bien sea que ingresen o que salgan, son ignorados. Debe hacerse y utilizarse un valor de salvamento (o valor residual) realista estimado al final del periodo de estudio para ambas alternativas. El horizonte de tiempo seleccionado podría ser relativamente corto, en especial cuando las metas de negocios de corto plazo son muy importantes, o viceversa. En cualquier caso, una vez se ha seleccionado el horizonte y se han estimado los flujos de efectivo para cada alternativa, se determinan los valores VP y se escoge el más económico. El concepto de periodo de estudio u horizonte de planeación, es de particular utilidad en el análisis de reposición como se analiza en el capítulo 10.

Aunque el análisis del horizonte de planeación puede ser relativamente directo y más realista para muchas situaciones del mundo real, también se utiliza el método del MCM en los ejemplos y problemas para reforzar la comprensión de servicio igual. El ejemplo 5.2 muestra evaluaciones basadas en las técnicas del MCM y del horizonte de planeación.

Ejemplo 5.2

Un superintendente de planta está tratando de decidir entre dos máquinas excavadoras con base en las estimaciones que se presentan a continuación.

	Máquina *A*	Máquina *B*
Costo inicial (*P*), $	11,000	18,000
Costo anual de operación, $	3,500	3,100
Valor de salvamento, $	1,000	2,000
Vida, años	6	9

(a) Determine cuál debe ser seleccionada con base en una comparación de valor presente utilizando una tasa de interés del 15% anual.

(b) Si se especifica un periodo de estudio de 5 años y no se espera que los valores de salvamento cambien, ¿cuál alternativa debe seleccionarse?

(c) ¿Cuál máquina debe ser seleccionada en un horizonte de 6 años si se estima que el valor de salvamento de la máquina *B* es de $6000 después de 6 años?

Solución

(a) Puesto que las máquinas tienen vidas diferentes, estas deben compararse con su MCM, que es 18 años. Para ciclos de vida posteriores al primero, el primer costo se repite en el año 0 del nuevo ciclo, que es el último año del ciclo anterior. Éstos son los años 6 y 12 para la máquina *A* y el año 9 para la máquina *B*. El diagrama de flujo de efectivo en la figura 5.1 ayuda a realizar el análisis VP.

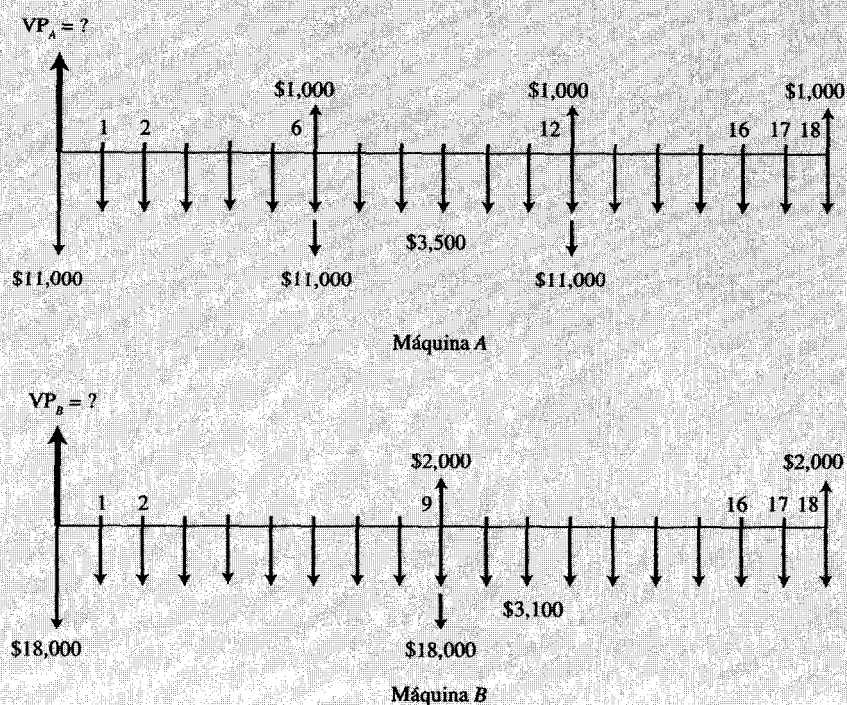


Figura 5.1 Diagrama de flujo de efectivo para alternativas con vidas diferentes, ejemplo 5.2*a*.

$$VP_A = -11{,}000 - 11{,}000\,(P/F,15\%,6)$$
$$- 11{,}000(P/F,15\%,12) + 1000(P/F,15\%,12) + 1000(P/F,15\%,18)$$
$$- 3500(P/A,15\%,18)$$
$$= \$\,-38{,}559$$

$$VP_B = -18{,}000 - 18{,}000(P/F,15\%,9) + 2000(P/F,15\%,9)$$
$$+ 2000(P/F,15\%,18) - 3100(P/A,15\%,18)$$
$$= \$\,-41{,}384$$

Se selecciona la máquina *A*, puesto que ésta cuesta menos en términos de VP que la máquina *B*.

(b) Para un horizonte de planeación a 5 años no se necesitan repeticiones de ciclo y VS, = $1000 y VS, = $2000 en el año 5. El análisis *VP es:*

$$VP_A = -11{,}000 - 3500\,(P/A,15\%,5) + 1000(P/F,15\%,5)$$
$$= \$\,-22{,}236$$
$$VP_B = -18{,}000 - 3100(P/A,15\%,5) + 2000(P/F,15\%,5)$$
$$= \$\,-27{,}937$$

La máquina *A* continúa siendo la mejor selección.

(c) Para el horizonte de planeación de 6 años, VS, = $6000 en el año 6 y las ecuaciones VP son:

$$VP_A = -11{,}000 - 3500(P/A,15\%,6) + 1000(P/F,15\%,6) = \$-23{,}813$$
$$VP_B = -18{,}000 - 3100(P/A,15\%,6) + 6000(P/F,15\%,6) = \$\,-27{,}138$$

La máquina *A* aun es favorecida.

Comentarios

En la parte *(a)* y en la figura 5.1, el valor de salvamento de cada máquina se recupera *después de cada ciclo de vida,* es decir, en los años 6, 12 y 18 para la máquina *A,* y en los años 9 y 18 para la maquina *B.* En la parte *(b)* se supone que los valores de salvamento no cambiarán cuando el horizonte se acorta. Claramente, éste no es en general el caso. En la parte *(c),* la maquina *A* aún sale favorecida aunque el valor de salvamento de la máquina *B* aumente de $2000 a $6000. Como ejercicio, se aconseja determinar el mínimo valor de salvamento de la máquina *B* que lo haría más atractivo que la máquina *A* .

Ejemplos adicionales 5.6 y 5.7
Problemas 5.8 a 5.19

5.3 COSTO DE CICLO DE VIDA

El término costo de *ciclo* de *vida (CCV)* se interpreta para significar el total de toda estimación de costos considerada posible para un sistema con una larga vida, que va desde la fase de diseño, hasta las fases de manufactura y de uso en el campo, para pasar a la fase de desperdicios, seguida por el remplazo con un sistema nuevo, más avanzado. El CCV incluye todos los costos calculados de servicio estimado, reposición de partes, mejoramiento, desperdicios y los costos anticipados de reciclaje. En general, se aplica a proyectos que requerirán tiempo de investigación y desarrollo para diseñar y probar un producto o un sistema con el cual se pretende realizar una labor específica.

Las grandes corporaciones contratistas aplican la técnica de análisis CCV a los sistemas patrocinados por el gobierno, en especial los proyectos relacionados con la defensa. Para algunos sistemas, el costo total durante la vida del sistema es de muchos múltiplos del costo inicial. El concepto CCV es de igual importancia para los sistemas más pequeños, por ejemplo, un automóvil donde el fabricante y una serie de propietarios experimentan muchos costos adicionales a los costos de diseño inicial, manufactura y compra a medida que el auto recibe mantenimiento, es reparado y finalmente se dispone de éste.

En general, los costos totales anticipados de una alternativa se estiman utilizando categorías grandes de costos tales como:

Costos de investigación y desarrollo. Son todos los gastos para diseño, fabricación de prototipos, prueba, planeación de manufactura, servicios de ingeniería, ingeniería de software, desarrollo de software y similares relacionados con un producto o servicio.

Costos de producción. La inversión necesaria para producir o adquirir el producto, incluyendo los gastos para emplear y entrenar al personal, transportar subensambles y el producto final, construir nuevas instalaciones y adquirir equipo.

Costos de operación y **apoyo.** Todos los costos en los que se incurre para operar, mantener, inventariar y manejar el producto durante toda su vida anticipada. Éstos pueden incluir costos de adaptación periódica y costos promedio si el sistema requiere recoger mercancía o efectuar reparaciones importantes en servicio, con base en experiencias de costos para otros sistemas ya desarrollados.

El análisis CCV se completa al aplicarse los cálculos de valor presente, utilizando el factor *P/F* a fin de descontar los costos en cada categoría al momento en que se realiza el análisis. La diferencia principal entre el análisis CCV y los análisis realizados hasta ahora es el alcance del esfuerzo para incluir todos los tipos de costos sobre el futuro a largo plazo del sistema. También, el análisis CCV es de gran utilidad cuando se realiza para sistemas con vida relativamente larga, por ejemplo 15 a 30 años, como los sistemas de radar, de aviones y de armas y los sistemas de manufactura avanzada. Los proyectos del sector público pueden evaluarse utilizando el enfoque CCV, pero debido a la dificultad en estimar los beneficios, los ingresos y los costos de los contribuyentes, la TMAR y otros factores en los que se arriesgan vidas humanas y de bienestar, los proyectos del sector público son evaluados más comúnmente mediante el análisis de beneficio/costo (capítulo 9).

El enfoque de evaluación CCV consiste en determinar el costo de cada alternativa durante toda su vida y seleccionar aquél con el CCV mínimo. En realidad, un análisis VP y su comparación con todos los costos definibles estimados durante la vida de cada alternativa es igual al análisis CCV. Para una descripción más completa de los procedimientos de estimación de costos y los análisis para CCV consulte los libros de Seldon y Ostwald que aparecen en la bibliografía.

Problemas 5.37 y 5.38

5.4 CÁLCULOS DEL COSTO CAPITALIZADO

El *costo capitalizado* (CC) se refiere al valor presente de un proyecto cuya vida útil se supone durará para siempre. Algunos proyectos de obras públicas tales como diques, sistemas de irrigación y ferrocarriles se encuentran dentro de esta categoría. Además, las dotaciones permanentes de universidades o de organizaciones de caridad se evalúan utilizando métodos de costo capitalizado. En general, el procedimiento seguido al calcular el costo capitalizado de una secuencia infinita de flujos de efectivo es la siguiente:

1. Trace un diagrama de flujo de efectivo que muestre todos los costos (y/o ingresos) no recurrentes (una vez) y por lo menos dos ciclos de todos los costos y entradas recurrentes (periódicas).
2. Encuentre el valor presente de todas las cantidades no recurrentes.
3. Encuentre el valor anual uniforme equivalente (VA) durante un ciclo de vida de todas las cantidades recurrentes y agregue esto a todas las demás cantidades uniformes que ocurren en los años 1 hasta infinito, lo cual genera un valor anual uniforme equivalente total (VA).
4. Divida el VA obtenido en el paso 3 mediante la tasa de interés i para lograr el costo capitalizado.
5. Agregue el valor obtenido en el paso 2 al valor logrado en el paso 4.

El propósito de empezar la solución trazando un diagrama de flujo de efectivo debe ser evidente, a partir de los capítulos anteriores. Sin embargo, el diagrama de flujo de efectivo es probablemente más importante en los cálculos CC que en cualquier otra parte, porque éste facilita la diferenciación entre las cantidades no recurrentes y las recurrentes (periódicas).

Dado que el costo capitalizado es otro término para el valor presente de una secuencia de flujo de efectivo perpetuo, se determina el valor presente de todas las cantidades no recurrentes (paso 2). En el paso 3 se calcula el VA (llamado A anteriormente) de todas las cantidades anuales recurrentes y uniformes. Luego, el paso 4, que es en efecto A/i, determina el valor presente (costo capitalizado) de la serie anual perpetua utilizando la ecuación:

$$\text{Costo capitalizado} = \frac{VA}{i} \quad \text{o} \quad VP = \frac{VA}{i} \qquad [5.1]$$

La ecuación [5.1] se deriva del factor $(P/A, i, n)$ cuando $n = \infty$. La ecuación para P utilizando el factor P/A es:

$$P = A\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$$

Si el numerador y el denominador se dividen por $(1 + i)^n$, la ecuación se transforma así:

$$P = A\frac{1 - \frac{1}{(1+i)}}{i}$$

Ahora, a medida que n tiende a ∞, el término del numerador se convierte en 1, produciendo $P = A/i$.

La validez de la ecuación [5.1] puede ilustrarse considerando el valor del dinero en el tiempo. Si se depositan $10,000 en una cuenta de ahorros al 20% anual de interés compuesto anualmente, la cantidad máxima de dinero que puede retirarse al final de cada año *eternamente* es $2000, que es la cantidad igual al interés acumulado cada año. Esto deja el depósito original de $10,000 para obtener interés, de manera que se acumularán otros $2000 al año siguiente. En términos matemáticos, la cantidad de dinero que puede acumularse y retirarse en cada periodo de interés consecutivo durante un número infinito de periodos es

$$A = Pi \qquad [5.2]$$

Por tanto, en el ejemplo,

$$A = 10{,}000(0.20) = \$2000 \text{ anual}$$

El cálculo del costo capitalizado en la ecuación [5.1] es la ecuación [5.2] resuelta para P.

$$P = \frac{A}{i} \qquad [5.3]$$

Después de obtener los valores presentes de todos los flujos de efectivo, el costo capitalizado es simplemente la suma de estos valores presentes. Los cálculos del costo capitalizado se ilustran en el ejemplo 5.3.

Ejemplo 5.3

Calcule el costo capitalizado de un proyecto que tiene un costo inicial de $150,000 y un costo de inversión adicional de $50,000 después de 10 años. El costo anual de operación será $5000 durante las primeros 4 años y $8000 de allí en adelante. Además se espera que haya un costo de adaptación considerable de tipo recurrente por $15,000 cada 13 años. Suponga que i = 15% anual.

Solución

Se sigue el procedimiento de 5 pasos esquematizado anteriormente.

1. Trace un diagrama de flujo de efectivo para dos ciclos (figura 5.2).
2. Encuentre el valor presente P_1 de los costos no recurrentes de \$150,000 ahora y \$50,000 en el año 10:

$$P_1 = -150{,}000 - 50{,}000(P/F,15\%,10) = \$\,-162{,}360$$

3. Convierta el costo recurrente de \$15,000 cada 13 años en un valor anual A_1 durante los primeros 13 años.

$$A_1 = -15{,}000(A/F,15\%,13) = \$\,-437$$

Observe que el mismo valor, $A = \$\,-437$, se aplica también a todos los demás periodos de 13 años.

4. El costo capitalizado para la serie de costo anual de \$ –5000 puede ser calculado en cualquiera de las dos formas: Considere una serie de \$–5000 desde ahora hasta infinito y encuentre el valor presente de \$–8000 – (\$–5000) = \$–3000 del año 5 en adelante, o encuentre el valor presente de \$–5000 durante 4 años y el valor presente de \$–8000 del año 5 hasta infinito. Mediante el primer método se encuentra que el costo anual (A_2) es \$ –5000, y el valor presente (P_2) de \$–3000 desde el año 5 hasta infinito, utilizando la ecuación [5.3] y el factor P/F, es

$$P_2 = \frac{-3000}{0.15}(P/F,15\%,4) = \$\!-11{,}436$$

Los dos costos anuales se convierten en un costo capitalizado (P_3):

$$P_3 = \frac{A_1 + A_2}{i} = \frac{-437 + (-5000)}{0.15} = \$\!-36{,}247$$

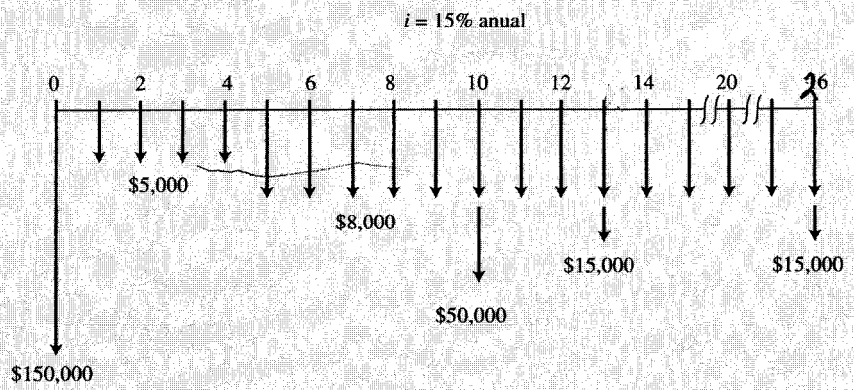


Figura 5.2 Diagrama utilizado para calcular el costo capitalizado, ejemplo 5.3.

5. El costo capitalizado total VP, se obtiene agregando los tres valores VP.

$$VP, = P, + P_2 + P_3 = \$ -210,043$$

Comentario

El valor P_2 se calcula utilizando $n = 4$ en el paso 4 en el factor *P/F porque el* valor presente del costo de $3000 anual se calcula en el año 4, ya que *P* está siempre 1 periodo adelante de la primera *A. Se* aconseja trabajar de nuevo el problema utilizando el segundo método sugerido para calcular P_2.

Problemas 5.20 a 5.27

5.5 COMPARACIÓN DE DOS ALTERNATIVAS SEGÚN EL COSTO CAPITALIZADO

Cuando se comparan dos o más alternativas con base en su costo capitalizado, se sigue el procedimiento de la sección 5.4 para cada alternativa. Comoquiera que el costo capitalizado representa el costo total presente de financiar y mantener una alternativa dada para siempre, las alternativas serán comparadas automáticamente durante el mismo número de años (es decir, infinito). La alternativa con el menor costo capitalizado representará la más económica. Al igual que en el método de valor presente y en todos los demás métodos de evaluación alternativos, para propósitos comparativos sólo deben considerarse las diferencias en el flujo de efectivo entre las alternativas. Por consiguiente, siempre que sea posible, los cálculos deben simplificarse eliminando los elementos del flujo de efectivo que son comunes a ambas alternativas. Por otra parte, si se requieren valores verdaderos de costo capitalizado en lugar de sólo valores comparativos, deben utilizarse flujos de efectivo reales en lugar de diferencias. Se necesitarían valores de costo capitalizado verdaderos, por ejemplo, cuando se desean conocer las obligaciones financieras reales o verdaderas asociadas con una alternativa dada. El ejemplo 5.4 muestra el procedimiento para comparar dos alternativas con base en su costo capitalizado.

Ejemplo 5.4

Actualmente hay dos lugares en consideración para la construcción de un puente que cruce el río Ohio. El lado norte, que conecta una autopista estatal principal haciendo una ruta circular interestatal alrededor de la ciudad, aliviaría en gran medida el tráfico local. Entre las desventajas de este fugar sé menciona que el puente haría poco para aliviar la congestión de tráfico local durante las horas de congestión y tendría que ser alargado de una colina a otra para cubrir fa parte más ancha del río, las líneas del ferrocarril y las autopistas locales que hay debajo. Por consiguiente, tendría que ser un puente de suspensión. El lado sur requeriría un espacio mucho más corto, permitiendo la construcción de un puente de celosía, pero exigiría la construcción de una nueva carretera.

El puente de suspensión tendría un costo inicial de $30 millones con costos anuales de inspección y mantenimiento de $15,000. Además, el suelo de concreto tendría que ser repavimentado cada 10 años a un costo de $50,000. Se espera que el puente de celosía y las carreteras cuesten $12 millones y tengan costos anuales de mantenimiento de $8000. El puente tendría que ser pintado cada 3 años a un costo de $10,000. Asimismo, éste tendría que ser pulido cada 10 años aun costo de $45,000. Se espera que el costo de adquirir los derechos de vía sean $800,000 para el puente de suspensión y $10.3 millones para el puente de celosía. Compare las alternativas con base en su costo capitalizado si la tasa de interés es de 6% anual.

Solución

Construya primero los dos diagramas de flujo de efectivo.

Costo capitalizado del puente de suspensión

$$P_1 = \text{valor presente del costo inicial} = -30.0 - 0.8 = \$-30.8 \text{ millones}$$

Los costos recurrentes de operación son A_1 = $-15,000, mientras que el equivalente anual del costo de repavimentación es:

$$A_2 = -50{,}000(A/F, 6\%, 10) = \$-3794$$

$$P_2 = \text{costo capitalizado de los costos recurrentes} = \frac{A_1 + A_2}{i}$$

$$= \frac{-15{,}000 + (-3794)}{0.06}$$

$$= \$-313{,}233$$

Finalmente, el costo capitalizado total (VP_s) es:

$$(VP_s) = P_1 + P_2 = \$-31{,}113{,}233 \text{ (alrededor de \$-31.1 millones)}$$

Casto capitalizado del puente de celosía

$$P_1 = -12.0 + (-10.3) = \$-22.3 \text{ millones}$$

$$A_1 = \$-8000$$

$$A_2 = \text{costo anual por pintura} = -10{,}000(A/F, 6\%, 3)$$

$$= \$-3141$$

$$A_3 = \text{costo anual por pulida} = -45{,}000(A/F, 6\%, 10)$$

$$= \$-3414$$

$$P_2 = \frac{A_1 + A_2 + A_3}{i} = \$-242{,}583$$

El costo capitalizado total VP, de la alternativa de puente de celosía es

$$VP_T = P_1 + P_2 = \$-22{,}542{,}583 \text{ (alrededor de \$-22.5 millones)}$$

Se debe construir el puente de celosía, puesto que su costo capitalizado es más bajo.

A fin de determinar un costo capitalizado para una alternativa que tiene una vida finita, se debe calcular simplemente el VA para un ciclo de vida y dividir el valor resultante ***A*** por la tasa de interés, lo cual se ilustra en el ejemplo adicional 5.8.

Ejemplo adicional 5.8
Problemas 5.28 a 5.36

EJEMPLOS ADICIONALES

Ejemplo 5.5

ANÁLISIS VP CON VIDAS IGUALES, SECCIÓN 5.1 Una agente viajera espera comprar un auto usado este año y ha reunido o estimado la siguiente información: el costo inicial es $10,000; el valor comercial será $500 dentro de 4 años; el mantenimiento anual y los costos de seguro son $1500; y el ingreso anual adicional debido a la capacidad de viaje es $5000. ¿Podrá la agente viajera obtener una tasa de retorno del 20% anual sobre su compra?

Solución

Calcule el valor VP de la inversión en $i = 20\%$.

$$\begin{aligned} VP &= -10{,}000 - 1500(P/A,20\%,4) + 5000(P/A,20\%,4) \\ &\quad + 500(P/F,20\%,4) \\ &= \$-698 \end{aligned}$$

No, ella no obtendrá el 20%, puesto que VP es menor que cero.

Comentario

Si el valor VP hubiera sido mayor que cero, la tasa de retorno habría excedido el 20%. En el capítulo 7 se harán cálculos similares a los anteriores para determinar la tasa de retorno real de los flujos de efectivo estimados.

Ejemplo 5.6

ANÁLISIS VP CON VIDAS DIFERENTES, SECCIÓN 5.2 La firma AAA Cement planea abrir una nueva cantera. Se han diseñado dos planes para el movimiento de la materia prima desde la cantera hasta la planta. El plan *A* requiere la compra de dos volquetas y la construcción de una plataforma de descargue en la planta. El plan ***B*** requiere la construcción de un sistema de banda transportadora desde la cantera hasta la planta. Los costos para cada plan se detallan en la tabla 5.1. Mediante el análisis VP, *(a)* determine cual plan debe seleccionarse si el dinero vale actualmente 15% anual, y *(b)* seleccione el mejor plan para un periodo de 12 años, suponiendo que el valor de la volqueta dentro de 4 años será $20,000 y el valor de salvamento de la banda transportadora después de 12 años será $25,000.

Tabla 5.1 Detalle de los planes para transportar la roca de la cantera a la planta de cemento

	Plan *A*		Plan *B*
	Volqueta	Plataforma	Banda transportadora
Costo inicial, $	45,000	28,000	175,000
Costo anual de operación, $	6,000	300	2,500
Valor de salvamento, $	5,000	2,000	10,000
Vida, años	8	12	24

Solución

(a) La evaluación debe incluir el MCM de S y 12, es decir, 24 años. La reinversión en las dos volquetas ocurrirá en los años 8 y 16, y la plataforma de descargue debe ser comprada nuevamente en el año 12. No se necesita reinversión para el plan *B*. Construya el diagrama de flujo de efectivo para cada plan para seguir el análisis de VP.

Para simplificar los cálculos, se puede utilizar el hecho de que el plan *A* tendrá un CAO extra sobre el plan *B* por la suma de 2(6000) + 300 – 2500 = $9800 anual.

VP del plan A

$$VP_A = VP_{volquetas} + VP_{plataforma} + VP_{CAO}$$

$$VP_{volquetas} = -2(45{,}000)[1 + (P/F,15\%,8) + (P/F,15\%,16)] + 2(5000)[(P/F,15\%,8) + (P/F,15\%,16) + (P/F,15\%,24)]$$

$$= \$-124{,}355$$

$$VP_{plataforma} = -28{,}000[1 + (P/F,15\%,12)] + 2000[(P/F,15\%,12) + (P/F,15\%,24)]$$

$$= \$-32{,}790$$

$$VP_{CAO} = -9800(P/A,15\%,24) = \$-63{,}051$$

$$VP_A = \$-220{,}194$$

VP del plan B

$$VP_B = VP_{banda\ transportadora} = -175{,}000 + 10{,}000(P/F,15\%,24)$$

$$= \$-174{,}651$$

Puesto que el VP del costo de *B* es menor que el de *A*, debe construirse la banda transportadora.

(b) Para el plan *A*, comprar **nuevamente** las volquetas en el año 8 y aplicar salvamento a éstas solamente dentro de 4 años a $20,000 cada una. El $VP_{plataforma}$ es el mismo que en la parte *(a)*.

$$VP_{volquetas} = -2(45,000)[1 + (P/F,15\%,8) + 2(5000)(P/F,15\%,8) + 2(20,000)(P/F,15\%,12)$$

$$= \$-108,676$$

$$VP_{plataforma} = \$-32,790$$

$$VP_{CAO} = -9800(P/F,15\%,12) = \$-53,122$$

$$VP_A = VP_{volquetas} + VP_{plataforma} + VP_{CAO} = \$-194,588$$

Para el plan B, solamente se consideran 12 de los 24 años esperados.

$$VP_B = -175,000 + 25,000(P/F,15\%,12) = \$-170,328$$

Aún debe seleccionarse el plan *B*; sin embargo, la diferencia en los valores VP es ahora mucho menor debido al periodo de evaluación recortado de 12 años. ¿Por qué considera que éste es el caso?

Ejemplo 5.7

ANÁLISIS VP CON VIDAS DIFERENTES, SECCIÓN 5.2 El propietario de un restaurante está tratando de decidir entre dos vaciadores de desechos de basura. Un vaciador de acero común (AC) tiene un costo inicial de $65 y una vida de 4 años. La otra alternativa es un vaciador resistente al óxido construido principalmente en acero inoxidable (AI), cuyo costo inicial es $110; se espera que éste dure 10 años. Debido a que el vaciador AI tiene un motor ligeramente más grande, se espera que su operación cueste alrededor de $5 más por año que la del vaciador AC. Si la tasa de interés es 16% anual, *(a)* ¿cuál vaciador debe seleccionarse, suponiendo que ambos tienen un valor de salvamento insignificante? *(b)* ¿cuál vaciador debe seleccionarse si se utiliza un horizonte de planeación a 4 años y se supone que el vaciador AI con 4 años de uso puede revenderse por $50?

Solución

(a) El diagrama de flujo de efectivo (figura 5.3) utiliza un periodo de comparación de 20 años con reinversión en el año 10 para el vaciador AI y en los años 4, 8, 12 y 16 para el vaciador AC. Los cálculos de valor presente son los siguientes:

$$VP_{AC} = -65 - 65(P/F,16\%,4) - 65(P/F,16\%,8) - 65(P/F,16\%,12) - 65(P/F,16\%,16)$$

$$= \$-137.72$$

$$VP_A = -110 - 110(P/F,16\%,10) - 5(P/A,16\%,20)$$

$$= \$-164.58$$

Debe comprarse el vaciador AC, puesto que su VP de costos es menor.

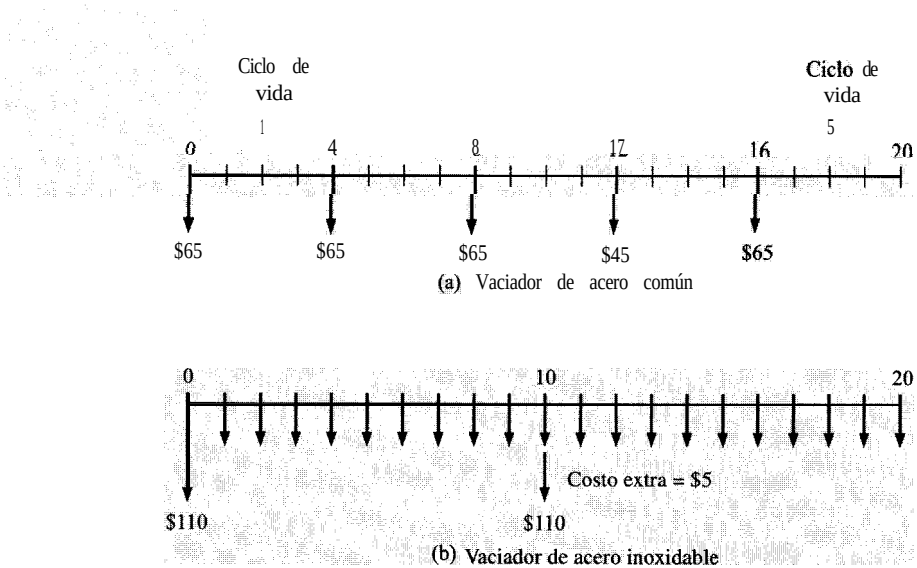


Figura 5.3 **Comparación de valor presente para dos activos de vidas diferentes, ejemplo 5.7.**

(b) Para un horizonte de planeación **de 4 años,**

$$VP_{AC} = -65$$

$$VP_{AI} = -110 - 5(P/A,16\%,4) + 50(P/F,16\%,4)$$

$$= \$-96.37$$

Debe comprarse el vaciador AC. Observe que el valor de reventa relativamente alto de $50 después de 4 años para el vaciador AI no puede reducir el VP de los costos lo suficiente para cambiar la decisión.

Comentario

En la solución presentada, el costo de operación extra de $5 anual se considera como un gasto para el vaciador AI. Sin embargo, se llega a la misma decisión si se muestra $5 anual como un ingreso para el vaciador AC, pero los valores presentes de ambos serán más bajos en $5(*P/A*, 16%,20). Este hecho ilustra que a menos que se busquen los valores absolutos en dinero, es importante considerar sólo las ***diferencias*** en el flujo de efectivo para la evaluación de las alternativas.

Ejemplo 5.8

COSTO CAPITALIZADO DE DOS ALTERNATIVAS, SECCIÓN 5.5 Un ingeniero de una ciudad está considerando dos alternativas para el suministro de agua local. La primera alternativa comprende la construcción de un embalse de tierra sobre un río cercano, que tiene un caudal altamente variable. El embalse formará una represa, de manera que la ciudad pueda tener una fuente de agua de la cual pueda depender. Se espera que el costo inicial del embalse sea $8 millones, con costos de. mantenimiento anual de $25,000 y que el embalse dure indefinidamente.

Como alternativa, la ciudad puede perforar pozos en la medida requerida y construir acueductos para transportar el agua a la ciudad. El ingeniero estima que se requerir& inicialmente un promedio de 10 pozos a un costo de $45,000 por cada uno, incluyendo la tubería de conducción. Se espera que la vida promedio de un pozo sea de 5 años con un costo anual de operación de $12,000 por pozo. Si la ciudad utiliza una tasa de interés del 15% anual, determine cuál alternativa debe seleccionarse con base en sus costos capitalizados.

Solución

El diagrama de flujo de efectivo se deja al lector.431 costo capitalizado del embalse se calcula utilizando la ecuación [5.1] para el componente de costo de mantenimiento anual.

$$VP_{embalse} = \text{VP del embalse} + \text{VP de los costos anuales}$$

$$= -8{,}000{,}000 + \frac{-25{,}000}{0.15} = \$-8{,}166{,}667$$

Para calcular el costo capitalizado de los pozos, se deben convertir primero los costos recurrentes y los costos anuales de operación a un VA y luego dividir por la tasa de interés de 0.15.

$$VA_{pozos} = \text{VA de inversión} + \text{costos anuales de operación}$$

$$= -45{,}000(10)(A/P,15\%,5) - 12{,}000(10)$$

$$= \$-254{,}242$$

El costo capitalizado de los pozos, utilizando la ecuación [5.1], es:

$$VP_{pozos} = \frac{-254{,}242}{0.15} = \$-1{,}694{,}947$$

Los pozos son significativamente más baratos que el embalse.

Comentario

El costo capitalizado de los pozos podría haberse obtenido utilizando el factor *A/F* para calcular el VA de pozos futuros. El valor obtenido debe entonces dividirse por i y agregarse al costo de inversión inicial $P_1 = \$-450{,}000$ para los 10 pozos.

$$VP_A = \frac{VP}{i} = \frac{-450{,}000(A/F,15\%,5) - 120{,}000}{0.15}$$

$$= \$-1{,}244{,}947$$

$$VP_{pozos} = VP_A + P_1$$

$$= -1{,}244{,}947 + (-450{,}000) = \$-1{,}694{,}947$$

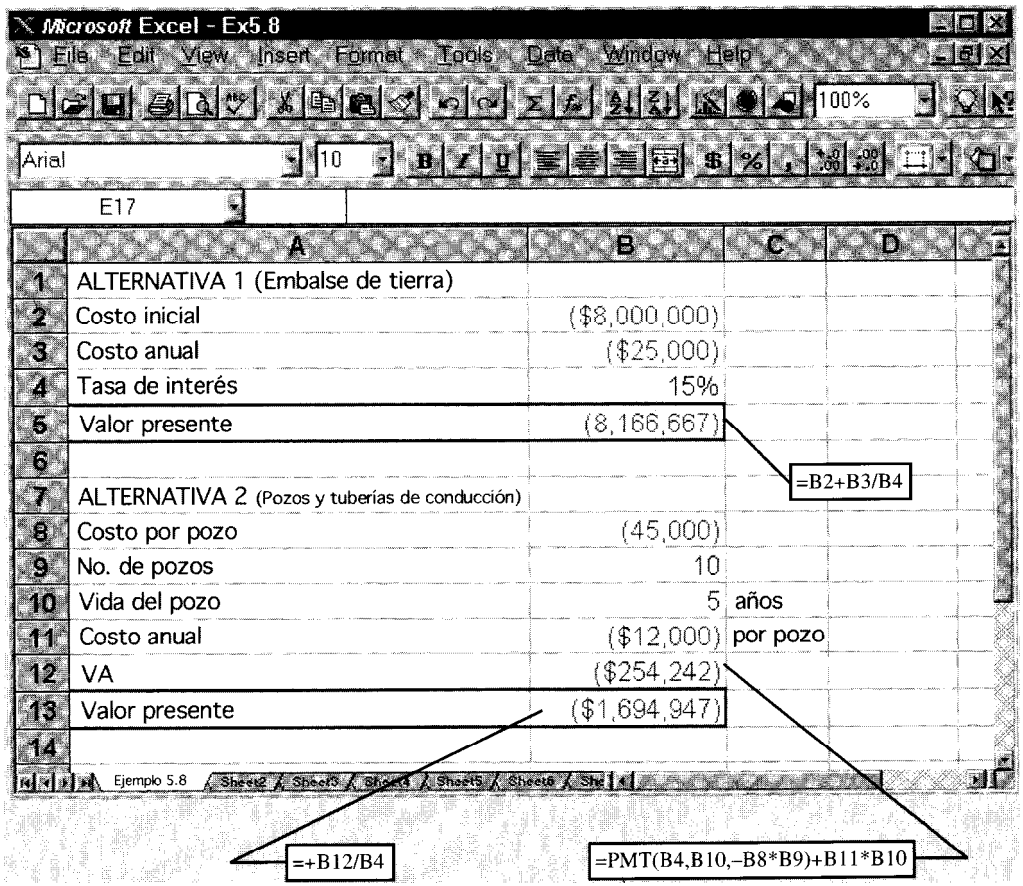
Ejemplo 5.8

(Hoja de cálculo)

COSTO CAPITALIZADO DE DOS **ALTERNATIVAS, SECCIÓN** 5.5 Utilice el análisis de hoja de cálculo para trabajar el ejemplo 5.8.

Solución

Las relaciones antes utilizadas para determinar $VP_{embalse}$ y VP_{pozos} se incluyen en la figura 5.4 como una solución de hoja de cálculo. La función PMT en la celda B12 calcula VA_{pozos} = $-254,242. Seleccione la alternativa de los pozos.



Figuro 5.4 **Solución** de hoja de cálculo, **ejemplo 5.8.**

RESUMEN DEL CAPÍTULO

El método de valor presente para comparar alternativas involucra la conversión de todos los valores de flujo de efectivo a dólares actuales. Cuando las alternativas tienen vidas diferentes, debe hacerse una comparación para periodos de servicio igual. Esto se hace bien sea comparando sobre el mínimo común múltiplo de sus vidas o seleccionando un horizonte de planeación y calculando el valor presente sobre ese periodo de tiempo para ambas alternativas, sin considerar sus vidas. Es importante recordar que con cualquier método, el lector está

comparando alternativas de servicio igual. Cualquier vida restante de una alternativa se reconoce a través de su valor residual o de salvamento.

El análisis de costo de ciclo de vida (CCV) es un análisis de valor presente realizado para alternativas que tienen vidas relativamente largas y que incluyen estimaciones para todas las fases de un sistema, es decir, diseño, manufactura, uso de campo, mejoramiento esperado, adaptación, etc. Los sistemas de defensa y algunos sistemas de obras públicas se evalúan utilizando el enfoque CCV. El valor presente de una alternativa que tiene vida infinita se denomina costo capitalizado. Este valor se calcula fácilmente puesto que el factor P/A se reduce a $1/i$ en el límite donde $n \to \infty$.

PROBLEMAS

5.1 La propietaria de una vivienda que está reconstruyendo sus baños está tratando de decidir entre sanitarios que utilizan poca agua para vaciarse (13 litros por descarga) y sanitarios ultraahorradores de agua (6 litros por descarga). En el color de sanitario que ella desea, el almacén tiene solamente un modelo de cada uno. El modelo económico que usa poca agua costará $90 y el modelo ultraeconómico costará $150. Si el costo del agua es $1.50 por 4000 litros, determine cuál sanitario debe comprar con base en un análisis de valor presente utilizando una tasa de interés de 10% anual. Suponga que los sanitarios serán soltados en promedio 10 veces al día y serán remplazados en 10 años.

5.2 El gerente de una planta de procesamiento de comida enlatada está tratando de decidir entre dos máquinas de rotulación diferentes. La máquina *A* tendrá un costo inicial de $15,000, un costo de operación anual de $2800 y una vida de servicio de 4 años. La compra de la máquina *B* costará $2 1,000 y tiene un costo de operación anual de $900 durante su vida de 4 años. A una tasa de interés del 9% anual, ¿cuál debe seleccionarse con base en un análisis VP?

5.3 Un contratista remodelador de casas está tratando de decidir entre comprar y arrendar un vaporizador para remover papel de colgadura. La compra de la unidad de calefacción y los accesorios necesarios (platón, manguera, etc.) costará $190. Ésta tendrá una vida útil de 10 años si el elemento de calefacción se remplaza en 5 años a un costo de $75. Alternativamente, el contratista puede alquilar una unidad idéntica por $20 diarios. Si él espera usar el vaporizador un promedio de 3 días por año, ¿debe comprar una unidad o alquilarla a una tasa de interés del 8% anual? Utilice el método de VP.

5.4 Un inversionista está tratando de decidir si debe o no invertir los $30,000 que recibió de la venta de su bote en el mercado de acciones o en un restaurante pequeño de comida rápida con otros tres socios. Si compra acciones, recibirá 3500 acciones que pagan dividendos de $1 por acción cada trimestre. Él espera que las acciones se valoricen en $40,000 dentro de seis años. Si invierte en el restaurante, tendrá que

poner otros $10,000 dentro de un año; pero empezando dentro de 2 años, su participación de las utilidades será $9000 anuales durante 5 años, tiempo después del cual recibirá $35,000 de la venta del negocio. Utilizando un análisis VP y una tasa de interés del 12% anual compuesto trimestralmente, ¿cuál inversión debe hacer?

5.5 Compare las siguientes alternativas con base en sus valores presentes utilizando una tasa de interés del 14% anual compuesto mensualmente. Los costos de mantenimiento y de operaciones (M&O) están dados.

	Alternativa X	Alternativa Y
Costo inicial, $	40,000	60,000
Costo mensual M&O, $	5,000	
Costo semestral M&O, $		13,000
Valor de salvamento, $	10,000	8,000
Vida, años	5	5

5.6 Una compañía que fabrica puertas de vidrio para chimeneas hace dos tipos diferentes de soportes para el montaje del marco. Un soporte en forma de L utilizado para aberturas de chimenea relativamente pequeñas y un soporte en forma de U utilizado para los demás tamaños. En la actualidad, la compañía incluye ambos tipos de soportes en una caja y el comprador descarta el que no necesita. El costo de estos dos soportes con tornillos y demás partes es $3.25. Si el marco del frente de la chimenea es rediseñado, es posible usar un soporte universal cuya fabricación costará $1.10. Sin embargo, la obtención de nuevas herramientas para fabricar el soporte costará $5000. Además, los costos de depreciación de inventario, recapacitación y rempaque ascenderán a otros $7000. Si la compañía vende 900 unidades de frentes para chimenea cada año, ¿debe conservar los soportes viejos o cambiar los nuevos, suponiendo que la tasa de interés de la compañía es 18% anual y ésta desea recuperar su inversión dentro de 5 años? Utilice el método de valor presente.

5.7 El supervisor de una piscina de un club campestre está tratando de decidir entre dos métodos para agregar el cloro. Si agrega cloro gaseoso, se requerirá un clorinador, que tiene un costo inicial de $8000 y una vida útil de 5 años. El cloro costará $200 por año y el costo de la mano de obra será de $400 anual. De manera alternativa, puede agregarse cloro seco manualmente a un costo de $500 anuales para el cloro y $1500 anuales para la mano de obra. Si la tasa de interés es del 8% anual, ¿cuál método debe utilizarse con base en el análisis de valor presente?

5.8 Dos tipos de minipersianas pueden comprarse para cierta ventana. La más barata, hecha de vinilo, cuesta $9.50 y se espera que dure 4 años. La persiana de aluminio costará $24 pero tendrá una vida útil de 8 años. A una tasa de interés del 12% anual, ¿cuál persiana debe comprarse con base en sus valores presentes?

5.9 Dos tipos de materiales pueden ser utilizados para entejar una construcción comercial que tiene 1500 metros cuadrados de techo. Las tejas de asfalto costarán $14 por metro cuadrado instalado y se garantizan por 10 años. Las tejas de fibra de vidrio costarán $17 por metro cuadrado instalado, pero se garantizan por 20 años. Si se seleccionan las tejas de fibra de vidrio, el propietario podrá vender el edificio por $2500 más que si se utilizan tejas de asfalto. ¿Cuáles tejas deben utilizarse si la tasa mínima atractiva de retorno es 17% anual y el propietario piensa vender el edificio en *(a)* 12 años? ***(b)*** ***8*** años?

5.10 Compare las siguientes máquinas con base en sus valores presentes. Utilice i = 12% anual.

	Máquina nueva	**Máquina usada**
Costo inicial, $	44,000	23,000
Costo anual de operación, $	7,000	9,000
Costo anual de reparación, $	210	350
Revisión cada 2 años, $	—	1,900
Revisión cada 5 años, $	2,500	
Valor de salvamento, $	4,000	3,000
Vida, años	14	7

5.11 Pueden utilizarse dos métodos para producir cierta parte de una máquina. El método 1 cuesta $20,000 inicialmente y tendrá un valor de salvamento de $5000 dentro de 3 años. El costo de operación con este método es de $8500 anuales. El método 2 tiene un costo inicial de $15,000, pero durará sólo 2 años. Su valor de salvamento es de $3000. El costo de operación para el método 2 es $7000 anual. Si la tasa mínima atractiva de retorno es 12% anual, ¿cuál método debe ser utilizado con base en un análisis de valor presente?

5.12 Compare los dos planes siguientes utilizando el método de valor presente para i = 13% anual.

		Plan *B*	
	Plan *A*	**Máquina 1**	**Máquina 2**
Costo inicial, $	10,000	30,000	5,000
Costo anual de operación, $	500	100	200
Valor de salvamento, $	1,000	5,000	-200
Vida, años	4 0	4 0	2 0

5.13 Trabaje de nuevo el problema 5.12 utilizando un periodo de estudio de 10 años. Suponga que los valores de salvamento serán $3000, $10,000 y $1000 para el plan *A*, máquina 1 y máquina 2, respectivamente.

5.14 La Compañía ABC está considerando dos tipos de revestimiento para su propuesta de nueva construcción. El revestimiento de metal anodizado requerirá muy poco mantenimiento y las pequeñas reparaciones costarán solamente $500 cada 3 años. El costo inicial del revestimiento será $250,000. Si se utiliza un revestimiento de concreto, el edificio tendrá que ser pintado ahora y cada 5 años a un costo de $80,000. Se espera que el edificio tenga una vida útil de 15 años y el "valor de salvamento" será $25,000 más alto que si se utilizara revestimiento de metal. Compare los valores presentes de los dos métodos a una tasa de interés del 15% anual.

5.15 Compare las alternativas que se muestran a continuación con base en un análisis de valor presente. Use una tasa de interés del 1% mensual.

	Alternativa Y	Alternativa Z
Costo inicial, $	70,000	90,000
Costo mensual de operación, $	1,200	1,400
Valor de salvamento, $	7,000	10,000
Vida, años	3	6

5.16 Una compañía de procesamiento de alimentos está evaluando diversos métodos para disponer el sedimento de una planta de tratamiento de aguas residuales. Está bajo consideración la disposición del sedimento mediante atomizador o mediante incorporación a la tierra. Si se selecciona la alternativa de atomizador, se construirá un sistema de distribución por vía subterránea aun costo de $60,000. Se espera que el valor de salvamento después de 20 años sea $10,000. Se espera que la operación y mantenimiento del sistema cueste $26,000 por año.

Alternativamente, la compañía puede utilizar grandes camiones para transportar y disponer el sedimento mediante incorporación subterránea. Se requerirán tres camiones con un costo de $120,000 cada uno. Se espera que el costo de operación de los camiones, incluyendo el conductor, el mantenimiento de rutina y las revisiones, sea de $42,000 por año. Los camiones usados pueden venderse en 10 años por $30,000 cada uno. Si se utilizan camiones, puede sembrarse y venderse maíz por $20,000 anualmente. Para el uso del atomizador, debe sembrarse y cosecharse pasto y, debido a la presencia del sedimento contaminado en los cortes, tendrá que descargarse el pasto en un basurero por un costo de $14,000 por año. Si la tasa mínima atractiva de retorno para la compañía es 18% anual, ¿cuál método debe seleccionarse con base en el análisis de valor presente?

5.17 Coteje las alternativas que se muestran a continuación con base en una comparación de valor presente. La tasa de interés es 16% anual.

	Alternativa R1	Alternativa R2
Costo inicial, $	147,000	56,000
Costo anual, $	11,000 en el año 1: aumentando en $500 por año	30,000 en el año 1: aumentando en $1,000 por año
Valor de salvamento, $	5,000	2,000
Vida, años		

5.18 Trabaje nuevamente el problema 5.17, utilizando un periodo de estudio de 4 años. Suponga que el valor de salvamento para R1 después de 4 años será $18,000 y que R2 tendrá un valor residual (de salvamento) de $14,000 cuando haya pasado solamente un año.

5.19 Compare las siguientes alternativas con base en un análisis de valor presente, utilizando una tasa de interés del 14% anual. El índice k va de 1 a 10 años.

	Plan A	Plan B
Costo inicial, $	28,000	36,000
Costo de instalación, $	3,000	4,000
Costo anual de mantenimiento, $	1,000	2,000
Costo anual de operación, $	$2,200 + 75k$	$800 + 50k$
Vida, años	5	10

5.20 Una ciudad que está tratando de atraer un equipo de fútbol profesional está planeando construir un nuevo estadio de fútbol que cuesta $220 millones. Se espera que el mantenimiento anual ascienda a $625,000 por año, por lo cual será pagado por el equipo profesional que utiliza el estadio. La gramilla artificial tendrá que remplazarse cada 10 años con un costo de $950,000. Pintar el lugar cada 5 años costará $65,000. Si la ciudad espera conservar la instalación indefinidamente, ¿cuál será su costo capitalizado? Suponga que i = 8% anual.

5.21 ¿Cuál es el costo capitalizado de $100,000 en el año 0, $150,000 en el año 2 y una cantidad anual uniforme de $50,000 anual durante toda la vida, empezando en el año 5? Utilice una tasa de interés del 10% anual.

5.22 Calcule el costo capitalizado de $60,000 en el año 0 y pagos uniformes de $25,000 de renta al principio de año, durante un tiempo infinito utilizando una tasa de interés de *(a)* 12% anual y *(b)* 16% anual compuesto mensualmente.

5.23 Determine el costo capitalizado de un parque nacional que tendrá un costo inicial de $5 millones, un costo de operación anual de $18,000 y costos periódicos de mejoramiento de $120,000 cada 10 años a una tasa de interés del 9% anual.

5.24 Como graduado adinerado de una universidad, un joven planea abrir una cuenta para que sea administrada por una persona que enseña ingeniería económica. Su intención es depositar $1 millón ahora con la estipulación de que nada puede ser retirado durante los primeros 10 años. Entre los años 11 y 20, solamente puede retirarse el interés. Además, la mitad del saldo puede retirarse en el año 20 y el saldo restante debe retirarse anualmente entre los años 21 y el 25. Si la cuenta recibe intereses a una tasa del 10% anual, ¿cuál es la cantidad que puede retirarse en *(a)* el año 15? *(b)* el año 20? *(c)* el año 25?

5.25 Un alumno de una universidad privada desea establecer una beca permanente que lleve su nombre. Él planea donar $20,000 anualmente durante 10 años empezando dentro de un año y dejar $100,000 más cuando él muera. Si el alumno muere dentro de 15 años, ¿cuánto dinero debe haber en la cuenta inmediatamente después del depósito de $100,000, suponiendo que la cuenta ganó intereses del 9% anual?

5.26 Se espera que el costo inicial de un pequeño embalse sea de $3 millones. Se estima que el costo de mantenimiento anual sea de $10,000 por año; se requiere un desembolso de $35,000 cada 5 años. Además, será necesario efectuar un gasto de $5000 en el año 10, aumentando en $1000 anualmente hasta el año 20, después de lo cual éste permanecerá constante. Si se espera que el embalse dure para siempre, ¿cuál será su costo capitalizado a una tasa de interés del 10% anual?

5.27 Una alumna agradecida de una universidad pública desea establecer una dotación permanente para becas en su nombre. Ella desea que la dotación proporcione $20,000 anualmente durante un tiempo infinito; la primera beca se entregará dentro de cinco años. Su intención es hacer el primer depósito ahora y aumentar cada depósito sucesivo anual en $5000 hasta el año 4. Si el fondo obtiene interés a una tasa del 0.5% mensual, (a) ¿cuál es el cantidad de su primer depósito? *(b)* ¿cuál es el costo capitalizado (en el año 0) de la dotación?

5.28 Compare las máquinas que se muestran a continuación con base en sus costos capitalizados utilizando una tasa de interés del 16% anual.

	Máquina *M*	**Máquina N**
Costo inicial, $	31,000	43,000
Costo anual de operación, $	18,000	19,000
Valor de salvamento, $	5,000	7,000
Vida, años	3	5

5.29 La información para las máquinas X y Y se muestra a continuación. Si la tasa de interés es del 12% anual, ¿cuál máquina debe seleccionarse con base en sus costos capitalizados?

	Máquina *X*	Máquina Y
Costo inicial, $	25,000	55,000
Costo anual de operación, $	8,000	6,000
Incremento anual en el costo de operación	5%	3%
Valor de salvamento, $	12,000	9,000
Vida, años	5	10

5.30 Una compañía de mudanzas y de almacenamiento está considerando dos posibilidades para las operaciones de bodegaje. La propuesta 1 exige la compra de una elevadora de horquilla por $15,000 y de 500 paletas que cuestan $5 cada una. Se supone que la vida promedio de una paleta son dos años. Si se compra la elevadora de horquilla, la compañía debe contratar un operador por $23,000 anualmente y gastar $600 por año en mantenimiento y operación. Se espera que la vida de la elevadora de horquilla sean 12 años, con un valor de salvamento de $4000.

De manera alternativa, la propuesta 2 exige que la compañía contrate dos personas para operar camiones eléctricos manejados manualmente a un costo de $19,000 por persona. Se requerirá un camión manual por un costo de $2000, cuya vida útil será de 6 años sin valor de salvamento. Si la tasa mínima atractiva de retorno de la compañía es del 14% anual, ¿cuál alternativa debe ser elegida con base en los costos capitalizados?

5.31 Compare las alternativas siguientes con base en sus costos capitalizados. Utilice i = 14% anual.

	Alternativa *U*	Alternativa W
Costo inicial, $	8,500,000	50,000,000
Costo anual de operación, $	8,000	7,000
Valor de salvamento, $	5,000	2,000
Vida, años	5	∞

5.32 Compare las siguientes alternativas con base en sus costos capitalizados, utilizando una tasa de interés del 15% anual.

	Alternativa C	Alternativa *D*
Costo inicial, $	160,000	25,000
Costo anual de operación, $	15,000	3,000
Revisión cada 4 años, $	12,000	
Valor de salvamento, $	1,000,000	4,000
Vida. años	∞	7

5.33 Compare las alternativas que se muestran a continuación con base en sus costos capitalizados, utilizando una tasa de interés de un ll % efectivo anual compuesto semestralmente.

	Alternativa Max.	Alternativa Min.
Costo inicial, $	150,000	900,000
Costo anual de operación, $	50,000	10,000
Valor de salvamento, $	8,000	1 ,000,000
Vida, años	5	∞

5.34 Compare las alternativas que se muestran a continuación con base en sus costos capitalizados. Use una tasa de interés del 1% mensual.

	Proyecto C	Proyecto D
Costo inicial, $	8,000	99,000
Costo mensual de operación, $	1,500	4,000
Incremento mensual en el costo de operación, $	10	. .
Valor de salvamento, $	1,000	47,000
Vida, años	10	∞

5.35 Compare las alternativas que se muestran a continuación, utilizando el costo capitalizado y una tasa de interés del 14% anual compuesto semestralmente. Suponga que no hay interés entre periodos.

	Alternativa PL	Alternativa KN
Costo inicial, $	160,000	25,000
Costo anual de operación, $	15,000	3,000
Revisión cada 4 años, $	12,000	.
Valor de salvamento, $	1,000,000	4,000
Vida, años	∞	7

5.36 Compare las alternativas que se muestran a continuación con base en sus costos capitalizados. Use i = 14% anual compuesto trimestralmente.

	Alternativa U	Alternativa R
Costo inicial, $	8,500,000	20,000,000
Costo semestral de operación, $	80,000	70,000
Valor de salvamento, $	50,000	2,000
Vida. años	5	∞

5.37 Un municipio de tamaño mediano desea desarrollar un sistema de software inteligente para ayudar en la selección de proyectos durante los próximos 10 años. Se ha utilizado un enfoque de costos de ciclo de vida para categorizar los costos en costos de desarrollo, de programación, operación y apoyo para cada alternativa. Se consideran tres alternativas identificadas como *A* (sistema a la medida), *B* (sistema adaptado), y C (sistema actual). Los costos se resumen a continuación. Utilice un análisis de valor presente y una tasa de interés del 10% anual para identificar la mejor alternativa.

Alternativa	Componente de costos	costo
A	Desarrollo	$100,000 ahora, $150,000 dentro de 1 año.
	Programación	$45,000 ahora, $35,000 dentro de un año.
	Operación	$50,000 del año 1 hasta el 10
	Apoyo	$30,000 del año 1 hasta el 10
B	Desarrollo	$10,000 ahora
	Programación	$45,000 año 0, $30,000 dentro de un año.
	Operación	$80,000 del año 1 hasta el 10
	Apoyo	$40,000 del año 1 hasta el 10
C	Operación	$150,000 del año 1 hasta el 10

5.38 Una compañía fabricante de ventanas está considerando el desarrollo de un sistema de apoyo de decisiones para reducir la cantidad de retal de vidrio. El costo actual por pérdida de éste es $12,000 anual por concepto de vidrio y por mano de obra es 0.75 por año-trabajo aun costo de $45,000 por año-trabajo. Si el sistema actual es mejorado mínimamente por $25,000, podrá atender las necesidades de la compañía durante 10 años más. Un nuevo sistema que también servirá a la compañía durante 10 años tendría los costos proyectados que se muestran a continuación.

Costos de equipamiento anual de $100,000 (años 0 y 1)

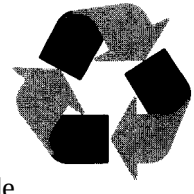
Para desarrollo 2 años, $120,000 por año (años 1 y 2)

Para mantener el sistema antiguo, $20,000 por año (años 1, 2 y 3)

Para mantener hardware y software, $10,000 por año (del año 3 hasta el 10)

Costos anuales de personal $40,000 (del año 3 hasta el 10)

Costo anual de retal de vidrio, $30,000 (del año 3 hasta el 10)

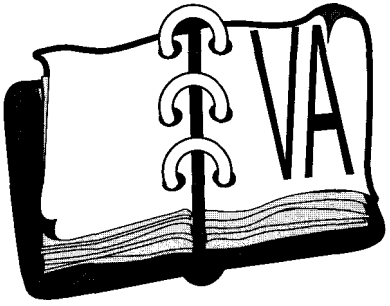


Se espera que las ventas del sistema a otras compañías produzcan recaudos netos de $20,000 empezando en el año 5, aumentando en $5000 anualmente hasta el año 10. Si se requiere un retorno anual del 20%, ¿cuál alternativa tiene un CCV más bajo para el periodo de 10 años?

capítulo

6

Evaluación del valor anual uniforme equivalente



los objetivos de este capítulo son explicar y demostrar los métodos principales para calcular el valor anual uniforme equivalente (VA) de un activo y cómo seleccionar la mejor entre dos alternativas con base en una comparación de valor anual. Aunque la palabra anual está incluida en el nombre del método, los procedimientos desarrollados en este capítulo pueden ser utilizados para encontrar una serie uniforme equivalente durante cualquier periodo de interés deseado, de acuerdo con el capítulo 3. Además, la palabra costo se utiliza con frecuencia indistintamente como valor, al describir una serie, de manera que el costo anual (CA) y el VA significan la misma cosa. Sin embargo, VA describe de manera más apropiada el flujo de efectivo porque, con frecuencia, la serie uniforme desarrollada representa un ingreso más que un costo. Sin importar cuál término sea utilizado para describir el flujo de efectivo uniforme resultante, la alternativa seleccionada como la mejor será la misma que la seleccionada mediante el método de valor presente o cualquier otro método de evaluación cuando las comparaciones se realizan apropiadamente.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Propósito: Hacer cálculos de valor anual y comparar alternativas que utilizan una base de valor anual.

- Un ciclo de vida
- VA por el método del fondo de amortización de salvamento
- VA por el método del valor presente de salvamento
- VA por el método de recuperación de capital más interés
- Selección de alternativa
- Serie perpetua

Este capítulo ayudará al lector a:

1. Entender por qué VA debe calcularse sobre un ciclo de vida solamente.
2. Calcular VA utilizando el método del fondo de amortización de salvamento.
3. Calcular VA utilizando el método de valor presente de salvamento.
4. Calcular VA utilizando el método de recuperación de capital más interés.
5. Seleccionar la mejor alternativa con base en un análisis de VA.
6. Calcular el VA de una inversión permanente que involucra una serie uniforme perpetua.

6.1 EL VALOR ANUAL PARA UN CICLO DE VIDA 0 MÁS DE UNO

El método VA se utiliza comúnmente para comparar alternativas. Como se ilustra en el capítulo 4, el VA significa que todos los ingresos y desembolsos (irregulares y uniformes) son convertidos en una cantidad anual uniforme equivalente (fin de periodo), que es la *misma cada periodo.* La ventaja principal de este método sobre todos los demás radica en que éste no requiere hacer la comparación sobre el mínimo común múltiplo (MCM) de los años cuando las alternativas tienen vidas diferentes. Es decir, el valor VA de la alternativa se calcula para *un ciclo de vida solamente.* ¿Por qué? Porque, como su nombre lo implica, el VA es un valor anual equivalente sobre la vida del proyecto. Si el proyecto continúa durante más de un ciclo, se supone que el valor anual equivalente durante el siguiente ciclo y todos los ciclos posteriores es exactamente igual que para el primero, siempre y cuando todos los flujos de efectivo actuales sean los mismos para cada ciclo en dólares de valor constante (analizado en el capítulo 12).

La condición repetible de la serie anual uniforme a través de diversos ciclos de vida puede demostrarse considerando el diagrama de flujo de efectivo en la figura 6.1, que representa dos ciclos de vida de un activo con un costo inicial de $20,000, un costo de operación anual de $8000 y una vida a 3 años.

El VA para un ciclo de una vida (es decir 3 años) se calculará de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} VA &= -20{,}000(A/P,22\%,3) - 8000 \\ &= \$-17{,}793 \end{aligned}$$

El VA para los dos ciclos de vida se calcula como:

$$\begin{aligned} VA &= -20{,}000(A/P,22\%,6) - (20{,}000)(P/F,22\%,3)(P/F,22\%,6) - 8000 \\ &= \$-17{,}793 \end{aligned}$$

El valor VA para el primer ciclo de vida es exactamente el mismo que para los dos ciclos de vida. Este mismo VA será obtenido cuando tres, cuatro o cualquier otro número de ciclos de vida son evaluados. Por tanto, el VA para un ciclo de vida de una alternativa representa el valor anual uniforme equivalente de esa alternativa *cada vez que el ciclo se repite.*

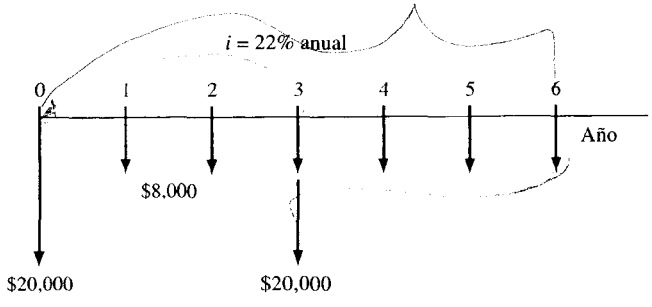


Figura 6.1 Diagrama de flujo de efectivo para los dos ciclos de vida de un activo

Cuando la información disponible indica que los flujos de efectivo estimados no serán los mismos en los ciclos de vida siguientes (o más específicamente, que ellos cambiarán por efecto de una cantidad diferente de la tasa de inflación o deflación esperada), entonces se elige un periodo de estudio o un horizonte de planeación, cuya forma de uso se analiza más adelante en la sección 6.5. En este texto, a menos que se especifique de otra forma, se supone que todos los costos futuros cambiarán con exactitud de acuerdo con la tasa de inflación o deflación para esa época.

Problema 6.1

6.2 VA MEDIANTE EL MÉTODO DEL FONDO DE AMORTIZACIÓN DE SALVAMENTO

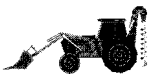
Cuando un activo tiene un valor de salvamento terminal (VS), hay muchas formas de calcular el VA. Esta sección presenta el método del fondo de amortización de salvamento, probablemente el método más simple de los tres métodos analizados en este capítulo, y el que por lo general se utiliza en este texto. En el método del fondo de amortización de salvamento, el costo inicial P se convierte primero en una cantidad anual uniforme equivalente utilizando el factor A/P. Dado, normalmente, su carácter de flujo de efectivo positivo, después de su conversión a una cantidad uniforme equivalente a través del factor A/F, el valor de salvamento se agrega al equivalente anual del costo inicial. Estos cálculos pueden estar representados por la ecuación general:

$$VA = -P(A/P,i,n) + VS(A/F,i,n,) \qquad [6.1]$$

Naturalmente, si la alternativa tiene cualquier otro flujo de efectivo, éste debe ser incluido en el cálculo completo de VA. Lo cual se ilustra en el ejemplo 6.1.

Ejemplo 6.1

Calcule el VA de un aditamento de tractor que tiene un costo inicial de $8000 y un valor de salvamento de $500 después de 8 años. Se estima que los costos anuales de operación para la maquina son $900 y se aplica una tasa de interés del 20% anual.



Solución

El diagrama de flujo de efectivo (figura 6.2) indica que:

$$VA = A_1 + A_2$$

donde A_1 = costo anual de la inversión inicial con un valor de salvamento considerado, ecuación [6.1]

$= -8000(A/P,20\%,8) + 500(A/F,20\%,8) = \$-2055$

A_2 = costo anual de operación = $-900

El valor anual para el aditamento es

$$VA = -2055 - 900 = \$-2955$$

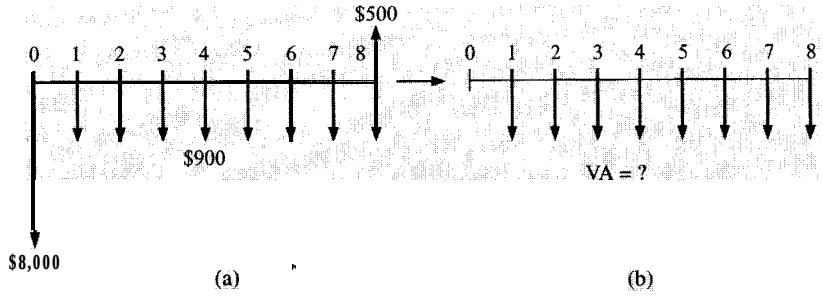


Figura 6.2 (a) Diagrama para costos de la máquina y (b) conversión a un VA.

Comentario

Comoquiera que el costo de operación ya está expresado como un costo anual para la vida del activo no es necesaria una conversión.

La simplicidad del método del fondo de amortización de salvamento debe ser obvia en los cálculos directos mostrados en el ejemplo 6.1. Los pasos pueden resumirse de la siguiente manera *utilizando los signos correctos del flujo de efectivo:*

1. Anualizar el costo de inversión inicial durante la vida del activo por medio del factor *A/P*.
2. Anualizar el valor de salvamento mediante el factor *A/F*.
3. Combinar el valor de salvamento anualizado con el costo de inversión anualizado.
4. Combinar las cantidades anuales uniformes con el valor del paso 3.
5. Convertir cualquier otro flujo de efectivo en valores anuales uniformes equivalentes y combinarlos con el valor obtenido en el paso 4.

Los pasos 1 a 3 se logran mediante la ecuación [6.1]. La cantidad anual uniforme en el paso 3 puede ser el costo anual de operación (CAO), como en el ejemplo 6.1.

Ejemplo adicional 6.7
Problemas 6.2 a 6.4

6.3 VA MEDIANTE EL MÉTODO DE VALOR PRESENTE DE SALVAMENTO

El método de valor presente también convierte las inversiones y valores de salvamento en un VA. El valor presente de salvamento se retira del costo de inversión inicial y la diferencia resultante es anualizada con el factor *A/P* durante la vida del activo. La ecuación general es:

$$VA = [-P + VS(P/F,i,n)](A/P,i,n) \qquad [6.2]$$

Los pasos para determinar el VA del activo completo son:

1. Calcular el valor presente del valor de salvamento mediante el factor *P/F*.
2. Combinar el valor obtenido en el paso 1 con el costo de inversión *P*.
3. Anualizar la diferencia resultante durante la vida del activo utilizando el factor *A/P*.
4. Combinar cualquier valor anual uniforme con el valor del paso 3.
5. Convertir cualquier otro flujo de efectivo en un valor anual uniforme equivalente y combinar con el valor obtenido en el paso 4.

Los pasos 1 a 3 se logran mediante la ecuación [6.2].

Ejemplo 6.2

Calcule el VA del aditamento detallado en el ejemplo 6.1 utilizando el método de valor presente de salvamento.

solución

Se utilizan los pasos enumerados arriba y la ecuación [6.2],

$$VA = [-8000 + 500(P/F,20\%,8)](A/P,20\%,8) - 900 = \$-2955$$

Problema 6.5

6.2 VA MEDIANTE EL MÉTODO DE RECUPERACIÓN DE CAPITAL MÁS INTERÉS

El procedimiento final presentado para calcular el VA de un activo que tiene un valor de salvamento es el método de recuperación de capital más interés. La ecuación general para este método es:

$$VA = -(P - VS)(A/P, i, n) - VS(i) \qquad [6.3]$$

Al restar el valor de salvamento del costo de inversión, es decir, $P - VS$, *antes de* multiplicar por el factor *A/P*, se reconoce que el valor de salvamento será recuperado. Sin embargo, el hecho de que dicho valor no sea recuperado durante n años se tiene en cuenta cargando el interés perdido, VS(i), durante la vida del activo. Si este término no se incluye se está suponiendo que el valor de salvamento fue obtenido en el año 0 en lugar del año n. Los pasos que deben seguirse en este método son:

1. Reducir el costo inicial por la cantidad de valor de salvamento.
2. Anualizar el valor en el paso 1 utilizando el factor *A/P*.
3. Multiplicar el valor de salvamento por la tasa de interés.
4. Combinar los valores obtenidos en los pasos 2 y 3.
5. Combinar cualesquiera cantidades anuales uniformes.
6. Convertir todos los demás flujos de efectivo en cantidades uniformes equivalentes y combinarlas con el valor del paso 5.

Los pasos 1 a 4 se logran aplicando la ecuación [6.3].

Ejemplo 6.3

Utilice los valores del ejemplo 6. 1 para calcular el **VA** mediante el método de recuperación de capital más interés.

Solución

De acuerdo con la ecuación [6.3] y los pasos anteriores,

$$\mathbf{VA} = -(8000 - 500)(A/P,20\%,8) - 500(0.20) - 900 = \$-2955$$

Aunque no hay diferencia sobre cuál método es utilizado para calcular el VA, es buena práctica emplear consistentemente un método, evitando así los errores causados por la mezcla de técnicas. En general se utilizará el método del fondo de amortización de salvamento (sección 6.2).

Problema 6.6

6.5 COMPARACIÓN DE ALTERNATIVAS MEDIANTE EL VALOR ANUAL

Entre las técnicas de evaluación presentadas en este libro, el método de valor anual para comparar alternativas es probablemente el más simple de realizar. La alternativa seleccionada tiene el costo equivalente más bajo o el ingreso equivalente más alto, si se incluyen los recaudos. Como se analizó en otros capítulos, en las decisiones de selección que se toman en el mundo real, siempre se considera información no cuantificable pero, en general, se selecciona la alternativa que tiene el valor neto más alto.

Tal vez la regla más importante de recordar al hacer las comparaciones VA es la que plantea que *sólo debe considerarse un ciclo de vida* de cada alternativa, lo cual se debe a que el VA será el mismo para cualquier número de ciclos de vida que para uno (sección 6.1). Dicho procedimiento está sujeto, ciertamente, a los supuestos implícitos en este método. Tales supuestos son similares a aquellos aplicables a un análisis de valor presente con el MCM sobre las vidas; a saber, (1) se necesitarán alternativas para su MCM de años, o, de no ser así, el valor anual será el mismo para cualquier fracción del ciclo de vida del activo que para el ciclo completo y (2) los flujos de efectivo en ciclos de vida posteriores cambiarán por efecto de la tasa de inflación o deflación. Cuando la información disponible indica que uno u otro de estos supuestos puede no ser válido, se sigue el enfoque de horizonte de planeación. Es decir, los desembolsos e ingresos que en realidad se espera que ocurran durante algún periodo de estudio especificado, es decir, el horizonte de planeación, deben ser identificados y convertidos a valores anuales. Estos procedimientos se ilustran mediante los ejemplos 6.4 y 6.5.

Ejemplo 6.4

Los siguientes costos han sido estimados para dos máquinas de pelar tomates que prestan el mismo servicio, las cuales serán evaluadas por un gerente. de una planta enlatadora.

	Máquina *A*	Máquina *B*
Costo inicial, $	26,000	36,000
Costo de mantenimiento anual, $	800	300
Costo de mano de obra anual, $	11,000	7,000
Impuestos sobre la renta anuales extra, $	—	2,600
Valor de salvamento, $	2,000	3,000
vida, años	6	10

Si la tasa de retorno mínima requerida es 15% anual, ¿cuál máquina debe seleccionar al gerente?

Solución

El diagrama de flujo de efectivo para cada alternativa se muestra en la figura 6.3. El VA de cada máquina mediante el método del fondo de amortización de salvamento, ecuación [6.1], se calcula de la siguiente manera:

$$VA_A = -26{,}000(A/P,15\%,6) + 2000(A/F,15\%,6) - 11{,}800 = \$-18{,}442$$

$$VA_B = -36{,}000(A/P,15\%,10) + 3000(A/F,15\%,10) - 9900 = \$46{,}925$$

Selecciona la máquina *B*, puesto que el VA de los costos es menor.

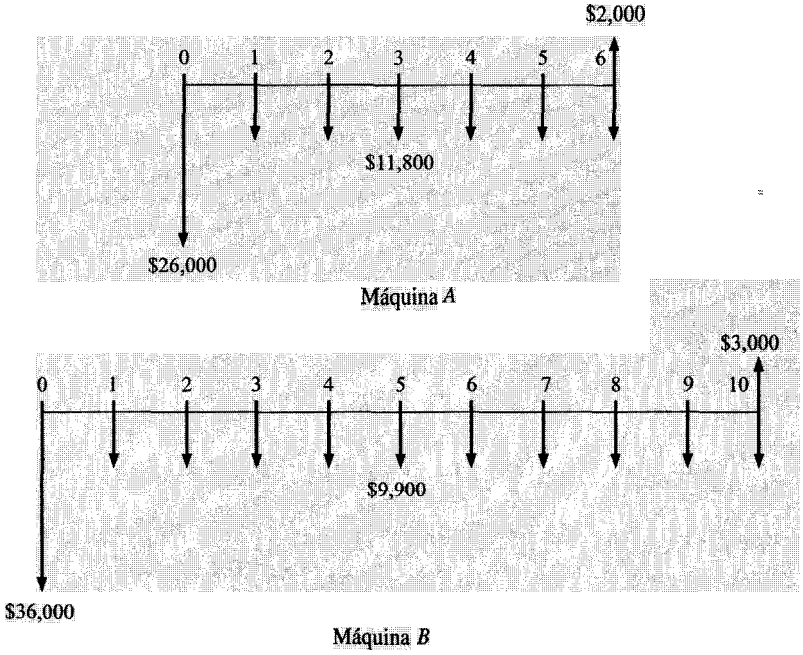


Figura 6.3 Flujos de efectivo para dos máquinas de pelar tomates, ejemplo 6.4.

Ejemplo 6.5

(a) Suponga que la compañía en el ejemplo 6.4 está planeando salir del negocio de enlatados de tomates dentro de 4 años. Para ese momento, la compañía espera vender la máquina *A* por $12,000 o la máquina *B* por $15,000. Se espera que todos los demás costos continúen iguales. ¿Cuál máquina debe comprar la compañía bajo estas condiciones?

(b) Si todos los costos, incluyendo los valores de salvamento, son los mismos que se habían estimado originalmente, ¿cuál maquina debe comprar la compañía utilizando un horizonte de 4 años?

Solución

(a) El horizonte planeado es ahora de 4 años, no las vidas de 6 ó 10 años. Solamente 4 años de costos estimados son relevantes para el análisis. Recalcule las cantidades de VA.

$$VA_A = -26{,}000(A/P,15\%,4) + 12{,}000(A/F,15\%,4) - 11{,}800 = \$-18{,}504$$

$$VA_B = -36{,}000(A/P,15\%,4) + 15{,}000(A/F,15\%,4) - 9900 = \$-19{,}506$$

Ahora, seleccione la máquina *A*, puesto que su costo es más bajo. Ésta es una reversión en la decisión del ejemplo 6.4.

(b) El único cambio de la parte (a) está en los valores de salvamento de las máquinas. Los valores VA son ahora:

$$VA_A = -26{,}000(A/P,15\%,4) + 2000(A/F,15\%,4) - 11{,}800 = \$-20{,}506$$

$$VA_B = -36{,}000(A/P,15\%,4) + 3000(A/F,15\%,4) - 9900 = \$-21{,}909$$

Nuevamente seleccione la máquina *A*.

Comentario

El hecho de limitar el análisis a un horizonte de planeación de 4 años cambió la decisión de seleccionar la máquina *B* en el ejemplo 6.4; en el presente ejemplo se seleccionó la máquina *A* en ambos casos. Observe que en los cálculos VA de este ejemplo no hay estimaciones de costos después de 4 años. Se descubrirá luego (capítulo 16) que esta omisión puede, bajo ciertas circunstancias de patrones de flujos de efectivo futuros, contribuir a tomar una decisión económica errada en el largo plazo. También, esta situación ilustra la importancia de reconocer los supuestos inherentes a los métodos de evaluación.

Ejemplo adicional 6.8
Problemas 6.7 a 6.18

6.6 VA DE UNA INVERSIÓN PERMANENTE

Esta sección analiza el valor anual equivalente del costo capitalizado introducido en las secciones 5.4 y 5.5. La evaluación de proyectos de control de inundaciones, canales de irrigación, puentes u otros proyectos de gran escala, requiere la comparación de alternativas cuyas vidas son tan largas que pueden ser consideradas infinitas en términos de análisis económico. Para este tipo de análisis, es importante reconocer que el valor anual de la inversión inicial es igual simplemente al interés anual ganado sobre la inversión de cantidad global, como lo expresa la ecuación [5.2], es decir, $A = Pi$.

Los flujos de efectivo que son recurrentes en intervalos regulares o irregulares se manejan exactamente igual que en los cálculos VA convencionales; es decir, son convertidos a cantidades anuales uniformes equivalentes durante un ciclo, lo cual de manera automática las anualiza para cada ciclo de vida posterior, como se analiza en la sección 6.1. El ejemplo 6.6 ilustra cálculos de VA para un proyecto cuya vida es muy larga.

Ejemplo 6.6

U.S. Bureau of Reclamation está considerando dos propuestas para aumentar la capacidad del canal principal en su sistema de irrigación de Lower Valley. La propuesta A comprenderfa el dragado del canal con el fin de retirar el sedimento y la maleza acumulados durante su funcionamiento en años anteriores. Dado que la capacidad del canal tendrá que mantenerse en el futuro cerca del caudal pico de diseño debido a la mayor demanda de agua, la oficina está planeando comprar equipo y accesorios de dragado por $65,000. Se espera que el equipo tenga una vida de 10 años y un valor de salvamento de $7000. Se estima que los costos anuales de mano de obra y de operación para el funcionamiento del dragado totalizan $22,000. Para controlar la formación de maleza en el canal mismo y a lo largo de los bancos, se aplicará herbicidas durante la época de irrigación. Se espera que el costo anual del programa de control de maleza sea de $12,000.

La propuesta *B* involucraría el revestimiento del canal con concreto aun costo inicial de $650,000. Se supone que el revestimiento es permanente, pero será necesario efectuar algún mantenimiento cada año por un costo de $1000. Además, tendrán que hacerse reparaciones de revestimiento cada 5 años por un costo de $10,000. Compare fas dos alternativas con base en el valor anual uniforme equivalente utilizando una tasa de interés del 5% anual.

Solución

Puesto que ésta es una inversión para un proyecto permanente se debe calcular el VA para un ciclo. Se utiliza el método del fondo de amortización de salvamento en la evaluación de la propuesta *A*. *Se* deja al lector la elaboración de los diagramas de flujo de efectivo.

Propuesta A	
VA para el equipo de dragado:	
$-65{,}000(A/P,5\%,10) + 7000(A/F,5\%,10)$	$–7,861
Costo anual del dragado	–22,000
Costo anual del control de maleza	–12,000
	$–41,861
Propuesta B	
VA de la inversión inicial: $-650{,}000(0.05)$	-32,500
Costo anual de mantenimiento	–1,000
Costo de reparación del revestimiento: $-10{,}000(A/F,5\%,5)$	-1,800
	$–35,300

La propuesta *B* debe seleccionarse.

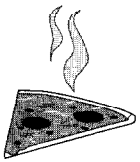
Comentario

Con respecto a la propuesta *A*, no es necesario efectuar cálculos para los costos de dragado y de control de maleza puesto que ya están expresados como costos anuales. Para la propuesta *B*, el VA de la inversión inicial se obtiene multiplicando por la tasa de interés, lo cual no es otra cosa que la ecuación [5.2], es decir, VA = *A* = *Pi*. Observe el uso del factor *A/F* (fondo de amortización) para el costo de reparación de revestimiento en la propuesta *B*. El factor *A/F* se utiliza en lugar de *A/P* porque el costo de reparación del revestimiento se inicia en el año 5, no en el año 0, y continúa indefinidamente en intervalos de 5 años.

De haber cantidades *no recurrentes* únicas o series involucradas, éstas son convertidas a un valor presente y luego multiplicadas por la tasa de interés. Véanse ilustraciones en los ejemplos adicionales 6.9 y 6.10

Ejemplos adicionales 6.9 y 6.10
Problemas 6.19 a 6.25

EJEMPLOS ADICIONALES



Ejemplo 6.7

DETERMINACIÓN DE VA, SECCIONES 6.2 A 6.4 Una pizzería local acaba de comprar una flota de cinco minivehículos eléctricos para hacer entregas en una área urbana. El costo inicial fue $4600 por vehículo y su vida esperada y valores de salvamento son 5 años y $300, respectivamente. Se espera que los costos combinados del seguro, mantenimiento, recargo y lubricación sean $650 el primer año y aumenten en $50 anuales de allí en adelante. El servicio de entrega generará una cantidad extra estimada de $1200 anuales. Si se requiere un retorno del 10% anual, use el método VA para determinar si la compra debió haberse hecho.

Solución

El diagrama de flujo de efectivo se muestra en la figura 6.4. Si se aplica la ecuación [6.1], quedan completas las tres primeras etapas del método del fondo de amortización de salvamento.

$$\begin{aligned} A_1 &= \text{costo anual de la compra de la flota} \\ &= -5(4600)(A/P,10\%,5) + 5(300)(A/F,10\%,5) \\ &= \$-5822 \end{aligned}$$

Para el paso 4, la serie de ingresos y el desembolso anual pueden combinarse en una serie anual de ingreso neto que sigue convenientemente un gradiente que decrece con una cantidad base de $550 ($1200 – 650). El ingreso anual equivalente A_2 es:

$$A_2 = 550 - 50(A/G,10\%,5) = \$460$$

El VA total es igual a la suma algebraica de los valores VA de costo e ingreso del vehículo.

$$\text{VA} = -5822 + 460 = \$-5362$$

Puesto que VA < 0, se espera un retorno de menos del 10%; la compra no se justifica.

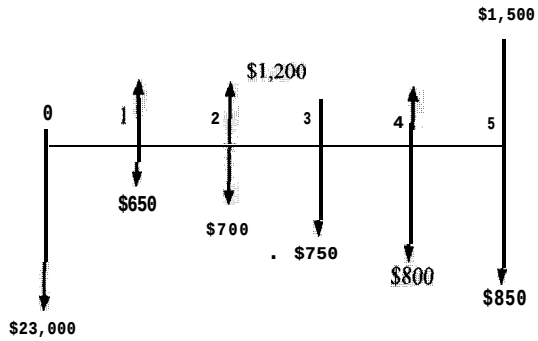


Figura 6.4 Diagrama utilizado para cakular VA, ejemplo 6.7.

Comentario

Ensaye otro de los métodos de VA de las secciones 6.3 y 6.4 para resolver el problema. Debe obtener el mismo valor VA.

Ejemplo 6.8

EVALUACIÓN DE ALTERNATIVA, SECCIÓN 6.5 Compare los dos planes propuestos en el ejemplo 5.6 (en el capítulo 5) utilizando el método VA.

Solución

Aunque los dos componentes del plan *A*, volquetas y plataformas, tienen vidas diferentes, el análisis VA se realiza solamente para un ciclo de vida de cada componente. Al aplicar el método del fondo de amortización de salvamento, la ecuación [6.1],

$$VA = VA_{volquetas} + VA_{plataforma} + VA_{CAO}$$

donde $VA_{volquetas} = -90{,}000(A/P,15\%,8) + 10{,}000(A/F,15\%,8) = \$-19{,}328$

$VA_{plataforma} = -28{,}000(A/P,15\%,12) + 2000(A/F,15\%,12) = \$-5096$

$VA_{CAO} = \$-9800$

Entonces,

$$VA_A = -19{,}328 - 5096 - 9800$$
$$= \$-34{,}224$$
$$VA_B = VA_{banda\ transportadora}$$
$$= -175{,}000(A/P,15\%,24) + 10{,}000(A/F,15\%,24)$$
$$= \$-27{,}146$$

Como se concluyó en el análisis VP del ejemplo 5.6, se selecciona el plan *B* por su menor costo equivalente.

Comentario

Se debe reconocer una relación fundamental entre los valores de VP y VA para los dos ejemplos analizados aquí. Si se tiene el VP de un plan determinado, se puede obtener el VA calculando VA = VP(A/P, i, n), o si se tiene el VA, entonces VP = VA(P/A, i, n). Para obtener el valor VP correcto, una pregunta fundamental es, ¿Qué valor tiene n? La respuesta es el MCM de las vidas de las alternativas, lo cual es correcto puesto que el método VP de evaluación debe tener lugar durante un periodo de tiempo igual para cada alternativa a fin de asegurar una comparación de servicio igual. Por consiguiente, los valores VP, considerando aproximaciones, son los mismos determinados en el ejemplo 5.6.

$$VP_A = VA_A(P/A,15\%,24) = \$-220{,}190$$

$$VP_B = VA_B(P/A,15\%,24) = \$-174{,}652$$

Ejemplo 6.9

INVERSIÓN PERMANENTE, SECCIÓN 6.6 Un accionista intrépido afirma que puede obtener un 18% anual sobre el dinero de un inversionista. Si él invierte \$10,000 ahora, \$30,000 dentro de tres años y \$6000 anuales durante 5 años empezando dentro de 4 años, ¿cuánto dinero puede retirar anualmente por tiempo indefinido empezando dentro de 12 años, si se ignoran los impuestos?

Solución

El diagrama de flujo de efectivo (figura 6.5) indica que la cantidad uniforme A que puede ser retirada cada año por tiempo indefinido empezando en el año 12 es igual a la cantidad de interés que se acumula cada año sobre la cantidad del principal disponible en el momento del primer retiro. Para que sea una serie de retiros perpetuos, el tamaño de esta cantidad debe permanecer constante.

Por consiguiente, para resolver el problema determine la cantidad principal F_{11} acumulada en el año 11 (no en el año 12) y multiplique por la tasa de interés i para obtener A.

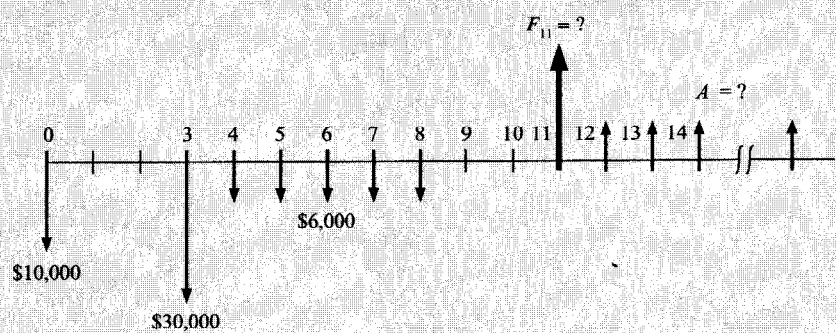


Figura 6.5 Diagrama para determinar un retiro anual perpetuo, ejemplo 6.9.

La cantidad futura en el año 11 es:

$$F_{11} = 10{,}000(F/P,18\%,11) + 30{,}000(F/P,18\%,8) + 6000(F/A,18\%,5)(F/P,18\%,3) = \$245{,}050$$

El retiro perpetuo (o valor anual de la serie perpetua) puede encontrarse ahora multiplicando F_{11}, el cual ha sido de nuevo denominado para ser un valor VP con respecto a la serie de retiro perpetuo, en $i = 0.18$.

$$VA = VP(i) = 245{,}050(0.18) = \$44{,}109$$

Comentario

La serie de retiro perpetuo generada por la cantidad del principal, llamada algunas veces el corpus, ha sido *dotada*. Es decir, aquí los depósitos por valor de $245,050 en el año 11 son una dotación que producirá $44,109 durante tiempo indefinido siempre y cuando se obtenga un 18% de retorno cada año durante tiempo indefinido.

Ejemplo 6.10

INVERSIÓN PERMANENTE, SECCIÓN 6.6 Si la señora Kaw deposita $10,000 ahora a una tasa de interés del 7% anual, ¿cuántos años debe acumularse el dinero antes de que ella pueda retirar $1400 anuales durante tiempo indefinido?

Solución

La figura 6.6 presenta el diagrama de flujo de efectivo. El primer paso es encontrar la cantidad total de dinero, llámese VP_n, que puede acumularse en algún año futuro n, justo 1 año antes del primer retiro de la serie anual perpetua VA = $1400. Es decir,

$$VP_n = \frac{VA}{i} = \frac{1400}{0.7} = \$20{,}000$$

De modo que, cuando se acumulan $20,000, la señora Kaw puede retirar $1400 anuales durante tiempo indefinido. Determine cuándo el depósito inicial de $10,000 se acumulará hasta llegar a $20,000.

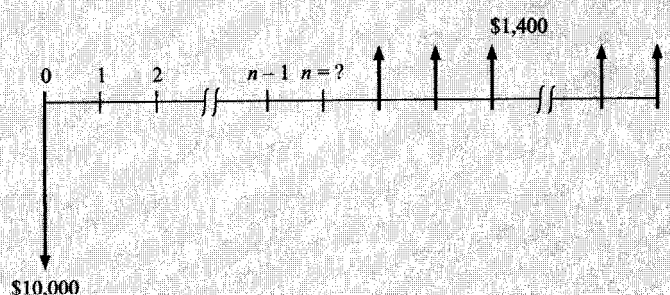


Figura 6.6 Diagrama para determinar n durante un retiro perpetuo, ejemplo 6.10.

Este cálculo se hace fácilmente mediante el factor *F/P* y resolviendo para *n* mediante logaritmos.

$$20{,}000 = 10{,}000(F/P,7\%,n)$$

$$(1.07)^n = 2.00$$

$$n \log (1.07) = \log (2.00)$$

$$n = \frac{\log (2.00)}{\log (1.07)} = 10.24 \text{ años}$$

O mediante interpolación en las tablas de interés, $(F/P,7\%,n) = 2.00$ cuando $n = 10.24$ años. Este retiro puede empezar en el año 11.

Ejemplo 6.10
(Hoja de cálculo)

Si la señora Kaw deposita $10,000 ahora a una tasa de interés del 7% anual, ¿durante cuántos años debe acumularse el dinero antes de que ella pueda retirar $1400 anuales por tiempo indefinido?

Solución

Como se calculó antes, es necesario que los $10,000 aumenten a $20,000 para poder retirar $1400 para siempre. La figura 6.7 presenta una solución de hoja de cálculo para 10.24 años utilizando la función NPER con interés al 7% anual.

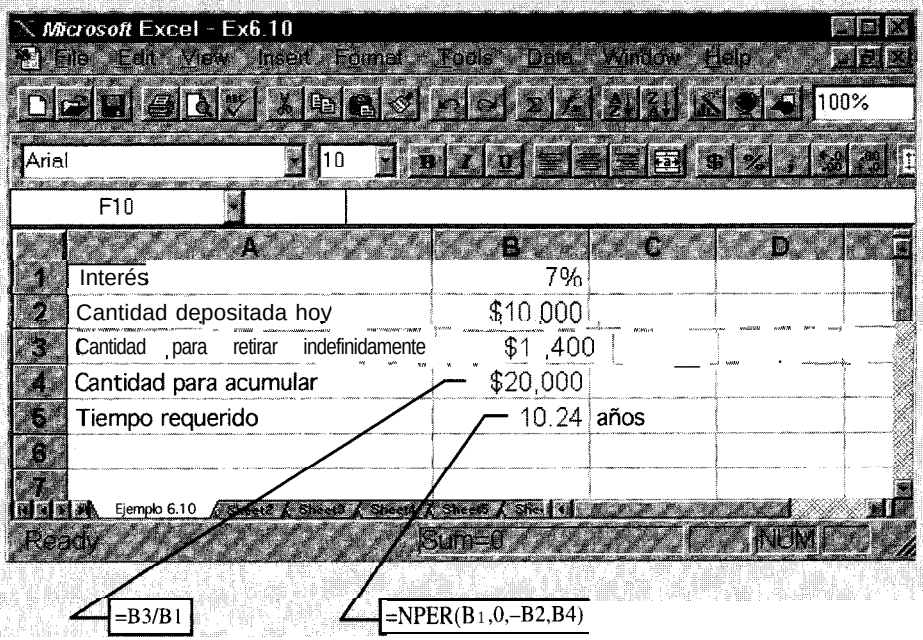


Figura 6.7 Solución de hoja de cálculo para encontrar el número de años requerido para duplicar una suma al 7% anual, ejemplo 6.10.

RESUMEN DEL CAPÍTULO

Desde el punto de vista de su cálculo, el método de valor anual para comparar alternativas es en general más sencillo que el método de valor presente, ya que la comparación VA se realiza durante un ciclo de vida solamente, puesto que, por definición, el valor anual durante el primer ciclo de vida será el mismo que el valor anual para el segundo, el tercero y todos los ciclos de vida posteriores. Cuando se especifica un horizonte de planeación o periodo de estudio, el cálculo VA se determina para ese periodo de tiempo, sin importar las vidas de las alternativas. Al igual que en el método del valor presente, cualquier vida restante de una alternativa al final de su periodo de servicio o el horizonte de planeación se reconoce ajustando su valor de salvamento estimado.

Para alternativas de vida infinitas, su costo inicial puede ser anualizado multiplicando simplemente por P o VP veces i, es decir, VA = VP(i). Para alternativas de vida finitas, el VA durante un ciclo de vida es igual al valor anual equivalente perpetuo.

PROBLEMAS

6.1 La máquina A tiene un costo inicial de $5000, una vida de 3 años y valor de salvamento de cero. La máquina B tiene un costo inicial de $12,000, una vida de 6 años y un valor de salvamento de $3000. ¿Qué periodo de tiempo debe utilizarse para encontrar *(a)* el valor presente de la máquina A? *(b)* el valor anual de la máquina A? *(c)* el valor anual de la máquina B?

6.2 Un contratista compró una grúa usada por $9000. Su costo de operación será $2300 anuales y él espera venderla por $6000 dentro de cinco años. ¿Cuál es el valor anual equivalente de la grúa a una tasa de interés del 12% de acuerdo con el método del fondo de amortización de salvamento?

6.3 Encuentre la cantidad del valor anual (por meses) de un camión que tuvo un costo inicial de $38,000, un costo de operación de $2000 mensuales y un valor de salvamento de $11,000 después de 4 años a una tasa de interés del 9% anual compuesto mensualmente? Utilice el método del fondo de amortización de salvamento.

6.4 Si el costo de operación del camión del problema 6.3 fue $2000 en el mes 1, $2010 en el mes 2 y cantidades que aumentan en $10 cada mes a partir de entonces, ¿cuál sería su valor anual a un interés del 12% anual compuesto mensualmente? Utilice el método del fondo de amortización de salvamento.

6.5 Trabaje los siguientes problemas por medio del método de valor presente de salvamento: *(a)* Problema 6.2, *(b)* Problema 6.3.

6.6 Trabaje los siguientes problemas por medio del método de recuperación de capital más el interés: *(a)* Problema 6.2, *(b)* Problema 6.3.

6.7 Una compañía fabricante de metales considera la compra de dos máquinas. La máquina X tendrá un costo inicial de $15,000, un costo anual de mantenimiento y operación de $3000 y un valor de salvamento de $3000. La máquina Y tendrá un costo inicial de $22,000, un costo anual de $1500 y un valor de salvamento de $5000. Si se espera que ambas máquinas duren 10 años, determine cuál máquina debe ser seleccionada con base en las sumas de valor anual utilizando una tasa de interés del 10% anual.

6.8 Una empresa de servicios públicos está tratando de decidir entre dos tamaños diferentes de tubería para una nueva fuente de agua. Una línea de 250 mm tendrá un costo inicial de $35,000, mientras que una línea de 300 mm costará $55,000. Dado que hay más pérdida de cabeza a través del tubo de 250 mm, se espera que el costo de bombeo para la línea de menor tamaño sea $3000 por año más que para la línea de 300 mm. Si se espera que las tuberías duren 20 años, ¿cuál tamaño debe seleccionarse si la tasa de interés es de 13% anual? Utilice un análisis de valor anual.

6.9 Un constructor comercial está tratando de determinar si sería económicamente factible instalar drenajes de agua lluvia en un gran centro comercial que en la actualidad se encuentra bajo construcción. En los 3 años requeridos para la construcción, se esperan 12 fuertes aguaceros. Si no se instalan drenajes, se espera que el costo de relleno del área lavada sea de $1000 por aguacero. En forma alternativa, podría instalarse una tubería de drenaje de acero corrugado, lo cual evitaría la erosión de la tierra. El costo de instalación de la tubería sería de $6.50 por metro, con una longitud total de 2000 metros. Después del periodo de construcción de 3 años, parte de la tubería podría recobrarse con un valor estimado de $3000. Suponiendo que los aguaceros ocurran en intervalos de 3 meses, determine cuál alternativa debe seleccionarse si la tasa de interés es un 16% anual nominal compuesto trimestralmente. Utilice el método de valor anual.

6.10 Para un proceso de producción continua se consideran dos máquinas cuyos costos son los siguientes. Utilizando una tasa de interés del 12% anual, determine cuál alternativa debe seleccionarse con base en un análisis de valor anual.

	Máquina G	**Máquina H**
Costo inicial, $	62,000	77,000
Costo anual de operación, $	15,000	21,000
Valor de salvamento, $	8,000	10,000
Vida, años	4	6

6.11 Compare las siguientes máquinas con base en sus valores anuales, utilizando una tasa de interés del 14% anual.

615 - 621

	Máquina P	Máquina Q
Costo inicial, $	29,000	37,000
Costo anual de operación, $	4,000	5,000
Vida, años	3	5
Costo anual de mantenimiento, $	3,000	3,500
Revisión cada 2 años, $	3,700	2,000

6.12 La firma L Tech Metal Fabricating Company está considerando la compra de dos máquinas de fabricación. La compra del modelo manual costará $25,000 con una vida de 8 años y un valor de salvamento de $5000. Su costo anual de operación será $15,000 para mano de obra y $1000 para mantenimiento. La compra de un modelo controlado por computador costará $95,000 y tendrá una vida de 12 años si al final del año 6 se actualiza por un costo de $15,000. Su valor de salvamento terminal será de $23,000. Los costos anuales para el modelo controlado por computador serán $7,500 para mano de obra y $2500 para mantenimiento. Si la tasa mínima atractiva de retomo de la compañía es del 20%, ¿cuál máquina se prefería con base en el costo anual equivalente de cada una?

6.13 Si en el problema 6.12 se utiliza un horizonte de planeación de 8 años ¿cuál máquina debe seleccionarse, suponiendo que los valores de salvamento continúan iguales?

6.14 Compare las siguientes alternativas con base en sus valores anuales al 10% anual de interés.

	Alternativa P	Alternativa Q
Costo inicial, $	30,000	42,000
Costo anual de operación del año 1 hasta el 4, $	15,000	6,000
Decrecimiento del costo anual del año 5 hasta n, $	500	—
Valor de salvamento, $	7,000	11,000
Vida, años	10	12

6.15 Una firma consultora de ingeniería está tratando de decidir entre comprar y adquirir autos en arriendo. Se estima que autos de tamaño medio costarán $12,000 y tendrán un valor comercial probable de $2800 en 4 años. Se espera que el costo anual de renglones como combustible y reparaciones sea de $950 el primer año y que aumente en $50 anuales. Alternativamente, la compañía puede obtener mediante arriendo autos por $4500 anuales pagaderos al principio de cada año. Dado que el precio del

arrendamiento incluye algo de mantenimiento, se espera que los gastos anuales de mantenimiento y operación sean $1 OO por año más bajos si los autos son arrendados. Si la tasa mínima atractiva de retorno de la compañía es del 10% anual, ¿cuál alternativa debe seleccionarse con base en su valor anual?

6.16 Una compañía minera está considerando comprar una máquina que cuesta $30,000 y se espera que dure ll años, con un valor de salvamento de $3000. Se espera que los gastos anuales de operación sean de $8000 durante los primeros 3 años, pero debido al mayor uso, los costos'de operación aumentarán en $200 anualmente durante los próximos 8 años. De forma alternativa, la compañía puede comprar una máquina altamente automatizada a un costo de $58,000. Esta máquina durará sólo 6 años debido a su tecnología más alta y a su diseño delicado, y su valor de salvamento será de $15,000. Debido a su alto grado a de automatización, su costo de operación será sólo de $4000 anuales. Si la tasa mínima atractiva de retorno de la compañía es de 18% anual, ¿cuál máquina debe seleccionarse con base en un análisis de valor anual?

6.17 Una compañía está considerando la implementación de uno de dos procesos identificados como Q y *R*. El proceso Q tendrá un costo inicial de $43,000, un costo trimestral de operación de $10,000 y un valor de salvamento de $5000 al final de su vida de 6 años. El proceso *R* tendrá un costo inicial de $3 1,000 con un costo trimestral de operación de $39,000. Éste tendrá una vida de 8 años con un valor de $2000 en ese momento. Si la tasa de interés es del 12% nominal anual compuesto mensualmente, ¿cuál alternativa sería preferida utilizando un análisis de valor anual?

6.18 Compare las alternativas que se muestran a continuación con base en un análisis de valor anual. Utilice una tasa de interés del 18% anual compuesto mensualmente.

	Alternativa Y	**Alternativa Z**
Costo inicial, $	20,000	3 1,000
Costo trimestral de operación, $	4,000	5,000
Ingreso mensual, $	600	900
Valor de salvamento, $	3,000	6,000
Vida, años	5	4

6.19 ¿Cuál es el valor anual perpetuo de $50,000 ahora y otros $50,000 dentro de tres años a una tasa de interés del 10% anual?

6.20 Determine el valor anual uniforme perpetuo de un costo inicial de $600,000, costos anuales de $25,000 y costos periódicos cada 4 años de $70,000 durante un tiempo infinito. Utilice una tasa de interés del 12% anual.

6.21 Una alumna de una pequeña universidad decidió crear una dotación para una beca permanente a su nombre. Su donación inicial fue $2 millones. El fondo obtuvo una tasa de interés del 9% anual, pero el fideicomisario del fondo tomó 3% de las utilidades como comisión de manejo. *(a)* ¿Cuánto dinero de la beca había disponible cada año, suponiendo que todas las ganancias (después de la comisión de manejo) fueron otorgadas para becas? *(b)* Si el donante agregó otro millón 5 años después de haber establecido el fondo, ¿cuánto había disponible cada año para becas de allí en adelante?

6.22 Determine el valor anual de los siguientes flujos de efectivo a una tasa de interés del 12% anual.

Año	0	1	2-6	7-12	13 en adelante
Flujo de efectivo, $	-50,000	-6,000	-2,000	+3,000	+4,000

6.23 Se desea determinar el valor anual equivalente de establecer, mejorar y mantener un parque nacional en forma permanente. El servicio del parque espera comprar la tierra por $10 millones. Se estima que las mejoras que deben hacerse cada 3 años hasta el año 15 costarán $500,000 cada vez. Además, se requerirán costos anuales de $40,000 durante los primeros 10 años, tiempo después del cual los costos serán de $55,000 por año. Si la tasa de interés es del 10% anual, ¿cuál es el valor anual equivalente si el parque se conserva indefinidamente?

6.24 Encuentre el valor anual perpetuo equivalente de una inversión inicial de $250,000; un costo anual de $8000 durante los 2 primeros años, aumentando en $500 por año hasta el año 15; y un costo de $13,000 por año a partir del año 16 indefinidamente. Utilice una tasa de interés de *(a)* 10% anual y *(b)* 12% anual compuesto mensualmente.

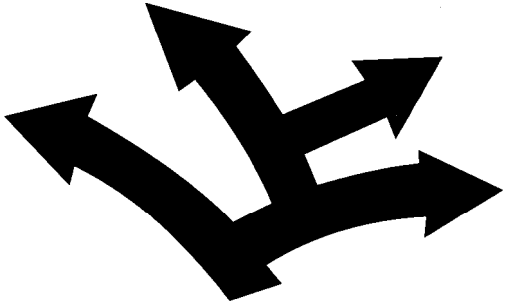
6.25 Compare las siguientes alternativas con base en sus valores anuales. Utilice una tasa de interés de *(a)* 8% anual y *(b)* 10% anual compuesto trimestralmente. El rango del índice *k es* de 1 a 10 años.

	Alternativa G	**Alternativa** *H*
Costo inicial, $	40,000	300,000
Costo anual, $	5,000 − 100 (k − 2)	1,000
Valor de salvamento, $	8,000	50,000
Vida, años	10	∞

capítulo

7

Cálculos de tasa de retorno para un proyecto único



En este capítulo se analiza el procedimiento para calcular correctamente la tasa de retorno (TR) para un proyecto basado en una ecuación de valor presente o de valor anual. Puesto que con frecuencia los cálculos de TR requieren un método de ensayo y error, o un sistema de hoja de cálculo para una solución más rápida, se presentan los procedimientos para estimar la tasa de interés que satisfará la ecuación TR.

Uno de los dilemas del análisis TR radica en que, en algunos casos, habrá múltiples valores para i que satisfarán la ecuación TR. Se explicará la forma de reconocer esta posibilidad y el enfoque correcto para obtener el valor TR mediante una tasa de reinversión para los flujos de efectivo netos positivos del proyecto. En este capítulo se considera solamente un proyecto; sin embargo, en el siguiente capítulo se aplican los principios utilizados aquí para la selección entre dos y más alternativas.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Propósito: Entender el análisis de la tasa de retorno (TR) y realizar los cálculos TR para un proyecto.

Definición

TR utilizando VP

TR utilizando VA

TR múltiple

TR compuesto

Este capítulo ayudará al lector a:

1. Entender las bases de los cálculos de tasa de retorno.
2. Calcular la tasa de retorno mediante una ecuación de valor presente.
3. Calcular la tasa de retorno mediante una ecuación de valor anual.
4. Determinar el máximo número posible de valores de TR para una secuencia de flujo de efectivo no convencional (no simple).
5. Calcular la tasa de retorno compuesta mediante una tasa de reinversión determinada.

7.1 GENERALIDADES SOBRE LA TASA DE RETORNO Y su CÁLCULO

Si el dinero se obtiene en préstamo, la tasa de interés se aplica al saldo *no* pagado (insoluto) de manera que la cantidad y el interés total del préstamo se pagan en su totalidad con el último pago del préstamo. Desde la perspectiva del prestamista o inversionista, cuando el dinero se presta o se invierte, hay un *saldo no recuperado* en cada periodo de tiempo. La tasa de interés es el retorno sobre este saldo no recuperado, de manera que la cantidad total y el interés se recuperan en forma exacta con el último pago o entrada. La tasa de retorno define estas dos situaciones.

> *Tasa de retorno (TR)* es la tasa de interés pagada sobre el saldo no pagado de dinero obtenido en préstamo, o la tasa de interés ganada sobre el saldo no recuperado de una inversión, de manera que el pago o entrada final iguala exactamente a cero el saldo con el interés considerado.

La tasa de retorno está expresada como un porcentaje por periodo, por ejemplo, i = 10% anual. Ésta se expresa como un porcentaje positivo; es decir, no se considera el hecho de que el interés pagado en un préstamo sea en realidad una tasa de retorno negativa desde la perspectiva del prestamista. El valor numérico de i puede moverse en un rango entre -100% hasta infinito, es decir, $-100\% < i < \infty$. En términos de una inversión, un retorno de i = -100% significa que se ha perdido la cantidad completa.

La definición anterior no establece que la tasa de retorno sea sobre la cantidad inicial de la inversión, sino más bien sobre el saldo *no recuperado,* el cual varía con el tiempo. El siguiente ejemplo ilustra la diferencia entre estos dos conceptos.

Ejemplo 7.1

Para i = 10% anual, se espera que una inversión de $1000 produzca un flujo de efectivo neto de. $335.47 para cada uno de 4 años.

$$A = \$1000(A/P,10\%,4) = \$315.47$$

Esto representa una tasa de retorno del 10% anual sobre el saldo no recuperado. Calcule la cantidad de la inversión no recuperada para cada uno de los 4 años utilizando *(a)* la tasa de retorno sobre el saldo no recuperado y *(b)* la tasa de retorno sobre la inversión inicial de $1 000. (c) Explique por qué toda la inversión inicial de $1000 no se recupera de acuerdo con el enfoque de la parte *(b).*

Solución

fa) La tabla 7.1 presenta fas cifras del saldo no recuperado para cada año utilizando la tasa del 10% sobre el saldo no recuperado a principios del año. Después de 4 años, la inversión total de $1000 se recupera y el saldo en la columna 6 es exactamente cero.

(b) La tabla 7.2 muestra las cifras del saldo no recuperado si el retorno del 10% se calcula siempre sobre la inversión inicial de $1000. La columna 6 en el año 4 muestra la cantidad no recuperada restante de $138.12, porque en los 4 años solamente se recuperan $861.88 (columna 5).

Tabla 7.1 Saldos no recuperados utilizando una tasa de retorno del 10%

(1) Año	(2) Saldo inicial no recuperado	(3) = 0.10(2) Interés sobre saldo no recuperado	(4) Flujo de efectivo	(5) = (4) – (3) Cantidad recuperada	(6) = (2) + (5) Saldo final no recuperado
0	—	—	$–1,000.00	—	$–1,000.00
1	$–1,000.00	$100.00	+315.47	$215.47	-784.53
2	-784.53	78.45	+315.47	237.02	-547.51
3	-547.51	54.75	+315.47	260.72	-286.79
4	–286.79	28.68	+315.47	286.79	0
		$261.88		$1,000.00	

Tabla 7.2 Saldos no recuperados utilizando un retorno del 10% sobre la inversión inicial

(1) Año	(2) Saldo inicial no recuperado	(3) = 0.10(2) Interés sobre saldo no recuperado	(4) Flujo de efectivo	(5) = (4) – (3) Cantidad recuperada	(6) = (2) + (5) Saldo final no recuperado
0	—		$–1,000.00	—	$–1,000.00
1	$–1,000.00	$100	+315.47	$215.47	-784.53
2	-784.53	100	d-315.47	215.47	-569.06
3	-569.06	100	+315.47	215.47	-353.59
4	-353.59	100	+315.47	215.47	-138.12
		$400		$861.88	

(c) Si se calcula un retorno del 10% cada año sobre la cantidad inicial de $1000 debe obtenerse un total de $400 de interés. Sin embargo, si se utiliza un retorno del 10% sobre el saldo no recuperado sólo se obtiene $261.88 de interés. Hay más flujo de efectivo anual disponible para reducir la inversión restante cuando se aplica la tasa al saldo no recuperado como en la parte *fa)* y *en* la tabla 7.1.

Como se definió antes, la tasa de retorno es la tasa de interés sobre el saldo no recuperado; por consiguiente, *los* cálculos *en* la *tabla 7.1 para la parte (a) presentan una interpretación correcta de una tasa de retorno del* 10%. Claramente, una tasa de interés aplicada sólo al principal representa una tasa más alta que fa establecida. En la práctica, la llamada tasa de interés sobre el interés, se basa a menudo sólo en el principal, como en la parte *(b)*.

Para determinar la tasa de retorno i de los flujos de efectivo de un proyecto, se debe definir la relación TR. El valor presente de las inversiones o desembolsos, VP_D se iguala al valor presente de los ingresos, VP_R. En forma equivalente, los dos pueden restarse e igualarse a cero. Es decir,

$$VP_D = VP_R$$

$$0 = -VP_D + VP_R \qquad [7.1]$$

El enfoque de valor anual utiliza los valores VA en la misma forma para resolver para i.

$$VA_D = VA_R$$

$$0 = -VA_D + VA_R \qquad [7.2]$$

El valor i que hace estas ecuaciones numéricamente correctas es la raíz de la relación TR. Se hace referencia a este valor i mediante otros términos adicionales a la tasa de retorno: tasa interna de retorno (TIR), tasa de retorno de equilibrio, índice de rentabilidad y retorno sobre la inversión (RSI). Éstos se representan por la notación i^* (i estrella).

Problemas 7.1 y 7.2

7.2 CÁLCULOS DE LA TASA DE RETORNO UTILIZANDO UNA ECUACIÓN DE VALOR PRESENTE

En la sección 2.11, el método para calcular la tasa de retorno sobre una inversión fue ilustrado cuando solamente había un factor de ingeniería económica involucrado. En esta sección, una ecuación de valor presente es la base para calcular la tasa de retorno sobre una inversión cuando hay diversos factores involucrados. Para entender con mayor claridad los cálculos de la tasa de retorno, recuerde que la base para los cálculos de la ingeniería económica es la equivalencia, o el valor del dinero en tiempo. En capítulos anteriores se demostró que una

cantidad presente de dinero es equivalente a una cantidad más alta a una fecha futura, siempre que la tasa de interés sea mayor que cero. En los cálculos de la tasa de retorno, el objetivo es encontrar la tasa de interés i^* a la cual la cantidad presente y la cantidad futura son equivalentes. Los cálculos hechos aquí son contrarios a los cálculos realizados en capítulos anteriores, donde la tasa de interés i era conocida.

La columna vertebral del método de la tasa de retorno es la relación TR. Por ejemplo, si alguien deposita $1000 ahora y le prometen un pago de $500 dentro de tres años y otro de $1500 en cinco años a partir de ahora, la relación de la tasa de retorno utilizando VP es:

$$1000 = 500(P/F,i^*,3) + 1500(P/F,i^*,5) \qquad [7.3]$$

donde debe calcularse el valor de i^* para hacer que la igualdad esté correcta (Véase figura 7.1). Si se trasladan $1000 al lado derecho de la ecuación [7.3], se tiene

$$0 = -1000 + 500(P/F,i^*,3) + 1500(P/F,i^*,5) \qquad [7.4]$$

La ecuación [7.4] aplica la forma general de la ecuación [7.1], que será utilizada en la fijación de todos los cálculos de la tasa de retorno basados en valor presente. La ecuación se resuelve para i y se obtiene $i^* = 16.9\%$. Puesto que, en general, en un proyecto dado, hay entradas y desembolsos involucrados, puede encontrarse un valor de i^*; además, la tasa de retorno siempre será mayor que cero si la cantidad total de los ingresos es mayor que la cantidad total de los desembolsos, cuando se considera el valor del dinero en el tiempo.

Debe ser evidente que las relaciones de la tasa de retorno son apenas una reordenación de una ecuación de valor presente. Es decir, si se supiera que la tasa de interés anterior era 16.9% y se deseara encontrar el valor presente de $500 dentro de tres años y de $1500 dentro de cinco años, la ecuación sería:

$$P = 500(P/F, 16.9\%,3) + 1500(P/F,16.9\%,5) = \$1000$$

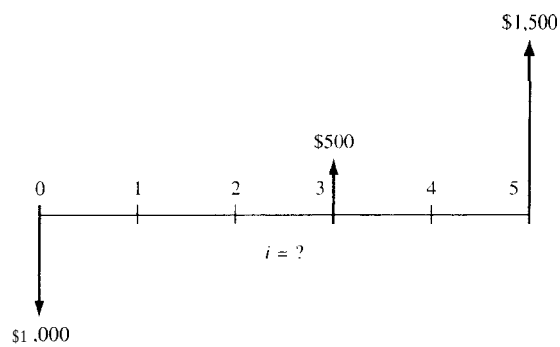


Figura 7.1 Flujo de efectivo para el cual debe determinarse un valor de i.

la cual se reordena fácilmente en la forma de la ecuación [7.4]. Esto ilustra que las ecuaciones de la tasa de retorno y del valor presente se plantean exactamente de la misma forma. Las únicas diferencias están en lo que está dado y en lo que se busca.

Hay dos formas comunes para determinar i^* una vez se ha establecido la relación VP: la solución manual a través del método de ensayo y error, y la solución de computadora través de la hoja de cálculo. La segunda es más rápida pero la primera ayuda a entender mejor la forma como trabajan los cálculos TR. Aquí y en el ejemplo 7.2 se resumen ambos métodos.

i^* utilizando ensayo y error manual. El procedimiento general empleado para calcular una tasa de retorno utilizando la ecuación de valor presente y cálculos manuales de ensayo y error es el siguiente:

1. Trazar un diagrama de flujo de efectivo.
2. Plantear la ecuación de la tasa de retorno en la forma de la ecuación [7.1].
3. Seleccionar valores de i mediante ensayo y error hasta que la ecuación esté equilibrada.

Al utilizar el método de ensayo y error para determinar i^*, es conveniente acercarse bastante a la respuesta correcta en el primer ensayo. Si los flujos de efectivo se combinan, de tal manera que el ingreso y los desembolsos pueden estar representados por un *solo factor* tal como P/F o P/A, es posible buscar (en las tablas) la tasa de interés correspondiente al valor de ese factor para n años, como se analizó en el capítulo 2. El problema, entonces, es combinar los flujos de efectivo en el formato de uno solo de los factores estándar, lo cual puede hacerse mediante el siguiente procedimiento:

1. Convertir todos los *desembolsos* en cantidades bien sea únicas (P o F) o cantidades uniformes (A), al ignorarse el valor del dinero en el tiempo. Por ejemplo, si se desea convertir un valor A en un valor F, multiplique simplemente por A el número de años n. El esquema seleccionado para el movimiento de los flujos de efectivo debe ser aquel que minimiza el error causado por ignorar el valor del dinero en el tiempo. Es decir, si la mayoría de los flujos de efectivo son una A y una pequeña cantidad es F, la F *se* debe convertir en una A en lugar de hacerlo al revés, y viceversa.
2. Convertir todas las *entradas* en valores bien sea únicos o uniformes.
3. Después de haber combinado los desembolsos y las entradas, de manera que se aplique bien sea el formato P/F, P/A o A/F, se deben utilizar las tablas de interés para encontrar la tasa de interés aproximada a la cual se satisface el valor P/F, P/A o A/F, respectivamente, para el valor apropiado de n. La tasa obtenida es una buena cifra aproximada para utilizar en el primer ensayo.

Es importante reconocer que la tasa de retorno obtenida en esta forma es solamente una *estimación* de la tasa de retorno real, ya que ignora el valor del dinero en el tiempo. El procedimiento se ilustra en el ejemplo siguiente.

Ejemplo 7.2

Si se invierten $5000 ahora en acciones comunes, los cuales se espera que produzcan $100 anualmente durante 10 años y $7000 al final de estos 10 años, ¿cuál es la tasa de retorno?

Solución

Utilice el procedimiento manual de ensayo y error con base en una ecuación VP:

1. La figura 7.2 muestra el diagrama de flujo de efectivo.
2. Use el formato de la ecuación [7.1].

$$0 = -5000 + 100(P/A,i^*,10) + 7000(P/F,i^*,15)$$

3. Utilice el procedimiento de estimación de la tasa de interés, a fin de determinar la i para el primer ensayo. Todo el ingreso sera considerado como una sola F en el año 10, de manera que pueda utilizarse el factor P/F.

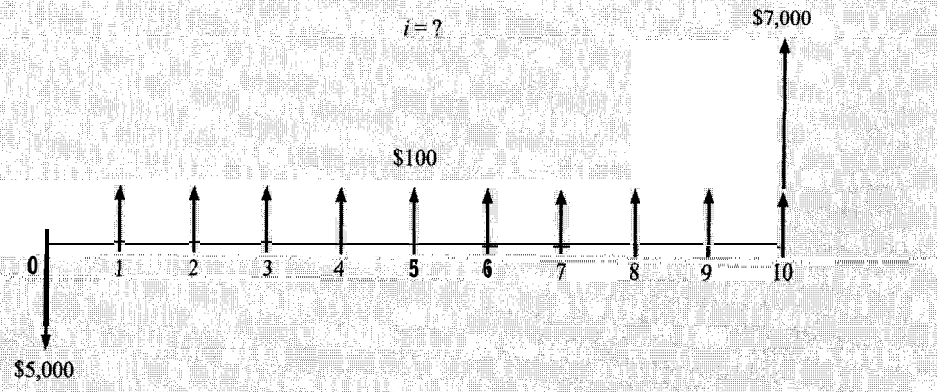


Figura 7.2 Flujo de efectivo para una inversión en acciones, ejemplo 7.2.

El factor P/F ha sido seleccionado porque la mayoría del flujo de efectivo (es decir, $7500) ya encaja en este factor y los errores creados por ignorar el valor del dinero en el tiempo restante serán minimizados. Solamente para la primera estimación de i, defina P = $5505, n = 15. y F = 10(100) + 7055 = 8555. Ahora puede plantearse que

$$5000 = 8000(P/F,i,10)$$
$$(P/F,i,10) = 0,625$$

La i aproximada está entre 4% y 5%. Por consiguiente, se debe utilizar i = 5% para estimar la tasa de retorno real.

$$0 = -5000 + 100(P/A,5\%,10) + 7000(P/F,5\%,10)$$
$$0 < \$69.46$$

Este cálculo es aún muy alto por el lado positivo, lo que indica que el retorno es mas del 5%. Ensaye i = 6%.

$$0 = -5050 + 100(P/A,6\%,10) + 7000(P/F,6\%,10)$$
$$0 > \$-355.19$$

Dado que la tasa de interés del 6% es muy alta, interpole entre el 5% y el 6% (sección 2.7) para obtener:

$$i^* = 5.00 + \frac{69.46 - 0}{69.46 - (-355.19)}(1.0)$$

$$= 5.00 + 0.16 = 5.16\%$$

Comentario

Observe que para el primer ensayo se utilizó 5% en lugar del 4%. Se empleó el valor más alto porque, al suponer que las diez cantidades de $100 fueran equivalentes a una sola de $1000 en el año 10, la tasa aproximada estimada del factor *P/F* era más baja que el verdadero valor. Esto se debe al hecho de haber ignorado el valor del dinero en tiempo.

***i** utilizando una hoja de cálculo.** El procedimiento general basado en una ecuación de valor presente y en una solución de hoja de cálculo es el siguiente:

1. Dibujar un diagrama de flujo de efectivo.
2. Plantear la relación de tasa de retorno en la forma de la ecuación [7.1].
3. Ingresar a la hoja de cálculo los valores del flujo de efectivo exactamente en el mismo orden en que ocurren.
4. Plantear la función de la tasa interna de retorno (TIR) del sistema en la hoja de cálculo para obtener el i^* correcto (preferiblemente con una precisión de dos lugares decimales).

Puesto que la mayoría de las hojas de cálculo utilizan el orden de entrada para determinar el orden y el tamaño de los flujos de efectivo en las relaciones VP, es de vital importancia que se ingresen todos los valores cuidadosamente. Asimismo asegúrese de entrar el '0' en los periodos donde no hay un flujo de efectivo. El ejemplo 7.2 (hoja de cálculo) ilustra una aplicación simple de este procedimiento. Para una información adicional sobre el uso de los sistemas de hoja de cálculo Excel (y otros), consulte el Apéndice A.

Ejemplo 7.2
(Hoja de cálculo)

Si se invierten $5000 ahora en acciones comunes, los cuales se espera que producirán $100 anuales durante 10 años y $7000 al final de los 10 años, ¿cuál es la tasa de retorno?

Solución

Utilice los pasos procedimentales de la hoja de cálculo. En la figura 7.2 se dan los flujos de efectivo. La relación VP es:

$$0 = -5000 + 100(P/A, i^*, 10) + 7000(P/F, i^*, 10)$$

Las entradas de la hoja de cálculo se presentan en la figura 7.3, en cuya columna B se muestran los valores de los años sólo a manera de información, La función TIR proporciona un valor de i^* en la celda B 13 de $i^* = 5.168$, el cual es el mismo que el valor de ensayo y error. Observe que los valores de los años 1 a 10 no son utilizados en la función de fa hoja de cálculo, de manera que es muy importante que los valores del flujo de efectivo hayan sido correctamente ingresados a las celdas.

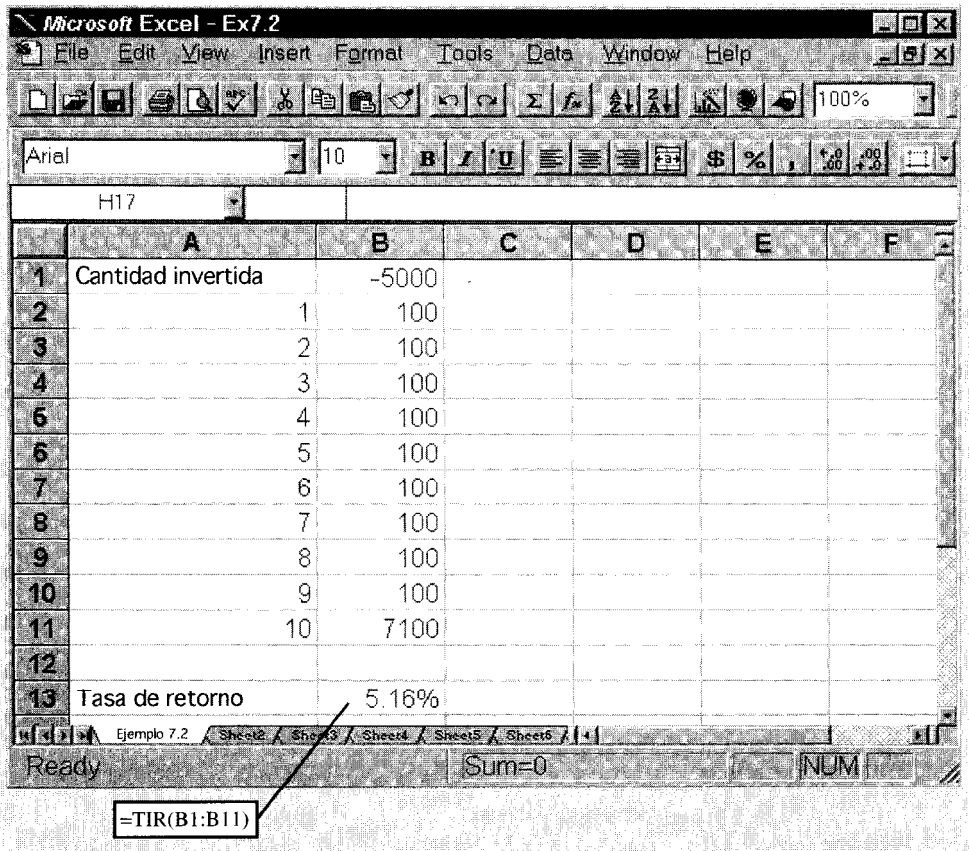


Figura 7.3 Solución de hoja de cálculo para i^*, ejemplo 7.2.

Ejemplo adicional 7.6
Problemas 7.3 a 7.22

7.3 CÁLCULOS DE TASA DE RETORNO UTILIZANDO UNA ECUACIÓN DE VALOR ANUAL

De la misma manera como i^* puede encontrarse utilizando una ecuación VP, también puede determinarse mediante la forma VA de la ecuación [7.2]. Este método se preferiere, por ejemplo, cuando hay flujos de efectivo anuales uniformes involucrados. El procedimiento es el siguiente:

1. Dibuje un diagrama de flujo de efectivo.
2. Defina las relaciones para el VA de los desembolsos, VA,, y entradas, VA, con i^* como variable desconocida.

3. Defina la relación de la tasa de retorno en la forma de la ecuación [7.2], 0 = -VA, + VA,.
4. Seleccione valores de i por ensayo y error hasta que la ecuación esté equilibrada. De ser necesario, interpole para determinar i^*.

Aquí también puede utilizarse el procedimiento de estimación planteado en la sección 7.2 para el primer valor de i.

Ejemplo 7.3

Utilice cálculos de VA a fin de encontrar la tasa de retorno para los flujos de efectivo del ejemplo 7.2.

Solución

1. La figura 7.2 muestra el diagrama de flujo de efectivo.
2. Las relaciones VA para desembolsos y entradas son:

$$VA_D = -5000(A/P,i,10)$$
$$VA_R = 100 + 7000(A/F,i,10)$$

3. La formulación VA utilizando la ecuación [7.2] es:

$$0 = -5000(A/P,i^*,10) + 100 + 7000(A/F,i^*,10)$$

4. La solución de ensayo y error produce los resultados:

En i = 5%, 0< \$+9.02,

En i = 6%, 0> \$–48.26

La interpolación produce i^* = 5.16%, igual que antes.

Por tanto, para los cálculos TR se puede escoger VP, VA, o cualquier otra ecuación de equivalencia. En general, es mejor acostumbrarse a utilizar uno solo de los métodos con el fin de evitar errores. Si i^* se determina utilizando una hoja de cálculo, es muy probable que sea aproximada con los cálculos basados en VP y no en los basados en VA.

Problemas 7.3 a 7.22

7.4 VALORES MÚLTIPLES DE TASAS DE RETORNO POSIBLES

En las dos secciones anteriores se determinaba un valor i^* único de tasa de retorno para las secuencias del flujo de efectivo dadas. Hasta ahora, en los casos, los signos algebraicos en los *flujos* de efectivo *netos* sólo cambian una vez, generalmente, de menos en el año 0 a más para el resto de los periodos, lo cual se denomina una *secuencia convencional (o simple) de flujo de efectivo.* Si hay más de un cambio de signo, la serie se llama *no convencional o no simple.* Como se muestra en los ejemplos de la tabla 7.3, la serie de signos del flujo de efectivo neto positivos o negativos puede tener una longitud de uno o más.

Tabla 7.3 Posibles secuencias convencionales (simples) y no convencionales (no simples) de flujo de efectivo neto para un proyecto de 6 años

Tipo de secuencia	Signo del flujo de efectivo neto 0	1	2	3	4	5	6	Número de cambios de signo
Convencional		+	+	+	+	+	+	1
Convencional		−	−	+	+	+	+	1
Convencional	+	+	+	+	+	−	−	1
No convencional	−	+	+	+	−	−	.	2
No convencional	+	+	−	−	−	+	+	2
No convencional		+	−	−	+	+	+	3

Cuando hay más de un cambio del signo, es decir, cuando el flujo de efectivo neto es no convencional, es posible que haya valores múltiples de i^* en el rango de menos 100% a más infinito que equilibrarán la ecuación de la tasa de retorno. El número total de valores i^* de números reales siempre es menor o igual al número de cambios de signo en la secuencia. Esto se llama la *Regla de Descartes y se* deriva del hecho de que la ecuación definida por las ecuaciones [7.1] ó [7.2] para encontrar i^* es un polinomio de grado n. (Es posible determinar que valores imaginarios o el infinito también pueden satisfacer la ecuación). El ejemplo 7.4 presenta la determinación y la interpretación gráfica de múltiples posibilidades para la tasa de retorno.

Ejemplo 7.4

Una compañía con sede en Europa ha mercadeado un aceite lubricante sintético durante 3 años, con los siguientes flujos de efectivo netos en miles de dólares estadounidenses.

Año	0	1	2	3
Flujo de efectivo ($1000)	$+2000	−500	**-8100**	+6800

(a) Grafique el valor del valor presente *versus* las tasas de interés de 5, 10, 20, 30, 40 y **50%**

(b) Determine si la serie del flujo de efectivo es convencional o no convencional y estime las tasas de retorno a partir de la gráfica elaborada en la parte *(a)*.

Solución

(a) La relación VP es:

$$VP = 2000 - 500(P/F,i,1) - 8100(P/F,i,2) + 6800(P/F,i,3)$$

Las cantidades de valor presente para cada valor de i son:

i, %	5	10	20	30	40	50
VP, $	+51.44	-39.55	-106.13	-82.01	-11.85	+81.85

La figura 7.4 muestra que el valor presente tiene una forma parabólica y cruza el eje *i* dos veces. Se trazan tanto los segmentos lineales como una curva parabólica suave (de aproximación).

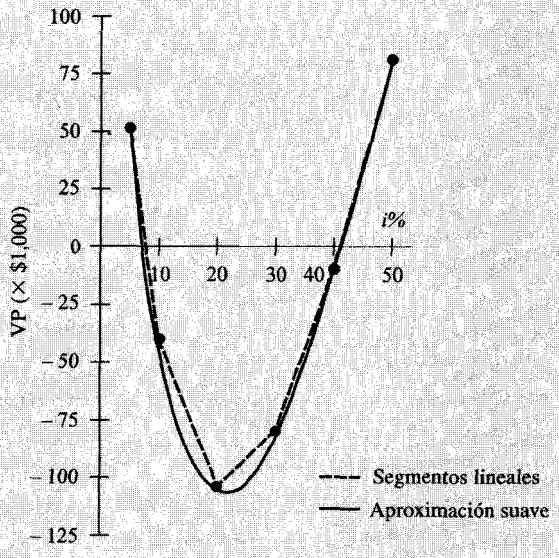


Figura 7.4 Valor presente de los flujos de efectivo en las diversas tasas de interés, ejemplo 7.4.

(b) La secuencia es no convencional o no simple, porque hay dos cambios de signo para los flujos de efectivo (de más a menos en los años 0 a 1 y de menos a más en los años 2 a 3). De acuerdo con la figura 7.4, pueden determinarse de manera gráfica los dos valores (i_1^* y i_2^*) aproximadamente como:

$$i_1^* = 8\% \quad \text{y} \quad i_2^* = 41\%$$

Comentario

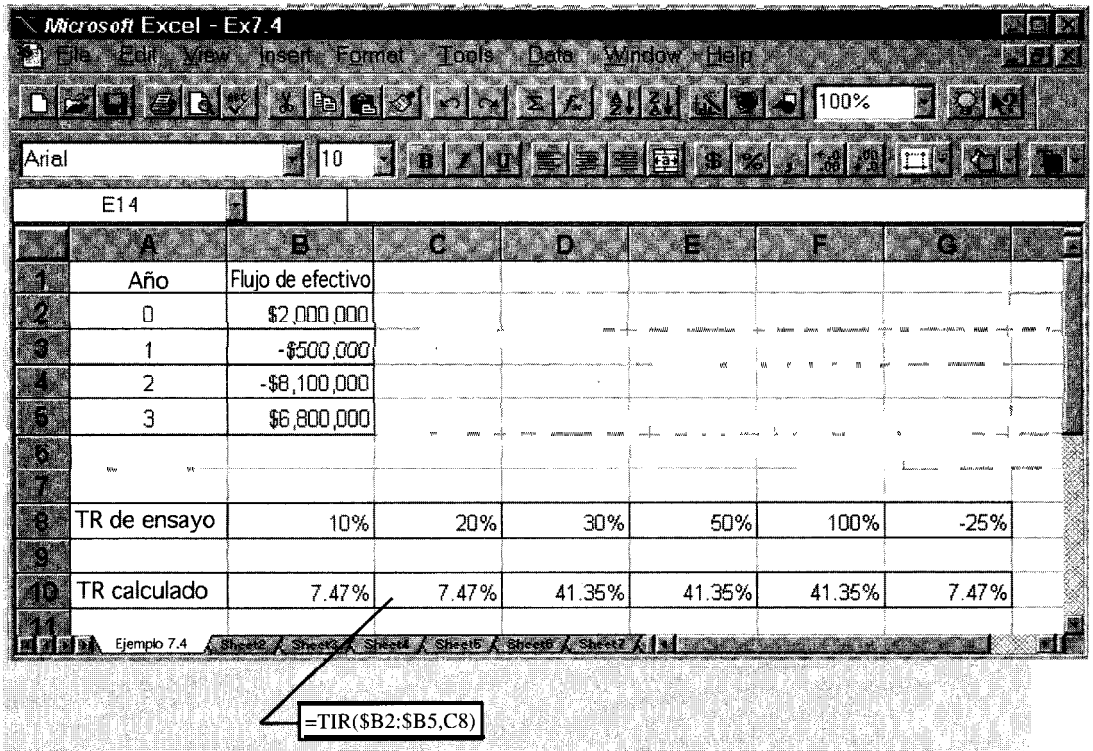
Si se resuelven matemáticamente los dos valores de *i* se encuentra que los valores más exactos son 7.47% y 41.35%. Si hubiera tres reversiones de signo en la secuencia del flujo de efectivo, posiblemente habría tres valores de *i**, pero primero es preciso verificar otro criterio, como se analizó en el ejemplo 7.4 (Hoja de cálculo).

Ejemplo 7.4 (Hoja de cálculo)

Para la secuencia del flujo de efectivo neto no convencional en el ejemplo 7.4, utilice una hoja de cálculo para determinar los valores múltiples de *i**.

Solución

La secuencia puede tener hasta dos valores para los cuales VP=0, como se ha determinado. La solución de hoja de cálculo se muestra en la figura 7.5. Las celdas de la fila 8 indican "posibles" valores de i^*, ingresados en la función Excel TIR. Al ensayar valores diferentes para iniciar la solución, es posible determinar los valores múltiples de i^* cuando éstos existen, como se muestra en las celdas de la fila 10. Se indican dos valores diferentes: 7.47% y 41.35%. Observe en la celda G8 que es pasible: ingresar valores de ensayo negativos.



	A	B	C	D	E	F	G
1	Año	Flujo de efectivo					
2	0	$2,000,000					
3	1	-$500,000					
4	2	-$8,100,000					
5	3	$6,800,000					
6							
7							
8	TR de ensayo	10%	20%	30%	50%	100%	-25%
9							
10	TR calculado	7.47%	7.47%	41.35%	41.35%	41.35%	7.47%
11							

Ejemplo 7.4 Sheet2 Sheet3 Sheet4 Sheet5 Sheet6 Sheet7

Figura 7.5 Solución de hoja de cálculo para valores múltiples de i^*, ejemplo 7.4.

Una prueba adicional debe aplicarse a una secuencia de flujo de efectivo para determinar si solamente hay un valor positivo i^*, un número real. El criterio *de Norstrom* establece que cuando hay sólo un cambio de signo en la serie del flujo de efectivo acumulado (sin considerar valor del tiempo), que empieza negativamente, ello indica que hay una raíz positiva en la relación polinomial. Primero, determine la serie:

$$S_t = \text{flujos del efectivo acumulado a través del periodo } t$$

Observe el signo de S_0 y cuente los cambios de signo en la serie $S_0\ S_1\ S_n$. Para el ejemplo 7.4,

$$S_0 = \$+2000 \qquad S_1 = +1500 \qquad S_2 = -6600 \qquad S_3 = +200$$

El primer signo es + y se presentan dos cambios de signo. Estos hechos indican que no hay una sola i^* positiva. Como ya se determinó, hay dos raíces en la ecuación VP: 7.47% y 41.35%.

En muchos casos algunos de los valores múltiples de i^* parecerán ridículos porque son o muy grandes o muy pequeños (negativos). Por ejemplo, para una secuencia con tres cambios de signo, los valores de 10, 150 y 750% son difíciles de utilizar en el momento de tomar decisiones prácticas. (Obviamente, una ventaja de los métodos VP y VA para el análisis de alternativas estriba en que las tasas ir-realistas no hacen parte del análisis). Al determinar cuál valor de i^* elegir para seleccionar el valor de la TR, es común ignorar los valores negativos y grandes o simplemente no calcularlos. *Realmente, el enfoque correcto es determinar la tasa de retorno compuesta única,* como se describe en la siguiente sección.

Si se utiliza un sistema de hoja de cálculo estándar, tal como Excel, éste determinará normalmente una raíz de un número real, a menos que hayan sido ingresados en secuencia diferentes cantidades de 'TR de ensayo'. Este valor i^* determinado de Excel es en general una raíz valuada en forma realista, porque la i^* que resuelve la relación VP está determinada por el método de ensayo y error incorporado a la hoja de cálculo, empezando con un valor omitido, de ordinario 10%, o con el valor de ensayo suministrado por el usuario, como se ilustra en el ejemplo anterior.

Para el lector interesado, hay material adicional disponible de antecedentes sobre el cálculo de múltiples i^* *y* de tasas de retorno introducidos aquí, y en la siguiente sección, en las referencias después de la sección 7.5.

Ejemplo adicional 7.7
Problemas 7.23 a 7.30

7.5 TASA DE RETORNO COMPUESTA: ELIMINACIÓN DE VALORES MÚLTIPLES DE i^*

Las tasas de retorno calculadas hasta ahora son tasas que equilibran exactamente los flujos de efectivo positivos y negativos considerando el valor del dinero en el tiempo y para secuencias convencionales de flujo de efectivo. Cualquier método de medida de valor que explique el valor del dinero en el tiempo puede utilizarse al calcular esta tasa de equilibrio, tal como VP, VA o VE Independientemente del método que se utilice, la tasa de interés obtenida a partir de estos cálculos se conoce como la *tasa interna de retorno, TZR.* Expresado en forma simple, la tasa interna de retorno es la tasa de rendimiento del saldo no recuperado de una inversión, como se definió en la sección 7.1. Los fondos que permanecen sin recuperar están aún dentro de la inversión, de ahí el nombre de tasa interna de retorno. Los términos generales, tasa de retorno y tasa de interés implican en general la tasa interna de retorno. Las tasas de interés citadas o calculadas en capítulos anteriores eran todas tasas internas.

El concepto de saldo no recuperado cobra importancia cuando se generan (arrojan) flujos de efectivo positivos antes del final de un proyecto. Un flujo de efectivo positivo, una vez

generado, se *libera o se* convierte en un *fondo externo al proyecto,* y no se considera más en el cálculo de la tasa interna de retorno. Tales flujos de efectivo netos positivos pueden ocasionar una secuencia de flujo de efectivo no convencional y valores múltiples de i^*, como se analizó en la sección anterior. Sin embargo, hay un método para considerar explícitamente estos fondos, como se ha planteado en esta sección. Adicionalmente, se ha eliminado el dilema de raíces múltiples de i^*.

Primero, se examinarán los cálculos de tasa interna de retorno para los siguientes flujos de efectivo: se invierten $10,000 en $t = 0$, se reciben $8000 en el año 2, y se reciben $9000 en el año 5. La ecuación VP que determina i^* para la tasa de retorno es:

$$0 = -10{,}000 + 8000(P/F,i,2) + 9000(P/F,i,5)$$

$$i = 16.815\%$$

Si se utiliza esta tasa para los saldos no recuperados, la inversión será recuperada exactamente al final del año 5, como lo verifican los siguientes cálculos.

Saldo no recuperado al final del año 2 inmediatamente antes de recibir $8000:

$$-10{,}000(F/P,16.815\%,2) = -10{,}000(1 + 0.16815)^2 = \$\ -13{,}645.74$$

Saldo no recuperado al final del año 2 inmediatamente después de recibir $8000:

$$-13{,}645.74 + 8000 = \$\ -5645.74$$

Saldo no recuperado al final del año 5 inmediatamente antes de recibir $9000:

$$-5645.74(F/P,16.815\%,3) = \$\ -8999.47$$

Saldo no recuperado al final del año 5 inmediatamente después de recibir $9000:

$$\$-8999.47 + 9000 = \$0.53 \text{ (considerando el error de aproximación)}$$

En este cálculo no se consideran los $8000 disponibles después del año 2. Por consiguiente, una buena pregunta es: ¿Qué sucede si se consideran los fondos liberados de un proyecto al calcular la tasa de retorno global de éste? Después de todo, algo debe hacerse con los fondos liberados. Una posibilidad es suponer que el dinero se reinvierte a alguna tasa establecida. Una segunda es suponer simplemente que las reinversiones ocurren a la TMAR, si ésta es una tasa factible para dicho propósito. Además de dar cuenta de todo el dinero liberado durante el periodo del proyecto y reinvertido a una tasa realista, el enfoque analizado en seguida tiene la ventaja de convertir una secuencia de flujo de efectivo no convencional (con valores múltiples de i^*) en una secuencia convencional con una raíz, que puede ser considerada como *la* tasa de retorno para tomar una decisión sobre un proyecto.

La tasa de ganancias utilizada para los fondos liberados se llama la *tasa de reinversión,* simbolizada por c. Esta tasa, establecida por fuera del proyecto particular que está siendo evaluado (o externa a éste), depende de la tasa disponible en el mercado para inversiones. Si una compañía está obteniendo, por ejemplo, 8% en sus inversiones diarias, entonces

c = 8%. Puede ser práctico fijar c igual a la TMAR ya establecida. Ahora, la tasa de interés que satisface la ecuación de la tasa de retorno se llama la *tasa de retorno compuesta (TRC)* y será simbolizada por i'. Por definición:

> La *tasa de retorno compuesta, i'*, es la tasa de retorno única para un proyecto que supone que los flujos de efectivo netos positivos, que representan dinero no requerido inmediatamente por el proyecto, son reinvertidos a la tasa de reinversión c.

El término compuesto se utiliza aquí para describir dicha tasa de retorno porque ésta se obtiene utilizando otra tasa de interés, a saber c, la tasa de reinversión. Si c resulta ser igual a cualquier otro de los valores i^*, entonces la tasa compuesta i' será igual a ese valor de i^*. La TRC es conocida, entre otros términos, como retorno sobre el capital invertido (RCI) y tasa externa de retorno (TER).

El procedimiento correcto para determinar i', denominado *procedimiento del proyecto de inversión neta,* se resume a continuación. La técnica permite encontrar el valor futuro de la cantidad de inversión neta en un periodo (ano) futuro. Encuentre el valor de la inversión neta del proyecto F_t en el año t a partir de F_{t-1} utilizando el factor F/P para un año a la tasa de reinversión c si la inversión neta anterior F_{t-1} es positiva (dinero extra generado por el proyecto), o a la tasa TRC i' si F_{t-1} es negativa (el proyecto utilizó todos los fondos disponibles). Matemáticamente, para cada año t establezca la relación:

$$F_t = F_{t-1}(1 + i) + C_t \qquad [7.5]$$

donde $t = 1, 2, \ldots, n$

n = total de años en el proyecto

C_t = flujo de efectivo neto en el año t

$$i = \begin{cases} c & \text{si } F_{t-1} > 0 \quad \text{(inversión positiva neta)} \\ i' & \text{si } F_{t-1} < 0 \quad \text{(inversión negativa neta)} \end{cases}$$

La ecuación para F_n obtenida utilizando este procedimiento se ha fijado igual a cero y se ha resuelto para i'por computador o por el método manual de ensayo y error. El valor i' obtenido es único para una tasa de reinversión establecida c.

Para una tasa de reinversión c del 15% se ilustra el desarrollo de F_1 hasta F_3 para la secuencia siguiente de flujo de efectivo, que está graficada en la figura 7.6*a*.

Año	Flujo de efectivo, $
0	50
1	-200
2	50
3	100

La inversión neta para el año $t = 0$ es:

$$F_0 = \$50$$

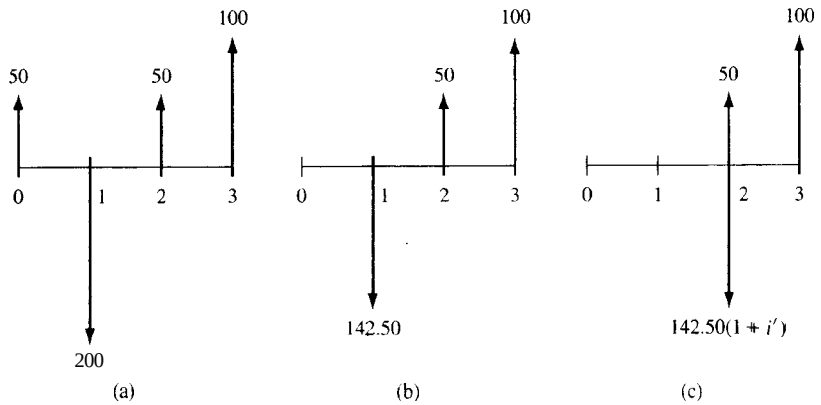


Figura 7.6 Secuencia del flujo de efectivo por la cual se calcula la tasa de retorno compuesta i': *(a)* **forma original,** *(b)* **forma equivalente en el año 1, y (c)forma equivalente en el año 2.**

la cual es positiva, de manera que rinde c = 15% durante el primer año. Mediante la ecuación [7.5], F, es:

$$F_1 = 50(1 + 0.15) - 200 = \$-142.50$$

Este resultado se muestra en la figura 7.6*b*. Dado que la inversión neta del proyecto es ahora negativa, el valor F, obtiene un interés a la tasa i' durante el año 2. Por consiguiente, para el año 2,

$$F_2 = F, (1 + i') + C_2 = -142.50(1 + i') + 50$$

El valor i' debe determinarse. Comoquiera que F_2 será negativo para todos los $i' > 0$, utilice i' para fijar F_3 como se muestra en la figura 7.6*c*.

$$F_3 = F_2(1 + i') + C_3 = [-142.50(1 + i') + 50](1 + i') + 100 \qquad [7.6]$$

Al definir la ecuación [7.6] igual a cero y resolviendo para i', resultará la tasa de retorno compuesta i'. Si hubiera habido más expresiones F_t, i' sería utilizada en todas las ecuaciones posteriores (véase ejemplo 7.8). El procedimiento del proyecto de inversión neta para encontrar i' puede resumirse de la siguiente manera:

1. Trace un diagrama de flujo de efectivo de la secuencia original del flujo de efectivo neto.
2. Desarrolle la serie de inversiones netas del proyecto utilizando la ecuación [7.5] y el valor establecido de c. El resultado es la expresión F_n en términos de i'.
3. Defina la expresión F_n igual a cero y encuentre el valor i' para equilibrar la ecuación.

Vienen al tema diversos comentarios. Si la tasa de reinversión c es igual al valor de la tasa interna de retorno i^* (o sólo a uno de los valores de i^* cuando hay múltiples), la i' que es calculada será exactamente la misma que i^*, es decir c = i^* = i'. Cuanto más cercano esté el valor de c a i', menor será la diferencia entre las tasas compuesta e interna. Es razonable

suponer que c = TMAR, si todos los fondos extra del proyecto pueden obtener de manera realista la tasa TMAR.

A continuación se resumen las relaciones entre c, i', e i^*; asimismo en el ejemplo 7.5 se demuestran las relaciones.

Relación entre tasa de reinversión c y TIR i^*	Relación entre TCR i' y TIR i^*
$c = i^*$	$i' = i^*$
$c < i^*$	$i' < i^*$
$c > i^*$	$i' > i^*$

Recuerde: El procedimiento completo es necesario sólo en la eventualidad de que se indiquen valores múltiples de i^*, como se analizó en la sección 7.4 Los valores múltiples de i^* se presentan cuando una secuencia no convencional de flujo de efectivo no tiene una raíz positiva, como lo determina el criterio de Norstrom. Además, ninguno de los pasos en este procedimiento se aplica si el método de valor presente o de valor anual se utiliza de modo correcto para evaluar un proyecto, en la forma presentada en los capítulos ***5 y 6,*** respectivamente.

Ejemplo 7.5

Calcule la tasa de retorno compuesta para la inversión en aceite lubricante sintético del ejemplo 7.4 si la tasa de reinversión es *(a)* 7.47% y *(b) 20%.*

Solución

(a) Utilice el procedimiento expresado arriba a fin de determinar i' para c = 7.47%.

1. La figura 7.7 muestra el flujo de efectivo original.
2. La primera expresión del proyecto de inversión neta es F_0 = \$+2000. Dado que $F_0 > 0$, se puede utilizar c = 7.47% para escribir F_1 por la ecuación [7.5].

$$F_1 = 2000(1.0747) - 500 = \$1649.40$$

Nuevamente, $F_1 > 0$, por tanto, use c = 7.47% para determinar F_2.

$$F_2 = 1649.40(1.0747) - 8100 = \$-6327.39$$

La figura 7.8 muestra el flujo de efectivo equivalente en este momento. Puesto que $F_2 < 0$, utilice i' para expresar F_3.

$$F_3 = -6327.39(1 + i') + 6800$$

3. Defina $F_3 = 0$ y resuelva para i' directamente.

$$-6327.39(1 + i') + 6800 = 0$$

$$1 + i' = \frac{6800}{6327.39} = 1.0747$$

$$i' = 0.0747 \ (7.47\%)$$

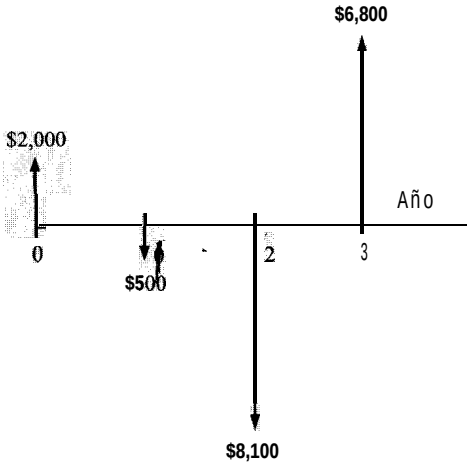


Figura 7.7 Flujo de efectivo original (en miles), ejemplo 7.5

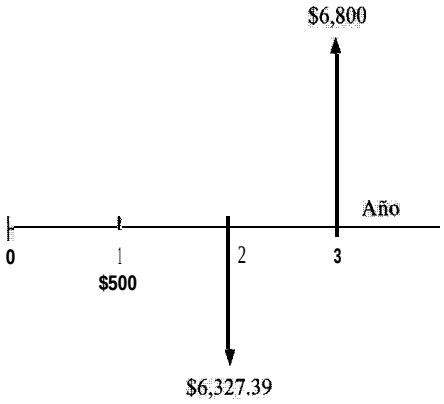


Figura 7.8 Flujo de efectivo equivalente (en miles) de la figura 7.7 con reinversión en c = 7.47%.

La TRC es 7.47%, que es lo mismo que c, la tasa de reinversión y el valor i_1^* determinado en el ejemplo 7.4 (hoja de cálculo). Observe que 41.35%, que es el segundo valor i^*, ya no equilibra la ecuación de la tasa de retorno. El resultado del valor futuro equivalente para el flujo de efectivo en la figura 7.8, si i^* fuera 41.35%, es:

$$6327.39(F/P,41.35\%,1) = 8943.77 \neq 6800$$

(b) Para c = 20%, la serie del proyecto de inversión neta es:

$F_0 = +2000$ ($F_0 > 0$, usar c)

$F_1 = 2000(1.20) - 500 = \$1900$ ($F_1 > 0$, usar c)

$F_2 = 1900(1.20) - 8100 = \$-5820$ ($F_2 < 0$, usar i')

$F_3 = -5820(1 + i') + 6800$

Defina $F_3 = 0$ y resuelva para i' directamente:

$$1 + i' = \frac{6800}{5820} = 1.1684$$

$$i' = 0.1684 \quad (16.84\%)$$

La TCR es $i' = 16.84\%$ a una tasa de reinversión del 20%, lo cual es un incremento marcado de $i' = 7.47\%$ a c = 7.47%.

Comentario

Si se utiliza el valor c = 41.35%, la ecuación estará equilibrada con $i' = 41.35\%$, que es el segundo valor de i^*. Esto es posible sólo cuando las entradas son reinvertidas exactamente a i^*, porque entonces sólo hace $c = i^* = i'$.

La función de hoja de cálculo llamada TIRM (TIR modificada) determina una tasa de interés única cuando se ingresa una tasa de reinversión c para flujos de efectivo positivos. Sin embargo, la función no implementa el procedimiento del proyecto de inversión neta en la forma analizada aquí, más bien requiere proporcionar una tasa financiera para los fondos utilizados como inversión inicial. Entonces, las fórmulas para los cálculos de TIRM y TRC no son las mismas. La TIRM no producirá exactamente la misma respuesta que la ecuación [7.5], a menos que todas las tasas resulten ser las mismas y éste valor sea una de las raíces de la relación TR.

Ejemplo adicional 7.8
Problemas 7.31 y 7.32

REFERENCIAS PARA LA SECCIÓN 7.4

Bussey, L. E., and T. G. Eschenbach. *The Economic Analysis of Industrial Projects,* 2d ed. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1992, pp. 188-203.

Fleischer, G. A. *Introduction to Engineering Economy.* Boston. PWS, 1994, pp. 124-130.

McLean, J. G. "How to Evaluate New Capital Investments." *Harvard Business Review,* Nov-Dec. 1958, pp. 58-69.

Newnan, D. *G., Engineering Economic Analysis,* 6th ed. San Jose, CA: Engineering Press, 1996, pp. 221-33

Park, *C. S. Contemporary Engineering Economics*, 2d ed. Menlo Park, CA: Addison-Wesley, 1997, pp. 302-9, 347-62.

EJEMPLOS ADICIONALES

Ejemplo 7.6
(Hoja de cálculo)

TR UTILIZANDO UNA RELACIÓN VP, SECCIÓN 7.2 Suponga que una pareja invierte $10,000 ahora y $500 dentro de tres años y recibir& $500 dentro de un año, $600 dentro de dos años y cantidades que aumentan en $100 por año durante un total de 10 años. La pareja también recibirá pagos de cantidad global de $5000 dentro de 5 años y $2000 dentro de diez años. Calcule la tasa de retorno sobre su inversión utilizando los métodos de ensayo y error y de hoja de cálculo.

Solución

Para fijar una relación de tasa de retorno utilizando el valor presente se requiere el diagrama de flujo de efectivo (simple) convencional de la figura '7.9,

$$0 = -10{,}000 - 500(P/F,i^*,3) + 500(P/A,i^*,10) + 100(P/G,i^*,10) + 5000(P/F,i^*,5) + 2000(P/F,i^*,10)$$

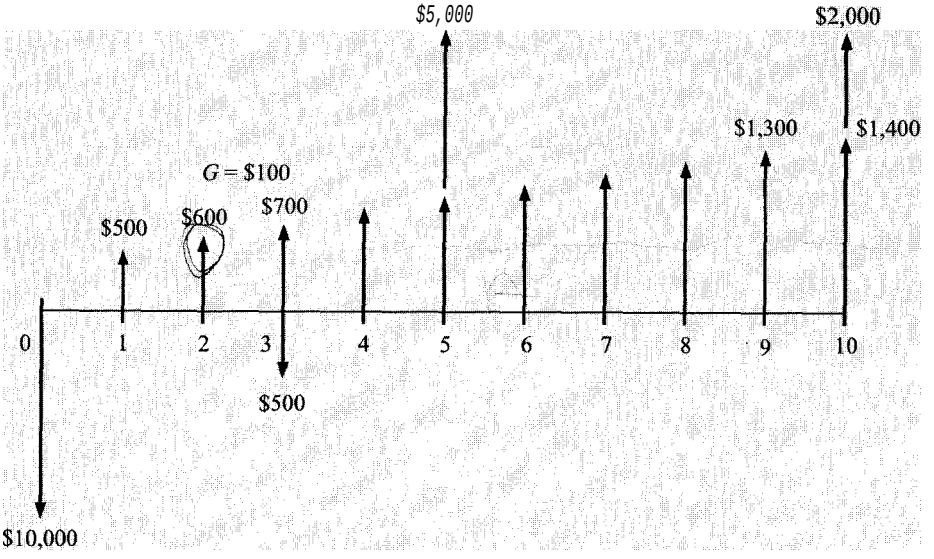
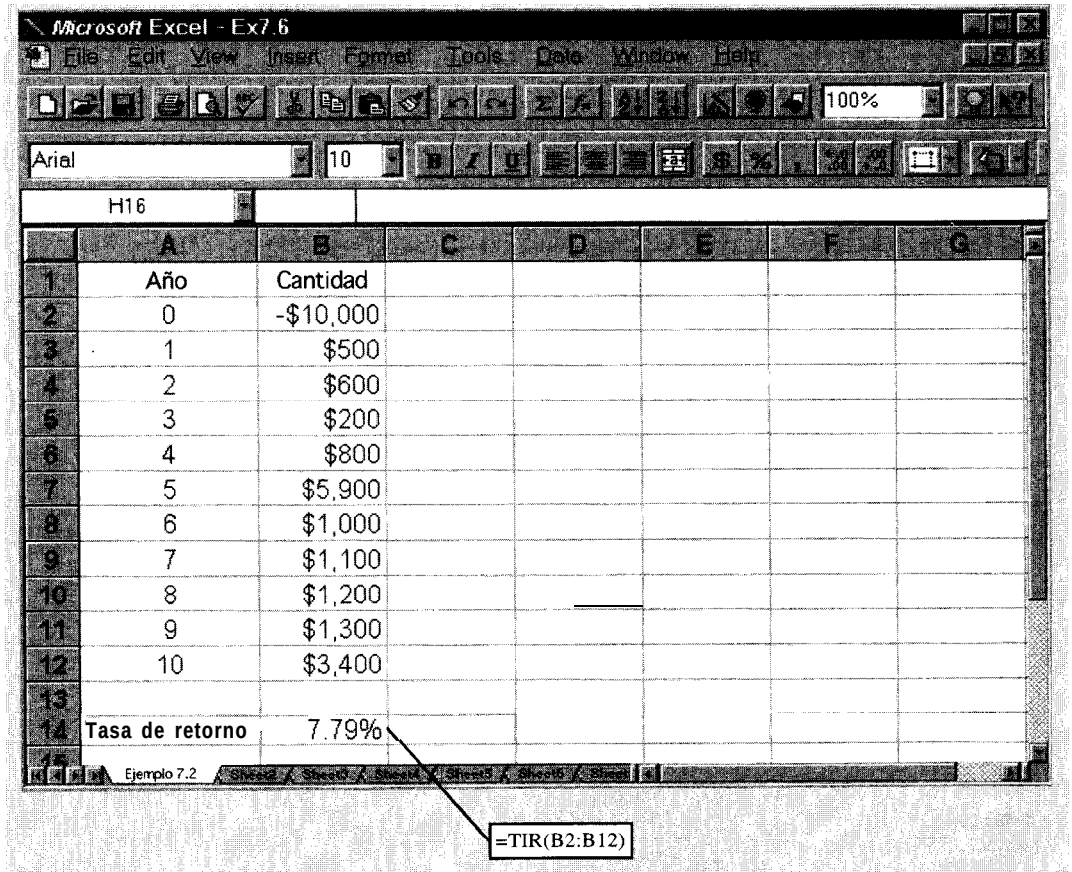


Figura 7.9 Diagrama de flujo de efectivo para el ejemplo 7.6.

Al resolver por ensayo y error manual e interpolar entre i = 7% e i = 8%, se encuentra i^* = 7.8%. Al resolver mediante hoja de cálculo se obtienen los resultados presentados en la figura 7.10, columna B, donde $i^* = 7.79\%$.

Comentario

Observe que en la solución manual, los valores únicos de los años 3, 5 y 10 fueron manejados en forma separada, de manera que podrían utilizarse los factores *P/A* y *P/G* en los flujos de efectivo restantes.



	A	B
1	Año	Cantidad
2	0	-$10,000
3	1	$500
4	2	$600
5	3	$200
6	4	$800
7	5	$5,900
8	6	$1,000
9	7	$1,100
10	8	$1,200
11	9	$1,300
12	10	$3,400
13		
14	Tasa de retorno	7.79%

Figura 7.10 Solución de hoja de cálculo para $i^* = 7.79\%$, ejemplo 7.6.

Ejemplo 7.7

POSIBLES TASAS DE RETORNO MULTIPLES, SECCIÓN 7.4. Suponga que se estiman flujos de efectivo netos durante 10 años (tabla 7.4) para un activo en uso. El flujo de efectivo neto negativo en el año 4 es el resultado de una mejora hecha al activo. Determine el número de raíces i^* y estime sus valores gráficamente.

Tabla 7.4 Serie del flujo de efectivo neto y serie del flujo de efectivo acumulado, ejemplo 7.7

Año	Flujo de efectivo, $ Neto	Flujo de efectivo, $ Acumulado	Año	Flujo de efectivo, $ Neto	Flujo de efectivo, $ Acumulado
1	200	+200	6	500	–350
2	100	+300	7	400	+50
3	50	+350	8	300	+350
4	–1800	–1450	9	200	+550
5	600	–850	10	100	+650

Solución

La regla de Descartes indica una serie del flujo de efectivo neto (no simple) no convencional hasta con dos raíces; el criterio de Norstrom para la serie del flujo de efectivo neto acumulado de la tabla 7.4 empieza positivamente y tiene más de un cambio de signo, indicando así que no se encontrar& una raíz positiva única. Para resolver los dos valores i^* se utiliza una relación TR basada en VP.

$$0 = 200(P/F,i,1) + 100(P/F,i,2) + \ldots + 100(P/F,i,10) \qquad [7.7]$$

Los resultados del lado derecho de la ecuación [7.7] se calculan para diferentes valores de i y son graficados en la figura 7.11 con el trazo de una curva suave superpuesta.

i(%)	10	20	25	30	37	40	50	60
VP, $	+196	+42	+12	-2	-8	-7	+2	+14

Aparecen dos valores que satisfacen la ecuación [7.7], los cuales son (aproximadamente) $i_1^* = 29\%$ y $i_2^* = 49\%$.

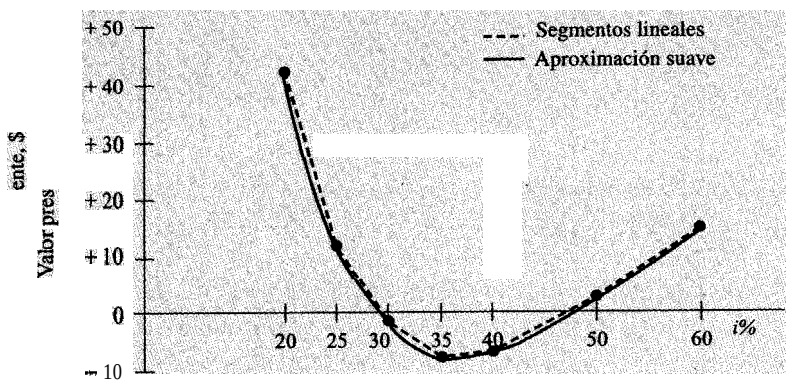


Figura 7.11 Gráfica del valor presente vs i, ejemplo 7.7.

Ejemplo 7.8

TASA DE RETORNO COMPUESTA, SECCIÓN 7.5 Determine la tasa de retorno para el ejemplo 7.7 si la tasa de reinversión es del 15% anual.

Solución

Utilice los pasos resumidos en la sección 7.5 para escribir la serie de inversión neta de proyectos para $t = 1$ a $t = 10$.

$$F_0 = 0$$

$$F_1 = \$200 \qquad (F_1 > 0, \text{ usar } c)$$

$$F_2 = 200(1.15) + 100 = \$330 \qquad (F_2 > 0, \text{ usar } c)$$

$$F_3 = 330(1.15) + 50 = \$429'50 \qquad (F_3 > 0, \text{ usar } c)$$

$$F_4 = 429.50(1.15) - 1800 = \$-1306.08 \qquad (F_4 < 0, \text{ usar } i')$$

$$F_5 = -1306.08(1+i') + 600$$

Puesto que no se sabe si F_5 es mayor o menor que cero, en todas las expresiones restantes use i'.

$$F_6 = F_5(1+i') + 500 = [-1306.08(1+i') + 600](1+i') + 500$$

$$F_7 = F_6(1+i') + 400$$

$$F_8 = F_7(1+i') + 300$$

$$F_9 = F_8(1+i') + 200$$

$$F_{10} = F_9(1+i') + 100$$

Para encontrar i', se resuelve la expresión $F_{10} = 0$. La solución computarizada o manual determina que $i' = 21.25\%$.

Comentario

En este momento se podría desear trabajar nuevamente este problema con una tasa de reinversión del 29% o del 49%, como se encontró en el ejemplo 7.7, para ver que el valor i' será el mismo que estas tasas de reinversión; es decir, si $c = 29\%$, entonces el valor de $i' = 29\%$. En el anterior ejemplo, $c = 15\%$ es menor que $i^* = 29\%$, entonces $i' = 21.25\% < i^*$, *como se* analizó en la sección 7.5.

RESUMEN DEL CAPÍTULO

La tasa de retorno, o la tasa de interés, es un término de uso muy común entendido casi por todos. Sin embargo, la mayoría de la gente puede tener gran dificultad para calcular una tasa de retorno correctamente para todas las secuencias de un flujo de efectivo. Este hecho obedece a que, para algunos tipos de secuencias, es posible determinar más de una posibilidad de TR. El máximo número de valores posibles es igual al número de cambios en los signos de

la serie del flujo de efectivo neto (regla de Descartes). También, puede encontrarse una tasa positiva única si la serie del flujo de efectivo neto acumulado empieza negativamente y tiene sólo un cambio de signo (criterio de Norstrom).

Para todas las secuencias de un flujo de efectivo donde hay indicación de raíces múltiples para la ecuación TR, debe tomarse una decisión sobre si se deben calcular las tasas internas o la tasa de retorno compuesta. Aunque la tasa interna es en general más fácil de calcular, la tasa compuesta es el enfoque correcto, ya que tiene dos ventajas: se elimina la posibilidad de tasas de retorno múltiples, y se liberan flujos de efectivo que pueden ser tratados utilizando tasas de reinversión realistas.

PROBLEMAS

7.1 ¿La tasa de retorno se define como el interés pagado o recibido sobre qué valor?

7.2 La tasa de retorno se conoce también por otros nombres. Enumere tres de ellos.

7.3 Si una compañía gasta $12,000 ahora y $5000 anualmente durante 10 años, efectuando el primer gasto de $5000 dentro de 4 años, ¿qué tasa de retorno obtendría si su ingreso fuera $4000 anuales empezando en el año 8 y continuando hasta el año 25?

7.4 Un empresario compró una volqueta con el propósito de ofrecer un servicio de recorrido corto de movimientos de tierra. Pagó $14,000 por el camión y lo vendió 5 años después por $3000. Sus gastos de operación y mantenimiento fueron $3500 anuales. Además, le hizo mantenimiento al motor del camión por $900 al final del tercer año. Si su ingreso, mientras fue propietario del camión, fue $15,000 cada año, ¿cuál fue su tasa de retorno?

7.5 ¿Cuál tasa de retorno habría obtenido el empresario en el problema 7.4 si sus recaudos fueran $20,000 en el primer año, disminuyendo en $3000 anualmente hasta el quinto ano?

7.6 Un inversionista de finca raíz compró una propiedad por $90,000 en efectivo, arrendando luego la casa por $1000 mensual. Al final del año 2, el arrendatario se mudó y el inversionista gastó $8000 en remodelación. Le tomó 6 meses vender la casa por $105,000. Tuvo que pagar a una agencia de finca raíz el 6% del precio de venta y proporcionar una póliza del título por $1200. ¿Qué tasa de retorno obtuvo el inversionista sobre su inversión?

7.7 Una alumna desea crear una dotación permanente a nombre suyo en una pequeña institución universitaria privada. Piensa donar $100,000 y hacer que el ingreso sea utilizado para comprar suministros de laboratorio, pero hará la donación sólo si se coloca una placa permanente con su nombre en la puerta del laboratorio. Si la institución universitaria está de acuerdo con su solicitud y los suministros del laboratorio cuestan $12,000 anualmente, ¿qué tasa de retorno se requiere sobre la dotación?

7.8 Al propietario de un basurero privado se le pidió instalar un protector plástico para evitar que las filtraciones contaminaran el agua del suelo. El área de relleno era 40,000 m^2 y el costo de manejo de vapores fue de $5 por metro cuadrado. El costo de instalación fue $4000. Con el fin de recuperar la inversión, el dueño cobró $8 por las cargas del camión de reparto, $25 por las cargas de volqueta y $65 por las cargas del camión compactador. Si la distribución mensual ha sido 200 cargas de camión de reparto, 40 cargas de volqueta y 100 cargas de compactador, ¿qué tasa de retorno obtuvo el propietario del basurero sobre su inversión *(a)* por mes y *(b)* efectivamente por año? Use n = 5 años.

7.9 Un empresario, quien pone objeción al alto costo de los servicios funerarios, ha diseñado un "ataúd reutilizable". Éste consiste en una cápsula plástica que encaja dentro de la concha del tradicional ataúd decorado. Una vez terminados los servicios, la cápsula puede enterrarse y la concha puede ser utilizada de nuevo. Él espera poder vender la cápsula por $225. Si un ataúd tradicional para gente de clase popular cuesta $2100, ¿qué tasa de retorno se requiere para una familia que desdeña el ataúd tradicional porque ha ganado lo suficiente en intereses sobre sus ahorros para poder comprar otra cápsula en 10 años?

7.10 A un fiscal que ganó un pleito le fue otorgada una sentencia de $3000 mensuales durante 3 años. El fiscal necesita una cantidad relativamente grande de dinero para una inversión y ha ofrecido al defensor la oportunidad de pagar el dinero en una cantidad global de $75,000 ahora. Si el defensor acepta la oferta y *paga $75,000* ahora, ¿qué tasa de retorno se obtiene en la "inversión"?

7.11 Un inversionista compró 900 acciones de un fondo mutuo de índice de acciones a $18.25 cada una. El precio de las acciones varía de acuerdo con el índice S&P 500. Si el índice S&P 500 aumentó de 801.32 a 871.66 en 5 meses, *(a)* ¿qué tasa de retorno mensual obtuvo el inversionista y *(b)* ¿cuál fue el valor de las 900 acciones después del alza del índice?

7.12 Una gran universidad está considerando un plan para construir una planta de cogeneración de 7 megavatios para suplir sus necesidades de energía. Se espera que el costo de la planta sea $31 millones. La universidad consume 36,000 megavatios-hora anualmente a un costo de $110 por megavatio-hora. La universidad puede producir su energía a la mitad del costo al cual la está comprando. *(a)* ¿Qué tasa de retorno logrará sobre su inversión si la planta de energía dura 30 años? *(b)* Si la universidad puede vender un promedio de 10,000 megavatios-hora anualmente a la empresa de energía a $85 por megavatio-hora, ¿qué tasa de retorno obtendrá?

7.13 Una pareja de edad media está considerando la compra de una póliza aplicable al primero que muera. Este tipo de póliza se liquida cuando la primera persona muera. Para esta pareja, cuyas edades están entre 55 y 53, el costo anual es de $5000 para un valor de cobertura de $250,000 (pagos al principio del año). El agente de seguros expresó que después de 10 años (es decir, ll pagos) las ganancias sobre el valor del

efectivo acumulado deben ser iguales a la prima anual. Si el primer cónyuge muere inmediatamente después del décimo año, *(a)* ¿qué tasa de retorno requerirá la compañía de seguros para apenas cubrir costos, es decir, tener los $250,000? y *(b)* qué tasa de retorno habrá obtenido la pareja?

7.14 Si el agente de seguros en el problema 7.13 está en lo correcto y no se hacen más pagos después del año 10, ¿qué tasa de retorno habrá obtenido la pareja si el primero muriese *(a)* 20 años después de haber comprado la póliza? *(b)* ¿Cuál es la tasa de retorno si el primer cónyuge muriese inmediatamente después del quinto pago de prima?

7.15 Un emisor grande de tarjetas de crédito ha publicado un anuncio que dice "efectivo libre de intereses". El aviso dice, "Pague sólo su saldo completo cada mes, por una pequeña comisión de transacciones", no incurrirá en intereses por su avance de efectivo". Para la llamada", hay una nota de pie de página que dice "La comisión de transacción por avances en efectivo es de 2.5% por cada avance de efectivo con un mínimo de $2 y sin un máximo". Si la persona obtiene un avance de $100 y luego paga la cantidad total adeudada un mes después, ¿qué tasa efectiva de interés se está pagando *(a)* mensualmente? ***(b)*** anualmente?

7.16 Si la persona del problema 7.15 obtiene un avance de efectivo de $50, ¿qué tasas efectivas mensuales y anuales se están pagando, si el saldo se cancela en su totalidad al final del mes?

7.17 Una conocida compañía de tarjetas de crédito ofrece no cobrar comisiones de transacción por los avances de efectivo ni cargos de intereses durante el mes en que el avance de efectivo se realiza. Se aplica una tasa porcentual anual del 19.8%, sólo si el saldo no se paga en su totalidad cada mes. Sin embargo, para obtener la tarjeta de crédito, se requiere una comisión anual de $25. *(a)* Si la persona consigue esa tarjeta de crédito y obtiene en préstamo $100 cada dos meses (empezando dentro de un mes y terminando en el mes ll) a principio de mes y lo repaga al final de ese mes (y, por consiguiente, no incurre en cargos extra), determine las tasas de interés nominales y efectivas por año para una persona que paga sólo la comisión anual. *(b)* Considere estas mismas preguntas, si retira $2000 cada vez.

7.18 Un hombre de 55 años de edad, que deseaba dejar dinero a sus herederos, investigó sobre la compra de un seguro de vida. El llamado plan de vida total protegido por el estado le costaría $297 mensuales o $3374 anuales. Esta póliza proporciona un seguro de vida de $100,000 y valores de efectivo diferentes dependiendo de qué tanto sobrevive el asegurado. Por ejemplo, la póliza tiene valores de efectivo garantizados de $52,690 y $86,574 en 15 y 20 años, respectivamente. Si el asegurado decide hacer efectiva la póliza después de los 15 años, ¿qué tasa de retorno se logra por año, si hizo pagos de primas *(a)* mensualmente? *(b)* anualmente? Suponga que los pagos de las primas se efectuaron al principio de cada periodo.

7.19 Una póliza de seguros de vida pagada a 10 años puede comprarse por $557 mensuales o $6330 anuales, lo cual proporcionará $100,000 en beneficios por muerte. La póliza también acumulará un valor en efectivo, el cual puede ser retirado por el tenedor de la póliza, si lo desea. Por ejemplo, el tenedor de la póliza puede retirar $27,506 dentro de 5 años o $78,160 en 10 años. Los beneficios por muerte en esos momentos serían $103,000 y $117,566, respectivamente. ¿Qué tasa de retorno obtendría el tenedor de la póliza si vive 10 años y retira el valor acumulado de efectivo al final del año 10, suponiendo que hizo 10 pagos de primas anuales al principio de cada año?

7.20 Si el tenedor de la póliza del problema 7.19 muere inmediatamente después de 5 años, ¿qué tasa de retorno efectiva por mes se obtuvo sobre el dinero pagado en primas, suponiendo que hizo 6 1 pagos de prima de principios de mes?

7.21 El gerente de un fondo de pensiones compró 10,000 acciones comunes en una compañía que contrata lavado de pantalones. Las acciones se compraron hace $3^1/_2$ años cuando se estaban vendiendo a $\$14^3/_8$ por acción. Si los dividendos de las acciones fueran $0.63 por trimestre, ¿qué tasa de retorno trimestral obtendría el gerente si vendiera las acciones por $\$16^7/_8$ cada una? Suponga que las acciones fueron compradas y vendidas inmediatamente después de la fecha de dividendos, es decir, sobre la fecha ex-dividendos.

7.22 Una inversionista que entiende el principio de apalancamiento compró una casa para remodelar por $103,000. La inversionista hizo un pago inicial de $11,000, pagó costos del cierre por $3200 y remodeló la casa a un costo de $12,000. Después de hacer seis pagos mensuales de la casa de $935 cada uno, la inversionista la vendió por $138,000, cantidad de la cual se dedujeron gastos de venta de $7800, lo mismo que el saldo del principal de $90,000. ¿Qué tasa de retorno nominal anual logró la inversionista, suponiendo que los costos de remodelación se redistribuyeron uniformemente durante el periodo de 6 meses en que fue propietaria?

7.23 ¿Qué significa un flujo de efectivo convencional?

7.24 ¿Cuál es el rango de valores posibles cuando se resuelve una ecuación de tasa de retorno? ¿Qué significado tiene una tasa de retorno del 100%?

7.25 ¿Qué tipo de información proporcionará la aplicación de la regla de Descartes?

7.26 ¿Cuál es el criterio de Norstrom y para qué se usa?

7.27 Un proyecto que acaba de ser implementado involucrará los flujos de efectivo que se muestran a continuación. *(a)* ¿Cuántos valores de tasa de retorno posibles hay para este flujo de efectivo? *(b)* Encuentre todos los valores entre Q y 100%.

Año	**0**	1	**2**	**3**
Flujo de efectivo, $	**-20,000**	**15,000**	**15,000**	**-2,000**

7.28 Encuentre todos los valores de tasa de retorno entre -10% y 200% para los siguientes flujos de efectivo:

Año	0	1	2	3	4
Flujo de efectivo, $	-7000	-2000	4000	5000	6000

7.29 Para las siguientes secuencias de flujo de efectivo, determinar (a) el número de valores posibles de i que pueden equilibrar la relación de valor presente y (b) todos los valores reales entre 0 y 100%.

Año	**Gasto, $**	**Ingreso, $**
0	50,000	0
1	22,000	19,000
2	30,000	27,000
3	40,000	25,000
4	20,000	29,000
5	13,000	21,000

7.30 En el problema 7.29, si el flujo de efectivo neto en el año 6 se estima en $ +50,000, (a) ¿cuántos valores posibles de tasa de retorno hay? (b) Determine todos los valores entre -50% y + 150%.

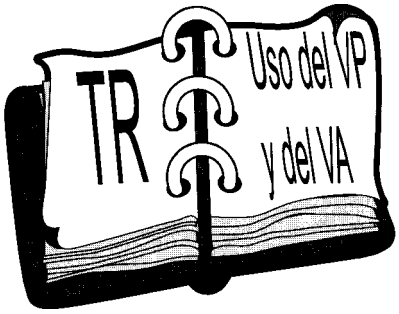
7.31 Utilice una tasa de reinversión de (a) 15% y (b) 50% para encontrar la tasa de retorno compuesta en el problema 7.27.

7.32 Utilice una tasa de reinversión de *(a)* 7% y (b) 25% para encontrar la tasa de retorno compuesta en el problema 7.28.

capítulo

8

Evaluación de la tasa de retorno para alternativas múltiples



Este capítulo presenta los métodos mediante los cuales pueden evaluarse dos o más alternativas utilizando una comparación de tasas de retorno (TR). La evaluación TR realizada correctamente producirá la misma selección que el análisis VP y VA, pero el procedimiento de cálculo de las evaluaciones TR es bastante diferente.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Propósito: Entender la forma de seleccionar la mejor alternativa con base en el análisis de tasa de retorno sobre flujos de efectivo incrementales.

Análisis incremental

Tabulación

TR sobre inversión incremental

Selección de alternativa

Selección de alternativa

Selección de alternativa

Este capítulo ayudará al lector a:

1. Establecer por qué es necesario un análisis de inversión incrementa1 para comparar alternativas mediante el método TR.
2. Preparar una tabulación del flujo de efectivo incrementa1 para dos alternativas.
3. Interpretar el significado de TR sobre la inversión incremental.
4. Seleccionar la mejor entre dos alternativas utilizando una relación TR basada en el valor presente.
5. Seleccionar la mejor entre dos alternativas utilizando una relación TR con base en el valor anual.
6. Seleccionar la mejor entre múltiples alternativas utilizando el método TR.

8.1 COMPRENSIÓN DEL ANÁLISIS INCREMENTAL

Cuando se consideran dos o más alternativas y sólo debe seleccionarse una, la ingeniería económica puede identificar la alternativa considerada económicamente mejor. Como se planteó, para hacerlo es obvio la utilización de las técnicas VP y VA analizadas en los capítulos 5 y 6. Ahora se presenta el procedimiento para emplear las técnicas de tasa de retorno a fin de identificar la mejor.

Suponga que una compañía utiliza una TMAR de 16% anual, que la compañía tiene $90,000 disponibles para inversión y que se están evaluando dos alternativas *(A y B)*. La alternativa *A* requiere una inversión de $50,000 y generará una tasa interna de retorno (TIR) del 35% anual. La alternativa *B* requiere $85,000 y generará una TIR del 29% anual. Por intuición se puede concluir que la mejor alternativa es aquella que produce la TIR más alta, *A* en este caso. Sin embargo, no necesariamente debe ser así: aunque *A* tiene el retorno proyectado más alto, requiere también una inversión inicial que es mucho menor que el dinero total disponible ($90,000). En un caso como éste, una pregunta lógica es: ¿Qué sucede con el capital que queda? Por lo general, se supone que los fondos en exceso serán invertidos en la TMAR de la compañía, como se planteó en el capítulo anterior. Utilizando este supuesto es posible determinar las consecuencias de las inversiones alternativas. Si se selecciona la alternativa *A*, se invertirán $50,000 a una tasa del 35% anual. Los $40,000 que quedan serán invertidos a la TMAR del 16% anual. La tasa de retorno sobre el capital total disponible, entonces, será el promedio ponderado de estos valores. Por tanto, si se selecciona la alternativa *A*,

$$\text{TR}_A \text{ global} = \frac{50{,}000(0.35) + 40{,}000(0.16)}{90{,}000} = 26.6\%$$

Si se lleva a cabo la alternativa *B*, se invertirán $85,000 que producen 29% anual y los $5000 restantes 16% anual. Ahora, el promedio ponderado es

$$\text{TR}_B \text{ global} = \frac{85{,}000(0.29) + 5000(0.16)}{90{,}000} = 28\ 3\%$$

Suponiendo que se obtiene la TMAR, estos cálculos muestran que, aunque la TIR para la alternativa *A* es más alta, la alternativa *B* presenta la mejor TR global para la inversión total de $90,000. Si se realizara una comparación VP o VA utilizando i = 16% anual, se debería escoger la alternativa *B*.

Este ejemplo simple ilustra un hecho importante sobre el método de la tasa de retorno para comparar alternativas; es decir, bajo algunas circunstancias, los valores TR del proyecto global no proporcionan el mismo ordenamiento de alternativas que los análisis de VP o de VA. Esta situación no ocurre si se fuera a realizar un análisis *incrementa1 de tusa de retorno de inversión*, como el descrito en las siguientes secciones.

Los análisis de evaluación de alternativas múltiples desarrolladas en este capítulo y en los anteriores con base en los análisis VP y VA se refieren a la selección entre alternativas

denominadas *mutuamente excluyentes*. Esto significa que sólo se selecciona una (la mejor) alternativa del grupo completo de alternativas disponibles. Un ejemplo de selección de alternativas mutuamente excluyentes es el caso de un contratista que desea comprar una horquilla elevadora y tiene muchos modelos de compañías diferentes como posibles elecciones. Él selecciona sólo una porque las alternativas son mutuamente excluyentes. Todos los VP y VA examinados hasta el momento se aplican a este tipo de alternativas, lo mismo que las técnicas TR presentadas en este capítulo.

Cuando puede seleccionarse más de una alternativa entre las disponibles, como sucede cuando un inversionista desea comprar todas las acciones que se espera que generen una tasa de retorno de por lo menos 25% anual, se dice que las alternativas son independientes. Las *alternativas independientes* deben compararse sólo con la alternativa de no hacer y se evalúan contra un estándar predeterminado (tal como una TMAR establecida). Por consiguiente, no se comparan unas con otras. Las técnicas de evaluación para proyectos independientes se analizan en mayor profundidad en los capítulos 9 y 17.

Problemas 8.1 a 8.3

8.2 TABULACIÓN DEL FLUJO DE EFECTIVO INCREMENTAL PARA DOS ALTERNATIVAS

En el capítulo 7 se analizó el concepto de flujo de efectivo con respecto a los cálculos TR para una sola alternativa. Ahora, es necesario preparar una *tubulución del flujo de efectivo incremental* entre dos alternativas, la cual permita realizar un análisis incrementa1 TR con el fin de seleccionar una de ellas. Por consiguiente, un formato estandarizado para la tabulación simplificará la interpretación de los resultados finales. En la tabla 8.1 se muestran los encabezamientos de columna para una tabulación del flujo de efectivo incremental. Si las alternativas tienen *vidas iguales*, la columna de año irá de 0 hasta n, la vida de las alternativas. Si las alternativas tienen *vidas desiguales*, la columna del año irá de 0 al MCM de las dos vidas cuando se utiliza una ecuación VP o VA. El uso del MCM es necesario porque el

Tabla 8.1 Formato para tabulación de un flujo de efectivo incremental

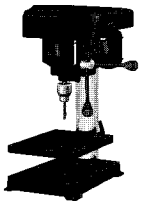
	(1)	(2)	(3) = (2) – (1)
	Flujo de efectivo		Flujo de efectivo
Año	Alternativa *A*	Alternativa *B*	incremento1
0			
1			
2			

análisis TR sobre el flujo de efectivo incrementa1 debe hacerse durante el mismo número de periodos para cada alternativa (como sucede con las comparaciones VP). Si es necesario un MCM de las vidas, la reinversión en cada alternativa se muestra en los tiempos apropiados, en la misma forma que para el análisis VP. La alternativa con la *inversión inicial más grande* siempre será considerada como *alternativa B*. Es decir,

Flujo de efectivo incrementa1 = Flujo de efectivo, − Flujo de efectivo,

Los dos ejemplos siguientes demuestran la tabulación del flujo de efectivo para alternativas de vidas iguales y de vidas diferentes.

Si la columna incrementa1 del flujo de efectivo tiene más de un cambio de signo, puede haber múltiples valores de tasa de retorno, en cuyo caso se aplican los procedimientos analizados en el capítulo 7.



Ejemplo 8.1

Una compañía de herramientas y troqueles está considerando la compra de una prensa de perforación adicional. La compañía tiene la oportunidad de comprar una máquina ligeramente usada par $15,000 o una nueva por $21,000. Debido a que la nueva máquina es de un modelo más sofisticado con características automáticas, se espera que su costo de operación sea de $7000 anuales, mientras que el de la máquina usada será de $8200 anuales. Se espera que cada máquina tenga una vida de 25 años con un valor de salvamento del 5%. Tabule el flujo de efectivo incrementa1 de las dos alternativas.

Solución

El flujo de efectivo incrementa1 ha sido tabulado en la tabla 8.2. La resta realizada es (nueva − usada) puesto que la máquina nueva costará más. Los valores de salvamento en el año 25 han sido separados del flujo de efectivo ordinario para mayor claridad. Cuando los desembolsos son los mismos para un número de años consecutivos, se ahorra tiempo haciendo un solo listado de flujo de efectivo, como se ha hecho para los años 1 a 25 del ejemplo. Sin embargo, recuerde que al sumar para obtener los totales de columna se combinaron diversos años.

Comentario

Cuando se restan las columnas del flujo de efectivo, la diferencia entre los totales de las dos series de flujo de efectivo deben ser iguales al total de la columna de flujo de efectivo incremental. Esto le servirá para verificar su suma y su resta al preparar la tabulación.

Tabla 8.2 Tabulación del flujo de efectivo para el ejemplo 8.1

	Flujo de efectivo		Flujo de efectivo incremental
Año	**Prensa usada**	**Prensa nueva**	**(Nueva − usada)**
0	**$ -15,000**	$ -21,000	$ -6,000
1-2.5	**-8,200**	**-7,000**	+1,200
25	+750	+ 1,050	+300
Total	$ –219.250	$ -194.950	$ +24.300

Ejemplo 8.2

La firma Fresh-Pak Seafood Company tiene bajo consideración dos tipos diferentes de vehículos de transporte. El de tipo *A* tiene un costo inicial de $7000 y una vida de 8 años. El de tipo *B* tiene un costo inicial de $9500 y una esperanza de vida de 12 años. Se espera que el costo anual de operación para el de tipo *A* sea $900, mientras que para el de tipo *B*, *$700*. Si los valores de salvamento son $500 y $1000 para los vehículos tipo *A* y tipo *B*, respectivamente, tabule el flujo de efectivo incrementa1 utilizando su MCM.

Solución

El MCM entre 8 y 12 es 24 años. La tabulación del flujo de efectivo incrementa1 para 24 años está dada en la tabla 8.3. Observe que los valores de reinversión y de salvamento se muestran en los años 8 y 16 para el de tipo *A* y en el año 12 para el de tipo *B*.

Tabla 8.3 Flujo de efectivo para 24 años para activos con vidas diferentes, ejemplo 8.2

Año	Flujo de efectivo Tipo *A*	Flujo de efectivo Tipo *B*	Flujo de efectivo incrementa1 (*B* – *A*)
0	$ -7,000	$ -9,500	$ -2,500
1-7	-900	-700	+200
8	-7,000 -900 +500	-700	+6,700
9-11	-900	-700	+200
12	-900	-9,500 -700 + 1,000	-8,300
13-15	-900	-700	+200
16	-7,000 -900 +500	-700	+6,700
17-23	-900	-700	+200
24	-900 +500	–700 +1,000	+700
	$ –41,100	$ -33,800	$ +7,300

Problemas 8.4 a 8.7

8.3 INTERPRETACIÓN DE LA TASA DE RETORNO SOBRE LA INVERSIÓN ADICIONAL

Como ya se planteó, el primer paso al calcular la TR sobre la inversión adicional es la preparación de una tabla que incluye valores incrementales del flujo de efectivo. El valor en esta columna refleja la *inversión adicional* requerida que debe ser presupuestada si se selecciona la alternativa con el costo inicial más alto, lo cual es importante en un análisis TR a fin de determinar una TIR de los fondos adicionales gastados por la alternativa de inversión más grande. Si los flujos de efectivo incrementales de la inversión más grande no la justifican, se debe seleccionar la alternativa más barata. Pero, ¿qué decisión tomar sobre la cantidad de inversión común a ambas alternativas? ¿Se justifica ésta de manera automática? Básicamente, sí, puesto que *debe seleccionarse una de las alternativas mutuamente excluyentes.* De no ser así, debe considerarse la alternativa de *no hacer nada* como una de las alternativas seleccionables, y luego la evaluación tiene lugar entre tres alternativas. El ejemplo 8.4 de este capítulo considera la pregunta anterior utilizando una ecuación VP para encontrar la TIR entre dos alternativas.

En el ejemplo 8.1, la nueva prensa de perforación requiere una inversión adicional de $6000 (tabla 8.2). Dado que debe seleccionarse una de las dos máquinas, si se compra la máquina nueva, habrá "ahorros" anuales de $1200 por año durante 25 años, más $300 en el año 25 como resultado de la diferencia en los valores de salvamento. La decisión de comprar la máquina usada o la nueva puede hacerse con base en la rentabilidad de invertir los $6000 adicionales en la nueva máquina. Si el valor equivalente del ahorro es mayor que el valor equivalente de la inversión adicional utilizando la TMAR de la compañía, dicha inversión debe hacerse (es decir, debe aceptarse la propuesta del costo inicial más alto). Por otra parte, si la inversión adicional no está justificada por el ahorro, debe aceptarse la propuesta del costo inicial más bajo.

Si se selecciona la máquina nueva, habrá un total de ahorro neto de $24,300 (tabla 8.2). Tenga en mente que tal cifra no considera el valor del dinero en el tiempo, ya que este total fue obtenido agregando los valores incrementales del-flujo de efectivo sin utilizar los factores de interés. Por ello, no puede ser utilizado como base para la decisión alternativa. Los totales en la parte inferior de la tabla sirven sólo como un chequeo contra las adiciones y deducciones para los años individuales. De hecho, los $24,300 constituyen el VP del flujo de efectivo incrementa1 con $i = 0\%$.

Es importante reconocer que el razonamiento para tomar la decisión sobre la selección es el mismo que si sólo hubiera *una alternativa* bajo consideración, siendo esa alternativa la representada por la columna de diferencia entre flujos de efectivo. Cuando se considera de tal forma, es obvio que a menos que dicha inversión produzca una tasa de retorno igual o mayor que la TMAR, la inversión no debe hacerse. Sin embargo, si la tasa de retorno sobre la inversión adicional iguala o excede la TMAR, debe hacerse la inversión (significando que debe seleccionarse la alternativa de precio más alto).

Como aclaración adicional de este razonamiento de inversión adicional, considere lo siguiente: la tasa de retorno que puede obtenerse a través del flujo de efectivo incrementa1

es una alternativa de inversión en la TMAR de la compañía. En la sección 8.1 se estableció el supuesto de que cualquier exceso de fondos no invertido en el proyecto se supone que ha sido invertido a la TMAR. Claramente, si la tasa de retorno disponible a través de los flujos de efectivo incrementales iguala o excede la TMAR, la alternativa asociada con la inversión adicional debe ser seleccionada.

Problema 8.8

8.4 EVALUACIÓN DE LA TASA DE RETORNO UTILIZANDO UNA ECUACIÓN VP

En esta sección se analiza el enfoque principal para seleccionar alternativas mediante el método TR. La técnica TR descrita en el capítulo 7 y la tabulación del flujo de efectivo incrementa1 de la sección 8.2 se combinan para evaluar dos alternativas mutuamente excluyentes por el método TR basado en una ecuación VP. Se empieza aquí con alternativas que sólo tienen flujos de efectivo negativos (excepto por algún valor de salvamento). Comoquiera que todos los flujos de efectivo son costos, no es posible calcular una tasa de retorno para alternativas individuales. De manera que la serie incrementa1 del flujo de efectivo se analiza mediante una ecuación VP. El método que comprende alternativas con flujos de efectivo positivos se ilustra en la sección 8.6.

En la formulación de la ecuación VP debe utilizarse el MCM de las vidas. Debido al requisito de reinversión para el análisis VP relacionado con activos de vidas diferentes, la serie incrementa1 del flujo de efectivo fácilmente puede involucrar el dilema de diversos cambios de signo, indicando valores múltiples de i^*. Aunque incorrecto, el mencionado dilema puede ignorarse en la práctica real. El enfoque correcto es establecer la tasa de reinversión c y seguir el enfoque de la sección 7.5. Este hecho significa que se determina la tasa de retorno compuesta única (TRC) para la serie incrementa1 del flujo de efectivo. Estos tres elementos requeridos, una serie incrementa1 del flujo de efectivo, un MCM y raíces múltiples, son las razones principales para que, con frecuencia, el método TR sea aplicado incorrectamente en los análisis de ingeniería económica de alternativas múltiples. Como se expresó antes, siempre es posible utilizar un análisis VP o VA para *una TMAR establecida,* en lugar del método TR.

El procedimiento completo (manual o de hoja de cálculo) para análisis TR aplicado a dos alternativas que comprenden solamente flujos de efectivo negativos es:

1. Ordene las alternativas por tamaño de la inversión inicial empezando con la más baja. La alternativa con la inversión inicial más alta está en la columna rotulada *B* en la tabla 8.1.
2. Desarrolle el flujo de efectivo y las series incrementales del flujo de efectivo utilizando el MCM de años, suponiendo la reinversión en alternativas, según sea necesario.
3. Dibuje un diagrama de flujo de efectivo incrementa1 (si quien realiza el procedimiento lo necesita para uso suyo).

4. Cuente el número de cambios de signo en la serie del flujo de efectivo incrementa1 para determinar si hay tasas de retorno múltiples presentes (sección 7.4). De ser necesario, utilice el criterio de Norstrom sobre series de flujo de efectivo acumulativas (incrementales) para determinar si existe una sola raíz positiva. (Consulte la sección 7.4 después del ejemplo 7.4).
5. Establezca la ecuación VP para los flujos de efectivo incrementales en la forma de la ecuación [7. 1] y determine el retorno i^*_{B-A} utilizando ensayo y error manual, o ingresando los valores del flujo de efectivo incrementa1 del paso 2 en un sistema de hoja de cálculo para determinar i^*_{B-A}.
6. Si i^*_{B-A} < TMAR, seleccione la alternativa *A*. Si i^*_{B-A}> TMAR, se justifica la inversión adicional; seleccione la alternativa *B*.

En el paso 4, una indicación de raíces múltiples requiere que en el paso 5 se aplique la técnica de proyecto de inversión neta, ecuación [7.5], para hacer $i' = i^*$.

En el paso 5, si se utiliza ensayo y error manual para calcular la tasa de retorno, puede ahorrarse tiempo si se deja el valor de i^*_{B-A} en forma de rango, en lugar de aproximarlo a un valor puntual utilizando la interpolación lineal, siempre y cuando no se necesite un solo valor TR. Por ejemplo, si TMAR es 15% anual y se ha establecido que i^*_{B-A} está en el rango 15 a 20%, no es necesario un valor exacto para aceptar *B*, puesto que ya se sabe que $i^*_{B-A} \geq$ TMAR.

Normalmente la función TIR en una hoja de cálculo determinará un valor i^*, ingresando múltiples valores de ensayo a fin de encontrar las raíces múltiples para una secuencia no convencional, como se analizó en el ejemplo 7.4 (hoja de cálculo). Si una de tales raíces múltiples es la misma que la tasa de reinversión esperada, esta raíz puede ser utilizada como el valor TR y la técnica de proyecto de inversión neta no es necesaria. En este caso sólo $i' = i^*$, como se concluyó al final de la sección 7.5.

Ejemplo 8.3

Un fabricante de ropa de cuero está considerando la compra de una máquina de coser industrial nueva, la cual puede ser semiautomática o completamente automática. Las estimaciones son:

	Semiautomática	Totalmente automática
Costo inicial, $	8,000	13,000
Desembolsos anuales, $	3,500	1,600
Valor de salvamento, $	0	2,000
Vida, años	10	5

Determine cuál máquina debe seleccionarse si la TMAR es 15% anual.

Solución

Utilice el procedimiento antes descrito para estimar i^*_{t-s}.

1. La alternativa *A* es la semiautomática (*s*) y la alternativa *B* es la máquina totalmente automática (t).
2. Los flujos de efectivo para el MCM de 10 años se han tabulado en la tabla 8.4.
3. El diagrama de flujo de efectivo incrementa1 se muestra en la figura 8.1.

Tabla 8.4 Tabulación del flujo de efectivo para el ejemplo 8.3

Año	(1) Flujo de efectivo, Semiautomática	(2) Flujo de efectivo Totalmente automática	(3) = (2) – (1) Flujo de efectivo incremental
0	$ –8,000	$ -13,000	$ -5,000
1-5	-3,500	-1,600	+ 1,900
5	—	+2,000 -13,000	-11,000
6-10	-3,500	-1,600	+1,900
10	—	+2,000	+2,000
	$ -43.000	$ -38,000	$ 5,000

4. En la serie del flujo de efectivo incremental (figura 8. 1 o tabla 8.4), hay tres cambios de signo que indican hasta tres raíces. En la serie incremental acumulada, que empieza negativamente en S_0 = $-5000 y continúa hasta S_{10}= $+5000, también hay tres cambios de sígno indicando que no existe una raíz positiva. (Desarrolle las series acumuladas y aplique el criterio de Norstrom).
5. La ecuación de tasa de retorno basada en el VP de los flujos de efectivo incrementales es:

$$0 = -5000 + 1900(P/A,i,10) - 11,000(P/F,i,5) + 2000(P/F,i,10) \qquad [8.1]$$

Si es razonable suponer que la tasa de reinversión es igual aun valor i^* resultante, la ecuación [7.5] generará una TRC de $i' = i^*$. La solución de la ecuación [8.1] para la primera raíz descubierta producirá un $i^*_{t\text{-}s}$ entre 12 y 15%. Mediante interpolación $i^*_{t\text{-}s}$ = 12.65%. (*Véase* el comentario siguiente sobre las otras raíces).

6. Puesto que la tasa de retorno de 12.65% sobre la inversión adicional es menor que la TMAR del 15%, debe comprarse la máquina semiautomática de menor costo.

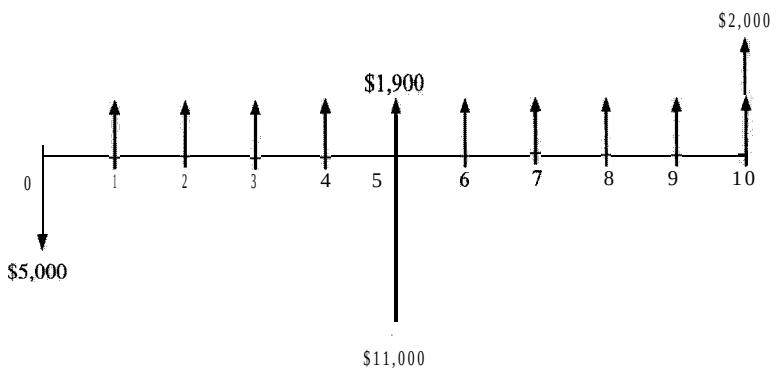


Figura 8.1 Diagrama de flujo de efectivo incremental, ejemplo 8.3.

Comentario

En el paso 4, se indica la presencia hasta de tres valores i^*. El análisis anterior encuentra una de las raíces en 12.65%. Cuando se utiliza TR como $i^* = 12.65\%$, se supone que cualquier proyecto de inversión neta positiva se reinvierte a $c = 12.65\%$. Si éste no es un supuesto razonable que el economista deba utilizar en sus cálculos, el procedimiento de inversión neta debe aplicarse y debe emplearse una mejor tasa c para encontrar un valor diferente de i' que se compare con una TMAR del 15%.

Las otras dos raíces son números muy grandes positivos y negativos como las que las funciones TIR y VPN de Excel pueden ayudar a descubrir. De modo que éstas no son útiles para el análisis.

Ejemplo 8.3 (Hoja de cálculo)

Utilice el análisis de hoja de cálculo a fin de encontrar el valor TR para seleccionar la mejor máquina de coser en el ejemplo 8.3.

Solución

Utilice el procedimiento de seis pasos antes descrito para estimar $i^*_{t\text{-}s}$ mediante un sistema de hoja de cálculo.

1. La alternativa A es la máquina semiautomática (s) y la alternativa B es la máquina totalmente automática (t).
2. Los flujos de efectivo para el MCM de 10 años están tabulados en la tabla 8.4.
3. El diagrama de flujo de efectivo incremental se muestra en la figura 8.1.
4. Tres cambios de signo en la serie de flujo de efectivo incremental indican la existencia hasta de tres raíces.
5. La figura 8.2 incluye la serie de flujos de efectivo incrementales de la tabla 8.4, los cuales son los mismos que en la ecuación [8.1], pero para la solución de la hoja de cálculo la ecuación VP no necesita desarrollarse. La celda B12 muestra el valor i^* de 12.65% utilizando la función TIR.
6. Dado que la tasa de retorno sobre la inversión adicional es menor que la TMAR del 15%, debe comprarse la máquina semiautomática de menor costo.

Comentario

Una vez se ha establecido la hoja de cálculo, una gran variedad de análisis pueden ser realizados utilizando funciones residentes. Por ejemplo, la celda B13 utiliza la función VP para verificar que el valor presente es cero a la i^* calculada. La celda B14 es el VP a la TMAR = 15%, la cual es negativa, indicando así, aún en otra forma, que la inversión adicional no retorna la TMAR y no se justifica. Finalmente, la celda B16 muestra que i^* se reduce de 12.65% a sólo 4.42% cuando se omite el flujo de efectivo incremental del año 10 de \$+3900. Éste es el equivalente de cambiar el horizonte de planeación de 10 a 9 años y determinar el efecto sobre la TR.

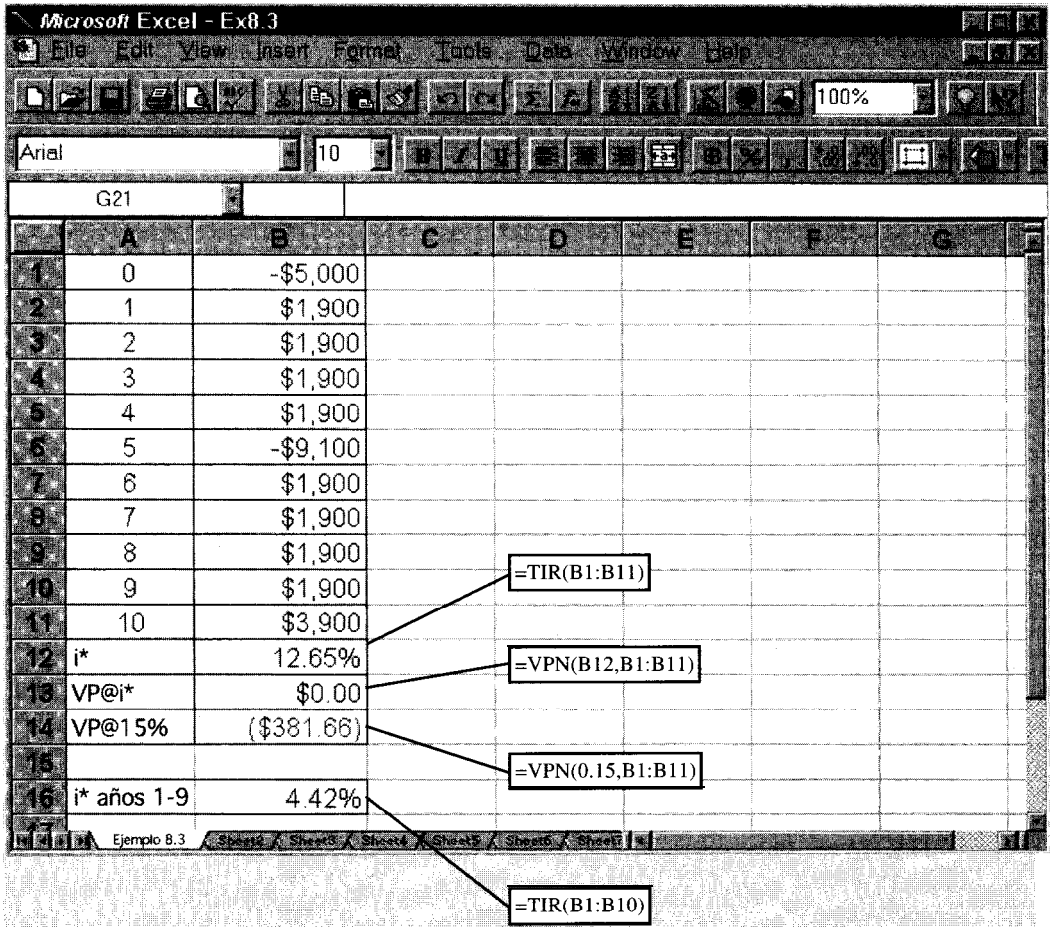


Figura 8.2 Solución de hoja de cálculo para el ejemplo 8.3 utilizando la serie de flujo de efectivo incremental de la tabla 8.4,

La tasa de retorno determinada hasta ahora puede interpretarse en realidad como valores *de* equilibrio, es decir, una tasa a la cual puede seleccionarse cualquier alternativa. Si el flujo de efectivo incrementa1 i^* es mayor que la TMAR, se elige la alternativa de inversión más grande. Como ilustración, la tasa de equilibrio para la inversión incrementa1 en el ejemplo 8.3 es 12.65%. La figura 8.3 es una graficación general (no a escala) de los valores VP de los flujos de efectivo reales (no flujos de efectivo incrementales) para diferentes tasas de retomo para cada alternativa. A los valores de $i < 12.65\%$, el valor presente para la máquina completamente automática es menor que aquel de la semiautomática. Para $i > 12.65\%$, el VP de la máquina completamente automática es más alto. Por tanto, para TMAR = 10%, se selecciona la máquina totalmente automática porque su VP de costos es menor; mientras que si TMAR $= 15\%$, como en el ejemplo 8.3, se elige la máquina semiautomática.

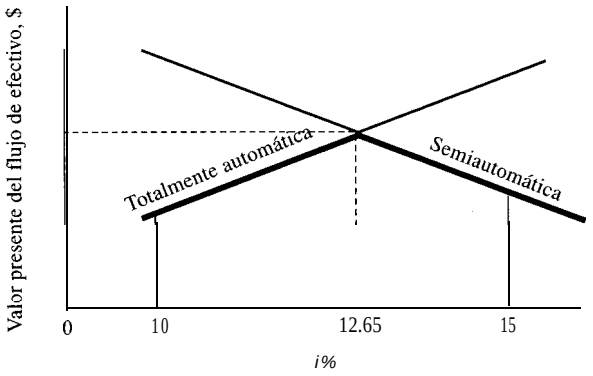


Figura 8.3 Gráfica del equilibrio del valor presente de los flujos de efectivo *ver-sus* la tasa de retorno, ejemplo 8.3.

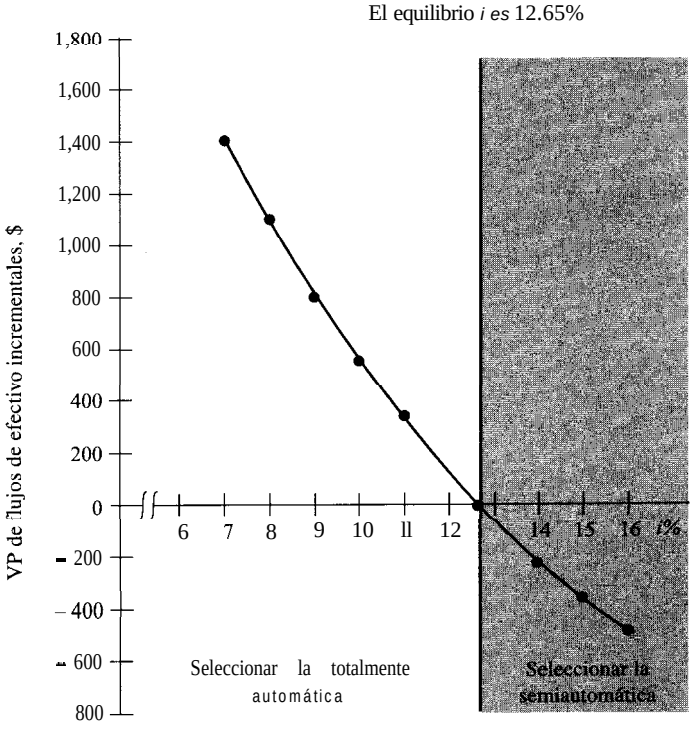


Figura 8.4 Gráfica del valor presente de los flujos de efectivo incrementales, ejemplo 8.3.

En forma similar, si se representa gráficamente el VP del flujo de efectivo incrementa1 (en lugar del flujo de efectivo real estimado de cada alternativa) para diversas tasas de interés, se obtiene la gráfica que aparece en la figura 8.4, la cual muestra nuevamente el equilibrio i^* en 12.65%. Las conclusiones son:

1. En TMAR = 12.65%, las alternativas son igualmente atractivas.
2. Para cualquier TMAR < 12.65% se justifica la inversión adicional para la máquina totalmente automática, ya que el VP de los ahorros incrementales excede el VP de los desembolsos incrementales.
3. Para cualquier TMAR > 12.65%, lo opuesto es cierto; la inversión adicional para la máquina totalmente automática no debe hacerse.

Ejemplo 8.4

Determine cuál prensa de perforación debe comprarse en el ejemplo 8.1, utilizando una TMAR = 15%.

Solución

Las alternativas tienen vidas iguales; para definir la forma VP de una ecuación de tasa de retorno se utilizan los flujos de efectivo incrementales de la tabla 8.2 en el procedimiento de seis pasos antes descrito.

$$0 = -6000 + 1200(P/A,i^*,25) + 300(P/F,i^*,25)$$

Dado que sólo hay un cambio de signo en la serie, i^* puede determinarse en forma única. Esta tasa de equilibrio es $i^* = 19.79\%$. Puesto que 19.79% > 15%, se justifica la compra de fa nueva prensa de perforación.

Comentario

Siempre se pueden definir las ecuaciones VP y comparar las alternativas utilizando los flujos de efectivo reales (en lugar de los incrementales) en el formato de la relación general:

$$0 = VP_{nuevo} - VP_{usado}$$

donde la *nueva* alternativa tiene el costo inicial más grande. En este análisis, las relaciones VP son:

$$VP_{nuevo} = -21{,}000 - 7000(P/A,i,25) + 1050(P/F,i,25)$$

$$VP_{usado} = -15{,}000 - 8200(P/A,i,25) + 750(P/F,i,25)$$

Entonces,

$$\begin{aligned} 0 &= VP_{nuevo} - VP_{usado} \\ &= (-21{,}000 + 15{,}000) + (-7000 + 8200)(P/A,i,25) \\ &\quad + (1050 - 750)(P/F,i,25) \\ &= -6000 + 1200(P/A,i,25) + 300(P/F,i,25) \end{aligned}$$

La forma reducida es idéntica a la utilizada en la solución a este ejemplo.

Problemas 8.9 a 8.13

8.5 EVALUACIÓN DE LA TASA DE RETORNO UTILIZANDO UNA ECUACIÓN DE VA

Como se estableció antes, la comparación de alternativas mediante el método TR, realizado de manera correcta, conduce a la misma decisión que un análisis VP o VA. Esto es correcto también independientemente de si la serie del flujo de efectivo incrementa1 TR se determina mediante una ecuación basada en VP o en VA. Sin embargo, para una determinación de TR basada en VA sobre flujos de efectivo incrementales, la ecuación de VA sobre el flujo de efectivo incrementa1 *debe escribirse sobre el mínimo común múltiplo de las vidas,* justo como se hace para una ecuación de VP. Entonces, a diferencia del análisis planteado en el capítulo 6, para encontrar la TR puede no haber una ventaja real de cálculo al utilizarse una ecuación basada en VA si se la compara con una basada en VP. También , como se analizó antes, en general las hojas de cálculo encuentran valores de i^* utilizando su propia versión de ensayo y error en la ecuación de VP. En términos generales, esta sección ayudará al lector a entender cómo puede utilizarse el método VA para seleccionar una alternativa utilizando una base TR, aunque de ordinario calcule i^* a través de una relación VP. Dos excepciones obvias se presentan cuando la mayoría del flujo de efectivo incrementa1 está en una serie uniforme y cuando las vidas de las alternativas son iguales.

Para vidas iguales, la ecuación TR basada en VA para un flujo de efectivo incrementa1 toma la siguiente forma general conveniente:

$$0 = \pm\Delta P(A/P,i,n) \pm \Delta VS(A/F,i,n)\ \Delta A \qquad [8.2]$$

donde el símbolo A (delta) representa las diferencias en P, VS y A en la tabulación del flujo de efectivo incremental. Se sigue el mismo procedimiento de seis pasos para encontrar la TR, que se aplica en la sección 8.4 para valor presente, excepto que en el paso 5 se desarrolla la ecuación VA. Para determinar $i^*_{B\text{-}A}$ se utiliza interpolación manual en las tablas de interés o en una hoja de cálculo. Para la solución de hoja de cálculo se deben ingresar los flujos de efectivo incrementales sobre el MCM y utilizar la función TIR.

De nuevo se hace énfasis en que puede utilizarse el flujo de efectivo incrementa1 para el método VA, pero para hacerlo correctamente debe utilizarse el MCM de las vidas, justo como en el método VP. Si las vidas son *desiguales se* pueden tabular los flujos de efectivo incrementales para el MCM y definir la relación basada en VA (para lo cual puede ser necesario determinar un VP o VF primero).

También se tiene siempre la opción equivalente de realizar el análisis utilizando *flujos de efectivo reales. Se* desarrolla el VA para un ciclo de cada alternativa y se determina $i^*_{B\text{-}A}$ mediante:

$$0 = VA_B - VA_A \qquad [8.3]$$

El flujo de efectivo incrementa1 no se necesita en este análisis, el cual es el mismo que se desarrolló en el capítulo 6. Sin embargo, la TR también representa el i^* para el flujo de efectivo entre las dos alternativas.

Los ejemplos 8.5 y 8.6 utilizan ecuaciones VA para encontrar la TR; el primero para vidas iguales y el segundo para vidas desiguales.

Ejemplo 8.5

Compare las dos prensas de perforación en el ejemplo 8.1 utilizando una relación VA para calcular la TR. Suponga que TMAR = 15% anual.

Solución

Dado que las vidas son iguales (25 años), puede utilizarse la ecuación [8.2] a fin de resolver para la TR de los flujos de efectivo incrementales de la tabla 8.2.

$$0 = -6000(A/P, i, 25) + 300(A/F, i, 25) + 1200$$

La igualdad ocurre en $i^*_{n-u} = 19.79\%$, de manera que se justifica la inversión adicional para la máquina nueva, como en el ejemplo 8.4 en donde se utilizó una ecuación basada en VP para determinar la misma TR.

Comentario

El valor 19.79% es la tasa de retorno de equilibrio. Para esta serie de flujo de efectivo puede construirse una gráfica similar a la figura 8.4 en la cual VA remplaza VP. Para valores de TMAR $\geq 19.79\%$, debe comprarse la prensa de perforación usada; para valores de TMAR $< 19.79\%$, como es el caso aquí, se debe seleccionar la máquina nueva.

Ejemplo 8.6

Compare las máquinas de coser del ejemplo 8.3 utilizando un método basado en VA y una TMAR del 15% anual.

Solución

Para propósitos de referencia, la ecuación TR basada en VP para el flujo de efectivo incremental, presentada en el ejemplo 8.3, muestra que debe comprarse la máquina semiautomática.

Para la relación VA, hay dos series de flujo de efectivo *incremental* sobre el MCM de 10 años. Es necesario escribir la ecuación [8.2] basada en la serie de flujo de efectivo *incremental* durante el MCM de 10 años, o escribir la ecuación [8.3] para las dos series de flujo de efectivo ***reales*** durante un ciclo de vida. Se debe escoger el último método y la TR se encuentra mediante la ecuación [8.3] utilizando las vidas de 5 años para la máquina totalmente automática *(t)* y 10 años para la semiautomática *(s)*, repectivamente:

$$VA_t = -13{,}000(A/P, i, 5) + 2000(A/F, i, 5) - 1600$$
$$VA_s = -8000(A/P, i, 10) - 3500$$

Re acuerdo con la forma de la ecuación [8.3], $0 = VA_t - VA_s$

$$0 = -13{,}000(A/P, i, 5) + 2000(A/F, i, 5) + 8000(A/P, i, 10) + 1900$$

Los resultados de la solución manual generan un valor interpolado de $i^*_{t-s} = 12.65\%$ (el mismo que para la relación VP). Debe comprarse la maquina semiautomática puesto que 12.65% es menor que una TMAR del 15%, lo cual significa que no se justifica la inversión incremental.

Comentario

Si se utiliza una hoja de calculo, se determinan los flujos de efectivo incrementales durante 10 años coma en la tabla 8.4 ingresándose luego en la hoja de cálculo. Resultara un valor TIR $i^* = 12.65\%$. Es

muy importante recordar que cuando se realiza un análisis TR mediante una ecuación basada en VA sobre el *flujo* de *efectivo incremental*, debe utilizarse el mínimo común múltiplo de las vidas (10 años en este ejemplo).

Problemas 8.14 a 8.17

8.6 SELECCIÓN DE ALTERNATIVAS MÚLTIPLES UTILIZANDO EL ANÁLISIS TR

El análisis en esta sección considera la selección de alternativas múltiples, es decir, más de dos, que son mutuamente excluyentes, utilizando el método TR. La aceptación automática de una alternativa excluye la aceptación de cualquier otra.

Como en cualquier problema de selección de ingeniería económica, hay diversas técnicas de solución correctas. Los métodos VP y VA analizados en los capítulos 5 y 6 son las técnicas más directas. Éstas utilizan una TMAR especificada a fin de calcular el VP o VA para cada alternativa. Se selecciona la alternativa que tiene la medida más favorable de valor. Sin embargo, muchos gerentes desean conocer la TR para cada alternativa cuando se presentan los resultados. Este método es muy popular en primer lugar debido principalmente al gran atractivo que tiene conocer los valores TR, aunque, como se analizó en el capítulo 7, se aplica con frecuencia en forma incorrecta. Es esencial entender la forma de realizar a cabalidad un análisis TR basado en las relaciones VP y VA. Este requerimiento es importante puesto que el valor TR está basado en los flujos de efectivo incrementales entre alternativas para asegurar una selección de alternativas correcta. (En esencia, es por esto que los métodos VP y VA de los capítulos anteriores son más directos).

Cuando se aplica el método TR, la totalidad de la inversión debe rendir por lo menos la tasa mínima atractiva de retorno. Cuando los retornos sobre diversas alternativas igualan o exceden la TMAR, por lo menos uno de ellos estará justificado ya que su TR > TMAR. Éste es el que requiere la menor inversión. (Si ni siquiera una inversión se justifica, se selecciona la alternativa de no hacer nada). Para todos los demás, la inversión incrementa1 debe justificarse por separado. Si el retorno sobre la inversión adicional iguala o excede la TMAR, entonces debe hacerse la inversión adicional con el fin de maximizar el rendimiento total del dinero disponible, como se analiza en la sección 8.1.

Por tanto, para el análisis TR de alternativas múltiples, se utilizan los siguientes criterios. Seleccionar una alternativa que:

TR
Más inversión adicional justificada

1. Exija la *inversión más grande, y*
2. Indique que *se justifica* la *inversión adicionalfrente a otra alternativa aceptable.*

Una regla importante de recordar al evaluar alternativas múltiples mediante el método TR *es* que *una alternativa nunca debe compararse con aquella para la cual no se justifica la inversión incrementul.* El procedimiento de análisis TR es:

1. Ordene las alternativas aumentando la inversión inicial (de más baja a más alta).
2. Determine la naturaleza de la serie de flujos de efectivo: algunos positivos o todos negativos.
   (a) **Algunos flujos de efectivo positivos, es decir, ingresos.** Considere la alternativa de no hacer nada como el defensor y calcule los *flujos de efectivo* entre la alternativa de no hacer nada y la alternativa de inversión inicial más baja (el ***retador).*** Vaya al paso 3.
   (b) **Todos los** flujos **de efectivo son negativos, es decir, solamente costos.** Considere la alternativa de inversión inicial más baja como el defensor y la inversión siguiente más alta como el retador. Salte al paso 4.
3. Establezca la relación TR y determine i^* para el defensor. (Al comparar contra la alternativa de no hacer nada, la TR es, en realidad, el retorno global para el retador). Si $i^* <$ TMAR, retire la alternativa de inversión más baja de mayor consideración y calcule la TR global para la alternativa de inversión siguiente más alta. Después repita este paso hasta que $i^* \geq$ TMAR para una de las alternativas; entonces esta alternativa se convierte en el defensor y la siguiente alternativa de inversión más alta recibe el nombre de retador.
4. Determine el flujo de efectivo incrementa1 anual entre el retador y el defensor utilizando la relación:

   Flujo de efectivo incrementa1 = flujo de efectivo retador – flujo de efectivo defensor

5. Calcule la i^* para la serie de flujos de efectivo incrementa1 utilizando una ecuación basada en el VP o en el VA (el VP se utiliza con mayor frecuencia).
6. Si $i^* \geq$ TMAR, el retador se convierte en el defensor y el defensor anterior deja de ser considerado. Por el contrario, si $i^* <$ TMAR, el retador deja de ser considerado y el defensor permanece como defensor contra el próximo retador.
7. Repita los pasos 4 a 6 hasta que solamente quede una alternativa. Ésta es la seleccionada.

Observe que en los pasos 4 a 6 sólo se comparan dos alternativas a la vez. Es muy importante, por consiguiente, que se comparen las alternativas correctas. De no seguir este procedimiento en forma exacta, es probable que se seleccione la alternativa equivocada del análisis. El procedimiento se ilustra en los ejemplos 8.7 y 8.8.

Ejemplo 8.7

Se han sugerido cuatro ubicaciones diferentes para una construcción prefabricada, de las cuales sólo una será seleccionada. La información de costos y el flujo de efectivo neto anual se detallan en la tabla 8.5. La serie de flujos de efectivo neto anual varía debido a diferencias en mantenimiento, costos de mano de obra, cargos de transporte, etc. Si fa TMAR es del 10%, se debe utilizar el análisis TR para seleccionar la mejor ubicación desde el punto de vista económico.

Solución

Todas las alternativas tienen una vida de 30 años y los flujos de efectivo anuales incluyen ingresos y desembolsos.

Tabla 8.5 Estimaciones para cuatro ubicaciones posibles de construcción, ejemplo 8.7

Ubicación	*A*	*B*	*C*	*D*
Costo de construcción, $	–200,000	–275,000	–190,000	–350,000
Flujo de efectivo anual, $	+22,000	+35,000	+19,500	+42,000
Vida, años	30	30	30	30

Tabla 8.6 Cálculo de la tasa de retorno para cuatro alternativas, ejemplo 8 .7

Ubicación	(1) *A*	(2) *B*	(3) *C*	(4) *D*
Costo de construcción, $	–190,000	–200,000	–275,000	–350,000
Flujo de efectivo anual, $	+19,500	+22,000	+35,000	+42,000
Proyectos comparados	*C* no hacer nada	*A* no hacer nada	*B* frente a *A*	*D* frente a *B*
Costo incremental, $	–190,000	–200,000	–75,000	–75,000
Flujo de caja incremental, $	+19,500	+22,000	+13,000	+7,000
$(P/A,i^*,30)$	9.7436	9.0909	5.7692	10.7143
i^* (%)	9.63	10.49	17.28	8.55
¿Se justifica el incremento?	No	Sí	Sí	No
Proyecto seleccionado	No hacer	*A*	*B*	*C*

El procedimiento antes esquematizado produce el siguiente análisis:

1. En la tabla 8.6, primera línea, las alternativas se ordenan por costo de construcción creciente.
2. Se presentan algunos flujos de efectivo positivos; utilice el paso 2, parte *(a)* para comparar la ubicación *C* con la alternativa de no hacer nada (identificada como no hacer).
3. La relación TR es:

$$0 = -190{,}000 + 19{,}500(P/A,i^*,30)$$

La columna 1 de la tabla 8.6 presenta el valor del factor calculado $(P/A,i^*,30)$ de 9.7436 y de $i_c^* =$ 9.63%. Puesto que 9.63% < 10%, se elimina la ubicación *C*. Ahora la comparación es *A* de no hacer nada y la columna 2 muestra que $i_A^* = 10.49\%$, lo cual elimina la alternativa de no hacer nada; el defensor es ahora *A* y el retador es *B*.

4. La serie del flujo de efectivo incremental, columna 3 e i^* para una *comparación* Ba *A se* determina a partir de:

$$0 = -275{,}000 - (-200{,}000) + (35{,}000 - 22{,}000)(P/A,i^*,30)$$

$$= -75{,}000 + 13{,}000(P/A,i^*,30) \qquad [8.4]$$

5. De acuerdocon las tablas de interés, se debe buscare1 factor *P/A* en la TMAR, que es $(P/A, 10\%, 30)$ = 9.4269. Ahora, cualquier valor *P/A* de la ecuación [8.4] mayor que 9.4269 indica que i^* será inferior al 10% y, por consiguiente, es inaceptable. El factoı. *P/A* de la ecuación [8.4] es 5.7692. Para fines de referencia, $i^* = 17.28\%$.
6. La alternativa *B* se justifica incrementalmente (será el nuevo defensor), eliminando así la alternativa *A* .
7. Al comparar *D* con *B* (pasos 4 y 5) se genera la relación VP, $0 = -75{,}000 + 7000(P/A, i^*, 30)$ y un valor *P/A* de 10.7143 (i^*_{D-B} = 8.55%). Con ello se elimina la ubicación *D* y sólo permanece la alternativa *B*, la cual es seleccionada.

Comentario

Recuerde que una alternativa *siempre* debe compararse con una alternativa aceptable y la alternativa de no hacer nada puede resultar siendo ía única aceptable. Comoquiera que *C* no estuvo justificada en este ejemplo, la ubicación *A* no fue comparada can *C*. Por tanto, si la comparación de *B* con *A* no hubiera indicado que *B* se justificaba incrementalmente, entonces la comparación de *D* con *A* habría sido la correcta, en lugar de la de *D* con B.

Para demostrar qué tan importante es aplicar apropiadamente el método TR con el fin de no seleccionar la alternativa equivocada, considere lo siguiente. Si se calcula la tasa de retorno global de Cada alternativa en este ejemplo (es decir, cada alternativa se compara en efecto can la alternativa de no hacer nada), los resultados son los siguientes:

Ubicación	*A*	*B*	*C*	*D*
i^* Global (%)	10.49	12.35	9.63	11.56

Si ahora se aplica *sólo* el primer criterio establecido anteriormente, es decir, se realiza fa inversión más grande que tiene una TMAR del 10% o más, se selecciona la ubicación *D*. Pero, como se mostró antes, ésta es fa selección equivocada, ya que ta inversión adicional de $75,000 por encima de la ubicación *B* no obtendrá la TMAR. De hecho, ésta obtendrá solamente 8.55% (tabla 8.6). Recuerde, par consiguiente, que para fa selección de una alternativa entre varias es necesaria el análisis incremental, cuando se utiliza el método TR. Para seleccionar una alternativa mediante los métodos VP o VA ello no es necesario, aunque estos métodos exigen que se establezca un valar TMAR para encontrar los valores VP o VA.

Cuando las alternativas constan sólo de costos [paso 2, parte *(b)* en el procedimiento], el flujo de efectivo incrementa1 es el 'ingreso' o diferencia de costos entre las dos alternativas, como se plantea en la sección 8.4. No existe la alternativa de no hacer nada. Por consiguiente, la alternativa de inversión inicial más baja es el defensor contra la inversión siguiente más baja (el retador). Este procedimiento se ilustra en el ejemplo 8.8.

Ejemplo 8.8

De cuatro máquinas diferentes que se utilizarán en operaciones de limpieza del agua marina, sólo una debe comprarse. Seleccione una maquina que utilice la TMAR del presidente de la compañía del 13.5% anual y las estimaciones de costo de la tabla 8.7.

Tabla 8.7 Costos para cuatro alternativas de máquinas, ejemplo 8.8

Máquina	1	2	3	4
Costo inicial, $	-5,000	-6,500	-10,000	-15.000
Costo anual de operación, $	-3,500	-3,200	-3,000	-1,400
Valor de salvamento, $	+500	+900	+700	+1,000
Vida, años	8	8	8	8

Tabla 8.8 Comparación uitilizando la tasa de retorno, ejemplo 8.8

Máquina	1	2	3	4
Costo inicial, $	-5,000	-6,500	-10,000	-15,000
Costo anual de operación, $	-3,500	-3,200	-3,000	-1,400
Valor de salvamento, $	+500	+900	+700	+1,000
Planes comparados	—	2 de 1	3 de 2	4 de 2
Inversión incremental, $	—	-1,500	-3,500	-8,500
Ahorros incrementales, $	—	+300	+200	+1,800
Salvamento incremental, $	—	+400	-200	+100
i^*, %	—	14.6	<0	13.6
¿Se justifica el incremento?	—	Sí	No	sí
Alternativa seleccionada	—	2	2	4

Solución

Las máquinas ya están ordenadas de acuerdo con un costo inicial creciente; no hay ingresos involucrados y las estimaciones de vida son todas iguales. Se realizan comparaciones incrementales directamente para las dos alternativas. Esto determina los pasos 1 y 2 (todos son flujos de efectivo negativos} del procedimiento. Para el paso 4 se debe comparar la máquina 2 (el retador) con la máquina 1 (el defensor) sobre una base incremental. La relación VP es:

$$0 = -1500 + 300((P/A,i^*,8) + 400(P/F,i^*,8)$$

La solución produce $i^* = 14.6\%$, la cual excede la TMAR de 13.5%. Por tanto, se elimina la máquina 1. (Si se tiene problema en obtener la ecuación de tasa de retorno anterior, es necesario preparar una tabulación de flujo del efectivo para las máquinas 1 y 2, como en la sección 8.2 e ingresar los valores a una hoja de cálculo). Los cálculos restantes se resumen en la tabla 8.8. Cuando se comparan las máquinas 3 y 2, $i^* < 0\%$; por consiguiente, se elimina la maquina 3.

La comparación de las máquinas 4 y 2 muestra que la tasa de retorno sobre el incremento es ligeramente mayor que la TMAR, favoreciendo la máquina 4. Puesto que no quedan alternativas adicionales disponibles, se selecciona la máquina 4.

Comentario

Recuerde que cuando sólo se estiman flujos de efectivo negativos, está implícito que una de las máquinas debe ser seleccionada; es decir, la posibilidad de no hacer nada no es una alternativa factible. Esta situación puede surgir, por ejemplo, cuando las alternativas bajo consideración se planean como parte de un proyecto más grande, que ya ha sido juzgado como económico independientemente de cuál alternativa es seleccionada en la evaluación actual.

Ejemplo 8.8

(Hoja de cálculo)

De cuatro máquinas diferentes para ser utilizadas en las operaciones de limpieza marina sólo debe comprarse una. Seleccione una máquina utilizando la TMAR del presidente de la compañía de 13.5% anual y las estimaciones de costos de la tabla 8.7.

Solución

La hoja de cálculo en la figura 8.5 presenta el análisis incrementa1 que empieza con celdas de 5 filas utilizando la misma lógica que para la selección manual. La celda El 5 indica una $i^*_{4\text{-}2}$ = 13.6% obtenida de la función TIR. Se selecciona la máquina 4, dado que ésta justifica la mayor inversión.

Comentario

La hoja de cálculo en la figura 8.5 no incluye la lógica para seleccionar la mejor alternativa en cada etapa de la solución. Esta característica podría agregarse si se construye el operador IF lógico y desarrollan las operaciones aritméticas correctas para obtener los flujos de efectivo incrementales y los valores de i^* para cualquier alternativa seleccionada. En otras palabras, se debe programar la parte restante del procedimiento de siete pasos utilizado en la solución manual.

La selección de alternativas múltiples con vidas desiguales utilizando valores de i^* determinados a partir de una relación VP exige que se evalúen los flujos de efectivo incrementales durante los años del MCM de las vidas de las dos alternativas. El ejemplo 8.9 ilustra los cálculos para alternativas que tienen vidas diferentes. Ésta es otra aplicación del mismo principio de comparación de igual servicio antes empleado.

Por supuesto, para hacer la selección siempre es posible no utilizar el método TR y depender del análisis de los flujos de efectivo incrementales en la TMAR. Sin embargo, como se afirmó en las dos secciones anteriores, aún es necesario efectuar la comparación sobre el MCM del número de años para que un análisis incrementa1 sea realizado correctamente. Si se utiliza el análisis convencional VA, como se aplicó en el capítulo 6, no es necesario emplear el MCM, ya que no hay un análisis incrementa1 involucrado. Esta situación es ilustrada en el ejemplo 8.9.

Con frecuencia, las vidas de todas las alternativas son tan largas que pueden ser consideradas como infinitas. En este caso puede utilizarse el método de costo capitalizado. *Véase* la figura 8.5.

Microsoft Excel - Ex8.8

File Edit View Insert Format Tools Data Window Help

Arial 10 100%

F18

	A	B	C	D	E	F
1		Máquina 1	Máquina 2	Máquina 3	Máquina 4	
2	Inversión inicial	-$5,000	-$6,500	-$10,000	-$15,000	
3	Costo anual de operación	-$3,500	-$3,200	-$3,000	-$1,400	
4	Valor de salvamento	$500	$900	$700	$1,000	
5	Planes comparados		2 to 1	3 to 2	4 to 2	
6	Inversión incremental		-$1,500	-$3,500	-$8,500	
7	Ahorros anuales incrementales		$300	$200	$1,800	
8			$300	$200	$1,800	
9	=C2–B2		$300	$200	$1,800	
10			$300	$200	$1,800	
11			$300	$200	$1,800	
12	=C3–B3		$300	$200	$1,800	
13			$300	$200	$1,800	
14	Ahorros incrementales +		**$700**	**$0**	**$1 900**	
15	salvamento incrementa1 i*		**14.6%**	**-18.8%**	13.6%	
16						

Ejemplo 8.8 / Sheet2 / Sheet3 / Sheet4 / Sheet5 / Sheet6 / Sheet7 / Sheet

=TIR(E6:E14)

Figura 8.5 **Solución de hoja de cálculo poro seleccionar alternativas mutuamente excluyentes utilizando el método TR, ejemplo 8.8.**

Ejemplo 8.9

Para las tres alternativas mutuamente excluyentes de la tabla 8.9, utilice una TMAR del 15% anual para seleccionar la mejor alternativa recurriendo a *(a)* un análisis de tasa de retorno y *(b)* un análisis VA de las estimaciones del flujo de efectivo con TMAR = 15%.

Tabla 8.9 Tres alternativas de diferente vida, ejemplo 8.9

	A	*B*	*C*
Costo inicial, $	–6000	-7000	-9000
Valor de salvamento, $	0	+200	+300
Flujo anual de efectivo, $	+2000	+3000	+3000
Vida, años	3	4	6

Solución

(*a*) Utilice el procedimiento desarrollada al principio de esta sección para calcular las tasas de retorno y hacer la selección.

1. El ordenamiento por costo creciente ya esta presente.
2. Puesto que hay flujos de efectivo positivos involucrados, compare *A* con la alternativa no hacer nada. El resultado es i^*_A = 0% de acuerdo con la ecuación VP.

$$0 = -6000 + 2000(P/A, i^*, 3)$$

3. Dado que 0% < 15%, borre *A*, convierta a *B* en el retador y calcule i^*_B = 26.4% de:

$$0 = -7000 + 3000(P/A, i^*, 4) + 200(P/F, i^*, 4)$$

Comoquiera que 26.4% > 15%, *B* es ahora el defensor y *C* el retador.

4. El flujo de efectivo incrementa1 entre C y *B* (tabla 8.10) está determinado para 12 anos, el MCM de 4 y 6.
5. Calcule i^*_B = 19.4% para el flujo de efectivo incremental (C-B) en la tabla 8.10.
6. Teniendo en cuenta que 19.4% > 15%, seleccione la alternativa C sobre la *B*. Al no quedar alternativa, entonces, se selecciona *C*.

(b) Para el análisis VA de flujos de efectivo alternativos reales, utilice i = 15% anual y las vidas respectivas como se planteó en el capitulo 6. (El uso del MCM no es necesario para proyectos de vida diferente cuando se aplica el método VA a las estimaciones reales del flujo de efectivo).

$$VA_A = -6000(A/P, 15\%, 3) + 2000 = \$-628$$

$$VA_B = -7000(A/P, 15\%, 4) + 3000 + 200(A/F, 15\%, 4) = \$+588$$

$$VA_C = -9000(A/P, 15\%, 6) + 3000 + 300(A/F, 15\%, 6) = \$+656$$

Tabla 8.10 Tabulación de flujo de efectivo incremental para las alternativas *C* y *B*, ejemplo 8.9

Año	Flujo de efectivo *B*	Flujo de efectivo *c*	Flujo de efectivo incrementa1 (*C* – *B*)
0	$ -7,000	$ -9,000	$ -2,000
1	+3,000	+3,000	0
2	+3,000	+3,000	0
3	+3,000	+3,000	0
4	-3,800	+3,000	+6,800
5	+3,000	+3,000	0
6	+3,000	-5,700	-8,700
7	+3,000	+3,000	0
8	-3,800	+3,000	+6,800
9	+3,000	+3,000	0
10	+3,000	+3,000	0
I I	+3,000	+3,000	0
12	+3,200	+3,300	+100
	$+15,600	$+181,600	$+3,000

Como era de esperarse, se selecciona la alternativa C porque ésta ofrece el VA positivo mayor, indicando un rendimiento superior al 15%.

Comentario

En la parte *(a)*, al comparar alternativas de vida diferente mediante el análisis TR, se puede emplear el MCM de años solamente entre las *dos alternativas que están siendo comparadas y no* el MCM de todas las vidas de las alternativas, puesto que se están utilizando flujos de efectivo reales.

Ejemplo 8.10

The Corps of Engineers tiene la intención de construir una represa en el río Sacocshi. Se han sugerido seis distintos lugares y los conceptos del impacto ambiental fueron aprobados. A continuación se tabulan los costos de la construcción y el promedio de los beneficios anuales (ingreso). Si se utiliza un TMAR del 6% anual para proyectos públicos y, si para propósitos de análisis, la vida de la represa es lo suficientemente larga para ser considerada infinita, seleccione la mejor ubicación desde una perspectiva económica.

Lugar	Costo de Construcción P, \$ (millones)	Ingreso anual A, \$
A	6	350,000
B	8	420,000
C	3	125,000
D	10	400,000
E	5	350,000
F	11	700,000

Tabla 8.11 Comparación del costo capitalizado de los lugares para la represa, ejemplo 8.10

	C	E	A	B	D	F
P, \$ (millones)	3	5	6	8	10	11
A, \$ (miles)	125	350	350	420	400	700
Comparación	C no hacer nada	E no hacer nada	A frente a E	B frente a E	D frente a E	F frente a E
AP, \$ (millones)	3	5	1	3	5	6
ΔA, \$ (miles)	125	350	0	70	50	350
$\Delta A/i$, $-\Delta P$, \$ (millones)	-0.92	0.83	-1.0	-1.83	-4.17	-0.17
Lugar seleccionado	No hacer	E	E	E	E	E

Solución

Después de ordenar los lugares aumentando el costo inicial, se puede utilizar la ecuación [5.3], $P = A/i$, para los costos capitalizados y se iguala a cero para determinar sí se justifica la inversión incremental.

$$0 = \frac{\Delta A}{i} - \Delta P \qquad [8.5]$$

Aquí AP es la inversión incremental y ΔA es el ingreso incremental o flujo de efectivo a perpetuidad. La ecuación [8.5] puede resolverse para i para cada incremento de inversión y la i puede ser comparada con la TMAR (por medio del paso 6 del procedimiento de análisis).

En forma alternativa, y más simple, se puede utilizar i = TMAR y determinar si el lado derecho es mayor que cero. De ser así, se justifica la ínversión incremental. Utilizando este enfoque alterno, la tabla 8. 11 indica que solamente se justifica el lugar E en $i = 6\%$, de manera que éste es el sitio más económico para la represa.

Problemas 8.18 a 8.30

RESUMEN DEL CAPÍTULO

De la misma forma que los métodos de valor presente y valor anual producirán las mejores alternativas entre varias, los cálculos de tasa de retorno pueden utilizarse para el mismo propósito. Sin embargo, con la técnica TR es necesario considerar los flujos de efectivo incrementales al seleccionar entre alternativas mutuamente excluyentes, lo cual no fue necesario para los métodos VP o VA. La evaluación de la inversión incrementa1 se realiza sólo entre dos alternativas a la vez empezando con la alternativa de inversión inicial más baja. Una vez eliminada, la alternativa no se considera más.

TR
Más inversión adicional justificada

Los valores de la tasa de retorno tienen un atractivo natural para la gerencia pero, con frecuencia, el análisis TR es más difícil de establecer y completar que el análisis VP o VA utilizando una TMAR establecida. Al realizar un análisis TR debe tenerse cuidado con los flujos de efectivo incrementales, como se analizó en este capítulo; de otra forma éste puede dar resultados incorrectos.

PROBLEMAS

8.1 ¿Cuál es la diferencia principal entre alternativas independientes y mutuamente excluyentes?

8.2 Determine la tasa de retorno global sobre las siguientes inversiones:

(a) $50,000 al 25% anual

(b) $10,000 al 40% anual

(c) $40,000 al 2% anual

(d) $20,000 al -10% anual

8.3 ¿Por qué no es necesario comparar entre sí alternativas independientes?

***Nota:* Para los problemas 8.4 a 8.7 elabore sólo una tabulación de los flujos de efectivo durante el *MCM* de los años.**

8.4 El gerente de una planta procesadora de alimentos empacados está tratando de decidir centre dos máquinas de rotulación. Sus costos respectivos se muestran a continuación.

	Máquina *A*	**Máquina** *B*
Costo inicial, $	15,000	25,000
Costo anual de operación, $	1,600	400
Valor de salvamento, $	3,000	6,000
Vida, años	5	10

8.5 Una pequeña planta de reciclaje de desechos sólidos está considerando dos tipos de canecas de almacenamiento. Sus costos respectivos se muestran a continuación.

	Máquina *P*	Máquina Q
Costo inicial, $	18,000	35,000
Costo anual de operación, $	4,000	3,600
Valor de salvamento, $	3,000	2,500
Vida, años	3	9

8.6 Una compañía está considerando la adopción de uno de dos procesos identificados como *E* y Z. El proceso *E* tendrá un costo inicial de $43,000, un costo mensual de operación de $10,000 y un valor de salvamento de $5000 al final de su vida de 4 años. El proceso Z tendrá un costo inicial de $3 1,000 y un costo trimestral de operación de $39,000. Éste tendrá una vida de 8 años con un valor de $2000 al final de ese tiempo. Suponga que el interés se capitalizará mensualmente.

8.7 Una compañía manufacturera necesita 1000 m^2 de espacio de oficina durante 3 años. La compañía está considerando la compra de tierra por $20,000 y la instalación de una estructura de metal temporal sobre ésta a un costo de $70 por metro cuadrado. Al final del periodo de uso de 3 años, la compañía espera poder vender la tierra por $25,000 y el edificio por $5000. En forma alternativa, la compañía puede arrendar espacio de bodega por $5 el metro cuadrado mensualmente pagadero a principios de cada año.

8.8 En una tabulación de flujos de efectivo para dos alternativas, si la tasa de retorno sobre la columna del flujo de efectivo neto excede la TMAR, ¿cuál alternativa debe seleccionarse?

8.9 Una pareja está tratando de decidir entre comprar o arrendar una casa. Ellos pueden comprar una casa nueva con una cuota inicial de $15,000 y un pago mensual de $750 empezando dentro de un mes. Se espera que los impuestos y el seguro sean $200 por mes. Además, ellos esperan pintar la casa cada 4 años a un costo de $600. En forma alterna, la pareja puede arrendar una casa por $700 mensuales pagaderos al principio de cada mes con un depósito de $900, el cual les será devuelto cuando desocupen la casa. Se espera que los servicios públicos asciendan en promedio a $135 mensuales bien sea que compren o que alquilen. Si esperan vender la casa en 6 años por $20,000 más de lo que pagaron, ¿deben ellos comprar o alquilar una casa? Suponga que la TMAR es del 12% nominal anual compuesto mensualmente. Utilice un análisis de tasa de retorno y suponga que la reducción del principal fue $8000 durante el tiempo en que la pareja fue dueña de la casa.

8.10 La bodega de una gran compañía manufacturera requiere actualmente mucha energía para calentar y enfriar debido a un aislamiento deficiente. La compañía está tratando de decidir entre espuma de uretano y un aislante de fibra de vidrio. El costo inicial del

aislante de espuma será de $35,000 sin valor de salvamento. La espuma tendrá que ser pintada cada 3 años a un costo de $2500. Se espera que el ahorro en energía sea de $6000 cada año.

En forma alternativa, es posible instalar bloques de fibra de vidrio por $12,000. Tales bloques no tendrían valor de salvamento, pero no habría costos de mantenimiento. Si los bloques de fibra de vidrio ahorran $1500 anualmente en costos de energía, ¿cuál método de aislamiento utilizaría la compañía a una TMAR del 15% anual? Utilice un periodo de estudio de 24 años y un análisis de tasa de retorno.

8.11 Un gerente de planta de una empresa empacadora de carne está tratando de decidir entre dos métodos diferentes para congelar jamones cocinados. El método de atomizador comprende regar agua sobre los jamones hasta reducir la temperatura del jamón a 30 grados Celsius. Con este método se requieren aproximadamente 80 litros de agua por jamón. De manera alterna, puede utilizarse un método de inmersión en el cual se requieren sólo 16 litros de agua por jamón. Sin embargo, este método requerirá una inversión adicional inicial de $10,000 y gastos adicionales de $1000 anualmente y se espera que el equipo dure 10 años. La compañía cocina 60,000 jamones anualmente y paga $0.50 por 1000 litros de agua. Además debe pagar también $0.30 por cada 1000 litros de agua residual descargada. Si la tasa mínima atractiva de retorno de la compañía es de 18% anual, ¿cuál método de congelamiento debe ser utilizado?

8.12 El propietario del ABC Driving Theater está considerando dos propuestas para mejorar las rampas de parqueo. La primera propuesta comprende la pavimentación de la totalidad del área de parqueo utilizando asfalto. El costo inicial de esta propuesta sería de $35,000 y se requeriría un mantenimiento anual de $250 empezando 3 años después de la instalación. El propietario espera tener que repavimentar el teatro en 10 años. La repavimentación costará sólo $8000, puesto que no son necesarias la calificación y preparación de los suelos, aunque el costo de mantenimiento anual de $250 continuará.

En forma alternativa, es posible comprar gravilla y regarla en las áreas de manejo y sembrar pasto en las áreas de parqueo. El propietario estima que se requerirán 29 toneladas métricas de gravilla anualmente empezando dentro de un año a un costo de $90 por tonelada métrica. Además, se necesitará ahora una máquina cortadora de césped, la cual costará $2 100 y tendrá una vida de 10 años. Se espera que el costo de mano de obra de regar la gravilla, cortar el pasto, etc., sea de $900 el primer año, $950 el segundo año y aumente en $50 anualmente de allí en adelante. Si la tasa de interés es del 12% anual, ¿cuál alternativa sería seleccionada? Utilice un análisis de tasa de retorno y un periodo de estudio de 20 años.

8.13 Un departamento estatal de carreteras está tratando de decidir entre parchar con calor una carretera existente y repavimentarla. Si se utiliza el método de parche caliente, se requerirán aproximadamente 300 metros cúbicos de material a un costo de $35 por metro cúbico (en uso). Además, las bermas laterales tendrán que ser reparadas a un costo de $5000. El costo anual del mantenimiento de rutina en la carretera parchada sería de $4000. Estas mejoras durarán 2 años, tiempo después del cual tendrán que

rehacerse. De modo alterno, el estado podría repavimentar la carretera a un costo de $95,000. Esta superficie durará 10 años si se hace mantenimiento a la carretera a un costo de $1500 anuales empezando dentro de 4 años. Sin importar cuál alternativa se elija ahora, la carretera se reconstruirá completamente en 10 años. Si la tasa de interés es del 13% anual, ¿cuál alternativa debe seleccionar el estado con base en una comparación de tasa de retorno?

8.14 Un ingeniero ambiental está tratando de decidir entre dos presiones de operación para un sistema de irrigación de agua residual. Si se utiliza un sistema de alta presión se requerirán menos surtidores y menos tubería, pero el costo de bombeo será más alto. La alternativa es utilizar menos presión con más surtidores. Se estima que el costo de bombeo será de $4 por 1000 metros cúbicos de agua residual bombeada a alta presión. Se requerirán veinticinco surtidores a un costo de $40 por unidad. Además, se requerirán 1000 metros de tubería de aluminio a un costo de $9 por metro. Si se utiliza el sistema de presión baja, el costo del bombeo será de $2 por cada 1000 metros cúbicos de agua residual. También se requerirán 85 surtidores y 3000 metros de tubería. Se espera que la tubería de aluminio dure 10 años y los surtidores, 5 años. Si se espera que el volumen del agua residual sea de 500,000 metros cúbicos por año, ¿cuál presión debe seleccionarse si la tasa mínima atractiva de retorno de la compañía es del 20% anual? La tubería de aluminio tendrá un valor de salvamento de 10%. Utilice el método de la tasa de retorno.

8.15 A un gerente de una planta productora se le han presentado dos propuestas para automatizar un proceso de ensamble. La propuesta *A* comprende un costo inicial de $15,000 y un costo anual de operación de $2000 durante los próximos 4 años. De allí en adelante, se espera que el costo de operación sea de $2700 anuales, que el equipo tenga una vida de 20 años, sin valor de salvamento. La propuesta *B* requiere una inversión inicial de $28,000 con un costo anual de operación de $1200 por año durante los primeros 3 años. Se espera que este equipo dure 20 años y que tenga un valor de salvamento de $2000. Si la tasa mínima atractiva de retorno de la compañía es del 10%, ¿qué propuesta debe aceptarse utilizando una ecuación de VA basada en la tasa de retorno?

8.16 Compare los dos procesos siguientes con base en el análisis de tasa de retorno a una TMAR de 12% anual.

	Proceso *M*	Proceso *R*
Costo inicial, $	50,000	120,000
Valor de salvamento, $	10,000	18,000
Vida, años	5	10
Costo anual de operación, $	15,000	13,000
Recaudos anuales, $	39,000	55,000 para el año 1, disminuyendo en $2500 anualmente

8.17 Una comisión de planeación de la ciudad está considerando dos propuestas para un nuevo centro cívico. La alternativa de no hacer nada no es una selección. La propuesta *F* requiere una inversión inicial de $10 millones ahora y un costo de expansión de $4 millones dentro de 10 años. Se espera que el costo anual de operación sea de $250,000 y se espera que el ingreso proveniente de las convenciones, espectáculos, etc., sea de $190,000 el primer año y aumente en $20,000 anualmente durante 4 años más y luego permanezca constante hasta el año 10. En el año 11, y de allí en adelante, se espera que el ingreso sea de $350,000 anuales. La propuesta G requiere una inversión inicia¡ de $13 millones ahora y un costo anual de operación de $300,000 anuales. Sin embargo, se espera que el ingreso sea de $260,000 el primer año y aumente en $30,000 anualmente hasta el año 7. De allí en adelante, el ingreso permanecerá en $440,000 anuales. Determine cuál propuesta debe seleccionarse con base en un análisis de tasa de retorno utilizando una TMAR del 7% anual y un periodo de estudio de 40 años.

8.18 Al evaluar alternativas múltiples, ¿cuál curso de acción debe tomar una persona si la tasa de retorno global para todos los proyectos está por encima de la TMAR y los proyectos son *(a)* independientes? *(b)* mutuamente excluyentes?

8.19 Si una persona está evaluando nueve proyectos, uno de los cuales debe ser seleccionado, ¿cuál escogería si todas las tasas de retorno sobre los flujos de efectivo incrementales estuvieran por debajo de la TMAR?

8.20 *(a)* Al evaluar las alternativas independientes, ¿contra cuál alternativa se comparan todas? *(b)* ¿Cuál alternativa se selecciona si ninguna tiene una tasa de retorno igual o mayor que la TMAR?

8.21 Para recuperar metales pesados de un producto derivado de un lugar de residuos líquidos pueden utilizarse cinco métodos diferentes. A continuación se muestran los costos de inversión y los ingresos asociados con cada método. Suponiendo que todos los métodos tienen una vida de 10 años y la TMAR de la compañía es de 10% anuales, determine cuál método debe seleccionarse utilizando una evaluación TR.

	Método				
	1	2	3	4	5
Costo inicial, $	-15,000	-18,000	-25,000	-35,000	-52,000
Valor de salvamento, $	+ 1,000	+2,000	-500	-700	+4,000
Ingreso anual, $	+4,000	+5,000	+7,000	+9,000	+12,000

8.22 Si el método 2 en el problema 8.21 tiene una vida de 5 años y el método 3, una vida de 15 años, ¿cuál alternativa debe seleccionarse?

8.23 Cualquiera de cinco máquinas puede utilizarse en cierta fase de una operación de enlatados. Los costos de las máquinas se muestran a continuación y se espera que todas tengan una vida de 10 años. Si la tasa mínima atractiva de retorno de la compañía es del 16% anual, determine cuál máquina debe seleccionarse con base en la tasa de retorno.

	Máquina				
	1	2	3	4	5
Costo inicial, $	-28,000	-33,000	-32,000	-51,000	46,000
Costo anual de operación, $	-20,000	-18,000	-19,000	-13,000	-14,000

8.24 Un contratista de basura independiente está tratando de determinar qué tamaño de camión de recolección de basura comprar. El contratista sabe que a medida que aumenta el tamaño del platón, la utilidad neta aumenta, pero no está seguro si se justifica el gasto incremental requerido para los camiones más grandes. Los flujos de efectivo asociados con cada tamaño de camión se muestran a continuación. Si la TMAR del contratista es 18% anual y se espera que todos los camiones tengan una vida útil de 8 años, determine cuál tamaño de camión debe comprarse.

	Tamaño del platón de camión, metros cúbicos				
	8	10	15	20	25
Inversión inicial, $	-10,000	-12,000	-18,000	-24,000	-33,000
Costo anual de operación, $	-5,000	-5,500	-7,000	-11,000	-16,000
Valor de salvamento, $	+2,000	+2,500	+3,000	+3,500	+4,500
Ingreso anual, $	+6,000	+ 10,000	+ 14,000	+12,500	+ 14,500

8.25 ¿Cuáles camiones debe comprar el contratista del problema 8.24 si desea tener camiones de dos tamaños diferentes?

PP 8.26 Compare las siguientes alternativas con base en un análisis de tasa de retorno, suponiendo que la TMAR es del 15% anual.

	Proyecto A	Proyecto B
Costo inicial, $	40,000	-90,000
Costo anual de operación, $	-15,000	-8,000
Costo anual de reparación, $	-5,000	-2,000
Incremento anual en costo de reparación, $	-1,000	-1,500
Valor de salvamento, $	+8,000	+ 12,000
Vida, años	10	10

8.27 Una compañía está considerando los proyectos que se muestran a continuación; se estima que la duración de todos será indefinida. Si la TMAR de la compañía es del 18% anual, determine cuál debe seleccionarse *(a)* si ellos son independientes y *(b)* si son mutuamente excluyentes.

	A	*B*	*C*	*D*	*E*
Costo inicial, $	-10,000	-20,000	-15,000	-70,000	-50,000
Ingreso anual, $	+2,000	+4,000	+2,900	+10,000	+6,000
Tasa de retorno global, %	20	20	19.3	14.3	12

8.28 La alternativa Z requiere una inversión inicial de $20,000 y generará una tasa de retomo de 25% anual. La alternativa C, que requiere una inversión de $30,000, generará 35% anual. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta acerca de la tasa de retorno sobre el incremento de $lO,OOO?

(a) No existe algo como una tasa de retorno sobre un incremento de inversión.

(b) Ésta es superior al 35% anual.

(c) Ésta es exactamente el 35% anual.

(d) Ésta se encuentra entre el 25% y el 35% anual.

(e) Ésta es exactamente el 25% anual.

(f) Ésta es menor del 25% anual.

8.29 Las cuatro alternativas siguientes están siendo evaluadas.

Alternativa	**Inversión inicial**	**Tasa de retorno global alternativa, %**	**Tasa de retorno incrementa1 en % cuando se compra con una alternativa**		
			A	***B***	***c***
A	40,000	29			
B	-75,000	15	1		
c	-100,000	16	7	20	
D	-200,000	14	10	13	12

(a) Si las propuestas son independientes, ¿cuál debe seleccionarse si la TMAR es 16% anual?

(b) Si las propuestas son mutuamente excluyentes, ¿cuál debe seleccionarse si la TMAR es del 9% anual?

(c) Si las propuestas son mutuamente excluyentes, ¿cuál debe seleccionarse si la TMAR es del 7% anual?

(*d*) Si las propuestas son mutuamente excluyentes, ¿cuál es la mejor a una TMAR del 14%?

8.30 Para las siguientes alternativas se inició un análisis de tasa de retorno.

(a) Llene los espacios en blanco correspondientes a la tasa de retorno en la porción de la tabla de flujos de efectivo incrementales (Todas las alternativas tienen vidas infinitas).

(b) ¿Cuál debe seleccionarse si son mutuamente excluyentes y la TMAR es 16%?

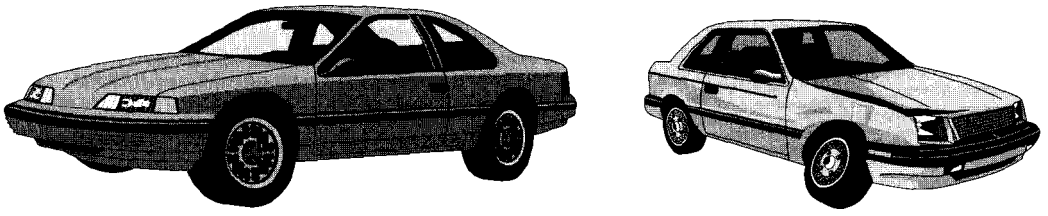
(c) ¿Cuál debe seleccionarse si se deseaba recoger las dos mejores alternativas a una TMAR del 18%?

Alternativa	Inversión inicial	Tasa de retorno global alternativa, %	Tasa de retorno incrementa1 en % sobre flujos de efectivo incrementales cuando se compara con una alternativa		
			A	*B*	*c*
E	20,000	20		27	
F	35,000	23	27		
G	50,000	16			
H	90,000	19			

capítulo

9

Evaluación de la razón beneficio/costo



Este capítulo explica la evaluación y comparación de alternativas con base en la razón beneficio/costo (B/C). Aunque algunas veces este método se considera complementario, ya que se utiliza corrientemente en forma conjunta con un análisis de valor presente o valor anual, es una técnica analítica que todos debemos entender. Además de su uso en los negocios y en la industria, el método B/C se utiliza en muchos proyectos del gobierno y de obras públicas para determinar si los beneficios esperados constituyen un retorno aceptable sobre la inversión y los costos estimados.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Propósito: Entender la forma de evaluar un proyecto y de comparar alternativas utilizando el método de la razón beneficio/costo.

Definiciones

Razón B/C para un solo proyecto

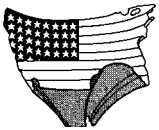
Selección de alternativa

Selección B/C a partir de alternativas múltiples

Este capítulo ayudará al lectora:

1. Clasificar el flujo de efectivo como beneficios, costos o beneficios negativos.
2. Calcular la razón beneficio/costo de un proyecto único.
3. Seleccionar la mejor entre dos alternativas utilizando el método de la razón B/C.
4. Seleccionar la mejor de las alternativas utilizando el método B/C.

9.1 CLASIFICACIÓN DE BENEFICIOS, COSTOS Y BENEFICIOS NEGATIVOS



El método de selección de alternativas más comúnmente utilizado por las agencias gubernamentales federales, estatales, provinciales y municipales para analizar la deseabilidad de los proyectos de obras públicas es la *razón beneficio/costo (B/C).* Como su nombre lo sugiere, el método de análisis B/C está basado en la razón de los beneficios a los costos asociada con un proyecto particular. Se considera que un proyecto es atractivo cuando los beneficios derivados de su implementación y reducidos por los beneficios negativos esperados excede sus costos asociados. Por tanto, el primer paso en un análisis B/C es determinar cuáles de los elementos son beneficios positivos, negativos y costos. Se pueden utilizar las siguientes descripciones que deben ser expresadas en términos monetarios.

Beneficios (B). Ventajas experimentadas por el propietario.

Beneficios negativos (BN). Desventajas para el propietario cuando el proyecto bajo consideración es implementado.

Costos (C). Gastos anticipados por construcción, operación, mantenimiento, etc., menos cualquier valor de salvamento.

Dado que el análisis B/C es utilizado en los estudios de economía por las agencias federales, estatales o urbanas, piénsese en el *público como elpropietario* que experimenta los beneficios positivos y negativos y en el *gobierno* como en quien incurre en los costos. Por consiguiente, la determinación de si un renglón debe ser considerado un beneficio positivo o negativo o un costo, depende de *quién es afectado* por las consecuencias. Algunos ejemplos de cada uno se ilustran en la tabla 9.1 desde el punto de vista de quienes toman decisiones.

Aunque los ejemplos presentados en este capítulo son directos con respecto a la identificación de los beneficios positivos, negativos o los costos, debe señalarse que en las situaciones reales, generalmente deben hacerse juicios que están sujetos a interpretación en particular al determinarse los elementos del flujo de efectivo que deben incluirse en el análisis. Por ejemplo, el mejoramiento en la condición del pavimento de la calle podría generar menos accidentes de tráfico, un beneficio obvio para el público. Sin embargo, menos accidentes y lesiones significan menos trabajo y dinero para las tiendas de reparación, compañías de grúas,

Tabla 9.1 Ejemplos de beneficios positivos y negativos y costos desde el punto de vista de quienes toman decisiones

Renglón	Clasificación
Gasto de $11 millones para un segmento nuevo de una autopista interestatal	costo
Ingreso anual de $50,000 para los residentes focales de los turistas debido a una nueva represa de agua y área de recreación	Beneficio
Costo de mantenimiento anual de $350,000 para los canales de irrigación	costo
Pérdida de $25,000 de los agricultores debido a la compra del derecho de vía por la autopista	Beneficio negativo

distribuidoras de autos y hospitales, las cuales son también parte del "público" contribuyente. Por tanto, si se toma el punto de vista más amplio, casi siempre los beneficios positivos compensarán con exactitud una cantidad igual de beneficios negativos. En otros casos, no es fácil asignar un valor en dólares a cada beneficio positivo o negativo o costo involucrado. Sin embargo, en general, los valores en dólares están disponibles o son obtenibles, pero pueden tomar algún esfuerzo para determinar con alguna precisión. El resultado de un análisis B/C terminado apropiadamente estará acorde con el de todos los métodos estudiados en los capítulos anteriores (tales como VP, VA y TR sobre la inversión incremental).

Problemas 9.1 y 9.2

9.2 CÁLCULO DE BENEFICIOS POSITIVOS Y NEGATIVOS Y DE COSTOS PARA UN PROYECTO ÚNICO

Antes de calcular una razón B/C, todos los beneficios positivos, negativos y costos identificados deben convertirse a unidades comunes en dólares. La unidad puede ser un valor presente, valor anual o valor futuro equivalente, pero todos deben estar expresados en las mismas unidades. Puede utilizarse cualquier método de cálculo —VP, VA o VF– siempre que se sigan los procedimientos aprendidos hasta ahora. Una vez que tanto el numerador (beneficios positivos y negativos) como el denominador (costos) están expresados en las mismas unidades, puede aplicarse cualquiera de las versiones siguientes de la razón B/C.

A menos que se especifique lo contrario, en este texto se aplica la *razón B/C convencional,* que es probablemente la de más amplia utilización. La razón convencional B/C se calcula de la siguiente manera:

$$B/C = \frac{\text{beneficios positivos - beneficios negativos}}{\text{costos}} = \frac{B - BN}{C} \qquad [9.1]$$

Una razón B/C mayor o igual que 1 .O indica que el proyecto evaluado es económicamente ventajoso. *En los análisis B/C, los costos no están precedidos por un signo menos.*

En la ecuación [9.1], los beneficios negativos se restan de los positivos, no se agregan a los costos. El valor de B/C puede cambiar de manera considerable si los beneficios negativos se toman como costos. Por ejemplo, si los números 10, 8 y 8 se utilizan para representar beneficios positivos, negativos y costos, respectivamente, el procedimiento correcto resulta en B/C = (10 – 8)/8 = 0.25, mientras que la inclusión incorrecta de los beneficios negativos como costos da como resultado B/C = 10/(8 + 8) = 0.625, que es más del doble del valor correcto de B/C de 0.25. Es claro, entonces, que el método mediante el cual se manejan los beneficios afecta la magnitud de la razón B/C. Sin embargo, sin importar si los beneficios negativos están (correctamente) restados del numerador o (incorrectamente) agregados a los costos en el denominador, una razón B/C de menos de 1 .O por el primer método, consistente con la ecuación [9.1], siempre producirá una razón B/C menor de 1 .O por el último método y viceversa.

La *razón B/C modificada*, que está ganando adeptos, incluye los costos de mantenimiento y operación (M&O) en el numerador, tratándolos en una forma similar a los beneficios negativos. El denominador, entonces, incluye solamente el costo de inversión inicial. Una vez que todas las cantidades están expresadas en términos de VP, VA o VF, la razón B/C modificada se calcula como:

$$\text{B/C modificada} = \frac{\text{beneficios positivos} - \text{beneficios negativos} - \text{costos M\&O}}{\text{inversión inicial}} \qquad [9.2]$$

Como se consideró antes, cualquier valor de salvamento está incluido en el denominador como un costo negativo. Obviamente, la razón B/C modificada producirá un valor diferente que el arrojado por el método convencional B/C. Sin embargo, como sucede con los beneficios negativos, *el procedimiento modificado puede cambiar la magnitud de la razón pero no la decisión de aceptar o de rechazar.*

La medida de la *diferencia entre beneficios* y *costos* del valor, que no involucra una razón, está basada en la diferencia entre el VP, el VA o el VF de los beneficios y de los costos, es decir, B − C. Si (B − C) $\geq$ 0, el proyecto es aceptable. Este método tiene la ventaja obvia de eliminar las discrepancias antes observadas cuando los beneficios negativos se consideran como costos, puesto que *B* representa los *beneficios netos.* En consecuencia, para los números 10, 8 y 8 se obtiene el mismo resultado sin importar la forma como se consideren los beneficios negativos.

Si se restan los beneficios negativos: $B - C = (10 - 8) - 8 = -6$

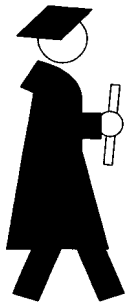
Si se agregan los beneficios negativos a los costos: $B - C = 10 - (8 + 8) = -6$

Antes de calcular la razón B/C, se debe verificar si la alternativa con el VA o el VP de los costos más alto también produce un VA o VP más alto de los beneficios en comparación con alternativas menos costosas, una vez que todos los beneficios y costos han sido expresados en unidades comunes. Es posible que una alternativa con un VA o VP de los costos más alto genere un VA o VP de los beneficios más bajo que otras alternativas, lo cual hace así innecesario seguir considerando la alternativa más costosa. El ejemplo 9.2 ilustra este punto.

Ejemplo 9.1

La Fundación Wartol, una organización de investigación educativa sin ánimo de lucro, está contemplando una inversión de $1.5 millones en becas para desarrollar nuevas formas de enseñar a la gente las bases de una profesión. Las becas se extenderán durante un periodo de 10 años y crearán un ahorro estimado de $500,000 anual en salarios de facultad, matrículas, gastos de ingreso de estudiantes, y otros gastos. La fundación utiliza una tasa de retorno del 6% anual sobre todas las becas otorgadas.

Puesto que el nuevo programa será adicional a las actividades en marcha, se ha estimado que se retirarán $200,000 de los fondos de otro programa para apoyar esta investigación educativa. Para hacer exitoso el programa, la fundación incurrirá en gastos de operación anual de $50,000 de su presupuesto regular M&O. Utilice los siguientes métodos de análisis para determinar si el programa se justifica durante un periodo de 10 años: *(a)* B/C convencional, *(b)* B/C modificado y *(c)* análisis B − C.



Solución

Utilice el valor anual como la base de unidad común.

Beneficio positivo. $500,000 anuales

Beneficio negativo. $200,000 anuales

Costo M&O. 1,500,000(*A/P*,6%,10) = $203,805 anuales

(a) Utilice la ecuación [9.1] para el análisis B/C convencional, donde M&O se coloca en el denominador.

$$B/C = \frac{500{,}000 - 200{,}000}{203{,}805 + 50{,}000} = 1.18$$

El proyecto se justifica ya que B/C > 1.0.

(b) Mediante la ecuación [9.2], el B/C modificado trata el costo de M&O como un beneficio negativo.

$$B/C \text{ modificado} = \frac{500{,}000 - 200{,}000 - 50{,}000}{203{,}805} = 1.23$$

El proyecto también se justifica por el método B/C modificado.

(c) Ahora B es el beneficio neto y el costo M&O está incluido con C.

$$B - C = (500{,}000 - 200{,}000) - (203{,}805 + 50{,}000) = \$46{,}195$$

Dado que (B – C) > 0, nuevamente la inversión se justifica.

Comentario

En la parte *(a)*, si los beneficios negativos fueran agregados a los costos, el valor B/C incorrecto sería:

$$B/C = \frac{500{,}000}{203{,}805 + 50{,}000 + 200{,}000} = 1.10$$

que aún justifica el proyecto. Sin embargo, el beneficio negativo BN = $200,000 no es un costo directo para este programa y debe restarse de B.

Ejemplo 9.2

El distrito local de autopistas está considerando rutas alternativas para una nueva avenida circunvalar. La ruta A, cuya construcción cuesta $4,000,000, proporcionará beneficios anuales estimados de $125,000 a los negocios locales. La ruta B, que cuesta $6,000,000, puede proporcionar $100,000 en beneficios anuales. El costo anual de mantenimiento es de $200,000 para *A y* $120,000 para *B. Si* la vida de cada avenida es de 20 años y se utiliza una tasa de interés del 8% anual, ¿cuál alternativa debe seleccionarse con base en un análisis B/C convencional?

ZONA EN CONSTRUCCIÓN INICIO

Solución

Los beneficios en este ejemplo son $125,000 para la ruta *A y* $100,000 para la ruta *B*. El VA de los costos para cada alternativa es el siguiente:

$$VA_A = -4{,}000{,}000(A/P,8\%,20) - 200{,}000 = \$-607{,}400$$

$$VA, = -6{,}000{,}000(A/P,8\%,20) - 120{,}000 = \$-731{,}100$$

La ruta *B* tiene un VA de costos más grande que la ruta *A* en $123,700 por año pero ofrece menos beneficios en $25,000. Por consiguiente, no hay necesidad de calcular la razón B/C para la ruta *B*, puesto que esta alternativa es obviamente inferior a la ruta *A*. Además, si se ha tomado la decisión de que alguna de las rutas A o *B* debe ser aceptada (lo cual sería el caso si no hay otras alternativas), entonces no se necesitan otros cálculos; se selecciona la ruta *A*.

Ejemplo 9.2

(Hoja de cálculo)

Desarrolle una hoja de cálculo para seleccionar la mejor de las dos rutas en el ejemplo 9.2 anterior utilizando un análisis BK.

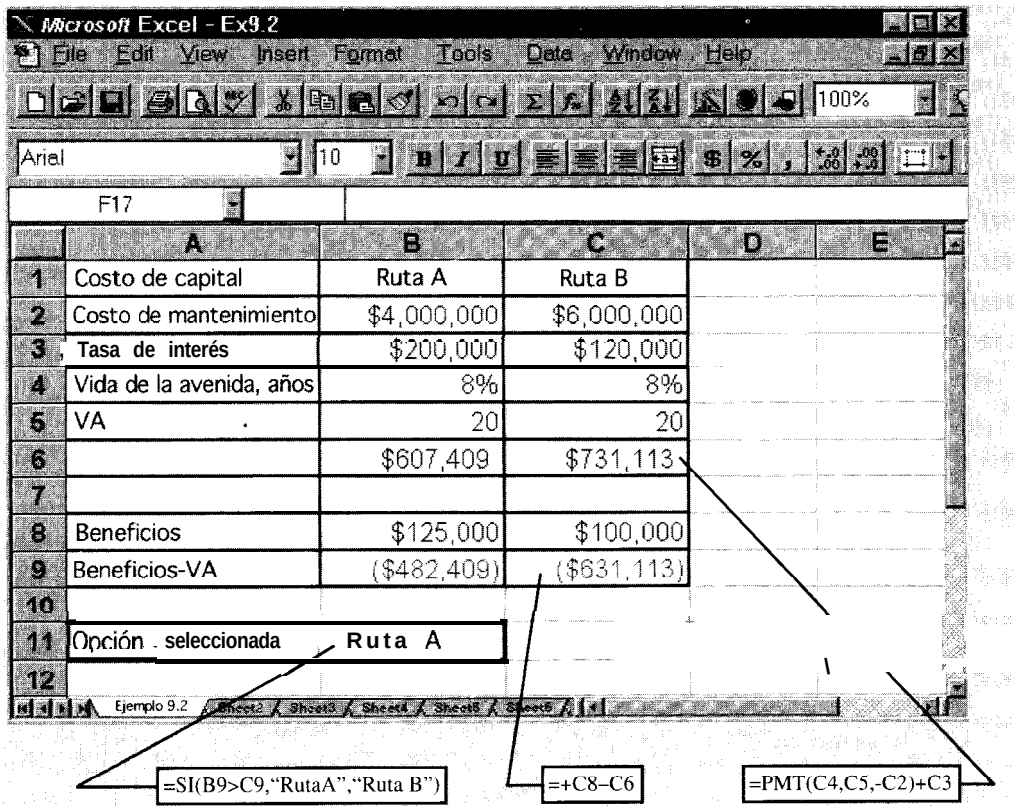


Figura 9.1 Solución de hoja de cálculo, ejemplo 9.2.

Solución

La figura 9.1 es una hoja de cálculo que muestra los costos y beneficios para cada ruta y los valores B – C resultantes en las celdas (B6) y (C6) utilizando la función PMT. Dado que B – C es negativa para ambas rutas (celdas de la fila 9), ninguna se justifica económicamente. Sin embargo, si es preciso seleccionar una de ellas, la ruta *A* es más favorable puesto que su valor B – C está más cercano a cero. En otras palabras, *A* ofrece un costo anual *o pérdida* más baja.

Problemas 9.3 a 9.9

9.3 SELECCIÓN DE ALTERNATIVAS MEDIANTE EL ANÁLISIS BENEFICIO/COSTO

Al calcular la razón B/C mediante la ecuación [9.1] para una alternativa dada, es importante reconocer que los beneficios y costos utilizados en el cálculo representan los *incrementos o diferencias* entre las dos alternativas. Éste será siempre el caso, puesto que algunas veces la alternativa de no hacer nada es aceptable. Por tanto, cuando parece como si sólo una propuesta estuviera involucrada en el cálculo, tal como en el caso de si se debe o no construir un dique de control de inundaciones a fin de reducir el daño provocado por éstas, debe reconocerse que la propuesta de construcción se está comparando contra otra alternativa: la alternativa de no hacer nada. Aunque este planteamiento es cierto también para las otras técnicas de evaluación de alternativas antes presentadas, se enfatiza aquí debido a la dificultad a menudo presente al determinar los beneficios y costos entre dos alternativas cuando solamente los costos han sido involucrados (como en el ejemplo 9.3).

Una vez se calcula la razón B/C por la diferencia, un B/C $\geq$ 1.0 significa que los beneficios extra justifican-la alternativa de mayor costo. Si B/C < 1.0, la inversión o costo extra no se justifica y se selecciona la alternativa de costo más bajo. El proyecto de costo más bajo puede ser o no ser la alternativa de no hacer nada.

En la sección anterior se estableció que en un análisis B/C, los costos no van precedidos por un signo menos. A continuación se describe el procedimiento para determinar e interpretar apropiadamente las razones B/C al comparar alternativas utilizando la convención del signo positivo para los costos. Debe tenerse cuidado al determinar la relación B/C para asegurarse de que la interpretación del resultado sea correcta. A este respecto, la alternativa con el costo total más grande (cantidad utilizada en el denominador) siempre debe ser la alternativa justificada; es decir, se acepta la alternativa de mayor costo sólo si los beneficios incrementales justifican el costo de inversión agregado. Esto es correcto aun si la alternativa de mayor costo es la alternativa existente (no hacer nada).

Por ejemplo, supóngase que para un condado el costo anual de mantener en funcionamiento una estructura de control de inundaciones es de $10,000 y que la estructura proporciona un beneficio (protección contra inundaciones) estimado en un valor de $20,000 anualmente. Al arrendar cierta máquina por $3000 anuales, el costo anual de mantenimiento se reducirá a $5000 y los beneficios de protección de inundaciones aumentarán a $24,000

por año. ¿Cómo se determina la razón B/C? Los beneficios y los costos se resumen a continuación.

	Condición presente (CP)	Condición mejorada (CM)
Beneficios anuales, $	20,000	24,000
Costos anuales, $	10,000	8,000

En este caso, es obvio, por inspección, que debe aceptarse la condición mejorada (CM), puesto que hay mayores beneficios ($4000) a un costo más bajo ($2000). Dado que CP es la alternativa de no hacer nada, un análisis incorrecto utilizando CM como la base comparativa con CP (no hacer nada) muestra beneficios de $4000 anualmente y costos de $-2000 por año. Para este análisis incorrecto, la razón B/C es:

$$B/C = \frac{\$4000}{\$-2000} = -2.0$$

Comoquiera que B/C < 1, la condición mejorada sería rechazada, lo cual obviamente es errado. Este error no se comete si la alternativa con el costo más grande es siempre aquella evaluada para ser justificada. *Esto significa que el denominador siempre es un valor positivo indicando el costo incremental.* El numerador puede ser positivo, negativo, o cero, dependiendo de si el costo incrementa1 (denominador) produce beneficios incrementales o no. En este caso, la alternativa con el costo más grande es CP, de manera que es la base para la comparación, que debe ser aceptada o rechazada. Realmente hay menos beneficios por valor de $4000 que resultan del costo incrementa1 de $2000 para la condición presente. Por consiguiente, el signo que acompaña el beneficio incrementa1 es negativo. La razón B/C es:

$$B/C = \frac{\$-4000}{\$2000} = -2.0$$

Puesto que la razón B/C es menor de 1, se rechaza la alternativa con el costo adicional, que en este caso es la condición presente. Esta es la selección correcta y lógica, como se mencionó antes. En consecuencia, al considerarse la alternativa con el costo total mayor como aquella que debe justificarse, la interpretación de la razón B/C debe ser consistente.

Los pasos para el análisis B/C se resumen en seguida:

1. Calcule el costo total para cada alternativa.
2. Reste los costos de la alternativa de inversión más baja de aquellos de la alternativa de costos más altos, la cual se considera la alternativa que debe ser justificada. Asigne la letra C a este valor en la razón B/C.
3. Calcule los beneficios totales de cada alternativa.
4. Reste los beneficios para la alternativa de costo menor de los beneficios para la alternativa de costo mayor, prestando atención a los signos algebraicos. Utilice este valor como B. Calcule la razón B/C.
5. Si B/C $\geq$ 1, se justifica la inversión incremental; seleccione la alternativa de la inversión más grande. De lo contrario, seleccione la alternativa de menor costo.

El ejemplo 9.3 ilustra este procedimiento.

Ejemplo 9.3

Para la construcción de un nuevo segmento de la autopista interestatal se consideran dos rutas. La ruta *N* hacia el norte estaría localizada alrededor de 5 km del distrito empresarial central y requeriría distancias de viaje más largas por parte de la red conmutadora del tráfico local. La ruta *S* hacia el sur pasaría directamente a través del área central de la ciudad y, aunque su costo de construcción sería más alto, reducirfa el tiempo de viaje y la distancia para los usuarios de la red conmutadora de tráfico local. Suponga que los costos para las dos rutas son los siguientes:

	Ruta N	Ruta *S*
Costo inicial, $	10,000,000	15,000,000
Costo anual de mantenimiento, $	35,000	55,000
Costo anual para el usuario de la carretera, $	450,000	200,000

Si se supone que las carreteras duran 30 años sin un valor de salvamento, ¿cuál ruta debe seleccionarse con base en un análisis B/C utilizando una tasa de interés del 5% anual?

Solución

Comoquiera que la mayoría de los flujos de efectivo ya están anualizados, la razón B/C estará expresada en términos de valor anual. Se utilizan los pasos del procedimiento anterior.

1. Los costos en el análisis B/C son los costos de construcción inicial y de mantenimiento.

$$VA, = 10{,}000{,}000(A/P,5\%,30) + 35{,}000 = \$685{,}500$$

$$VA, = 15{,}000{,}000(A/P,5\%,30) + 55{,}000 = \$1{,}030{,}750$$

2. La ruta *S* tiene el VA más grande de los costos, de manera que es la alternativa que debe justificarse. El valor incrementa1 del costo es:

$$C = VA, - VA, = \$345{,}250 \text{ por año}$$

3. Los beneficios se derivan de los costos para el usuario de la carretera, ya que éstos son consecuencias para el público. Los beneficios para el análisis B/C no son en sí los costos para el usuario de la carretera sino la *diferencia* si se selecciona la alternativa S.

4. Si se selecciona la ruta *S*, el beneficio incrementa1 es el menor costo anual para el usuario de la carretera. Éste es un beneficio positivo para la ruta S, puesto que proporciona los beneficios más grandes en términos de tales menores costos para el usuario de carretera.

$$B = \$450{,}000 - \$200{,}000 = \$250{,}000 \text{ por año para la ruta S}$$

La razón B/C se calcula mediante la ecuación [9.1].

$$B/C = \frac{\$250{,}000}{\$345{,}250} = 0.724$$

5. La razón B/C es menor que 1.0, indicando que los beneficios extra asociados con la ruta S no se justifican. Por consiguiente, se selecciona la construcción de la ruta N.

Observe que, en este caso, no existe la alternativa de no hacer nada, ya que una de las carreteras debe ser construida.

Comentario

Si hay beneficios negativos asociados con cada ruta, la diferencia entre tales beneficios es agregada o deducida de los beneficios incrementales de $250,000 para la ruta *S*, dependiendo de si los beneficios negativos para la ruta *S* son menores o mayores que los beneficios negativos para la ruta *N*. Es decir, si los beneficios negativos para la ruta S son menores, la diferencia entre los dos se agrega al beneficio de $250,000 para la ruta S, puesto que los beneficios negativos involucrados favorecen dicha ruta. El ejemplo adicional 9.5 ilustra este punto.

El lector debe trabajar nuevamente este ejemplo utilizando el método B/C modificado por la ecuación [9.2]. Los costos anuales de mantenimiento se retiran de las expresiones VA de los costos en la razón B/C convencional y se restan de los beneficios.

Ejemplo adicional 9.5
Problemas 9.10 a 9.16

9.4 SELECCIÓN DE ALTERNATIVAS UTILIZANDO ANÁLISIS B/C INCREMENTAL

En la sección 8.1 se introdujeron los conceptos de alternativas *mutuamente excluyentes y* de alternativas o propuestas *independientes*. Recuérdese que para alternativas mutuamente excluyentes, sólo puede seleccionarse *una* entre varias y que es necesario para comparar las alternativas entre sí, lo mismo que frente a la alternativa de no hacer nada, cuando esto sea lo apropiado. Cuando las propuestas son independientes, puede escogerse *más de* una y es necesario comparar las alternativas sólo contra la alternativa de no hacer nada. *Simplemente se debe calcular el valor* B/C *para cada propuesta y seleccionar todas las que tienen* $B/C \geq 0$.

Como ejemplo de propuestas independientes, considérese que es posible construir varios diques de control de inundaciones en un río particular y que existen suficientes fondos disponibles para todos ellos. Las razones B/C que pueden ser consideradas son aquellas para cada dique particular frente a ningún dique. Es decir, el resultado podría mostrar que pueden justificarse económicamente diversos diques a lo largo del río con base en un menor daño de inundación, recreación, etc. En el capítulo 17 se consideran en mayor detalle propuestas independientes en las cuales se impone una limitación a la inversión inicial total.

Sin embargo, si los diques son alternativas mutuamente excluyentes, sólo se selecciona la construcción de uno, y el análisis B/C debe comparar los diques entre sí. Para utilizar la razón convencional B/C como una técnica de evaluación de alternativas mutuamente excluyentes, es necesario calcular una razón B/C incrementa1 en una forma similar a aquella utilizada para la TR en la inversión incrementa1 (capítulo 8). La alternativa seleccionada debe tener un *B/C incrementa1* $\geq$ *1.0 y requiere la inversión inicial justificada más grande.* Sin embargo, en general, en un análisis B/C, es conveniente, aunque no necesario, calcular primero una razón B/C global para cada alternativa, utilizando los valores VP o VA totales

determinados como preparación para el análisis incremental. *Cualquier alternativa que tenga un B/C global < 1.0 puede ser eliminada de inmediato y no necesita ser considerada en el análisis incremental.* El ejemplo 9.4 presenta una aplicación completa de la razón incremental B/C para alternativas mutuamente excluyentes.

Ejemplo 9.4

Considere las cuatro alternativas mutuamente excluyentes descritas en el ejemplo 8.7 (tabla 8.5). Aplique el análisis **B/C** incremental con el **fin** de seleccionar la mejor alternativa para una TMAR = 10% anual. Utilice un análisis **VP.**

Solución

Las alternativas se ordenan primero por costo de inversión inicial de menor a mayor (C, ***A, B, D)*** **y** ***se*** determinan los valores VP de los flujos de efectivo anuales (tabla 9.2). (Se utilizan signos positivos para todas las estimaciones de costos). Calcule luego la razón global B/C y elimine cualquier alternativa que tenga un B/C < 1.0. La ubicación C puede eliminarse, puesto que su razón B/C global es sólo de 0.97. Todas las demás ubicaciones son aceptables inicialmente y se comparan luego sobre una base incremental. Los beneficios y costos incrementales se determinan con base en el valor presente.

Beneficio incremental. Incremento en el VP de flujos de efectivo entre alternativas.

Costo incremental. Incremento del costo de construcción entre alternativas.

Tabla 9.2 Análisis B/C incremental para alternativas mutuamente excluyentes, ejemplo 9.4

Alternativa	**c**	***A***	***B***	***D***
Costo de construcción, $	190,000	200,000	275,000	350,000
Flujo de efectivo, $	19,500	22,000	35,000	42,000
VP del flujo de efectivo, $	183,826	207,394	329,945	395,934
Razón B/C global	0.97	1.03	1.20	1.13
Proyectos comparados	—	—	*B* con *A*	*D* con *B*
Beneficio incremental, $	—	—	122,551	65,989
Costo incremental, $	—	—	75,000	75,000
Razón B/C incrementa1	—	—	1.63	0.88
Proyecto seleccionado	—	—	***B***	***B***

En la mitad inferior de la tabla 9.2 se incluye un resumen del análisis B/C incremental. Se utiliza la alternativa inicialmente aceptable con el costo de inversión más bajo como el defensor *(A)* y la siguiente alternativa aceptable mas baja como el retador (B), la razón incremental B/C es 1.63 ($122,551/$75,000). Esto indica que la ubicación *B* es el nuevo defensor y se elimina la ubicación *A*. Al utilizarse *D* como el nuevo retador, el análisis incrementa1 de *D* a *B* produce un B/C incrementa1 = 0.88. La ubicación *D* se retira, ya que 0.88 < 1 .O.

La ubicación *B* se selecciona dado que tiene un B/C > 1 .O global, un B/C incremental > 1 .O y es la inversión más grande justificada. Por supuesto, a esta misma conclusión llega el método TR en la tabla 8.6.

Comentario

Observe que la selección de alternativa no se hace sobre la razón B/C global, aunque la ubicación *B* aún sea la seleccionada, sino solo coincidencialmente en este caso. La inversión incrementa1 debe justificarse también con el fin de seleccionar la mejor alternativa.

Aunque en este ejemplo se utilizó una razón B/C basada en VP, una razón basada en VA o en VF es igualmente correcta; de hecho, en general, una razón basada en VA es más fácil para diferentes alternativas de vida puesto que no necesita utilizarse el MCM, como sucede con la razón basada en VP.

Ejemplo adicional 9.6
Problemas 9.17 a 9.25

EJEMPLOS ADICIONALES

Ejemplo 9.5

B/C PARA DOS ALTERNATIVAS, SECCIÓN 9.3 Suponga la misma situación que en el ejemplo 9.3 para la construcción de la ruta de un nuevo segmento de autopista interestatal, donde los análisis B/C favorecían la ruta norte *N*. Sin embargo, esta ruta pasará a través de una región agrícola y los agricultores locales se han quejado de la gran pérdida en ingreso que ellos y la economía sufrirán. De igual manera, los comerciantes de la ciudad se han quejado de la ruta del sur debido a la pérdida de ingresos ocasionada por una menor capacidad de comercialización, problemas de parqueo, etc. Para incluir estas preocupaciones en el análisis, el departamento de autopistas estatales ha terminado un estudio que predice que la pérdida para la agricultura del estado ocasionada por la ruta *N* será alrededor de $500,000 por año y que la ruta S causará una reducción estimada en los ingresos y ventas al por menor de $400,000 anualmente. ¿Qué efecto tiene esta nueva información sobre el análisis BK?

Solución

Estas estimaciones de pérdida se consideran beneficios negativos. Dado que los beneficios negativos de la ruta S son $100,000 menos que aquellos generados por la ruta *N*, esta diferencia positiva se agrega a los beneficios de $250,000 de la ruta S para darle un beneficio neto total de $350,000. Ahora,

$$B/C = \frac{\$350,000}{\$345,250} = 1.01$$

La ruta S se ve ligeramente favorecida. En este caso, la inclusión de los beneficios negativos ha reversado la decisión anterior.

Ejemplo 9.6

ANÁLISIS B/C DE ALTERNATIVAS MÚLTIPLES, SECCIÓN 9.4 The Corps of Engineers aún desea construir un dique en el Río Sacochsi como se propuso en el ejemplo 8.10. La construcción y los beneficios en dólares anuales promedio (ingreso) se repiten a continuación. Si se requiere una TMAR del 6% anual y la vida del dique es infinita para propósitos del análisis, seleccione la mejor ubicación utilizando el método B/C.

Lugar	Costo de construcción, $ (millones)	Ingreso anual, $
A	6	350,000
B	8	420,000
c	3	125,000
D	10	400,000
E	*5*	350,000
F	*11*	700,000

Solución

Si se desea obtener los valores VA de la recuperación anual de capital para el costo de construcción se debe utilizar la ecuación de costo capitalizado, ecuación [5.2], A = *Pi,* como se muestra en la primera

Tabla 9.3 Uso del análisis incremental de la razón B/C para el ejemplo 9.6

Alternativa	*C*	*E*	*A*	*B*	*D*	*F*
Recuperación de capital, $ {miles)	180	300	360	480	600	660
Beneficios anuales, $ (miles)	125	350	350	420	400	700
Comparación	*C* con no hacer nada	*E* con no hacer nada	*A* con *E*	*B* con *E*	*D* con *E*	*F* con *E*
Δ recuperación de capital, $ (miles)	180	300	60	180	300	360
A beneficios anuales, $ (miles)	125	350	0	70	50	350
A razón B/C	0.70	1.17	0	0.39	0.17	0.97
Lugar seleccionado	No hacer nada	*E*	*E*	*E*	*E*	*E*

fila de la tabla 9.3. El análisis entre las alternativas mutuamente excluyentes en la porción inferior de la tabla 9.3 está basado en la relación:

$$\text{B/C incremental} = \Delta\ \text{B/C} = \frac{\Delta \text{ beneficios anuales}}{\Delta \text{ costo de recuperación de capital}}$$

Dado que solamente el lugar *E* está justificado y tiene la inversión (incremental) más grande, éste es seleccionado. Ninguno de los incrementos por encima de *E* están justificados.

Comentario

Suponga que el lugar G se agrega con un costo de construcción de $10 millones y un beneficio anual de $700,000. ¿Con cuál lugar debe compararse G? ¿Cuál es la razón D BK? Si se determina que debe efectuarse una comparación entre G y *E* y que A B/C = 1.17 en favor de G, se está en lo correcto. Ahora, el lugar *F* debe evaluarse incrementalmente con G, pero, teniendo en cuenta que los beneficios anuales son los mismos ($700,000), la razón A B/C es cero y la inversión agregada no se justifica. Por consiguiente, se escoge el lugar *G*.

RESUMEN DEL CAPÍTULO

El método de la razón beneficio/costo se utiliza con frecuencia a fin evaluar proyectos para las entidades gubernamentales, especialmente al nivel federal. El criterio de evaluación es el tamaño del número obtenido cuando los valores presente, futuro o anual de los beneficios estimados se dividen por los costos expresados en forma similar. Un número igual o superior a 1 indica que la alternativa es aceptable.

Para alternativas múltiples es necesario un análisis incremental cuando las alternativas son mutuamente excluyentes, de la misma forma requerida para el método de la tasa de retorno. Para propuestas independientes, las únicas comparaciones B/C requeridas son las alternativas individuales y la alternativa de no hacer nada.

ESTUDIO DE CASO # 3, CAPÍTULO 9: ILUMINACIÓN DE UNA CARRETERA

Introducción

Diversos estudios han demostrado que un número desproporcionado de accidentes de tráfico en carreteras ocurre de noche. Existen diferentes explicaciones posibles para dicho fenómeno, entre ellas la mala visibilidad. En un esfuerzo por determinar si la iluminación de la carretera era económicamente benéfica para reducir los accidentes durante la noche, se reunió información relacionada con las tasas de frecuencia de accidentes en secciones iluminadas y no iluminadas de ciertas carreteras. Este estudio de caso es un análisis de parte de esa información.

Antecedentes

La Federal Highway Administration, FHWA, asigna valor a los accidentes dependiendo de la gravedad de los mismos. Se ha establecido una serie de categorías de accidente, entre las cuales la más grave es la de carácter fatal. El costo de un accidente fatal se sitúa en 2.8 millones. El tipo más común de accidentes no es fatal o perjudicial y comprende sólo el daño a la propiedad. El costo de este tipo de accidente se ubica en $4500. La forma ideal de determinar si la iluminación reduce los accidentes de tráfico o no lo hace es a través de estudios anteriores y posteriores en un tramo dado de la carretera. Sin embargo, como no se dispone fácilmente de este tipo de información, deben utilizarse otros métodos. Uno de ellos compara las tasas de accidentes nocturnos con los que ocurren durante el día en carreteras iluminadas y no iluminadas. Si las luces son benéficas, el índice de accidentes nocturnos con respecto a los diurnos será inferior en la sección iluminada que en la no iluminada. Si hay una diferencia, la menor tasa de accidentes puede ser traducida en beneficios que pueden ser comparados con el costo de iluminar para determinar su factibilidad económica. Esta técnica se utiliza en el siguiente análisis.

Análisis económico

A continuación se muestran los resultados de un estudio particular realizado durante un periodo de 5 años. Para fines ilustrativos, en este ejemplo se considerará solamente la categoría de daño a la propiedad.

Tasas de accidentes en carretera, iluminada y no iluminada

	No iluminada		Iluminada	
Tipo de accidente	**Día**	**Noche**	**Día**	**Noche**
Fatal	3	5	4	7
Incapacitante	10	6	28	22
Evidente	58	20	207	118
Pasible	90	35	384	161
Daño a la propiedad	379	199	2069	839
Totales	540	265	2697	1147

FUENTE: Michael Griffin, "Comparison of the Safety of Lighting Options on Urban Freeways," *Public Roads*, 58 (Autumn 1994), pp. 8-15.

La razón entre accidentes nocturnos y diurnos que involucran daños a la propiedad en tramos de la carretera no iluminadas e iluminadas son 199/379 = 0.525 y 83912069 = 0.406, respectivamente. Estos resultados indican que la iluminación fue benéfica. Para cuantificar el beneficio, se aplicará la razón de tasa de accidentes en la sección no iluminada sobre la tasa en la sección iluminada, lo cual arrojará el número de accidentes que fueron evitados. Por tanto, habría habido (2069)(0.525) = 1086 accidentes en lugar

[illegible] de 247 accidentes. A un costo de $4500 por accidente, esto resulta en un beneficio neto de:

$$\text{Costo de la iluminación} = \$247(\$4500)$$
$$= \$1,111,500$$

Para determinar el costo de la iluminación se supondrá que los postes de la luz son postes centrales separados a una distancia de 67 metros cada uno, que los bombillos son de 400 vatios y que costo de instalación es de $3500 por poste. Teniendo en cuenta que esta información fue reunida para 87.8 kilómetros (54.5 millas) de carretera iluminada, el costo instalado de la iluminación es:

$$\text{Costo de la iluminación} = \$3500\,\frac{87.8}{0.067}$$
$$= 3500(1310.4)$$
$$= \$4,586,400$$

El costo anual de la energía para 1310 postes es:

$$\text{Costo anual de la energía} = 1310 \text{ postes (2 bombillos/poste)(0.4 kilovatios/bombillo)}$$
$$\times \text{(12 horas/día)(365 días/año)} \times \text{(\$0.08/kilovatios-hora)}$$
$$= \$367,219 \text{ anuales}$$

Esta información fue reunida durante un periodo de 5 años. Por consiguiente, el costo anualizado (C) para $i = 6\%$ anual es:

$$\text{Costo anual total} = \$4,586,400(A/P,6\%,5) + 367,219$$
$$= \$1,456,030$$

La razón B/C es:

$$B/C = \frac{\$1,111,500}{\$1,456,030} = 0.76$$

Dado que $B/C < 1$, el alumbrado no se justifica con base en daños a la propiedad solamente.. Con el fin de tomar una determinación final sobre la viabilidad económica del alumbrado es obvio que tendrían que considerarse los beneficios asociados COR las otras categorías de accidentes.

Preguntas para considerar

1. ¿Cuál sería la razón B/C si los postes de luz estuvieran separados por el doble de la distancia supuesta?
2. ¿Cuál es la razón de accidentes fatales nocturnos con respecto a los diurnos?

3. ¿Cuál sería la razón B/C si el costo de instalación fuera solamente $2500 por poste?
4. ¿Cuántos accidentes se prevendrían en la porción no iluminada de la carretera si ésta estuviera iluminada? Considerar solamente la categoría de daños a la propiedad.
5. Utilizando solamente la categoría de daños a la propiedad, ¿cuál tendría que ser la razón de accidentes nocturnos con la carretera iluminada con respecto a los diurnos para justificar económicamente el alumbrado?

PROBLEMAS

9.1 ¿Cuál es la diferencia entre beneficios negativos y costos?

9.2 Clasifique los siguientes ítemes como beneficios positivos, negativos o costos:

(a) Menos desgaste de llantas en los automóviles y camiones debido auna superficie de carretera más plana.

(b) Pérdida de ingresos en los negocios locales debido al nuevo trazado de rutas del tráfico hacia la autopista interestatal.

(c) Impacto adverso del entorno debido a una operación de tala de árboles deficientemente controlada.

(d) Ingreso para alojamientos locales a partir de la ampliación de temporada del parque nacional.

(e) Costo del pescado proveniente de criaderos manejados por el gobierno para almacenar truchas.

(f) Mayor uso recreacional del lago debido a un mejor acceso a las carreteras.

(g) Disminución en los valores de la propiedad debido al cierre de un laboratorio de investigación nacional.

(h) Gastos asociados con la construcción de un dique de control de inundaciones.

9.3 ¿Cuál es la diferencia entre una razón convencional y una B/C modificada?

9.4 ¿Dónde está ubicado el valor de salvamento (numerador o denominador) en el método convencional de la razón B/C? ¿Por qué?

9.5 Se espera que el costo inicial de calificar y regar gravilla en una carretera rural corta sea de $700,000. El costo de mantenimiento de la carretera será de $25,000 por año. Aunque la carretera nueva no es muy suave, permite acceso a una área a la cual anteriormente sólo podía llegarse en camperos. Esta mayor accesibilidad ha conducido a un incremento del 200% en los valores de la propiedad a lo largo de la carretera. Si el valor de mercado anterior de la propiedad era de $400,000, calcule *(a)* la razón B/C convencional y *(b)* la razón B/C modificada para la carretera, utilizando una tasa de interés del 8% anual y un periodo de estudio de 20 años.

9.6 Se espera que un pequeño dique de control de inundaciones tenga un costo inicial de $2.8 millones y un costo anual de mantenimiento de $20,000. Además se requerirá una reconstrucción menor cada 5 años a un costo de $190,000. Como resultado del dique, el daño de inundaciones será reducido en un promedio de $120,000 anualmente. Utilizando una tasa de interés del 7% anual, determine *(a)* la razón B/C convencional, *(b)* la razón B/C modificada y *(c)* el valor B – C. Suponga que el dique será permanente.

9.7 The U.S. Bureau of the Reclamation planea instalar una tubería y cubrir un desagüe agrícola en una colonia para reducir la transmisión de enfermedades y el perjuicio para los niños del lugar. Se espera que la construcción del proyecto cueste $1 millón, el mantenimiento cueste $10,000 anuales y que tenga una vida útil de 40 años. Si la tasa de interés es del 8% anual, ¿cuáles tendrían que ser los beneficios anuales con el fin de justificar el proyecto?

9.8 Una pequeña empresa de servicio de acueducto está tratando de decidir entre instalar un laboratorio para conducir los análisis de agua requeridos o enviar las muestras a un laboratorio privado. Para equipar el laboratorio se requerirá un gasto inicial de $300,000. Además, tendrá que contratarse un técnico de tiempo completo a un costo de $4000 por mes. Se requiere un total de 400 pruebas analíticas cada mes. Si los análisis los realiza la empresa, el costo por muestra promediará $3, pero si las muestras se envían a un laboratorio externo, el costo promedio será de $25. Se espera que el equipo comprado para el laboratorio tenga una vida útil de 5 años. Si la empresa de servicio público utiliza una tasa de interés del 0.5% mensual, determine la razón B/C para el proyecto.

9.9 De acuerdo con la información siguiente, determine la razón B/C para i = 7% anual para un proyecto que tiene una vida de 20 años.

Consecuencias para la gente	**Consecuencias para el gobierno**
Beneficios en el año 0: $50,000	Costo inicial: $400,000
Beneficios en los años l-20: $10,000 en el año 1 aumentando en $1000 por año	Costo anual: $8000 anuales Ahorro anual: $3000
Beneficios negativos: $8000 anuales	

9.10 En una edificación se están evaluando dos métodos para construir un segundo piso. El método *A* utilizará una pizarra de concreto expandido de peso liviano sobre una plataforma de metal con vigas de red abiertas y uniones de acero. Con este método, los costos serán de $5300 para cubrir la plataforma de concreto, $2600 para la de metal, $2000 para las vigas y $1200 para las uniones. El método *B* será una plancha de concreto reforzado para la cual el concreto costará $2100, el refuerzo $700, el arriendo del equipo $1000 y los costos laborales extra de $500. En el concreto de peso liviano habrá aditivos especiales que mejorarán las propiedades de transferencia de calor del piso. Si los costos de la energía para el método *A* son de $100 anualmente

más bajos que para el método ***B,*** ¿cuál es más atractivo a una tasa de interés del 9% anual durante un periodo de estudio de 25 años? Utilice el método B/C.

9.11 The U.S. Bureau of Reclamation, está evaluando dos lugares para la inyección de agua fresca. En el lugar ubicado al oriente pueden utilizarse vasijas de recargue. Su construcción costará $9 millones y su operación y mantenimiento, $300,000. En este sitio podrían inyectarse 380,000 metros cúbicos. El desarrollo de pozos de inyección en el lugar ubicado al norte costará $900,000. El costo anual M&O será de $6000, pero en este lugar, sólo podrán inyectarse 50,000 metros cúbicos. Si el valor del agua inyectada es de $0.40 por metro cúbico, ¿cuál alternativa, de escogerse alguna, debe seleccionarse de acuerdo con el método de la razón B/C? Utilice un periodo de estudio de 20 años y una tasa de interés del 8% anual.

9.12 Seleccione la mejor alternativa entre las dos que se muestran a continuación utilizando una tasa de interés del 10% anual y el método de la razón B/C. Suponga que una de las alternativas debe ser seleccionada.

	Alternativa *X*	**Alternativa Y**
Costo inicial, $	**320,000**	**540,000**
Costo anual M&O,$	**45,000**	**35,000**
Beneficios anuales, $	110,000	150,000
Beneficios anuales negativos, $	**20,000**	**45,000**
Vida años	10	**20**

9.13 El departamento de conservación de agua de una empresa de acueducto está considerando dos alternativas para reducir el consumo residencial de este líquido. La alternativa 1 involucra el suministro de equipos de conservación de agua sin costo, para todo aquel que lo solicite. Cada equipo costará a la empresa $3 y probablemente reducirá en 2% el uso de agua de las viviendas que lo soliciten. Se espera que los costos administrativos para este programa sean de $10,000 por año. La alternativa 2 involucra inspecciones de las casas del lugar, nuevamente por solicitud. Esta alternativa requerirá que la empresa de acueducto contrate dos inspectores, cada uno a un costo de $90,000 anualmente (por concepto de salarios, prestaciones, transporte, etc). A través de la alternativa 2, el uso de agua disminuirá probablemente en un 5%. Si el costo que representa para la empresa de acueducto el hecho de desarrollar nuevas fuentes de suministro de agua es de $0.20 por cada mil litros y la vivienda promedio consume 700 litros al día, ¿cuál alternativa, de existir, debe implementarse a una tasa de interés del 6% anual? Suponga que anualmente 4000 viviendas solicitarán los equipos y 800 solicitarán las inspecciones. Utilice el método de la razón B/C.

9.14 Para un nuevo segmento de una autopista interestatal hay dos rutas bajo consideración. La ruta larga tendrá 25 kilómetros de longitud y su costo inicial será de $21 millones.

La ruta corta que atraviesa la montaña tendrá 10 kilómetros de longitud y su costo inicial será de $45 millones. Los costos de mantenimiento se estiman en $40,000 anuales para la ruta larga y $15,000 anuales para la ruta corta. Sin importar cuál ruta se seleccione, se espera que el volumen de tráfico sea de 400,000 vehículos por año. Si se supone que el gasto de operación de vehículos es de $0.27 por kilómetro, determine cuál ruta debe seleccionarse mediante *(a)* el análisis B/C convencional y *(b)* el análisis B/C modificado. Suponga una vida infinita para cada carretera, una tasa de interés del 6% anual y que una de las vías será construida.

9.15 The Corps of Engineers está considerando tres lugares para diques de control de inundaciones, designados como los lugares *A*, *B* y C. Los costos de construcción son $10 millones, $12 millones y $20 millones, respectivamente, y se espera que los costos de mantenimiento sean de $15,000, $20,000 y $23,000, respectivamente. Además, se requerirán gastos de $20,000, $50,000 y $80,000, respectivamente, cada 10 años en cada lugar. El costo actual del daño de inundaciones es de $2 millones por año. Si sólo se construye el dique en el lugar *A*, el daño de inundaciones se reducirá a $1.5 millones por año. Para los diques *B* y C, las reducciones respectivas en el daño de inundaciones serían de $1.2 millones y de $0.77 millones por año. Dado que los diques serían construidos en diferentes brazos de un río más grande, se podría construir un dique o todos ellos y la disminución en los daños de inundación sería aditiva. Si la tasa de interés es del 5% anual, determine cuáles, de existir, deben construirse con base en sus razones B/C esperadas. Suponga que los diques serán permanentes.

9.16 Un departamento estatal de autopistas está considerando dos tipos de revestimientos de superficie para una carretera nueva. La instalación de una superficie de cubierta blindada costará sólo $800,000, pero debido a su superficie relativamente burda, los usuarios de carretera tendrán que gastar más dinero en gasolina, en desgaste de llantas y en mantenimiento del automóvil. El costo anual para estos renglones se estima en $196,000. Se han identificado beneficios negativos adicionales por valor de $40,000 anualmente para esta alternativa. También está bajo consideración la alternativa de una capa de asfalto suave. Dicha superficie tendrá un costo inicial de $2 millones, pero el costo anual para el usuario de la carretera será sólo de $75,000. La superficie de asfalto no tendrá beneficios negativos asociados con ella. Si se espera que la vida de cualquiera de las superficies sea de 5 años, determine cuál debe seleccionarse con base en un análisis B/C, utilizando una tasa de interés del 9% anual compuesto anualmente?

9.17 Pueden utilizarse cinco métodos para recuperar grasa de una corriente de agua residual producida por una planta. Los costos e ingresos de inversión asociados con cada una se muestran a continuación. Suponiendo que todos los métodos tienen una vida de 10 años con valor de salvamento de cero, determine cuál debe seleccionarse utilizando una tasa de retorno mínima atractiva de 15% anual y un método de análisis B/C modificado. Considere los costos de operación como costos M&O en el método B/C modificado.

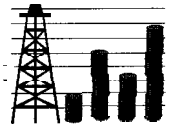
	Método				
	1	2	3	4	5
Costo inicial, $	15,000	19,000	45,000	33,000	48,000
Costo anual de operación, $	10,000	12,000	9,000	11,000	13,000
Ingreso anual, $	12,000	20,000	19,000	22,000	27,000

9.18 ¿Cuáles proyectos se seleccionan en-el problema 9.17 si éstos no son mutuamente excluyentes?

9.19 Seleccione la mejor alternativa mutuamente excluyente utilizando el método de la razón B/C a partir de las propuestas que se muestran a continuación si la TMAR es del 10% anual y los proyectos tendrán una vida útil de 15 años. Suponga que el costo de la tierra será recuperado cuando el proyecto esté terminado. Considere los costos de mantenimiento como beneficios negativos.

	Propuesta						
	1	2	3	4	5	6	7
Costo de la tierra, $	50,000	60,000	70,000	80,000	90,000	64,000	76,000
Costo de construcción, $	200,000	150,000	170,000	185,000	165,000	175,000	190,000
Mantenimiento anual, $	15,000	16,000	14,000	17,000	18,000	13,000	12,000
Ingreso anual, $	52,000	49,000	68,000	50,000	81,000	70,000	45,000

9.20 ¿Cuáles proyectos se seleccionan en el problema 9.19 si éstos no son mutuamente excluyentes?



9.21 Una compañía de petróleo y gas está considerando cinco tamaños de tubos para una nueva tubería. Los costos para cada tamaño se muestran a continuación. Suponiendo que todas las tuberías durarán 25 años y que la TMAR de la compañía es del 8% anual, ¿cuál tamaño de tubo debe utilizarse de acuerdo con el método B/C convencional?

	Tamaño de los tubos, milímetros				
	140	160	200	240	300
Inversión inicial, $	9,180	10,510	13,180	15,850	30,530
Costo de instalación, $	600	800	1,400	1,500	2,000
Costo anual de operación, $	5,000	4,900	4,700	2,990	3,500

9.22 Compare los dos proyectos de autopista que se muestran a continuación utilizando el método B/C modificado. ¿Cuál proyecto, de existir, debe ser construido? Utilice i = 10% anual.

17-24

	Alternativa 2L	Alternativa 3L
Costo inicial, $	5,000,000	7,000,000
Costo anual de mantenimiento, $	70,000 700,000	60,000 600,000
Beneficios anuales, $	175,000 1750,000	450,000 4500,000
Beneficios anuales negativos, $	30,000 300,000	35,000 350,000
Vida, años	∞	∞

9.23 Una prisión federal está expandiendo sus instalaciones existentes para incluir dos nuevas edificaciones. Se proponen tres alternativas para proporcionar tratamiento a las aguas residuales. La alternativa 1 consiste en el establecimiento de una planta de empaque y descargue a tierra del agua residual tratada a través de tanques de recargue. El costo de esta opción es de $160,000 por la planta, $25,000 por el trabajo de concreto en el lugar, $20,000 por la instalación y $50,000 por el trabajo de construcción, instalación de tuberías, trabajo eléctrico, etc. Se espera que el costo M&O anual sea de $30,000 por concepto de la contratación de un operador de tiempo parcial, electricidad y partes de repuesto. La alternativa 2 consiste en construir unos pozos de estabilización facultativos alejados 200 metros de las instalaciones. El afluente será descargado a través de seis lechos de filtración. El costo de los pozos será de $128,000 por excavación, $304,000 por un revestidor plástico y $16,000 en instalación de tuberías, bocas de alcantarilla, etc. Se espera que el costo de M&O anual para esta alternativa sea de $10,000. La alternativa 3 consiste en la construcción de una cañería de fuerza para transportar el agua residual a un sistema de alcantarillado de flujo de gravedad existente que hace parte del sistema de alcantarillado de la ciudad. Esta altemativa.costará $190,000 por concepto de tubería, estación de soporte, relleno, etc. El costo M&O de la alternativa 3 será de $12,000 por año. Si los funcionarios de la prisión han identificado beneficios anuales de $45,000, $22,000 y $14,000 para las alternativas 1, 2 y 3, respectivamente, ¿cuál sería seleccionada utilizando el método B/C modificado a una tasa de interés del 8% anual y un periodo de estudio de 30 años? Suponga que una alternativa *debe* ser seleccionada.

9.24 Si la alternativa de no hacer nada es una posibilidad en el problema 9.23, ¿cuál alternativa debe seleccionarse?

9.25 El gobierno está considerando el revestimiento de los canales principales de irrigación. Se espera que el costo inicial del revestimiento sea de $3 millones, con costos anuales de mantenimiento de $25,000. Si los canales no están revestidos, deberá instituirse una operación de control de maleza y dragado que tendrá un costo inicial de $700,000 y un costo de $50,000 el primer año, $52,500 el segundo y cantidades que aumentan en $2500 anualmente durante 25 años. Si los canales están revestidos, se perderá menos agua a través de infiltración, de manera que puede cultivarse más tierra para uso agrícola. Se espera que el ingreso agrícola asociado con la tierra extra sea de $42,000 por año. Suponga que la vida del proyecto sea de 25 años y que la tasa de interés, del 6% anual. Utilice *(a)* la razón convencional B/C y *(b)* la razón B/C modificada para determinar si los canales deben ser revestidos.

NIVEL

TRES

En este nivel, el lector aprenderá cómo realizar un análisis de reposición o de conservación de los activos actualmente poseídos y del procedimiento utilizado en la determinación del número de años para conservar un activo, de manera que éste tenga un costo anual mínimo equivalente.

Se presenta el conocimiento sobre bonos y el cálculo de su tasa de retorno esperado. Además, se consideran los efectos inflacionarios sobre los cálculos de valor presente y de valor futuro en asociación con las técnicas básicas de indexación y de estimación de costos para sistemas completos y para componentes. Los principios fundamentales y las técnicas para asignar los costos indirectos a unidades de negocios, a líneas de productos y a departamentos completan este nivel.

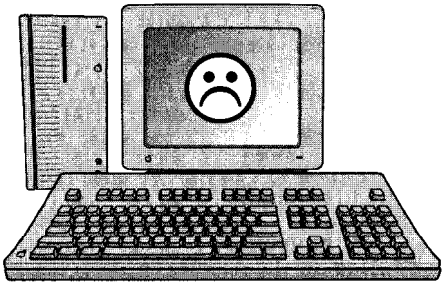
CAPÍTULO

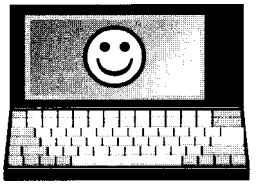
10	Análisis de reposición	**288**
11	Bonos	**320**
12	Inflación, estimación de costos y asignación de costos indirectos	**336**

capítulo

10

Análisis de reposición





El resultado de un proceso de evaluación de alternativas es la selección e implementación de un proyecto, un activo o un servicio que tiene alguna estimación de vida económica o función planificada. Con el tiempo, las compañías encuentran a menudo que es necesario determinar la forma como el activo en uso puede ser remplazado, mejorado o aumentado. Este análisis puede ser necesario antes, durante, o después de la vida estimada. Los resultados del análisis, a los cuales comúnmente se hace referencia como *análisis de reposición o estudio de reposición,* proporcionan respuestas a preguntas tales como:

- Puesto que el activo se ha vuelto tecnológicamente obsoleto, ¿cuál selección es la más económica: mejorarlo 0 reponerlo por completo?
- ¿Cuál de las alternativas identificadas debe aceptarse como una reposición?
- ¿Cuál es la estimación de vida más económica para un activo?
- ¿Se debe conservar el activo durante un año más antes de su reposición? ¿2 años más? ¿3 años más?

La lógica y los cálculos del análisis de reposición se abordan en este capítulo. Puede haber importantes consecuencias de impuestos sobre la renta en la reposición, en especial si es prematura. El análisis de reposición después de impuestos se presenta en el capítulo 15.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Propósito: Realizar un estudio de reposición de un activo o proyecto en uso (el defensor) y una o más alternativas (los retadores)

- Razones
- Concepto básico
- Periodo de estudio
- Dos enfoques
- Vida de servicio económico
- Un año adicional

Este capítulo ayudará al lector a:

1. Entender las razones básicas que llevan a realizar un estudio de reposición.
2. Explicar los conceptos básicos y los datos utilizados en un estudio de reposición.
3. Seleccionar la mejor alternativa entre el defensor o los retadores utilizando un periodo de estudio especificado.
4. Ilustrar la diferencia entre los enfoques convencionales y de flujo de efectivo en el análisis de reposición.
5. Determinar la vida de servicio económico de un activo que minimiza la medida de valor VA.
6. Realizar un estudio de reposición utilizando un procedimiento de análisis de un año adicional.

10.1 POR QUÉ SE REALIZAN ESTUDIOS DE REPOSICIÓN

El estudio de reposición básico está diseñado para determinar si debe remplazarse un activo utilizado actualmente. El término estudio de reposición se emplea también para identificar una diversidad de análisis económicos que comparan un activo poseído en la actualidad con su mejoramiento mediante características nuevas más avanzadas; con el mejoramiento mediante adaptación de equipo en uso; o con la complementación del equipo existente, de menor 0 mayor tamaño.

Aunque la reposición no esté planeada ni anticipada, se considera por una o varias razones entre muchas. Algunas de ellas son:

Menor desempeño. Debido al deterioro físico de las partes, el activo no tiene una capacidad de desempeño a un nivel esperado de *confiabilidad* (ser capaz de desempeñarse correctamente cuando se necesita) *o* de *productividad* (el desempeño a un nivel dado de calidad y de cantidad). En general, esta situación genera mayores costos de operación, de desecho y de adaptación, ventas perdidas y mayores gastos de mantenimiento.

Alteración de requisitos. Se han establecido nuevos requisitos de precisión, velocidad LI otras especificaciones, que no pueden satisfacerse mediante el equipo o sistema existente. Con frecuencia, la selección está entre la reposición completa 0 su mejoramiento a través de la complementación o las adiciones.

Obsolescencia. La competencia internacional y la tecnología de automatización rápidamente cambiante, los computadores y las comunicaciones hacen que los sistemas y activos utilizados en la actualidad funcionen en forma aceptable pero menos productiva que el equipo que llega al mercado. La reposición debida a la obsolescencia siempre es un desafío, pero la gerencia puede desear emprender un análisis formal para determinar si el equipo recién ofrecido puede forzar a la compañía a salir de los mercados actuales o a abrir nuevas áreas de mercado. El tiempo del ciclo de desarrollo, siempre en descenso para traer nuevos productos al mercado es, con frecuencia, la razón para los estudios de reposición prematuros, es decir, estudios realizados antes de haber completado la vida funcional o económica estimada.

10.2 CONCEPTOS BÁSICOS DEL ANÁLISIS DE REPOSICIÓN

En la mayoría de los estudios de ingeniería económica se comparan dos o más alternativas. En un estudio de reposición, uno de los activos, al cual se hace referencia como el *defensor,* es actualmente poseído (o está en uso) y las alternativas son uno o más *retadores.* Para el análisis se toma la *perspectiva (punto de vista) del asesor o persona externa;* es decir, se supone que en la actualidad no se posee ni se utiliza ningún activo y se debe escoger entre la(s) alternativa(s) del retador y la alternativa del defensor en uso. Por consiguiente, para adquirir el defensor, se debe "invertir" el valor vigente en el mercado en este activo usado.

Dicho valor estimado de mercado o de intercambio se convierte en el costo inicial de la alternativa del defensor. Habrá nuevas estimaciones para la vida económica restante, el costo anual de operación (CAO) y el valor de salvamento del defensor. Es probable que todos estos valores difieran de las estimaciones originales. Sin embargo, debido a la perspectiva del asesor, todas las estimaciones hechas y utilizadas anteriormente deben ser rechazadas en el análisis de reposición. El ejemplo 10.1 identifica el uso correcto de información para un análisis de reposición.

Ejemplo 10.1

Paradise Isle, un hotel de isla tropical, compro hace tres años una máquina para hacer hielo, de la más reciente tecnología, por $12,000 con una vida estimada de 10 años, un valor de salvamento del 20% del precio de compra y un CAO de $3000 anuales. La depreciación ha reducido el costo inicial a su valor actual de $8000 en libros.

Un nuevo modelo, de $11,000, acaba de ser anunciado. El gerente del hotel estima la vida de la nueva máquina en 10 años, el valor de salvamento en $2000 y un CAO de $1800 anuales. El vendedor ha ofrecido una cantidad de intercambio de $7500 por el defensor de 3 años de uso. Con base en experiencias con la máquina actual, las estimaciones revisadas son: vida restante, 3 años; valor de salvamento, $2000 y el mismo CAO de $3000.

Si se realiza el estudio de reposición, ¿qué valores de P, n, VS y CAO son correctos para cada máquina de hielo?

Solución

Desde la perspectiva del asesor, USE solamente las estimaciones más recientes.

Defensor	Retador
$P = \$7,500$	$P = \$11,000$
CAO = $3,000	CAO = $11,800
$VS = \$2,000$	$VS = \$2,000$
$n = 3$ años	$n = 10$ años

El costo original del defensor de $12,000, el valor de salvamento estimado de $2400, los 7 años restantes de vida y el valor de $8000 en libros no son relevantes para el análisis de reposición del defensor *versus* el retador.

Dado que el pasado es común a las alternativas, los costos pasados se consideran irrelevantes en un análisis de reposición. Esto incluye un costo ***no recuperable,*** o cantidad de dinero invertida antes, que no puede recuperarse ahora o en el futuro. Este hecho puede ocurrir debido a cambios en las condiciones económicas, tecnológicas o de otro tipo o a decisiones de negocios equivocadas. Una persona puede experimentar un costo perdido

cuando compra un artículo, por ejemplo, algún software y poco después descubre que éste no funcionaba como esperaba y no puede devolverlo. El precio de compra es la cantidad del costo perdido. En la industria, un costo no recuperable ocurre también cuando se considera la reposición de un activo y el valor del mercado real o de intercambio es menor que aquel predicho por el modelo de depreciación utilizado para cancelar la inversión de capital original o es menor que el valor de salvamento estimado. (En el capítulo 13 se incluye un análisis completo de los modelos de depreciación). El costo no recuperable de un activo se calcula como:

$$\text{Costo no recuperable} = \text{valor presente en libros} - \text{valor presente del mercado} \qquad [10.1]$$

Si el resultado en la ecuación [10. 1] es un número negativo, no hay costo no recuperable involucrado. El valor presente en libros es la inversión restante después de que se ha cargado la cantidad total de la depreciación; es decir, el valor actual en libros es el valor en libros del activo. Por ejemplo, un activo comprado por $100,000 hace cinco años tiene un valor depreciado en libros de $50,000. Si se está realizando un estudio de reposición y sólo se ofrecen $20,000 como la cantidad de intercambio con el retador, según la ecuación [10.11, se presenta un costo no recuperable de $50,000 – 20,000 = $30,000.

En un análisis de reposición el *costo no recuperable no debe incluirse en el análisis económico*. El costo no recuperable representa en realidad una pérdida de capital (analizada en la sección 14.3) y se refleja correctamente si se incluye en el estado de resultados de la compañía y en los cálculos del impuesto sobre la renta para el año en el cual se incurre en dicho costo. Sin embargo, algunos analistas tratan de "recuperar" el costo no recuperable del defensor agregándolo al costo inicial del retador, lo cual es incorrecto ya que se penaliza al retador, haciendo que su costo inicial aparezca más alto; de esta manera se sesga la decisión.

Con frecuencia, se han hecho estimaciones incorrectas sobre la utilidad, el valor o el valor de mercado de un activo. Tal situación es bastante posible, dado que las estimaciones se realizan en un punto en el tiempo sobre un futuro incierto. El resultado puede ser un costo no recuperable cuando se considera la reposición. No debe permitirse que las decisiones económicas y las estimaciones incorrectas del pasado influyan incorrectamente en los estudios económicos y decisiones actuales.

En el ejemplo 10.1 se incurre en un costo no recuperable para la máquina de hielo defendida si ésta es remplazada. Con un valor en libros de $8000 y una oferta de intercambio de $7500, la ecuación [10. 1] produce:

$$\text{Costo no recuperable} = \$8000 - 7500 = \$500$$

Los $500 nunca debieron agregarse al costo inicial del retador. Tal hecho (1) penaliza al retador puesto que la cantidad de inversión de capital que debe recuperarse cada año es más grande debido a un costo inicial aumentado de manera artificialmente y (2) es un intento de eliminar errores pasados en la estimación, pero probablemente inevitables.

Problemas 10.1 a 10.5

10.3 ANÁLISIS DE REPOSICIÓN UTILIZANDO UN PERIODO DE ESTUDIO ESPECIFICADO

El *periodo de estudio u horizonte de planificación* es el número de años seleccionado en el análisis económico para comparar las alternativas de defensor y de retador. Al seleccionar el periodo de estudio, una de las dos siguientes situaciones es habitual: La vida restante anticipada del defensor es igual o es más corta que la vida del retador.

Si el defensor y el retador tienen vidas iguales, se debe utilizar cualquiera de los métodos de evaluación con la información más reciente. El ejemplo 10.2 compara un defensor y un retador con vidas iguales.

Ejemplo 10.2

En la actualidad, Moore Transfer posee varios camiones de mudanza que se están deteriorando con mayor rapidez de lo esperado. Los camiones fueron comprados hace 2 años, cada uno por $60,000. Actualmente, la compañía planea conservar los camiones durante 10 años más. El valor justo del mercado para un camión de 2 años es de $42,000 y para un camión de 12 años es de $8000. Los costos anuales de combustible, mantenimiento, impuestos, etc., es decir, CAO, son $12,000 anuales.

La opción de reposición es arrendar en forma anual. El costo anual de arrendamiento es de $9000 (pago de fin de año) con costos anuales de operación de $14,000. ¿Debe la compañía arrendar sus camiones si la TMAR es del 12%?

Solución

Considere un horizonte de planificación de 10 años para un camión que actualmente poseen y para un camión arrendado y realice un análisis VA para efectuar la selección.

Defensor	Retador
P = $42,000	Costo de arrendar = $9,000 anual
CAO = $12,000	CAO = $14,000
VS = $8,000	No salvamento
n = 10 años	n = 10 años

El defensor D tiene un valor justo del mercado de $42,000, lo cual representa entonces su inversión inicial. El cálculo VA, es:

$$\begin{aligned} VA, &= -P(A/P,i,n) + VS(A/F,i,n) - CAO \\ &= -42{,}000(A/P,12\%,10) + 8000(A/F,12\%,10) - 12{,}000 \\ &= -42{,}000(0.17698) + 8000(0.05698) - 12{,}000 \\ &= \$-18{,}977 \end{aligned}$$

La relación VA, para el retador C es:

$$VA, = \$-9000 - 14{,}000 = \$-23{,}000$$

Es claro que la firma debe conservar la propiedad de los camiones, ya que VA, es numéricamente superior a VA,.

Comentario

Calcule de nuevo el VA, para el retador si los pagos del arriendo se efectúan al principio de cada año y el CAO ocurre al final de cada año: Se debe obtener que VA, = $–24,080, que es el costo VA más grande. Por supuesto, la decisión de poseer los camiones continúa siendo la misma.

Cuando un defensor puede ser remplazado por un retador que tiene una vida estimada diferente de la vida restante del defensor, debe determinarse la longitud del periodo de estudio. **Es** práctica común utilizar un periodo de estudio igual a la vida del activo de vida más larga. Luego, se aplicará el valor VA para el activo de vida más corta a lo largo de todo el periodo de estudio, lo cual implica que el servicio realizado por dicho activo puede adquirirse con el mismo valor VA después de su vida esperada. Por ejemplo, si se compara un retador con 10 años de vida con un defensor con 4 años de vida, para el análisis de reposición se supone que el servicio proporcionado por el defensor estará disponible por el mismo valor VA durante 6 años adicionales. Si dicho supuesto no parece razonable, debe incluirse una estimación actualizada de la adquisición de un servicio equivalente en el flujo de efectivo del defensor y distribuirla durante el periodo de estudio de 10 años.

Ejemplo 10.3

Un municipio es propietario de un selector de material reciclable que ha utilizado durante 33 años. Con base en cálculos recientes, el activo tiene un valor VA de $5200 por año durante una vida restante estimada de 5 años. La reposición por un selector mejorado tiene un costo inicial de $25,000, un valor de salvamento estimado de $3800, una vida proyectada de 12 años y un costo anual de operación de $720. La ciudad utiliza una TMAR del 10% anual. Si se planea conservar el nuevo selector durante toda su vida estimada, ¿debe la ciudad remplazar el antiguo selector?

Solución

Seleccione un periodo de estudio de 12 años correspondiente a la vida del retador. Suponga que el VA de $5200 del defensor es una buena estimación del costo equivalente anual para obtener el mismo nivel de selección de material reciclable después de los cinco años de vida restante del defensor.

$$VA, = \$-5200$$

$$VA, = -25{,}000(A/P,10\%,12) + 3800(A/F,10\%,12) - 720$$

$$= \$4211$$

La compra de un nuevo selector cuesta aproximadamente $1000 menos por año.

Comentario

Si se utiliza el análisis VP para el periodo de estudio de activos con vidas diferentes, el análisis supone la compra de un activo similar de vida más corta cuando sea necesario, y además supone que el valor VA continuará siendo el mismo que en el ciclo de vida anterior. En este ejemplo, debería comprarse dos veces un selector similar defensor, al final de los años 5 y 10. Los valores presentes son:

$$VP_D = \$-5200(P/A,10\%,12) = \$-35{,}431$$

$$VP_R = \$-4211(P/A,10\%,12) = \$-28{,}693$$

Por supuesto, la decisión aún favorece el nuevo selector retador.

La competencia internacional y la rápida obsolescencia de las tecnologías en uso son preocupaciones constantes. Con frecuencia, el escepticismo y la incertidumbre del futuro se reflejan en el deseo de la administración de imponer *periodos* ***de estudio abreviados*** en todas las evaluaciones económicas, sabiendo que fácilmente puede ser necesario considerar aún otra reposición en el futuro cercano. Este enfoque, aunque razonable desde la perspectiva de un gerente, obliga a la recuperación de la inversión inicial y de la TMAR requerida durante un periodo de tiempo acortado comparado con lo que podrían ser vidas más largas de alternativas. En tales análisis, los valores n en todos los cálculos reflejan que el periodo de estudio fue acortado, no los valores estimados como vidas alternativas, que pueden ser más grandes que el periodo de estudio abreviado. El ejemplo 10.4 ilustra las consecuencias de los estudios abreviados.

Ejemplo 10.4

Reconsidere la situación del ejemplo 10.3, aunque utilizando ahora un periodo de estudio acortado de 5 años correspondiente a la vida restante del defensor. La administración de la ciudad especifica 5 años, ya que le preocupa que los progresos realizados en la tecnología de reciclaje, han llamado ya a cuestionar la conservación de un equipo operacionalmente bueno. Suponga que el valor de salvamento estimado del retador permanecerá en $3800 después de 5 años.

Solución

El análisis VA es el mismo, excepto que se permite un periodo de solamente n = 5 años para que el retador recupere la inversión de capital de $25,000 y un retorno del 10%.

$$VA_D = \$-5200$$

$$VA_R = \$-25{,}000(A/P,10\%,5) + 3800(A/F,10\%,5) - 720$$

$$= \$-6693$$

Seleccione el defensor. En el ejemplo 10.3, el retador tuvo una ventaja VA de $1000 aproximadamente; ahora el defensor es menos costoso en cerca de $1500 anuales, reversando así la decisión tomada al utilizar un periodo de estudio de 12 años. La figura 10.1 compara los resultados de este ejemplo con los del ejemplo 10.3. El valor VA del defensor permanece en $-5200, pero el periodo de estudio de 5

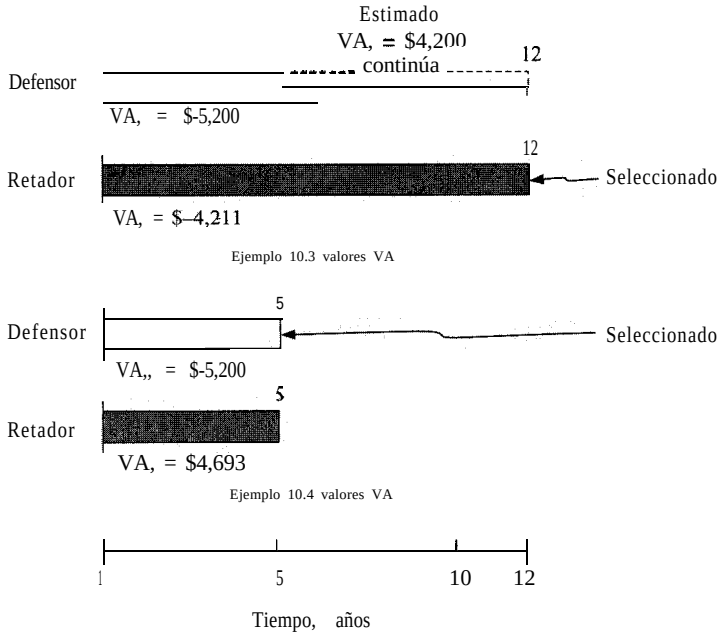


Figura 10.1 Comparación de valores VA para un periodo de estudio de 12 años (ejemplo 10.3) y un periodo acortado de 5 años (ejemplo 10.4).

años acortado en este ejemplo aumenta de manera significativa el valor VA del retador, lo suficiente para cambiar la alternativa seleccionada.

Comentario

La razón para reversar la decisión en este ejemplo es bastante simple. Al retador se le dan solamente 5 años para recuperar la misma inversión y un retorno del 10% anual, mientras que en el ejemplo anterior se permiten 12 años. Entonces, debe aumentar el valor de VA.

Una alternativa realista al enfoque anterior es reconocer el valor no utilizado en el retador aumentando el valor de salvamento de **$3800** al valor justo del mercado estimado después de 5 años de servicio, si dicho valor puede estimarse, mejorando así el valor VA del retador.

Al no permitir, en el ejemplo anterior, que la totalidad de la vida estimada sea utilizada, el retador es efectivamente preferido en la selección. Sin embargo, la decisión de no considerar el uso del retador después de 5 años en el análisis es un ejemplo de toma de decisiones administrativas. La selección del periodo de estudio es una decisión difícil que debe estar basada en información y juicio sanos. El uso de un periodo acortado puede sesgar la decisión económica, ya que el periodo de inversión-recuperación para el retador puede estar limitado a un tiempo significativamente menor que su vida estimada. No obstante, el uso de un

horizonte más largo puede también ir en detrimento debido a la incertidumbre del futuro y a la precisión de las estimaciones. En este caso, la dirección del sesgo es menos cierta que en el caso de un horizonte acortado. Una práctica común son las adiciones a los activos; es decir, el defensor se ve complementado por un activo recién comprado para hacerlo comparable en capacidades con los atributos de velocidad, volumen y precisión del retador. La aplicación de análisis se incluye como un ejemplo adicional.

Ejemplo adicional 10.8
Problemas 10.6 a 10.13

10.4 ENFOQUES DEL COSTO DE OPORTUNIDAD Y DEL FLUJO DE EFECTIVO APLICADOS AL ANÁLISIS DE REPOSICIÓN

Para considerar el costo inicial de alternativas en el análisis de reposición existen dos formas igualmente correctas y equivalentes. La primera, llamada *enfoque de costo de oportunidad, o enfoque convencional,* utiliza el valor de mercado de intercambio o actual del defensor como el costo inicial del defensor y el costo inicial de reposición como el costo inicial del retador. El término costo de oportunidad reconoce el hecho de que el propietario pierde una cantidad de capital igual al valor de intercambio. Éste es el "costo" de la oportunidad si se selecciona el defensor. Tal es el enfoque del ejemplo 10.1. Para el defensor, el costo inicial refleja el valor más alto que puede obtenerse a través de la disposición mediante venta, intercambio o desecho. El enfoque es complicado cuando múltiples retadores hacen cada referencia a un valor de intercambio diferente del defensor, porque requiere comprar un diferente costo inicial del defensor, con cada retador.

El segundo enfoque —el *enfoque del flujo de efectivo*- reconoce el hecho de que cuando se selecciona un retador, el valor de mercado del defensor es una entrada de efectivo para cada alternativa del retador; y que cuando se selecciona el defensor, no hay un desembolso real de efectivo. Sin embargo, para utilizar correctamente el enfoque del flujo de efectivo, *el defensor y el retador deben tener las mismas estimaciones de vida.* Se debe fijar el costo inicial del defensor en cero y restar el valor de intercambio (mercado, venta o disposición) del costo inicial del retador. Nuevamente, es importante recordar que este enfoque puede utilizarse sólo cuando las vidas del defensor y del retador son iguales o cuando la comparación se realiza durante el mismo periodo de estudio para todas las alternativas.

Ejemplo 10.5

Esta mañana su jefe pidió analizar la siguiente situación utilizando el enfoque de flujo de efectivo y una TMAR del 18%. Determine la decisión más económica. Un activo de 7 años de edad puede ser remplazado con cualquiera de dos activos nuevos. La información actual para cada alternativa se da a continuación.

	Activo actual, Defensor	Reposiciones posibles	
		Retador 1	Retador 2
Costo inicial, $	—	10,000	18,000
Intercambio del defensor, $	—	3,500	2,500
Costo anual, $	3,000	1,500	1,200
Valor de salvamento, $	500	1,000	500
Vida estimada, años	5	5	5

Solución

El costo inicial es diferente para el retador 1 (R1) y el retador 2 (R2) para el enfoque del flujo de efectivo. Reste el valor de intercambio del costo inicial del retador respectivo y calcule el valor VA sobre la vida respectiva de cada alternativa o un periodo de estudio seleccionado. El valor de la vida estimada de 5 años es el periodo de estudio lógico aquí. Con **este** enfoque, el costo inicial del defensor es cero, puesto que ya se posee el activo y no se necesita ninguna inversión inicial real si el defensor es conservado.

Defensor: $VA_D = -3000 + 500(A/F,18\%,5) = \$-2930.11$

Retador 1: $VA_{R1} = [-10{,}000 - (-3500)](A/F,18\%,5) - 1500 + 1000(A/F,18\%,5) = \$-3438.79$

Retador 2: $VA_{R2} = [-18{,}000 - (-2500)](A/P,18\%,5) - 1200 + 500(A/F,18\%,5) = \$-6086.70$

Se escoge conservar al defensor, ya que éste tiene numéricamente el valor VA más grande (el costo anual más bajo).

Comentario

Si se aplica el enfoque del costo de oportunidad, se realizan dos análisis: *D versus* R1, con un costo inicial del defensor de $3500; y *D versus* R2, con un costo inicial del defensor de $2500. Los valores VA resultantes son:

D versus R1	*D* versus R2
$VA_D = \$-4049.34$	$VA_D = \$-3729.56$
$VA_{R1} = \$-4558.02$	$VA_{R2} = \$-6886.15$

Como se esperaba, se ha tomado la decisión de conservar al defensor, dado que ofrece el costo anual equivalente más bajo.

Es posible utilizar el enfoque del costo de oportunidad en un estudio de reposición para determinar lo que de ordinario se denomina el *valor* de *reposición (VR)* del defensor. El VR

es el valor de mercado o de intercambio del defensor que debe ser excedido con el fin de hacer que el retador sea más atractivo económicamente. Para la cantidad VR, el defensor y el retador son equivalentes en términos económicos. Para determinar el VR desarrolle la relación VA,= VA, con el costo inicial del defensor representado por VR, que es el valor de intercambio desconocido. Resuelva la ecuación para VR. Como ejercicio, encuentre VR para el defensor en el ejemplo 10.2, cuya respuesta debe ser $69,250. Dado que se estima que el valor justo del mercado de un camión de mudanzas de dos años de edad es de $42,000, debe conservarse el defensor, que es la conclusión en el ejemplo 10.2.

Problemas 10.14 a 10.22

10.5 VIDA DE SERVICIO ECONÓMICO

Es posible que se desee conocer el número de años que un activo debe conservarse en servicio para minimizar su costo total, considerando el valor del dinero en tiempo, la recuperación de la inversión de capital y los costos anuales de operación y mantenimiento. Este tiempo de costo mínimo es un valor n al cual se hace referencia mediante diversos nombres tales como la *vida de servicio económico,* vida de costo mínimo, vida de retiro y vida de reposición. Hasta este punto, se ha supuesto que la vida de un activo se conoce o está dada. La presente sección explica la forma de determinar la vida de un activo (valor *n),* que minimiza el costo global. Tal análisis es apropiado si bien el activo esté actualmente en uso y se considere la reposición o si bien se está considerando la adquisición de un nuevo activo.

En general, con cada -año que pasa de uso de un activo, se observan las siguientes tendencias, señaladas gráficamente en la figura 10.2.

- El valor anual equivalente del costo anual de operación (CAO) (identificado como VA de CAO en la figura 10.2) aumenta. También puede hacerse referencia al término CAO como costos de mantenimiento y operación (M&O).
- El valor anual equivalente de la inversión inicial del activo o costo inicial disminuye (curva VA de inversión en la figura 10.2).
- La cantidad de intercambio o valor de salvamento real se reduce con relación al costo inicial. Este efecto está incluido en la curva VA de inversión.

Tales factores hacen que la curva VA total del activo disminuya para algunos años y aumente de allí en adelante. La curva VA total se determina utilizando la siguiente relación durante un número k de años.

$$\text{VA total} = \text{VA de la inversión} + \text{VA del CAO} \qquad [10.2]$$

El valor VA mínimo total indica el valor n durante la vida de servicio económico, el valor n cuando la reposición es lo más económico. Ésta debe ser la vida del activo estimada utilizada en un análisis de ingeniería económica, si se considera solamente la economía.

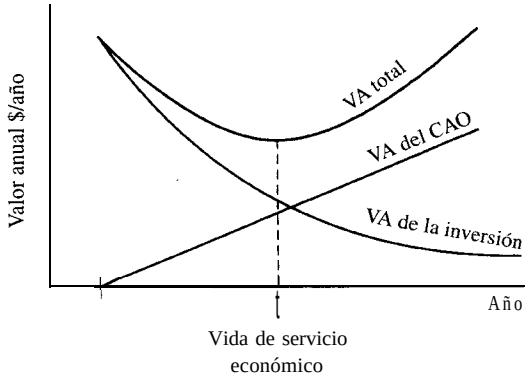


Figura 10.2 Componentes y formo de uno curvo de valor anual total para un activo.

El enfoque para estimar n en el análisis de vida de servicio utiliza los cálculos VA convencionales del capítulo 6. Aumente el índice de valor de vida de 1 hasta k, donde el valor de vida más largo posible es N, es decir, $k = 1, 2, \ldots, N$. Empiece con la ecuación [10.21 y, para cada k, determine VA,.

$$VA_k = -(P/A,i,k) + VS_k(A/F,i,k) - \left[\sum_{j=1}^{j=k} CAO_j(P/F,i,j)\right](A/P,i,k) \qquad [10.3]$$

donde P = inversión inicial o costo inicial del activo

VS_k = valor de salvamento después de conservar el activo k años

CAO_j = costo anual de operación para el añoj ($j = 1, 2, \ldots, k$)

La vida de servicio económico es el valor k al cual VA_k indica el valor de costo más bajo. *(Recuerde:* Seleccione el VA_k numéricamente más grande, ya que los costos tienen un signo menos). El valor k y la cantidad VA se incluyen en un análisis económico o en un análisis de reposición como la vida estimada n y el valor VA_k respectivamente.

Ejemplo 10.6

La reposición temprana de un activo de 3 años de edad se encuentra bajo consideración. Su valor de mercado actual es de $13,000. Los valores de salvamento estimados y los costos anuales de operación durante los próximos 5 años se dan en la tabla 10.1, columnas 2 y 3, respectivamente. ¿Cuál es la vida de servicio económico de este defensor si se requiere un retorno del 10% por año?

Tabla 10.1 Cálculo de la vida de servicio económico

(1) Vida, k, años	(2) VS_k	(3) CAO_j (j = 1 a 5)	(4) Recuperación de capital	(5) Costos anuales de operación equivalentes	(6) = (4) + (5) VA_k
1	$9000	$–2500	$–5300	$–2500	$–7800
2	8000	–2700	–3681	–2595	–6276
3	6000	–3000	–3415	–2717	–6132
4	2000	–3500	–3670	–2886	–6556
5	0	–4500	–3429	–3150	–6579

Solución

La ecuación [10.3] genera VA_k para $k = 1, 2,...,5$. La tabla 10.1, columna 4, proporciona la recuperación de la inversión de $13,000 más el valor del retorno del 10% utilizando los dos primeros términos en la ecuación [10.3]. La columna 5 da el CAO equivalente para k años utilizando el último término en la ecuación VA_k. La suma es el VA_k que aparece en la columna 6. Como ilustración, el cálculo para $k = 3$ es:

$$\begin{aligned} VA_3 &= -13{,}000(A/P,10\%,3) + 6000(A/F,10\%,3) - [2500(P/F,10\%,1) \\ &\quad + 2700(P/F,10\%,2) + 3000(P/F,10\%,3)](A/P,10\%,3) \\ &= \$-3415 - 2717 \\ &= \$-6132 \ . \end{aligned}$$

El costo VA mínimo es de $6132 por año para $k = 3$, lo que indica que la vida restante anticipada deben ser 3 años. Si se representan gráficamente las cantidades de la columna 6, el resultado aparecerá como la curva de VA total, de forma convexa, de la figura 10.2.

Comentario

Si los diversos valores de VA_k son más o menos iguales, la curva VA total será plana en la parte inferior, lo cual indica que el costo es relativamente insensible durante muchos años. Entonces, la vida de servicio económico es también menos sensible a un valor n particular.

Observe que el método presentado en este ejemplo es general, de modo que puede utilizarse aunque la vida de servicio económico esté determinada para una compra anticipada o para un activo en uso que está siendo evaluado para decidir sobre su conservación o reposición.

Ejemplo 10.6 (Hoja de cálculo)

La reposición temprana de un activo de 3 años de edad se encuentra bajo considera&%. Su valor de mercado actual es de $13,000, Los valores de salvamento estimados y los costos de anuales operación durante los próximos 5 años están dados en la tabla 10.1, columna 2 y 3, respectivamente. Utilice una

Microsoft Excel - Ex10.6

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Interés	10%						
2								
3				Recuperación	VP del	Cantidad	Costos de	
4	Vida	VS	CAO	de capital	CAO	del CAO	operación equivalentes	VA
5	0	$13,000						
6	1	$9,000	$2,500	$5,300	$2,273	$2,273	$2,500	$7,800
7	2	$8,000	$2,700	$3,681	$2,231	$4,504	$2,595	$6,276
8	3	$6,000	$3,000	$3,415	$2,254	$6,758	$2,718	$6,132
9	4	$2,000	$3,500	$3,670	$2,391	$9,149	$2,886	$6,556
10	5	$0	$4,500	$3,429	$2,794	$11,943	$3,150	$6,580

=-PMT(B1,$A10,$B$5)+(PMT($B$1,$A10,0,$B10))

=+F9+E10

=-VP(B1,$A10,0,$C10)

=-PMT(B1,$A10,$F10)

=G10+D10

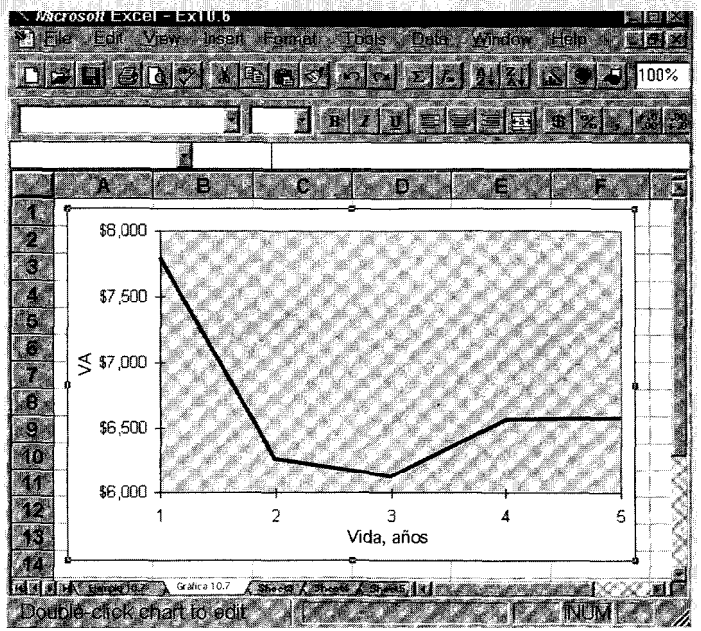


Figura 10.3 Solución de hoja de cálculo para la vida de servicio económico, ejemplo 10.6 (Hoja de cálculo)*

hoja de cálculo para determinar la vida de servicio económico de este defensor si se requiere un retorno anual del 10%.

Solución

Los valores de la hoja de cálculo en la figura 10.3, columna H, tabulan el VA total. (En la hoja de cálculo se utilizan signos positivos, puesto que todos los valores son estimaciones de costo). La columna D es la cantidad de recuperación de capital de la ecuación [10.3], los dos primeros términos, y el VA equivalente de CAO está en la columna G del último término de la misma ecuación. Los cálculos presentados de la función son muestras de $n = 5$ para cada año entre 1 y 5.

El VA total resultante se ha representado gráficamente a continuación de la hoja de cálculo. La vida de servicio económico es de 3 años (como en la tabla 10.1) con VA = $5132.

Se recomienda utilizar un sistema de hoja de cálculo para la solución de los problemas de esta sección.

Ejemplo adicional 10.9
Problemas 10.23 a 10.27

10.6 ANÁLISIS DE REPOSICIÓN PARA CONSERVAR UN ACTIVO DE UN AÑO ADICIONAL

Normalmente se espera que un activo se conserve hasta el final de su vida de servicio económico (sección anterior) o durante su vida útil estimada, si es diferente. Sin embargo, a medida que transcurre la vida de un activo que se posee actualmente, éste se deteriora, apareciendo entonces modelos disponibles más atractivos, modernos o mejorados; o las estimaciones de costo e ingreso original resultan ser significativamente diferentes de las cantidades reales. Entonces, una pregunta que se hace con frecuencia es: ¿Debe el activo ser remplazado o conservarse en servicio durante 1, 2, 3 o más años? Buena pregunta si el activo ha estado en servicio durante todo el tiempo esperado; es decir, han transcurrido n años de servicio o la vida estimada ha expirado y parece que el activo tendrá más años de servicio. Dos opciones son posibles para cada año adicional. Seleccionar a un retador ahora, o conservar al defensor durante un año más.

Para tomar la decisión de remplazar o conservar, no es correcto simplemente comparar el costo equivalente del defensor y el costo del retador durante el tiempo restante de vida de servicio económico, vida útil anticipada, o algún número seleccionado de años más allá de cualquiera de estos dos números de años. (Cualquiera de estos valores puede tomarse como la *vida* restante.) En lugar de ello, se utiliza el procedimiento de valor anual presentado en la figura 10.4 para calcular VA, y $C_D(1)$, donde:

VA_R = valor anual del retador
$C_D(1)$ = estimación de costo del defensor para el año próximo ($t = 1$)

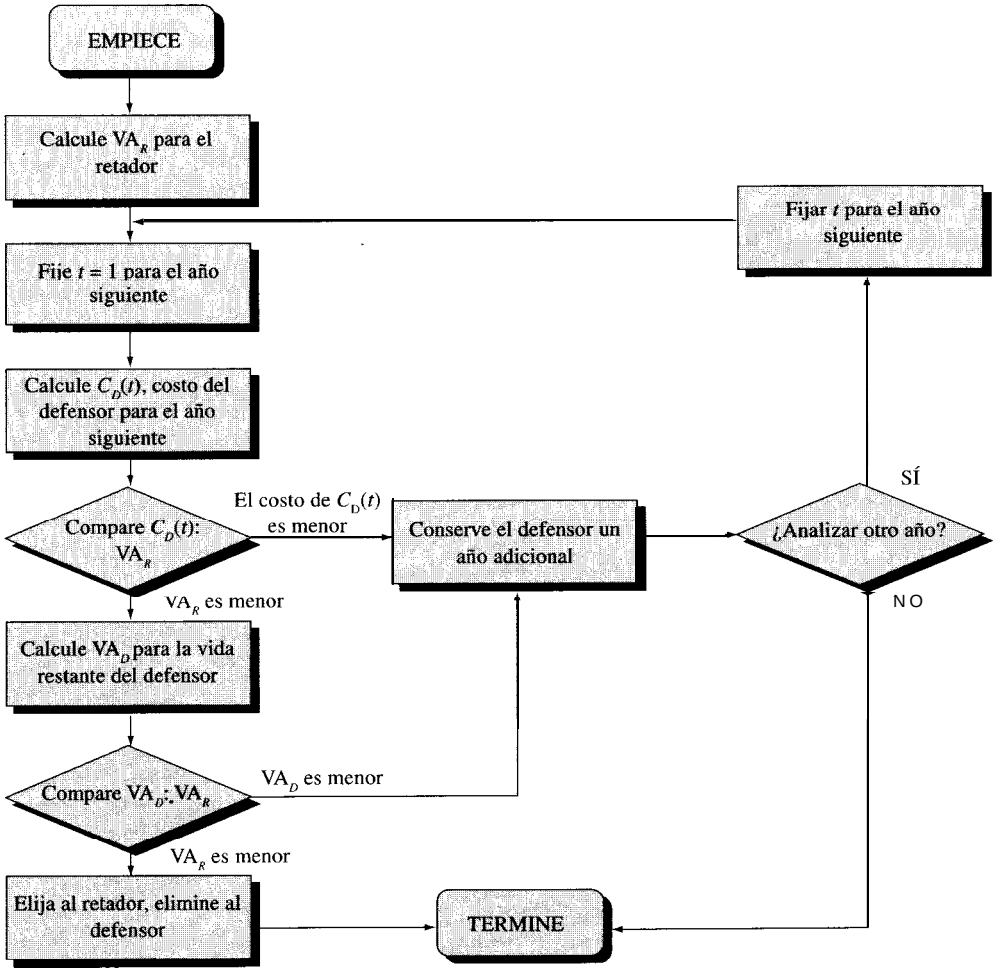


Figura 10.4 **Procedimiento para un análisis de reposición en un año adicional.**

Si el costo de 1 año del defensor C_D (1) es menor que el valor anual del retador VA,, conserve al defensor un año más ya que su costo es menor. (Recuerde: Utilice el signo menos para indicar costos). Si, por ejemplo, C_D (1) = \$-100 y VA, = \$-200, el defensor cuesta menos. La figura 10.4 indica correctamente que se debe conservar al defensor porque el costo de \$100 es ***menor*** que el de \$200. Si el costo C_D (1) es mayor que VA,, el retador cuesta menos para el ano siguiente. Sin embargo, para una selección correcta del retador, éste debe costar también menos que el valor anual equivalente del defensor, VA,, durante el resto de su vida. Ahora, si el costo VA, es menor que el costo VA,, la figura 10.4 indica que debe conservarse al defensor durante un año adicional: de lo contrario seleccione el retador ahora.

Es posible continuar el análisis para los años $t = 2, 3,...$, un año a la vez hasta que o bien se seleccione el retador o la vida restante del defensor se gaste. Recuerde que sólo se selecciona al retador cuando el costo de éste sea menor que el costo del defensor del año siguiente y que el valor anual del defensor. Este procedimiento supone que el VA, continuará siendo el mismo.

Ejemplo 10.7

En general, Engineering Models, Inc., conserva "su flota de autos al servicio de la compañía durante 5 años antes de su reposición. Debido a que las autos compradas con descuento hace exactamente 2 años se han deteriorado mucho más rápido de lo esperado, la gerencia se pregunta qué es más económico; remplazar los autos este año por otros nuevos; conservarlos durante 1 año más y luego remplazarlos; conservarlos durante 2 años más y luego remplazarlos; conservarlos durante 3 años más hasta el final de sus vidas estimadas. Realice un análisis de reposición para $i = 20\%$ utilizando estos costos estimados,

Auto actualmente poseído (defensor)			Reposición posible (retador)	
	Valor al principio del año	**Costo anual de operación**		
Año próximo (3)	**$3800**	$4500	Costo inicial	$8700
Año próximo (4)	$2800	$5000	Costo anual	$3900 anuales
Último año (5)	$500	$5500	Vida	5 años
Vida restante	3		Valor de salvamento	$1800
Valor de salvamento después de 3 *años* adicionales	$500			

Solución

Siguiendo el procedimiento en la figura 10.4, calcule el VA para el retador durante 5 años.

$$VA, = \$-8700(A/P,20\%,5) + 1800(A/F,20\%,5) - 3900 = \$-6567$$

Calcule el casto del defensor para el próximo año ($t = 1$) utilizando un valor de $2800 como estimación del valor de salvamento para el próximo año.

$$C_D(1) = \$-3800(A/P,20\%,1) + 2800(A/F,20\%,1) - 4500 = \text{S-}6260$$

Puesto que el costa de $C_D(1)$ es menor que VA,, conserve los autos actuales durante el año siguiente.

Terminado el año próximo, parí determinar si los autos deben conservarse aún otro año (el año 4), siga la figura 10.4 para $t = 2$. Ahora, el valor de salvamento de $2800 en $C_D(1)$ es el costo inicial para el año $t = 2$. El costo del primer año $C_D(2)$ para el defensor es ahora:

$$C_D(2) = \$-2800(A/P,20\%,1) + 500(A/F,20\%,1) - 5000 = \$-7860$$

Ahora C_D cuesta más que VA, = \$–6567, de manera que debe calcularse el valor de VA, para los dos años restantes de la vida del defensor.

$$VA, = \$\text{-}6833\ \$\text{–}2800(A/P,20\%,2) + 500(A/F,20\%,2) - 5000 - 500(A/G,20\%,2)$$

Dado que el retador en VA, = \$-6.567 es también más barato para los 2 años restantes, es preferible seleccionarlo y remplazar los autos actuales (defensores) después de un año adicional (año 3) de servicio. [Si VA, fuera menos costoso para este análisis de dos años, se conservaría el defensor y se realizada un análisis similar para el Ultimo año (año 5) utilizando $C_D(3)$ y VA, durante un año].

Comentario

Si sólo se utilizara el valor VA, durante 3 años en el análisis de reposición, se tomaría la decisión equivocada porque el VA_D del año 3 es ligeramente más costoso que el VA_R del año 5.

$$VA, = \$\text{–}3800(A/P,20\%,3) + 500(A/F,20\%,3) - 4500 - 500(A/G,20\%,3)$$
$$= \$\text{–}6606$$
$$VA, = \$\text{–}6567$$

Aquí, la decisión es seleccionare1 retador inmediatamente, mientras que el análisis de un año adicional ha demostrado que es más económico conservar la flota actual de autos un año adicional.

Problemas 10.28 **a 10.32**

EJEMPLOS ADICIONALES

Ejemplo 10.8

AMPLIACIÓN DE ANÁLISIS UTILIZANDO UN PERIODO DE ESTUDIO, SECCIÓN 10.3 Hace tres años, la ciudad de Megápolis compró un nuevo camión de bomberos. Debido al mayor crecimiento en una porción de la ciudad, se necesita ahora nueva capacidad para combatir incendios. En este momento puede comprarse un camión adicional de la misma capacidad, o remplazarse el camión de bomberos actual por un camión de doble capacidad. A continuación se presentan las estimaciones para cada activa. Compárelas a un 12% anual utilizando *(a)* un periodo de estudio **de** 12 años y *(b)* un periodo de *9* años.

	Actualmente poseído	Nueva compra	Doble capacidad
Costo inicial *P*, \$	*51,000* (hace 3 años)	58,000	72,000
CAO. \$	1,500	1,500	**2,500**
Intercambio, \$	18,000	—	—
Valor de salvamento, \$	10% de *P*	12% de *P*	10% de *P*
Vida, años	12	12	12

Solución

Identificar el plan *A* como la conservación del camión actualmente poseído y la ampliación con un vehículo nuevo de la misma capacidad. Definir el plan *B* como la compra del camión de doble capacidad.

Pian *A*		Plan *B*
Actualmente poseído	**Ampliación**	**Doble capacidad**
P = $18,000	P = $58,000	P = $72,000
CAO = $1,500	CAO = $1,500	CAO = $2,500
VS = $5,100	VS = $6,960	VS = $7,200
n = 9 años	n = 12años	n = 12 años

(a) Para un periodo de estudio de vida completa de 12 anos del plan defensor,

$$\begin{aligned} VA_{,} &= (\text{VA del poseído actualmente}) + (\text{VA de la ampliación}) \\ &= [-18{,}000(A/P,12\%,9) + 5100(A/F,12\%,9) - 1500] \\ &\quad + [-58{,}000(A/P,12\%,12) + 6960(A/F,12\%,12) - 1500] \\ &= -4533 - 10{,}575 \\ &= \$-15{,}108 \end{aligned}$$

Este cálculo supone que el costo anual equivalente para el camión de bomberos actual continuará en $4533 durante los años 10 a 12.

$$\begin{aligned} VA_{,} &= -72{,}000(A/P,12\%,12) + 7200(A/F,12\%,12) - 2500 \\ &= \$-13{,}825 \end{aligned}$$

Se debe comprar de un camión de doble capacidad (plan *B*) con una ventaja de $1283 anuales.

(b) El análisis para un periodo de estudio abreviado de 9 años es idéntico, excepto que n = 9 en cada factor; es decir, se permiten 3 años menos en el análisis de la ampliación y camiones de doble capacidad **para** recuperar la inversión de capital más un retorno del 12% anual. Los valores de salvamen to permanecen iguales ya que se establecen como un porcentaje de P para todos los años.

$$VA_{,} = \$-16{,}447 \qquad VA_{,} = \$-15{,}526$$

El plan *B* se selecciona de nuevo; sin embargo, ahora la ventaja económica es menor en $921 anualmente. Si el periodo de estudio fuera abreviado en forma más severa, en algún punto la decisión se reversaría. Establezca este ejemplo (en computador) y reduzca el periodo de estudio n hasta que la decisión se reverse del plan *B* al *A* .

Ejemplo 10.9

VIDA DE SERVICIO ECONÓMICO, SECCIÓN 10.5 Harold J. Beacon and Associates, Inc., una firma consultora de negocios agrícolas, puede comprar un activo por $5000 eon un valor de salvamento insignificante. Se espera que los costos anuales de operación sigan un gradiente aritmético uniforme de $200 por año

con una cantidad base de $300 en el año 1. *(a)* Encuentre el número de años que el activo debe conservarse desde un punto de vista económico, si se ignora cualquier retorno sobre la inversión. *(b)* Derive una expresión general de final cerrado para la vida de servicio económico con respecto a la situación de este ejemplo.

Solución

(*a*) Los efectos principales de i = 0% son reducir los valores del costo anual total para acortar la vida de servicio económico y hacer los cálculos más simples, puesto que las promedios se determinan sin los cálculos necesarios del valor del dinero en el tiempo. La tabla 10.2 presenta los resultados de cálculo para los años $k = 1$ a 9. Las columnas 2 a 4 tratan el CAO con el promedio total CAO presentado en la columna 4, el cual es igual al valor de la columna 3 dividido por k. Un cálculo muestral del costo anual total se da después de la tabla. La vida de servicio económico es de 7 años, cuando el costo anual total estimado de $1614 es el menor.

(*b*) Debido a la regularidad de esta situación y al hecho de que $i = 0\%$, es posible derivar una fórmula para encontrar directamente la vida de servicio económico. Defina el costo anual total como CAT y utilice el enfoque de la ecuación [10.2].

$$\text{CAT} = \text{costo inicial promedio} + \text{CAO promedio}$$

Si se sustituye n durante k años, el CAT para cada valor de n puede expresarse como:

$$\text{CAT}_n = \frac{P}{n} + \frac{\sum_{j=1}^{j=n} \text{CAO}_j}{n}$$

donde CAT_n = costo anual total durante n años de propiedad
P/n = promedio del costo inicial durante n años
CAO_j = costo anual de operación hasta el año j ($j = 1, 2, \ldots, n$)

Tabla 10.2 Cálculo de la vida de servicio económico para i = 0%, ejemplo 10.9

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
	Costo de operación, $			cvstv inicial	Costo anual
Año, k	Anual	Acumulado	Promedio	promedio	total
1	-300	–300	-300	-5000	-5300
2	-500	-800	–400	-2500	-2900
3	–700	-1500	-500	-1667	–2167
4	–900	–2400	-600	-1250	–1850
5	-1100	–3500	–700	-1000	–1700
6	–1300	-4800	-800	-833	-1633
7	–1500	-6300	-900	-714	–1614*
8	–1700	-8000	-1000	-625	-1625
9	–1900	–9900	-1100	-555	-1655

*En notación de columna, el costa anual total se calcula como:

$$(6) = (4) + (5) = (3)/k - 5000/k$$

Para $k = 7$, esto es $-1614 = -6300/7 - 5000/7$.

Para la serie CAO que incluye un gradiente aritmético, utilice la expresión para la suma de una progresión aritmética, con n = número de términos.

$$\text{Suma} = \frac{n}{2}\,[2(\text{primer término}) + (n-1)(\text{gradiente})]$$

Ahora, se sustituye.

$$\frac{\sum_{j=1}^{j=n} \text{CAO}_j}{n} = B + \frac{n-1}{2}\,G$$

donde B = cantidad base de la serie
G = cantidad del gradiente uniforme

La relación de costo anual total es ahora:

$$\text{CAT}_n = \frac{P}{n} + B\,\frac{n-1}{2}\,G \qquad [10.4]$$

La forma general de los términos y CAT_n se muestran en la figura 10.5. Se puede aplicar cálculo diferencial para determinar el valor óptimo de n, al cual CAT_n será un mínimo.

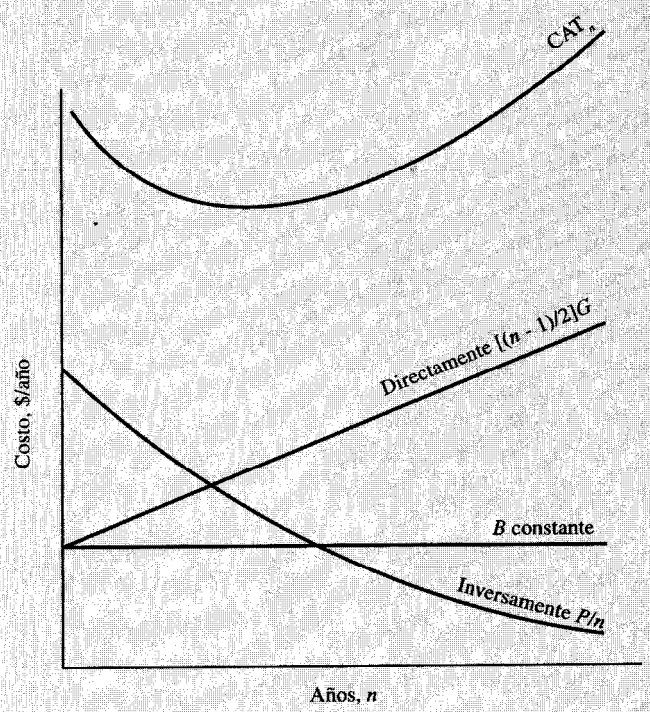


Figura 10.5 Relaciones de costo anual total (CAT) para i = 0% utilizadas para determinar la vida de servicio económico.

Tome la primera derivada de fa ecuación [10.41 y resuelva para un valor óptimo de vida de servicio n^*.

$$\frac{dCAT_n}{dn} = -\frac{P}{n^2} + \frac{G}{2} = 0$$

$$n^* = \left(\frac{2P}{G}\right)^{1/2} \qquad [10.5]$$

Sustituyendo P = \$5000 y G = \$200 para este ejemplo,

$$n^* = \left(\frac{10{,}000}{200}\right)^{1/2} = 7.07 \text{ años}$$

que en esencia es lo mismo que el valor de 7 obtenido en la tabla 10.2.

RESUMEN DEL CAPÍTULO

El análisis de reposición juega un papel vital en la ingeniería económica cuando se comparan un activo defensor (en uso) y uno o más retadores. Para realizar el análisis, el evaluador toma la perspectiva de un consultor de la compañía: ninguno de los activos es poseído actualmente y las dos opciones son adquirir el activo usado o adquirir un activo nuevo.

En un estudio de reposición pueden tomarse dos enfoques equivalentes al determinarse el costo inicial P para las alternativas y al realizarse el análisis.

Enfoque del flujo de efectivo. Reconozca que hay una ventaja real en el flujo de efectivo para el retador si el defensor es intercambiado. Para el análisis, utilice las pautas siguientes:

Defensor: Cantidad del costo inicial es cero.

Retador: El costo inicial es el costo real menos el valor de intercambio nominal del defensor.

Nota importante. Para utilizar este método, la vida estimada del defensor, es decir su vida restante, y la del retador deben ser iguales.

Enfoque del costo de oportunidad. Suponga que la cantidad de intercambio del defensor se pierde y que puede adquirirse el servicio del defensor como un activo usado por su costo de intercambio.

Defensor: El costo inicial es el valor del intercambio.

Retador: El costo inicial es su costo real.

Cuando la vida restante del defensor y la vida del retador son desiguales, es necesario preseleccionar un periodo de estudio para el análisis. Comúnmente se supone que el valor anual continúa en la misma cantidad calculada para una alternativa con un valor n menor

que el periodo de estudio. Si este supuesto no es apropiado, realice el análisis utilizando nuevas estimaciones para el defensor, el retador, o ambos.

Si el periodo de estudio se abrevia para que sea menor que una o ambas de las estimaciones de vida de las alternativas, es necesario recuperar el costo inicial y el retorno requerido a la TMAR en menos tiempo del esperado normalmente, lo cual aumentará de modo artificial el(los) valor(es) VA. El uso de un periodo de estudio abreviado es en general una decisión administrativa.

Un costo perdido representa una inversión de capital anterior que no puede recuperarse por completo o en absoluto. Al realizar un análisis de reposición, ningún costo perdido (para el defensor) se agrega al costo inicial del retador, ya que se sesgará injustamente el análisis contra el retador debido a un valor VA resultante artificialmente más alto.

En este capítulo se detalló el procedimiento para seleccionar el número de años a fin de conservar un activo; se utilizó el criterio de vida de servicio económico. El valor n económicamente mejor ocurre cuando el valor VA resultante de la ecuación [10.31 es mínimo a una tasa de retorno especificada. Aunque en general no es correcto, si el interés no es considerado ($i = 0$), los cálculos están basados en simples promedios comunes.

Al realizar un análisis de reposición de un año a la vez o un año adicional antes o después de que la vida estimada ha sido alcanzada, se calcula el costo del defensor para un año más y se compara con el valor VA del retador. Utilice la lógica de la figura 10.4.

ESTUDIO DE CASO #4, CAPÍTULO 10

ANÁLISIS DE REPOSICIÓN PARA EQUIPO DE CANTERAS

El equipo utilizado para apoyar el movimiento de materias primas desde las canteras hasta los demoledores de roca fue comprado por Tres Cementos, SA, hace 3 años. Cuando se compró, el equipo tenía $P = \$85{,}000$, $n = 10$ años, VS = \$5000, con una capacidad anual de 180,000 toneladas métricas. En la actualidad se requiere equipo adicional con una capacidad de 240,000 toneladas métricas por año, el cual puede comprarse por $P = \$70{,}000$, $n = 10$ años, VS = \$8000.

Sin embargo, un asesor ha señalado que la compañía puede construir equipo transportador para mover el material de la cantera, con un costo de un monto estimado de \$115,000, una vida de 15 años y sin un valor de salvamento significativo. Éste cargará 400,000 toneladas métricas anuales. La compañía necesita alguna forma de mover el material hacia el transportador en la cantera. El equipa actualmente poseído puede utilizarse, pero tendrá exceso de capacidad. Si se compra un equipo nuevo de menor capacidad, el equipo anterior será recibido en intercambio por \$15,000. El equipo de menor capacidad requerirá un desembolso de capital de \$40,000 con una vida de $n = 12$ años y un VS = \$3.560. Su capacidad es de 400,000 toneladas métricas anuales durante esta corta distancia. Los costos mensuales de operación, mantenimiento y seguro promediarán \$0.01 por toneladakilómetro para los transportadores. Se espera que los costos correspondientes para el transportador sean de \$0.0075 por tonelada métrica.

La compañía desea obtener un 12% anual sobre esta inversión. Los registros muestran que el equipo debe mover materias primas en promedio de 2.4 kilómetros de la cantera a la plataforma de demolición. El transportador será ubicado para reducir esta distancia a 0.75 kilómetros.

Pregunta 1. Se ha pedido determinar si al equipo antiguo debe adicionarse equipo nuevo o si el equipo transportador debe considerarse como una reposición. Si la reposición es más económica ¿cuál método debe utilizarse para movilizar el material en la cantera?

Pregunta 2. Debido a las nuevas regulaciones de seguridad, el control de polvo en la cantera y en el lugar de demolición se han convertido en un problema real lo cual implica que es preciso invertir nuevo capital a fin de mejorar el entorno para los empleados o habrá grandes multas impuestas por el gobierno. El presidente de Tres Cementos ha obtenido una cotización inicial de un subcontratista que se encargaría de toda la operación de movimiento de la materia prima que está siendo evaluada aquí por una cantidad anual base de $21,000 y un costo variable de 1 centavo por tonelada métrica movilizada. Los 10 empleados dedicados a esta operación en la cantera serían ubicados en otra sección de la compañía sin impacto financiero sobre las estimaciones para esta evaluación. ¿Debe ser considerada seriamente esta oferta si la mejor estimación es que el subcontratista mueva 380,000 toneladas métricas por año? Identifique los supuestos o estimaciones adicionales que se tendrían que hacer con el fin de considerar de manera adecuada esta nueva pregunta planteada por el presidente.

PROBLEMAS

10.1 Explicar por qué el costo original actual de un activo es ignorado al realizar un análisis de reposición.

10.2 Debido a las bajas ventas de discos compactos, la firma The Music Company está considerando la reposición de un exhibidor de discos compactos comprado hace 4 años por $38,000 con un valor de salvamento estimado de $1000. El valor en libros es actualmente de $20,000 con 5 años de vida económica restante. Los propietarios desean cambiar el visualizador por uno nuevo más pequeño, que cuesta $14,000. Las estimaciones actuales para el aparato anterior son un valor de intercambio actual de $25,000 y una duración de 7 años más; su promedio de costos anuales de mantenimiento es de $150. *(a)* Determine los valores de ***P***, *n*, VS y CAO para el exhibidor existente si se realiza un análisis de reposición. (b) ¿Hay un costo perdido involucrado? De ser así, ¿cuál es su magnitud?

10.3 El propietario de una tienda de ropa masculina en el centro de un pueblo está considerando trasladarse a un espacio arrendado en un centro urbano. La tienda en el

pueblo fue comprada hace 5 años por $80,000 en efectivo. El comerciante estima que la inversión anual en mejoras de la propiedad ha promediado $1500 y considera que la propiedad debe tener un valor en libros igual al precio de compra más estas mejoras consideradas mediante un factor de interés anual del 8%. Por ello, pedirá $115,000 por la tienda si la vende en este momento. Los costos anuales de operación han promediado $4500.

Si el propietario permanece en el pueblo, piensa retirarse en 10 años y dar la tienda a un yerno. Si se muda al centro comercial, venderá la tienda ahora y deberá fumar un contrato de arriendo a 10 años por $16,600 anuales sin cargos anuales adicionales. Deberá además hacer un depósito de $7500, cantidad ésta que le será devuelta cuando el contrato expire. *(a)* Determine los valores de P, n, VS, y CAO para las dos alternativas, y *(b)* determine la cantidad del costo perdido, si este vende en 10 anos por $115000. Si vende ahora.

10.4 ¿De qué manera difiere o se asemeja un análisis de reposición a un análisis realizado utilizando los enfoques que se han desarrollado en los capítulos anteriores sobre análisis VP y VA?

10.5 Un pequeño camión de mudanzas puede ser canjeado por el modelo de este año por un valor de intercambio del 40% del costo inicial al cual fue comprado hace 3 años. El activo, comprado por $28,000, ha sido depreciado durante 5 años con un valor actual en libros de $10,000 para fines impositivos y depreciado durante su vida económica, estimada en 12 años, con un valor actual en libros de $15,500. Calcule el costo perdido *(a)* para fines impositivos y *(b)* para quienes toman decisiones en la compañía.

10.6 La firma Canadian Touring Company (CTC) compró 20 buses para excursiones hace tres años, cada uno por un valor de $98,000. El presidente piensa contratar una reparación general el próximo ano a un costo de $18,000 cada uno; y estima además lo siguiente para cada vehículo: una vida adicional de 7 años una vez se hayan completado las reparaciones generales, costos anuales de operación revisados de $6000 y un valor de salvamento de $8000.

Sin embargo, el vicepresidente de operaciones propone la reposición de 25 nuevos buses de turismo más pequeños, que ofrecen en intercambio recibiendo cada vehículo actual por $14,000 y un costo adicional de $75,000 por cada uno. El vicepresidente estima además que el CAO disminuirá en $2000 anualmente, que los buses nuevos durarán 8 años y tendrán un valor final de mercado de $5000 cada uno si se vende a grupos religiosos. Si la gerencia desea obtener 12% anual sobre sus inversiones, determine cuál plan es más económico, el plan de reparaciones generales del presidente o el plan de reposición del vicepresidente.

10.7 *(a)* Trabaje de nuevo el problema 10.6 si el vicepresidente de operaciones estima que los nuevos vehículos durarán 14 años en lugar de 8 años, debido al uso de materiales

mucho mejores. *(b)* ¿En cuantos dólares cambió el costo anual de los nuevos vehículos por el incremento en n de 8 a 14 años?

10.8 Un nuevo miembro de la Junta Directiva de CTC ha revisado las propuestas descritas en el problema 10.6. Plantea que se utilice un periodo de estudio abreviado para evaluar todas las propuestas, puesto que espera que la compañía sea vendida con una gran utilidad en los próximos 5 años. ¿Significará este acortamiento del periodo de estudio una diferencia en la decisión de comprar los buses nuevos?

10.9 Una recién formada corporación de ferrocarriles de carga ha surgido de diversas compañías poco exitosas. Cuenta con una flota de siete locomotoras de 3 a 5 años actualmente en uso. Ésta puede ser transada por $800,000 cada vehículo actual (cinco locomotoras) y $1 millón (dos locomotoras) a cambio de seis modelos más nuevos que ahorran combustible y tienen mayores opciones de seguridad, a un costo de $1.5 millones cada uno. Se espera que el CAO para las locomotoras actuales continúe en $600,000 y que para las locomotoras nuevas sea un 5% del costo inicial.

El nuevo presidente desea que todas las alternativas sean evaluadas a un interés del 8% anual y durante un periodo de 10 anos sin valor de salvamento. Puede esperarse que las locomotoras que se poseen actualmente duren 6 años más y que las nuevas locomotoras tengan una vida estimada de 12 años. Utilice un análisis VA para *(a)* el periodo de estudio abreviado y *(b)* las vidas estimadas respectivas para tomar una decisión entre locomotoras actuales y nuevas. ¿Hizo el periodo abreviado de estudio cambiar la decisión?

10.10 Determine cuál alternativa es mejor en el problema 10.3*a* si el propietario espera una TMAR del 6% anual.

10.11 La máquina *A*, comprada hace 2 años, se está desgastando más rápidamente de lo esperado. Su vida restante es de dos años, sus costos anuales de operación de $3000 y no posee valor de salvamento. Para continuar la función de este activo, la máquina *B* puede comprarse ahora, permitiéndose un valor de intercambio de $9000 para la máquina A. La máquina *B* tiene $P = \$25{,}000$, n = 12 años, CAO = $4000, y VS = $1000. Como alternativa, puede comprarse la máquina C para remplazar *A*. *No se* permitirá valor de intercambio para *A*, pero ésta podrá venderse por $7000. Este nuevo activo C tendrá $P = \$38{,}000$, n = 20 años, CAO = $2500 y VS = $1000. Si el plan 1 es conservar *A*, el plan II es la compra de *B* y el plan III es la venta de *A* y la compra de C, utilice el análisis VA y una TMAR del 8% para determinar cuál plan es el mejor.

10.12 Tecnologías Angstrom tiene la intención de utilizar el equipo más nuevo y sofisticado en los laboratorios de la compañía. En forma acorde, el ingeniero más antiguo ha recomendado que una pieza de un equipo de medición de precisión sea remplazada de inmediato. Este ingeniero considera que puede demostrarse que el equipo propuesto es económicamente ventajoso a un retorno anual del 15 % y un horizonte de planeación de 5 años. *(a)* Realice el análisis de reposición para un periodo de estudio de 5 años utilizando las siguientes estimaciones.

	Actual	Propuesto
Precio de compra original, $	30,000	40,000
Valor de mercado actual, $	15,000	—
Vida estimada restante, años	5	15
Valor estimado en 5 años, $	7,000	10,000
Salvamento después de 15 años, $	—	5,000
Costo anual de operación, $	8,000	3,000

(b) ¿Es la decisión igual que en la parte *(a)* si se utiliza un periodo de 15 años para el análisis de reposición? ¿Cuál es el supuesto inherente de este análisis para el defensor cuando se utiliza un periodo de estudio de 15 años?

10.13 Lea de nuevo el problema 10.12*(a)* sobre Tecnologías Angstrom. El presidente considera que puede negociar un precio de compra mucho mejor que la cantidad cotizada de $40,000 para el equipo propuesto. ¿Cuánto tiene que negociar el presidente a su favor para justificar económicamente el equipo de medición propuesto? Utilice un periodo de estudio de 5 años.

10.14 *(a)* Describa el razonamiento y explique las diferencias entre los enfoques de costo de oportunidad (o convencional) y de flujo de efectivo aplicados al análisis de reposición. *(b)* ¿Cuál de los dos enfoques refleja mejor la cantidad de dinero actual que ingresa y egresa de la corporación para cada alternativa? Explique la respuesta.

10.15 Utilice un enfoque de flujo de efectivo para el análisis de reposición al seleccionar el equipo de medición. actual o el propuesto en el problema 10.12*(a)*.

10.16 Describa una situación de su experiencia personal que encaje en el análisis de reposición de este capítulo y que tenga por lo menos dos alternativas retadoras para el defensor. Demuestre cómo el enfoque del flujo de efectivo se aplica correctamente para las cantidades del costo inicial del ejemplo que se dé, si se realizara un análisis de reposición.

10.17 Trabaje nuevamente el problema 10.6 utilizando el enfoque de flujo de efectivo para el análisis de reposición.

10.18 Resuelva el problema 10.11 utilizando el enfoque de flujo de efectivo para el análisis de reposición. Suponga que la máquina *A* puede ser restaurada para durar 12 años adicionales en total con una adaptación de $20,000 dentro de dos años. También, la estimación del VS para la máquina C en 12 años es de $1000. Utilice un periodo de estudio de 12 años.

10.19 WWW Computers posee un activo utilizado en la construcción de *drives* de disco duro. Este activo ha tenido costos de mantenimiento inesperadamente elevados y podría ser remplazado por una o más versiones modernas. El modelo A-l puede ser instalado por un costo total de $155,000 con estimaciones de n = 5 años, CAO = $10,000 y VS = $17,500. El modelo B-2 tiene un costo inicial de $100,000 con n = 5 años, CAO

= $13,000 y VS = $7000. Si el activo que posee en la actualidad es transado, será valorado en $3 1,000 por el fabricante de A- 1 y en $28,000 por el vendedor de B-2. La vida útil restante del activo ha sido estimada en más de 5 años, un CAO de $34,000 y un valor de salvamento negativo de $2000 después de 5 años debido al desecho de sustancias peligrosas. *(a)* Utilice el enfoque de flujo de efectivo para determinar cuál es la decisión más económica a un retorno requerido del 16% anual. *(b)* Si el presidente y el ejecutivo principal de WWW deciden donar el activo actual (e ignorar cualquier efecto de impuestos) y comprar uno de los modelos retadores, utilice el análisis VP para determinar cuál tiene el valor presente más bajo. Emplee las estimaciones establecidas antes, de manera apropiada.

10.20 Actualmente, una veterinaria tiene un sistema de diagnóstico en su laboratorio que debe durar más de 6 años con costos de $24,000 este año, los cuales aumentan en 10% anual para mantenimiento y suministros. El nuevo modelo con opciones de software especiales costaría $70,000, tiene una vida, no obsolescente, estimada en 6 años, un CAO de $22,000 y no tiene valor de salvamento. ¿Cuál es el valor de intercambio justo del sistema actual que hará que la reposición sea económica si se espera un retorno anual del 5%?

10.21 ¿Cuál es el valor de reposición del exhibidor de discos compactos antiguo descrito en el problema 10.2 si el nuevo tiene n = 10, CAO = $30 y VS = $1500? Utilice i = 15%. Compare este valor con el valor de intercambio de $25,000 establecido en el problema 10.2.

10.22 Una compañía de construcción compró un colador de tierra de 180,000 toneladas métricas de capacidad hace 3 años a un costo de $55,000. La vida esperada en el momento de la compra fue de 10 años con un valor de salvamento de $5000 y un CAO de $2700. Se está considerando la reposición del colador por uno de 480,000 toneladas métricas. Este nuevo colador cuesta $40,000 con n = 12 años, VS = $3500 y CAO = $7200. *(a)* Calcule el valor de intercambio requerido del colador actual si se efectúa la reposición, siendo i = 12%. *(b)* Calcule el valor de intercambio requerido si se utiliza un periodo de estudio abreviado de 4 años. ¿En qué porcentaje aumenta esta abreviación el valor de intercambio requerido?

10.23 Paul Adams, quien maneja un negocio de mantenimiento de jardines durante los meses de verano y un servicio de corte de madera para chimeneas en los meses de invierno, compró por $5800 un cortador de madera que opera con gasolina de grado comercial. Paul utilizó $400 del capital del negocio y financió el saldo a través del banco de su padre al 5% anual durante 3 años. Los valores estimados del cortador durante los 6 años siguientes son $2200 después del primer año de propiedad, reduciéndose en $400 anualmente hasta el año 5, año después del cual el valor de reventa permanecerá en $600. Se espera que los costos anuales de operación sean de $1000 el primer año, aumentando en 10% cada año a partir de entonces. Paul piensa conservar el cortador por lo menos 6 anos. Si el dinero vale 7% anual, ¿cuántos años debe conservar el cortador?

10.24 Trabaje nuevamente el problema 10.23 suponiendo que el dinero no tiene valor en el tiempo para la vida de servicio económico sino que el préstamo aún cuesta 5% por

año. Compare los resultados entre los dos problemas y comente sobre la diferencia entre ellos.

10.25 Una máquina de tratamiento del calor fue comprada hace 5 anos por $40,000 con una vida esperada de 10 años. Los costos de operación observados en el pasado y estimados para el futuro, los costos de mantenimiento y los valores de salvamento se dan a continuación. Si $i = 10\%$, determine cuántos años más debe mantenerse la máquina en servicio antes de que alcance su vida de servicio económico.

Año	costo de operación, $	costo de mantenimiento, $	Valor de salvamento, $
1	1,500	2,000	25,000
2	1,600	2,000	25,000
3	1,700	2,000	22,000
4	1,800	2,000	22,000
5	1,900	2,000	15,000
6	2,000	2,100	5,000
7	2,100	2,700	5,000
8	2,200	3,300	0
9	2,300	3,900	0
10	2,400	4,500	0

10.26 Hace un año la firma Miller Paint Company compró una máquina, llamada EZ Clean, para limpiar a fondo la superficie de madera de una pared y reducir el tiempo necesario de preparación previa a la pintura. La máquina costó $8000 y se esperaba que durara 14 años más. El propietario ya ha visto versiones mejoradas, de manera que desearía conocer la vida más económica de su EZ Clean. Si los costos de operación son de $500 para el primer año y se espera que aumenten en $100 por año, calcule la vida de servicio económico para *(a)* 0% retorno y *(b)* i = 5% anual y compare las respuestas.

10.27 Un gerente general desea conocer la vida de servicio económico de las máquinas que actualmente posee. *(a)* Encuentre este valor al 20% anual si el costo inicial es de $5000 por máquina. *(b)* Represente gráficamente la curva de valor anual y determine si ésta es insensible durante algún rango de valores n.

Año	Valor de intercambio, $	CAO estimado, $
0	5000	
1	3000	2000
2	1500	2500
3	1000	3000
4	500	3500
5	0	4000
6	0	5000

10.28 En el ejemplo 10.3, el selector de material reciclable actual tiene VA, = $-5200 para los próximos 5 años de servicio. El retador, con VA, = $42 ll durante una vida de 12 años, ha sido seleccionado porque VA, es la medida de valor más favorable. Sin embargo, Helen, funcionaria administrativa de la ciudad, desea conservar el selector actual un año más antes de su reposición. Haga una recomendación a Helen, si el estudio adicional indica que el valor del defensor es de $3000 ahora con un valor anticipado de $1800 dentro de un año. El costo de operación proyectado para el próximo año es de $3500 y el retorno mínimo aceptable es aún de 10% anual.

10.29 La persona de servicio que utiliza diariamente el cepillo de la piscina dijo al propietario de Clear Blue Pools que éste debía ser remplazado el próximo año. El nuevo cepillo cuesta $1800, durará 7 años con costos anuales de operación estimados en $100 el primer año y $50 más altos cada año y no tiene valor de salvamento. El propietario estima que puede vender el cepillo actual (ahora) a su hermano por $400 este año, $300 el próximo año o $50 el tercer año. Clear Blue podría conservar el cepillo máximo adicional por 2 años más, con aumentos en los costos de operación de $175 el año próximo y $350 el año siguiente. ¿Debe el propietario transar ahora, el año próximo, o dentro de 2 años si el nuevo cepillo tendrá los mismos costos en el futuro de los que se estiman ahora? Utilice i = 12% anual.

10.30 Una pareja tiene que tomar la decisión de conservar su auto de trabajo actual o comprar uno nuevo con pocas millas de uso sin garantía alguna. La pareja no desea mantener ambos autos y acaba de recibir una herencia que le permite pagar el automóvil en efectivo. El nuevo auto cuesta $20,000, puede durarle 7 años, tiene costos anuales de mantenimiento estimados de $200 el primer año, que aumentan en $100 anuales de allí en adelante; además se podrá transar por una cantidad estimada de $1000 en 7 años. Si la pareja conserva su auto, el valor de intercambio esperado y los costos anuales de mantenimiento son los siguientes:

Años adicionales conservados	Costo anual de mantenimiento, $	Valor de intercambio, $
1	1800	2500
2	1500	2000
3	1500	1500

(a) La pareja no considerará mantener el auto actual durante más de 3 años adicionales, al cabo de los cuales anticipa un precio de venta de $1000. Si se consideran todos los demás costos iguales para los dos autos, utilice i = 15% para determinar cuándo comprar un auto diferente.

(b) Si ambos cónyuges están absolutamente seguros de que desean transar después de un año más, ¿cuál es el precio de compra más alto que hará que la decisión del nuevo auto sea correcta en términos económicos? ¿Es esta una cantidad razonable dada la cotización de $20,000 que la pareja ya tiene?

10.31 El año pasado, la Dra. Morse tomó la decisión de mantener algún equipo de diagnóstico médico que utiliza en su práctica médica durante un año más (este año) en lugar de comprar un equipo nuevo de capacidad equivalente por $15,000.

(a) Utilizando los siguientes datos que ahora se conocen, determine si el doctor tomó la decisión económica correcta en i = 18% anual.

Equipo existente durante el último año	
Valor de intercambio el último año	$3000
Valor de mercado este año	**$2000**
Costo de operación el último año	**$500**

Equipo nuevo si se compra el último año	
P = $15,000	VS después de 10 años = $1000
n = 10 años	CAO = $3000 (constante)

(b) Una reducción importante de precio de $15,000 a $8000 acaba de ser anunciada para el mismo equipo. Puesto que el CAO del equipo viejo está aumentando sustancialmente este año, la Dra. Morse considera que éste es el año de cambiarlo. ¿Debe la doctora cambiarlo este año o el próximo?

Equipo nuevo			
P* = *$8000	VS = $1000	CAO = $3000	n = 10 años

Equipo existente, estimaciones actuales		
Este año	Valor = $2000	CAO = $2000
Año próximo	Valor = $ 500	CAO = $2500
Año después del próximo	Valor = $ 0	CAO = $2500

10.32 John debe realizar un estudio de reposición sobre equipo de prensas en una lavandería industrial. El activo retador tiene un cálculo VA, = $–42,000 para su vida anticipada de 10 años. John ha terminado su recolección de información sobre el defensor con los siguientes valores CAO proyectados y de intercambio para los próximos 5 años, después de lo cual el equipo actualmente poseído debe ser remplazado.

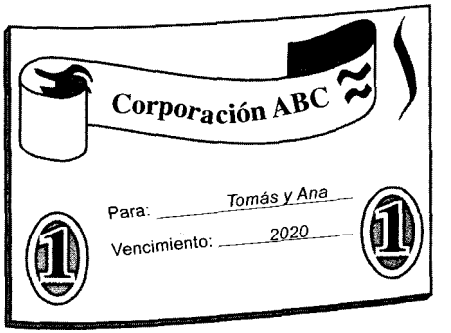
Años adicionales conservados	**CAO**	**Valor de intercambio, $**
1	$34,000	$28,000
2	30,000	22,000
3	30,000	15,000
4	30,000	5,000
5	30,000	0

Si el equipo actual se utiliza durante otros 5 años, se calcula un costo estimado neto de $2000 para retirarlo de la planta. Realice un análisis de reposición para un año adicional a un retorno del 16% anual a fin de determinar cuántos años conviene conservar la unidad de prensas antes de remplazarla.

capítulo

11

Bonos



En la sección 1.8 se introdujo el término *capital* como el medio principal para que una compañía genere nuevos negocios e ingresos a través de las inversiones..En esencia existen sólo dos tipos de capital: deuda y patrimonio. El capital patrimonial se desarrolla a partir de las ventas de acciones, ante todo, y el capital de deuda se desarrolla directamente mediante préstamos de dinero. (Los capítulos 15 y 18 tratan el financiamiento de deuda y de patrimonio con algún detalle).

El pagaré es un método probado en el tiempo para obtener capital de deuda. Los bonos son una forma de pagaré. En general, los bonos provienen de alguna de las tres fuentes siguientes: (1) el gobierno federal (de los EE.UU.), (2) los estados y municipios y (3) las corporaciones. Aunque es probable que estas entidades obtengan capital de muchas otras formas, de ordinario, los bonos se emiten cuando es difícil obtener en préstamo una cantidad grande de dinero de una fuente única o cuando el rembolso se efectúa durante un largo periodo de tiempo. Una característica importante que diferencia los bonos de otras formas de financiamiento es que los bonos pueden ser comprados y vendidos en el mercado abierto por gente diferente al emisor y prestamista original. En este capítulo se analizan algunos tipos de bonos y sus características y se realiza un análisis económico.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Propósito: Conocer los tipos de bonos y sus características; realizar el análisis económico de un bono.

Tipos de bonos

Interés de los bonos

VP de los bonos

TR de los bonos

Este capítulo ayudará al lector a:

1. Describir los diversos tipos de bonos.
2. Calcular los intereses por pagar o por cobrar para un bono determinado.
3. Calcular el valor presente de un bono.
4. Calcular la tasa de retorno (TR) nominal y efectiva para un bono.

11.1 CLASIFICACIONES DE BONOS

Un *bono* es un documento alargo plazo emitido por una corporación o entidad gubernamental con el fin de financiar proyectos importantes. En esencia, el prestatario recibe dinero ahora a cambio de una promesa de pagar después, con interés pagado entre el momento en que el dinero se prestó y el momento en que es rembolsado. Con frecuencia, la tasa de interés de los bonos recibe el nombre de *cupón.* Los bonos pueden clasificarse y subclasificarse literalmente en cientos de formas. Para fines de este libro, se consideran cuatro clasificaciones generales: Los *títulos-valores del tesoro, los bonos hipotecarios, los bonos amortizables y los bonos municipales.* Estos tipos de bonos pueden subdividirse aún más, algunos de los cuales serán analizados en seguida. Los tipos descritos en esta sección se resumen en la tabla 11. 1.

Tabla 11.1 Clasificación y características de los bonos

Clasificación	Características	Tipo
Títulos-valores del tesoro	Respaldados por el gobierno de EE.UU.	Certificados (≤ 1 año) Pagarés (2-10 años) Bonos (1 O-30 anos)
Hipotecarios	Bonos respaldados por hipoteca o por activos determinados	Primera hipoteca Segunda hipoteca Fideicomiso de equipo
Amortizables	Sin gravamen para los acreedores	Convertibles No convertibles Subordinados Especulativos (Basura)
Municipales	En general, libres de impuestos federales sobre la renta	Obligación general Ingresos Cupón cero Tasa variable Venta

Los *títulos-valores del tesoro* son emitidos y respaldados por el gobierno de EE.UU. y, por consiguiente, son considerados los títulos-valores de menor riesgo dentro del mercado. Por lo común, su interés está exento de impuestos sobre la renta estatales y locales. Existen tres tipos de títulos-valores del tesoro: certificados del tesoro, pagarés del tesoro y bonos del tesoro. Los certificados se emiten con vencimiento de 3 meses, 6 meses y 1 año, con intereses por pagar al vencimiento. Los pagarés del tesoro tienen vencimientos entre 2 y 10 años, mientras que los bonos del tesoro vencen en un periodo de entre 10 y 30 años. Los pagarés y bonos del tesoro pagan intereses semestralmente. En el análisis del capítulo 1, relacionado con la TMAR y la tasa base más baja de un proyecto, se hace referencia, como *inversión segura,* a la tasa de interés pagada por un certificado del tesoro (Sección 1.8 y figura 1.6).

Un *bono hipotecario* es aquél respaldado por una hipoteca sobre activos determinados de la compañía que emite los bonos. Si la compañía es incapaz de rembolsar a los tenedores de bonos en el momento en que el documento vence, éstos tienen una opción de ejecución de la propiedad hipotecada. Los bonos hipotecarios pueden subdividirse en bonos de primera hipoteca y bonos de segunda hipoteca. Como lo implican sus nombres, en la eventualidad de una ejecución hipotecaria por parte de los tenedores de bonos, los de primera hipoteca tienen prioridad durante la liquidación. Por consiguiente, este tipo de bonos de primera hipoteca, ofrece, de ordinario, una tasa de retorno más baja (menos riesgo). Cuando los bonos de segunda hipoteca están respaldados por una garantía colateral de una corporación subsidiaria, se hace referencia a ellos como *bonos colaterales.* Un *bono defideicomiso de equipo* es aquél en el cual el equipo comprado a través del bono sirve como garantía colateral. Estos tipos de bonos son emitidos generalmente por las empresas de ferrocarriles para comprar nuevas locomotoras y vagones.

Los *bonos amortizables* no están respaldados por ninguna forma de garantía colateral. La reputación de la compañía es importante para atraer a los inversionistas a este tipo de bono. Como incentivo adicional para los inversionistas, los bonos amortizables contienen algunas veces una tasa de interés flotante *o* son *convertibles* con frecuencia a acciones comunes a una tasa fija siempre que los bonos estén en circulación. Por ejemplo, un bono amortizable convertible a $1000 emitido por la GoT Company puede tener una opción de conversión a 50 acciones comunes de GoT. Si el valor de las 50 acciones comunes de GoT excede el valor del bono en cualquier momento anterior al vencimiento de este documento, el tenedor del mismo tiene la opción de convertirlo a acciones comunes, recogiendo así el retorno financiero. En general, los bonos amortizables ofrecen la tasa más alta de interés debido al mayor riesgo asociado con ellos. Los *bonos amortizables subordinados* representan deuda que se ubica detrás de otra deuda (deuda antigua) en la eventualidad de liquidación o de reorganización de la compañía. El hecho de representar inversiones aún más arriesgadas, hace que estos bonos ofrezcan una tasa de retorno más alta para los inversionistas en comparación con los bonos amortizables regulares.

El cuarto tipo general de bonos son los *bonos municipales.* Su atractivo para los inversionistas radica en su condición de exentos del impuesto sobre la renta. Como tal, la tasa de interés pagada por la entidad gubernamental es, casi siempre, muy baja. Los bonos municipales pueden ser *bonos de obligación general o bonos de ingresos.* Los bonos de obligación general se emiten contra los impuestos recibidos por la entidad gubernamental (es decir, la ciudad, condado o estado) que emitió los bonos y están respaldados por todo el poder impositivo del emisor. Los bonos escolares son un ejemplo de bonos de obligación general. Los bonos de ingresos se emiten contra el ingreso generado por el proyecto financiado, que bien puede ser una planta de tratamiento de agua o un puente. No pueden crearse impuestos para el rembolso de los bonos de ingresos.

Otros tres tipos comunes de bonos municipales son los bonos de cupón cero, los de tasa variable y los de venta. Los bonos de cupón cero son títulos-valores para los cuales no se efectúan pagos de interés periódicos. Éstos se venden con descuento sobre su valor nominal, el cual se paga a su vencimiento. Los bonos de tasas variables son bonos cuyas tasas de

los cupones se ajustan a puntos determinados en el tiempo (semanalmente, mensualmente, anualmente, etc.). Los bonos de venta dan al tenedor la opción de hacer efectivo el bono en fechas determinadas (una o más) con anterioridad a su vencimiento.

Con el fin de ayudar a futuros inversionistas en perspectiva, las diversas compañías califican los bonos de acuerdo con la cuantía del riesgo asociado con su compra. Standard and Poor's es una de esas calificaciones que jerarquiza los bonos en una escala de AAA (de la más alta calidad) hasta DDD (bono de la peor calidad). En general, los bonos de primera hipoteca conllevan la calificación más alta, pero es frecuente que los bonos amortizables de las grandes corporaciones tengan una calificación AAA o calificaciones superiores con respecto a los bonos de primera hipoteca de compañías más pequeñas y de menor reputación. La denominación bonos ***especulativos*** hace referencia a los bonos amortizables calificados por debajo de BBB. Los bonos especulativos se emiten frecuentemente cuando una corporación desea obtener suficiente dinero para comprar otra compañía.

Problemas 11.1 a 11.3

11.2 TERMINOLOGÍA DE BONOS E INTERESES

Como se estableció en la sección anterior, un bono es un pagaré a largo plazo emitido por una corporación o entidad gubernamental con el fin de obtener el capital requerido para financiar proyectos importantes. Las condiciones para el rembolso del dinero obtenido por el prestamista se especifican en el momento de emisión de los bonos. Estas condiciones incluyen el valor nominal del bono, su tasa de interés o cupón, el periodo de pago de intereses del bono y su fecha de vencimiento.

El ***valor*** nominal del bono, el cual hace referencia a su denominación es, en general, una denominación par que empieza en $100, siendo el bono de $1000, el más común. El valor nominal es importante por dos razones:

1. Este representa una suma global que será pagada al tenedor del bono a la fecha de su vencimiento.
2. El monto del interés Z pagado por periodo con anterioridad a la fecha de vencimiento del bono se determina multiplicando el valor nominal del bono por su tasa de interés por periodo, de la siguiente manera:

$$I = \frac{(\text{valor nominal})\ (\text{tasa de interés del bono})}{\text{número de periodos de pago por año}} \qquad [11.1]$$

$$= \frac{Vb}{c}$$

Con frecuencia, un bono se compra con descuento (menor que el valor nominal) o con una prima (mayor que el valor nominal), pero solamente el valor nominal, no el precio de compra, se utiliza para calcular el monto del interés del bono Z. Los ejemplos 11.1 y 11.2 ilustran el cálculo del interés del bono.

Ejemplo 11.1

Una compañía fabricante de bicicletas que está planeando una expansión emitió bonos de $1000 al 4% para financiar el proyecto. Los bonos vencerán dentro de 20 años con pagos semestrales de interés. El señor John Doe compró uno de los bonos a través de su comisionista de bolsa por $800. ¿Qué pagos tiene derecho a recibir el señor Doe?

Solución

El valor nominal del bono es $1000. Por consiguiente, el señor Doe recibirá $1000 en la fecha de vencimiento del bono, dentro de 20 años. Además, el señor Doe recibirá el interés semestral que la compañía prometió pagar al emitir los bonos. El interés cada 6 meses será calculado utilizando V = $1000, $b = 0.04$ y $c = 2$ en la ecuación [11.1]:

$$I = \frac{1000(0.04)}{2} = \$20 \text{ cada 6 meses}$$

Ejemplo 11.2

Determine el monto de interés que usted recibirá por periodo si compra un bono de $5000 al 6%, el cual vence dentro de 10 años con intereses pagaderos cada trimestre.

Solución

Dado que el interés debe pagarse trimestralmente, usted recibirá el pago de interés cada 3 meses. El monto mediante la ecuación [11.1] es:

$$I = \frac{1000(0.06)}{4} = \$75$$

En consecuencia, usted recibirá intereses de $75 cada 3 meses adicionales a la suma global de $5000 después de 10 años.

Un ***bono de cupón cero*** no paga intereses periódicos, de manera que la tasa del cupón es cero. Debido a ello, éstos se venden con frecuencia con descuentos mayores del 75% de su valor nominal, de modo que su producto hasta el vencimiento sea suficiente para atraer a los inversionistas. Los ***bonos de cupón cortado*** son simplemente bonos convencionales cuyos pagos de interés se venden en forma separada de su valor nominal. El bono de cupón cortado se comporta entonces como si fuera un bono de cupón cero.

Problemas ll.4 a 11.8

11.3 CÁLCULOS DEL VALOR PRESENTE DE LOS BONOS

Cuando una compañía o agencia gubernamental ofrece bonos para financiar proyectos importantes, los inversionistas potenciales deben determinar cuánto tendrán que pagar en términos de VP por un bono de una denominación dada. La cantidad que ellos pagan ahora determina la tasa de retorno sobre la inversión. Para calcular el VP de un bono y sus pagos de interés para una tasa de retorno determinada y una tasa de interés del bono específica se utilizan relaciones estándar. Estos cálculos se muestran en el ejemplo ll .3.

Ejemplo 11.3

Jennifer Jones desea obtener un 8% anual nominal compuesto semestralmente sobre una inversión en bonos. ¿Cuánto debe ella estar dispuesta a pagar ahora por un bono de $10,000 al 6% que vencerá dentro de 15 años y paga interés semestralmente?

Solución

Dado que el interés es pagadero semestralmente, la señora Jones recibirá los siguientes pagos de interés:

$$I = \frac{10{,}000(0.06)}{2} = \$300 \text{ cada 6 meses}$$

El diagrama de flujo de efectivo (figura 11.1) para esta inversión ayuda a escribir una relación de valor presente para calcular el valor del bono ahora, utilizando una tasa de retorno del 4% por periodo de 6 meses, que es igual al periodo de pago de intereses del bono. En la ecuación siguiente se observa que I es simplemente un valor A.

$$VP = 300(P/A,4\%,30) + 10{,}000(P/F,4\%,30) = \$8270.60$$

Por tanto, si Jennifer puede comprar el bono por $8270.60, recibirá un 8% anual nominal compuesto semestralmente sobre su inversión. Si fuera a pagar más de $8270.60 por el bono, la tasa de retorno sería menor del 8% y viceversa.

Comentario

Es importante observar que la tasa de interés utilizada en el cálculo del valor presente es la tasa de interés por periodo que la señora Jones desea recibir, no la tasa de interés del bono. Dado que ella desea recibir un 8% nominal anual compuesto semestralmente, la tasa de interés por periodo de 6 meses es 8%/2 = 4%. La tasa de interés del bono se utiliza sólo para determinar el monto del pago de los intereses del bono.

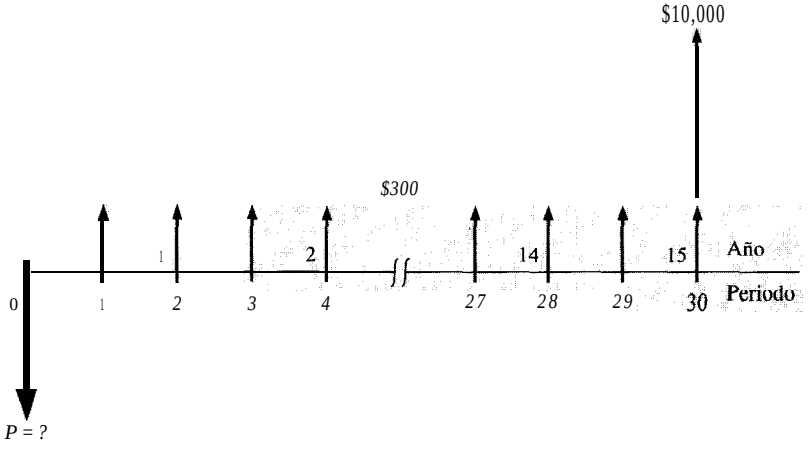


Figura 11.1 Flujo de efectivo para una inversión en bonos, ejemplo 11.3.

Cuando la frecuencia de capitalización del inversionista es mayor o menor que la frecuencia de pago de intereses del bono, es necesario utilizar las técnicas de tasa de interés efectiva analizadas en el capítulo 3. El ejemplo ll .4 ilustra los cálculos cuando el periodo de capitalización del inversionista es menor que el periodo de intereses del bono. Si el lector desea revisar las tasas de interés nominales y efectivas puede consultar las secciones 3.1 hasta la 3.3.

Ejemplo ll.4

Calcule el valor presente de un bono de $5000 al 4.5% con intereses pagados semestralmente. El bono vence dentro de 10 años y el inversionista desea obtener 8% anual compuesto trimestralmente sobre la inversión.

Solución

Primero, determine el interés que recibe el inversionista.

$$I = \frac{5000(0.045)}{2} = \$112.50 \text{ cada 6 meses}$$

El valor presente de los pagos que aparecen en la figura 11.2 puede determinarse de cualquiera de las dos siguientes formas:

1. Lleve cada pago de intereses de $112.50 hasta el año 10 separadamente con el factor *P/F* y agréguelo al valor del VP de $5000 del año 10. En este caso, la tasa de interés es 8%/4 = 2% por trimestre y el número de periodos es 40, el doble de los que aparecen en la figura 11.2, ya que los pagos de interés se efectúan semestralmente mientras que la tasa de retorno deseada se capitaliza por trimestre. Por tanto,

$$\begin{aligned} VP &= 112.50(P/F,2\%,2) + 112.50(P/F,2\%,4) + 112.50(P/F,2\%,6) + \ldots \\ &\quad + 112.50(P/F,2\%,40) + 5000(P/F,2\%,40) \\ &= \$3788 \end{aligned}$$

2. Determine la tasa de interés efectiva compuesta semestralmente (el periodo de pago de interés del bono) que sea equivalente al 8% anual nominal compuesto trimestralmente (como se establece en el problema); luego, utilice el factor *P/A* para calcular el valor presente del interés y agregue este monto al valor presente de los $5000 en el año 10. La tasa semestral es 8%/2 = 4%. Puesto que hay dos ti-imestres por periodo de 6 meses, la tabla 3.3 (capítulo 3) indica que la tasa semestral efectiva es i = 4.04%. De manera alternativa, la tasa efectiva semestral puede calcularse a partir de la ecuación [3.3]:

$$i = \left(\frac{1 + 0.04}{2}\right)^2 - 1 = 0.0404$$

El valor presente del bono puede determinarse ahora con cálculos similares a los del ejemplo ll .3.

$$VP = 112.50(P/A,4.04\%,20) + 5000(P/F,4.04\%,20) = \$3790$$

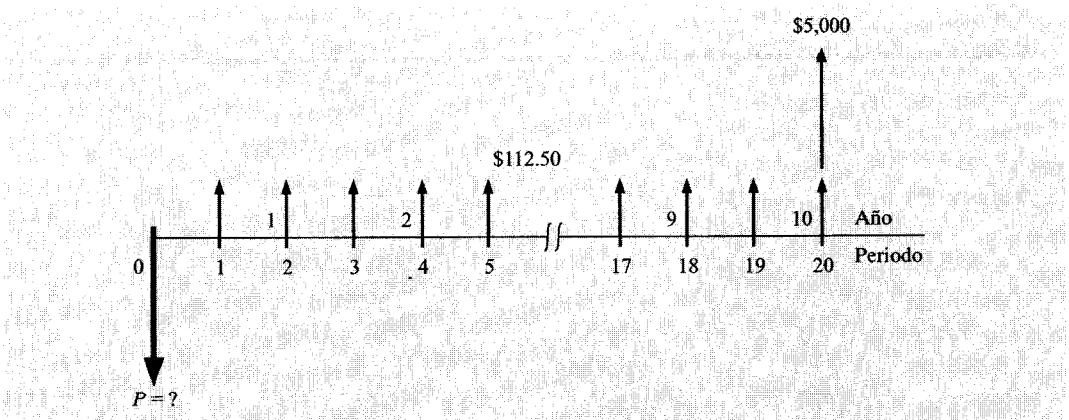


Figura 11.2 Flujo de efectivo para el valor presente de un bono, ejemplo 11.4.

En resumen, los pasos para calcular el valor presente de una inversión en bonos son los siguientes:

1. Calcule el pago de interés *(I)* por periodo, utilizando el valor nominal *(V)*, la tasa de interés del bono (b) y el número de periodos de interés (c) por año, mediante $I = Vb/c$.
2. Dibuje el diagrama de flujo de efectivo de los ingresos provenientes de los bonos incluyendo el interés y el valor nominal del bono.
3. Determine la tasa de retorno deseada del inversionista, por periodo. Cuando el periodo de interés del bono y el periodo de capitalización del inversionista no son iguales, es necesario utilizar la fórmula de tasa de interés efectiva para encontrar la tasa de interés apropiada por periodo de pago del bono.
4. Agregue el valor presente de todos los flujos de efectivo.

Ejemplo adicional ll.6
Problemas ll.9 a 11.18

11.4 TASA DE RETORNO DE UNA INVERSIÓN EN BONOS

Para calcular la tasa de retorno recibida sobre una inversión en bonos, se siguen los procedimientos desarrollados en este capítulo y en el capítulo 7. Es decir, los procedimientos de las secciones 11. 1 y ll .2 de este capítulo establecen la periodicidad y la magnitud del ingreso asociado con una inversión en bonos; la tasa de retorno sobre la inversión se define entonces determinando y resolviendo una ecuación de tasa de retorno basada en VP en la forma de la ecuación [7.1], que es, $0 = -VP_D + VP_I$. El ejemplo ll .5 ilustra el procedimiento general para calcular la tasa de retorno de una inversión en bonos.

Ejemplo ll .5

En el ejemplo 111.1, el señor John Doe pagó $800 por un bono de $1000 al 4% que vence dentro de 20 años con intereses pagaderos semestralmente. ¿Cuáles tasas de interés anuales nominales y efectivas recibirá el señor Doe sobre su inversión para capitalización semestral?

Solución

El ingreso que el señor Doe recibirá de la compra de bonos es el interés de los bonos cada 6 meses más el valor nominal dentro de 20 años. La ecuación para calcular la tasa de retorno utilizando el flujo de efectivo de la figura 11 .3 es

$$0 = -800 + 20(P/A,i^*,40) + 1000(P/F,i^*,40)$$

Resuelva mediante hoja de cálculo o manualmente para obtener $i^* = 2.87\%$ por periodo. La tasa de interés nominal anual se calcula multiplicando la tasa de interés por periodo por el número de periodos.

$$i \text{ nominal} = 2.87\%(2) = 5.74\% \text{ anual}$$

De acuerdo con la tabla 3.3 o ecuación [3.3], la tasa efectiva es 5.82% anual.

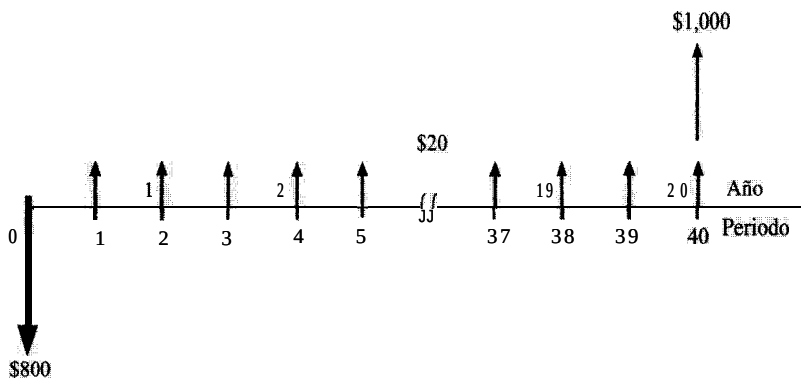


Figura 11.3 Flujo de efectivo para calcular la tasa de retorno para una inversión en bonos, ejemplo 11.5.

Ejemplos adicionales ll.7 y 11.8
Problemas 11.19 a 11.28

EJEMPLOS ADICIONALES

Ejemplo 11.6

VP DE UN BONO, SECCIÓN 11.3 JP desea invertir en bonos hipotecarios de $10,000 al 4% durante 20 años, los cuales pagan interés semestralmente. JP desea una TR del 10% anual compuesto

semestralmente. *(a)* Si los bonos pueden comprarse a través de un agente a un precio de descuento de $8375, ¿debe JP hacer la compra? *(b)* Si JP compra un bono por $8375, ¿cuál es la ganancia total en dólares?

Solución

fa) El interés cada 6 meses es:

$$I = \frac{10{,}000(0.04)}{2} = \$200$$

Para la tasa nomina1 del 10%/2 = 5% cada 6 meses durante 40 periodos,

$$VP = 200(P/A,5\%,40) + 10{,}000(P/F,5\%,40) = \$4852$$

Si el precio es de $8375 por bono, JP no puede acercarse al 10% anual compuesto semestralmente. ¡No debe comprar estos bonos!

(b) A un precio de $8375 por bono, se puede encontrar el monto en dólares obtenido al calcular el valor futuro después de 40 periodos. Suponiendo que todo el interés se reinvierte al 10% anual compuesto semestralmente:

$$VF = 200(F/A,5\%,40) + 10{,}000 = \$34{,}159$$

Por tanto, JP obtendrá un total de $34,159 – $8375 = $25,784. Sin embargo, como se afirmó en la parte *(a)*, la TH será muy inferior al 10% anual.

Ejemplo 11.7

TR DE UN BONO, SECCIÓN II .4 En el ejemplo anterior, JP está apenado por su incapacidad de obtener un 10% compuesto semestralmente si paga $8375 por un bono de $10,000 a 20 años al 4% de interés anual, Calcule *(a)* el retorno nominal y efectivo real por año y *(b)* la ganancia real en dólares si esta tasa se utiliza para la reinversión del interés recibido sobre el bono.

Solución

(a) La ecuación de tasa de retorno es

$$0 = -8375 + 200(P/A,i^*,40) + 10{,}000(P/F,i^*,40)$$

La solución mediante hoja de cálculo o interpolación en tablas muestra que $i^* = 5.40\%$ *anual* nominalmente (2.70% por semestre) y que la tasa anual efectiva es 5.47%.

(b) Calcule una tasa nominal del 2.70% por periodo semestral (a partir de la tasa efectiva de 5.40% anual compuesto semestralmente) y determine el valor futuro.

$$VF = 200(F/A, 2.7\%, 40) + 10,000 = \$24,180$$

que representa una ganancia de $15,805 ($24,180 – 8375).

Ejemplo 11.8

TR DE UN BONO, SECCIÓN 11 .4 Un inversionista pagó $4240 por un bono de $10,000 al 8% con intereses pagaderos trimestralmente. Dado que el bono era de baja calidad, no pagó intereses los tres primeros años después de que el inversionista lo compró. Si el interés fue pagado durante los siguientes 7 años y luego el inversionista pudo revender el bono por $ Il ,000,¿cuál tasa de retorno obtuvo sobre la inversión? Suponga que el vencimiento del bono está programado para 18 años después del momento en que el inversionista lo compró.

Solución

El interés recibido por el bono entre los años 4 y 10 fue:

$$I = \frac{(10,000)(0.08)}{4} = \$200 \text{ por trimestre}$$

La tasa de retorno por ***trimestre*** puede determinarse resolviendo la ecuación VP desarrollada sobre una base trimestral.

$$0 = -4240 + 200(P/A, i^* \text{ por trimestre}, 28)(P/F, i^* \text{ por trimestre}, 12)$$
$$+ 11,000\ (P/F, i\% \text{ por trimestre}, 40)$$

La ecuación es correcta para $i^* = 4.1\%$ por trimestre, que es un 16.4% anual nominal compuesto trimestralmente.

Comentario

La ecuación de tasa de retorno también podría escribirse en términos de valor anual o valor futuro con el mismo resultado para i^*.

Ejemplo 11.8 (Hoja de cálculo)

Trabaje el ejemplo 11.8 usando una hoja de cálculo.

Solución

La solución se muestra en la figura ll .4. La hoja de cálculo se ha determinado para calcular directamente una tasa de interés anual del 16.41% en la celda El. Las entradas trimestrales de intereses de los bonos por $200 se convierten en entradas anuales equivalentes de $724.24 usando la función VP en la celda E6. Una tasa trimestral podría determinarse inicialmente en la hoja de calculo, pero este enfoque requiere cuatro veces el número de entradas cada una por $200, comparado con las seis de $724.24 ingresadas aquí.

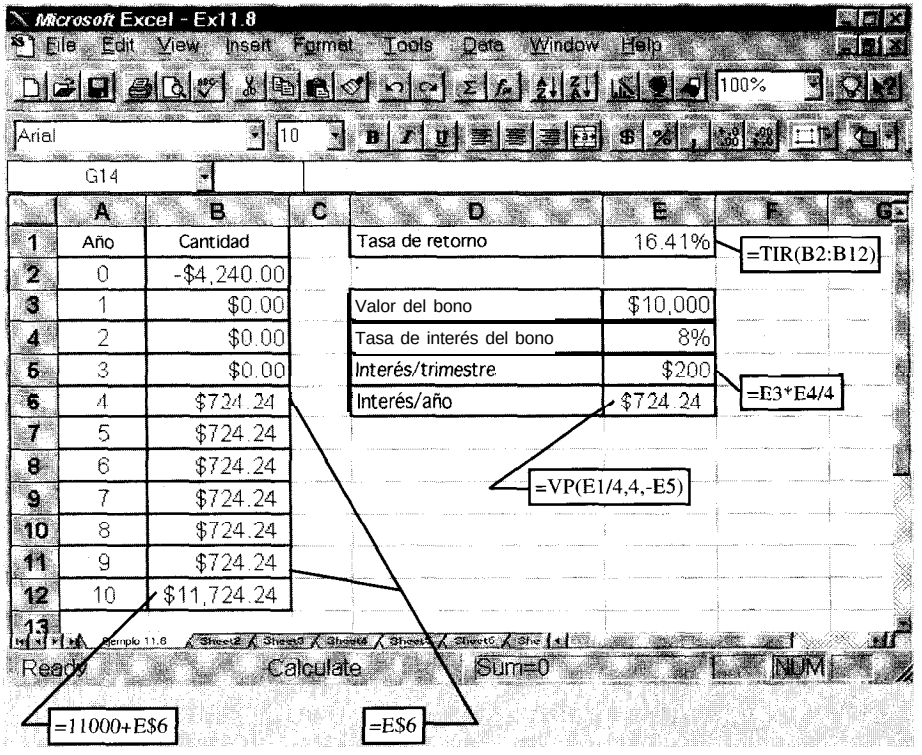


Figura 11.4 Solución de hoja de cálculo o fin de determinar i^* pura un bono, ejemplo 11.8.

RESUMEN DEL CAPÍTULO

Un bono es un instrumento financiero emitido por entidades privadas o públicas con el único propósito de obtener capital de deuda. Existe una diversidad de tipos de bonos, con muchas denominaciones y programas de rembolso. Como es cierto para todas las inversiones, cuanto mayor sea el riesgo para el comprador, más grande es la recompensa en términos de tasa de retorno. Los dos cálculos más comunes asociados con transacciones de bonos son (1) el valor presente de un bono para producir una tasa de retorno determinada y (2) la tasa de retorno asociada con un escenario determinado del flujo de efectivo.

PROBLEMAS

11.1 ¿Qué significa un bono convertible?

11.2 Ordene los siguientes bonos en términos de la tasa de retorno más alta esperada antes de impuestos para el inversionista: de obligación general, primera hipoteca, segunda hipoteca, amortizables, especulativos.

11.3 ¿Cuál es la diferencia entre un pagaré, un certificado y un bono del tesoro de EE.UU.?

11.4 ¿Cuál es la frecuencia y el monto de los pagos de interés sobre un bono de $5000 al 6%, con un interés pagadero trimestralmente?

11.5 ¿Cuáles son los pagos de interés y su frecuencia sobre un bono de $10,000 al 8% que paga interés mensualmente?

11.6 Un bono de cupón con una tasa de interés del 10% generó $200 en interés cada 6 meses. ¿Cuál era el valor nominal del bono?

11.7 Un bono de garantía colateral con' intereses pagaderos trimestralmente generaba $125 cada 3 meses en intereses. Si el valor nominal del bono era de $8000, ¿cuál era su tasa de interés?

11.8 Un bono hipotecario con una tasa de interés del 8% anual y un valor nominal de $5000 se vence dentro de 12 años. Si los pagos de interés del bono son $100, ¿cuál es el periodo de pago de interés del mismo?

11.9 ¿Cuánto debe usted estar dispuesto a pagar por un bono de $10,000 al 7% que se vence dentro de 8 años, si desea obtener un 8% nominal anual compuesto trimestralmente? Suponga que el interés del bono es pagadero trimestralmente.

11.10 ¿Cuál es el valor presente de un bono de $50,000 al 6% con intereses pagaderos mensualmente? Suponga que el bono vence dentro de 25 años y que la tasa de retorno deseada es del 12% anual compuesto mensualmente.

11.11 Si una compañía manufacturera necesita obtener $2 millones de capital para financiar una pequeña expansión, ¿qué valor nominal total deben tener los bonos? Los bonos pagarán un interés trimestral a una tasa del 12% anual y vencerán dentro de 20 años. Suponga que los inversionistas potenciales exigen una tasa de retorno de un 12% anual nominal compuesto trimestralmente y que las comisiones de intermediación por el manejo de la venta ascienden a $100,000.

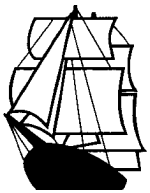
11.12 Un bono hipotecario de $20,000 al 9% con intereses pagaderos semestralmente fue emitido hace 4 años. La fecha de vencimiento del bono es de 20 años después de su emisión. Si la tasa de interés en el mercado es del 12% anual compuesto semestralmente, ¿cuánto debe estar dispuesto a pagar un inversionista por *(a)* el bono de cupón cortado? *(b)* cupones de bono?

11.13 Usted desea obtener un 12% nominal anual compuesto trimestralmente. ¿Cuánto debe estar dispuesto a pagar por un bono de $15,000 al 9%, el cual tiene interés pagadero semestralmente y vence dentro de 20 años?

11.14 ¿Cuánto debe estar dispuesto a pagar por un bono de $4000 que tiene un interés pagadero trimestralmente al 6%, si desea obtener un 10% efectivo anual compuesto trimestralmente sobre la inversión? El bono vencerá dentro de 10 años.

11.15 Un inversionista compró un bono convertible por $6000 hace cuatro años. El bono tiene un valor nominal de $10,000 y una tasa de interés del 8% sobre el bono pagadera semestralmente. El inversionista puede vender el bono ahora por $7500, pero lo conserva, piensa que podrá venderlo por $8000 dentro de un año, por $9 100 dentro de dos años, u obtener $10,000 al vencimiento dentro de 3 años. ¿Qué debe hacer si su TMAR es del 12% anual compuesto semestralmente?

11.16 Un inversionista que buscaba protección contra la inflación estaba considerando la compra de bonos ajustados a la inflación conocidos como títulos-valores del tesoro de los EE.UU. (U.S. Treasury Inflation-Adjusted Securities, TIPS). Con estos bonos, los valores nominales, aunque no el pago de intereses, se ajustan regularmente para considerar la inflación. El inversionista podría comprar bien fuera un bono TIPS de $10,000 con una tasa de interés del 4% sobre el bono pagadera semestralmente, o un bono corporativo por $10,000 con una tasa de interés sobre el bono del 8% anual pagadera semestralmente. Ambos bonos vencen 10 años después de su compra. El inversionista considera que no habrá ajuste por inflación durante los primeros 5 años, pero después de ese término, él espera que el valor nominal del bono TIPS aumente en $1000 anuales (es decir, entre los años 6 y 10). ¿Cuál bono debe comprar el inversionista con base en su valor presente y en una tasa de interés del 10% anual compuesto semestralmente?



11.17 La firma Wet 'N' Wild Ship Building, Inc., debe obtener dinero para ampliar sus instalaciones de construcción de cascos. Si se emiten bonos convencionales, la tasa de interés de los bonos tendrá que ser del 16% anual compuesto semestralmente. El valor nominal de los bonos será de $7 millones. Sin embargo, si se emiten bonos convertibles, la tasa de interés de los bonos tendrá que ser sólo del 7% anual compuesto semestralmente. ¿Cuál tendrá que ser el valor nominal de los bonos convertibles para que el valor presente de ambas emisiones sea el mismo para una tasa de interés del 20% anual compuesto semestralmente sobre los bonos convencionales y 10% anual compuesto semestralmente sobre los bonos convertibles? Los bonos convencionales vencen en 10 años y los bonos convertibles, en 20 años.

11.18 Unos bonos comprados por $9000 tienen un valor nominal de $10,000 y una tasa de interés de bonos del 10% anual pagadero semestralmente. Los bonos se vencen en 3 años. La compañía que emitió los bonos espera un problema de liquidez dentro de 3 años y ha aconsejado a todos los tenedores de bonos que si conservan los documentos durante otros 2 años pasada la fecha original de vencimiento, el interés sobre éstos durante el periodo ampliado de 2 años será del 16% anual pagadero semestralmente. ¿Cuál es el valor presente de los bonos si un inversionista requiere una tasa de retorno del 12% anual compuesto semestralmente?

11.19 Un inversionista compró un bono de $5000 por $4000 hace dos años. La tasa de interés de los bonos es del 6%, pagadero trimestralmente. Si el inversionista planea vender el bono ahora por $3500, ¿cuál sería su tasa de retorno sobre la inversión?

11.20 A usted le han ofrecido un bono de $20,000 al 6% con un descuento del 4%. Si el interés se paga trimestralmente y el bono vence en 15 años, ¿qué tasa de retorno por trimestre podría usted obtener si comprara el bono?

11.21 Un bono de $10,000 de cupón cero fue emitido cuando la tasa de interés prevaleciente en el mercado era del 9%. Si el bono se vendió por $3000 al ser emitido, ¿para dentro de cuántos años sería la fecha de vencimiento del bono?

11.22 Hace tres años, la señora Johnson compró un bono de $10,000 al 8% con intereses pagaderos semestralmente por $7000. Si la tasa de retorno hasta el vencimiento era

un 14% anual nominal compuesto semestralmente cuando lo compró, ¿dentro de cuántos años sería la fecha de vencimiento del bono en ese momento?

11.23 Para repavimentar las calles locales, una ciudad necesitaba adquirir $3 millones mediante una emisión de bonos. En ese momento, los votantes aprobaron una emisión de bonos cuya tasa de interés se fijó en 8% que era la misma que la tasa de interés del mercado. Sin embargo, entre el momento en que los bonos fueron aprobados y cuando fueron vendidos, la tasa de interés que el mercado requirió para atraer a los inversionistas se redujo a 6% anual. Si la ciudad deposita la diferencia entre el interés del 8% y del 6%, en una cuenta que produce 5% anual de interés, ¿cuánto tendrá cuando los bonos maduren dentro de 20 años?

11.24 Una compañía está considerando la emisión de bonos para financiar un proyecto de construcción importante. La compañía está tratando de determinar actualmente si debe emitir bonos convencionales o bonos de "venta" (es decir, bonos que proporcionan al tenedor el derecho de vender los bonos a cierto porcentaje del valor nominal). Al emitir bonos convencionales, la compañía espera que los compradores de bonos exijan una tasa de retorno global (hasta el vencimiento) del 12% anual compuesto trimestralmente. No obstante, si se emiten bonos de venta, los inversionistas estarían satisfechos con una tasa de retorno global del 8%. La tasa de interés de los bonos es del 12% pagadero trimestralmente sobre un valor nominal de $1 ,000,000 con vencimiento a 20 años a partir de ahora. *(a)* ¿Cuánto dinero, proveniente de la venta de bonos podría obtener la compañía ahora, si emite bonos de venta en lugar de bonos convencionales? *(b)* ¿Cuál tasa de retorno anual necesitará efectuar la compañía sobre el dinero adicional con el fin de acumular $1 ,000,000 para pagar los bonos en el año 20?

11.25 ¿A qué tasa de interés de bonos producirá un bono de $10,000 un 12% anual nominal compuesto semestralmente, si el comprador paga $8000 y el bono se vence en 12 años? Suponga que el interés del bono es pagadero semestralmente.

11.26 ¿A qué tasa de interés producirá un bono de $20,000 con intereses pagaderos semestralmente, una tasa de retorno del 4% efectivo cada 6 meses, si el precio del bono es de $18,000 y vence en 20 años?

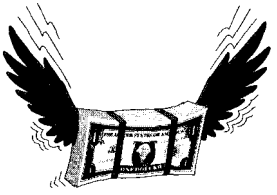
11.27 Un inversionista compró un bono de $1000 convertible por $1200 de la firma Grow Company. El bono tenía una tasa de interés del 8% anual pagadero trimestralmente y era convertible en 20 acciones comunes del capital de Grow. Si el inversionista conservó el bono durante 5 años y luego lo convirtió en acciones comunes cuando éstas se vendían a $5 1 la acción, ¿cuál fue la tasa de retorno anual nominal sobre su inversión?

11.28 La firma Hi-Cee Steel Company emitió bonos amortizables (es decir, bonos que pueden ser entregados y pagados en cualquier momento), por valor de $5 millones con vencimiento a 20 años, al 14% de interés anual, pagaderos semestralmente. La compañía acordó pagar una prima del 10% sobre el valor nominal si los bonos se hacían efectivos. Cinco años después de haberse emitido los bonos, la tasa de interés prevaleciente en el mercado se redujo al 10% anual. (a) ¿Qué tasa de retorno obtendrá la compañía al hacer efectivos los bonos y pagar los $5.5 millones? *(b)* ¿Debe la compañía hacer efectivos los bonos? (c) ¿Qué tasa de retorno obtendrá un inversionista si se hacen efectivos los bonos?

capítulo

12

Inflación; estimación de costos y asignación de costos indirectos



Este capítulo se concentra en la comprensión de la forma de considerar la inflación en los cálculos de valor del dinero en el tiempo y en un estudio de ingeniería económica. La *inflación* es una realidad con la cual todas las personas tratan casi cada día.

Se estudia aquí la estimación de los valores que deben utilizarse en un análisis económico, en particular las cantidades relacionadas con costos. Se presentan diversas técnicas para estimar los gastos de equipo y los costos de proceso con base en información pasada, índices y relaciones de capacidad. Las técnicas de estimación son también abordadas en el capítulo 1 (flujos de efectivo, en general) y en el capítulo 18 (TMAR y tasas de interés).

Finalmente, en este capítulo se analiza el área importante de asignación *de costos indirectos* para todo tipo de costos indirectos, en especial aquellos en los que se incurre en el ambiente de manufacturas. Se explica el método tradicional de asignación de costos lo mismo que el método más reciente denominado costeo basado en actividades (CBA).

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Propósito: Considerar los elementos de la inflación, la estimación de costos y la asignación de costos indirectos en un análisis de ingeniería económica.

Este capítulo ayudará al lector a:

VP con inflación	1. Calcular el valor presente considerando la inflación.
VF con inflación	2. Definir el significado de tasa de interés real y calcular el valor futuro considerando la inflación.
VA con inflación	3. Calcular un monto anual de dinero en dólares corrientes de entonces que sea equivalente a una suma determinada presente o futura.
Estimación de costos-índices de costos	4. Utilizar un índice de costos para determinar un costo presente esperado a partir de información histórica.
Estimación de costos-métodos	5. Estimar el costo de un componente, sistema o planta utilizando los métodos de los factores y la ecuación de costo-capacidad.
Tasas de costos indirectos	6. Calcular las tasa de costos indirectos para diferentes bases de asignación.
Asignación tradicional	7. Asignar costos indirectos utilizando las tasas de costos indirectos tradicionales.
Asignación CBA	8. Asignar costos indirectos utilizando el método de costeo basado en actividades (CBA).

12.1 TERMINOLOGÍA DE INFLACIÓN Y CÁLCULOS DE VALOR PRESENTE

La mayoría de las personas están bien conscientes del hecho de que $20 hoy no permiten comprar la misma cantidad de lo que se compraba con $20 en 1995 o en 1990 y mucho menos de lo que se compraba en 1970. ¿Por qué? Es la inflación en acción. Simplemente, la inflación es un incremento en la cantidad de dinero necesaria para obtener la misma cantidad de producto o servicio antes de la presencia del precio inflado. La inflación ocurre porque el valor del dinero ha cambiado, se ha reducido. El valor del dinero se ha reducido y, como resultado, se necesitan más dólares para menos bienes. Éste es un signo de inflación. Para comparar cantidades monetarias que ocurren en diferentes periodos de tiempo, los dólares valorados en forma diferente deben ser convertidos primero a dólares de valor constante con el fin de representar el mismo poder de compra en el tiempo, lo cual es especialmente importante cuando se consideran cantidades futuras de dinero, como es el caso con todas las evaluaciones de alternativas.

La deflación es el opuesto de la inflación. Los cálculos para la inflación son igualmente aplicables a una economía deflacionaria.

El dinero en un periodo de tiempo, t_1, puede traerse al mismo valor que el dinero en otro periodo de tiempo, t_2, utilizando la ecuación generalizada:

$$\text{Dólares en el periodo } t_1 = \frac{\text{dólares en el periodo } t_2}{\text{tasa de inflación entre } t_1 \text{ y } t_2} \qquad [12.1]$$

Los dólares en el periodo t_1 se denominan dólares de hoy y los dólares en el periodo t_2, dólares futuros o dólares corrientes de entonces. Sifrepresenta la tasa de inflación por periodo y n es el número de periodos de tiempo entre t_1 y t_2, la ecuación [12. 1] se convierte en:

$$\text{Dólares de hoy} = \frac{\text{dólares corrientes de entonces}}{(1+f)^n} \qquad [12.2]$$

Otro término para denominar los dólares de hoy son los dólares en valores constantes. Siempre es posible establecer cantidades futuras infladas en términos de dólares corrientes aplicando la ecuación [12.2]. Por ejemplo, si un artículo cuesta $5 en 1998 y la inflación promedió 4% durante el año anterior, en dólares constantes de 1997, el costo es igual a $5/(1.04) = $4.8 1. Si la inflación promedió 4% anual durante los 10 años anteriores, el equivalente en dólares constantes de 1988 es considerablemente menor en $5/(1.04)" = $3.38.

En realidad se utilizan tres tasas diferentes en este capítulo; sólo las dos primeras son tasas de interés: la tasa de interés real *(i)*, la tasa de interés del mercado (i_f) y la tasa de inflación (f).

Tasa de **interés real o libre de inflación.** A esta tasa se obtiene el interés cuando se ha retirado el efecto de los cambios en el valor de la moneda. Por tanto, la tasa de interés real presenta una ganancia real en el poder de compra. Ésta es la tasa utilizada en todos los capítulos anteriores de este libro.

Tasa de interés de mercado i_f. Como su nombre lo implica, ésta es la tasa de interés en el mercado, la tasa de la cual se escucha hablar y a la cual se hace referencia todos los días. Es una combinación de la tasa de interés real i y la tasa de inflación f, y, por consiguiente, cambia a medida que cambia la tasa de inflación. Es conocida también como tasa de interés inflada.

Tasa de inflación f. Como se describió antes, ésta es una medida de la tasa de cambio en el valor de la moneda.

Cuando la TMAR de una compañía es ajustada por la inflación, se hace referencia correctamente a ésta como una TMAR ajustada por la inflación.

Cuando las cantidades en dólares en periodos de tiempo diferentes están expresadas como dólares en valores constantes según la ecuación [12.2], las cantidades equivalentes presentes, futuras o anuales se determinan utilizando la tasa de interés real i en cualquiera de las fórmulas del capítulo 2. Los cálculos involucrados en este procedimiento se ilustran en la tabla 12.1 donde se ha supuesto una inflación del 4% anual. La columna 2 indica el incremento que durante cada uno de los próximos 4 años ha sufrido el costo de un artículo que hoy vale $5000. La columna 3 muestra el costo en dólares futuros, y la columna 4 presenta el costo en dólares (de hoy) en valor constante mediante la ecuación [12.21.

Observe que en la columna 4, al convertirse los dólares futuros de la columna 3 en dólares de hoy, el costo es siempre de $5000 -como se debería esperar- lo mismo que el costo al principio. Tal predicción es cierta cuando los costos están aumentando en una cantidad *exactamente igual* a la tasa de inflación. El costo real del artículo dentro de 4 años será $5849, pero en dólares de hoy el costo dentro de 4 años aún ascenderá a $5000.

La columna 5 muestra el valor presente de los $5000 a la tasa de interés real $i = 10\%$ anual. Dentro de 4 años, VP = $3415. De manera que, para $f = 4\%$ e $i = 10\%$, dentro de cuatro años los $5000 de hoy se inflarán hasta $5849, mientras que $5000 a partir de ahora tendrá un VP de solamente $34 15 a un requerimento de retorno del 10%.

Asimismo, a una tasa de interés del 4%, $5849 tiene un VP = $5849(*P/F*,4%,4) = $5849(0.8548) = $5000 puesto que la inflación y el interés son exactamente igual en 4%.

Tabla 12.1 Cálculos de inflación utilizando dólares de hoy (aproximados)

(1) Año n	(2) Incremento en costo debido a la inflación	(3) Costo en dólares futuros	(4) =(3)/(1.04)^n costo futuro en dólares de hoy (corrientes)	(5) =(4)(*P/F*, 10%,n) Valor presente al i = 10%
0		$5000	$5000	$5000
1	$5000 (0.04) = $200	5200	5200/(1.04)^1 = 5000	4545
1	5200 (0.04) = 208	5408	5408/(1.04)^2 = 5000	4132
1	5408 (0.04) = 216	5624	5624/(1.04)^3 = 5000	3757
1	5624 (0.04) = 225	5849	5849/(1.04)^4 = 5000	3415

La figura 12.1 presenta gráficamente las diferencias durante un periodo de 4 años de una cantidad de valor constante de $5000, los costos en dólares futuros con una inflación del 4% y la pérdida en valor presente a un interés real del 10% causada por una inflación del 4%. Como puede verse, en el área sombreada el efecto de la inflación compuesta y las tasas de interés es grande.

Un método alternativo para estimar la inflación en un análisis de valor presente comprende el ajuste de las fórmulas mismas del interés para considerar la inflación. Considere la fórmula P/F, donde i es la tasa de interés real.

$$P = F\frac{1}{(1+i)^n}$$

F (en dólares futuros) puede convertirse en dólares de hoy utilizando la ecuación [12.2].

$$P = \frac{F}{(1+f)^n}\frac{1}{(1+i)}$$

$$= F\frac{1}{(1+i+f+if)} \qquad [12.3]$$

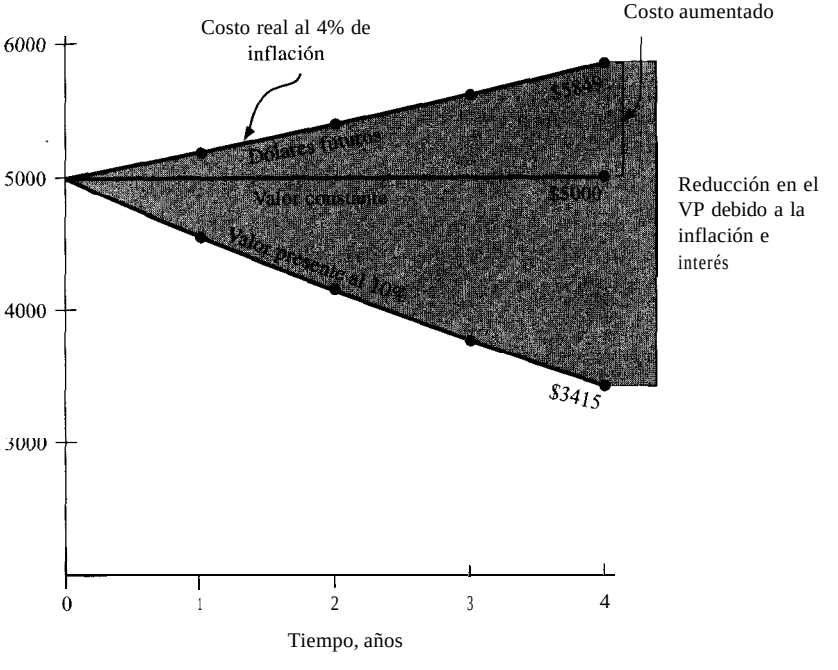


Figura 12.1 **Comparación de dólares en valor constante, dólares futuros y dólares en valor presente.**

Si el término $i + f + if$ en la ecuación [12.31 se define como i_f, la ecuación se convierte en:

$$P = F\frac{1}{(1+if)^n} = F(P/F,i_f,n) \qquad [12.4]$$

La expresión i_f se denomina la *tasa de interés injlada y se* define como:

$$i_f = i + f + if$$

donde i = tasa de interés real
f = tasa de inflación
i_f = tasa de interés inflada

Para una tasa de interés real del 10% anual y una tasa de inflación del 4% anual, la ecuación [12.51 produce una tasa de interés inflada del 14.4%.

$$i_f = 0.10 + 0.04 + 0.10(0.04)$$
$$= 0.144$$

La tabla 12.2 detalla el uso de i_f = 14.4% en los cálculos de VP para una cantidad corriente de $5000, que se infla hasta $5849 en dólares futuros en 4 años a partir de ahora, como se demostró anteriormente en la tabla 12.1. Como se muestra en la columna 4, el valor presente del artículo cada año es igual a aquél calculado en la columna 5 de la tabla 12.1.

El valor presente de una serie de flujos de efectivo -gradiente aritmético o gradiente geométrico (porcentaje uniforme)- puede encontrarse en forma similar. Es decir, bien sea i o i_f se introduce en los factores P/A, P/G o P_E, dependiendo de si el flujo de efectivo está expresado en dólares de hoy.0 en dólares futuros, respectivamente. Si la serie está expresada en dólares de hoy, entonces su VP es sólo el valor descontado utilizando la tasa de interés real i. Si el flujo de efectivo está expresado en dólares futuros, el monto de hoy que sería

Tabla 12.2 Cálculo del valor presente utilizando una tasa de interés inflada

(1) Año, n	(2) Costo en dólares futuros	(3) $(P/F,14.4\%,n)$	(4) VP
0	$5000	1	$5000
1	5200	0.8741	4545
2	5408	0.7641	4132
3	5624	0.6679	3757
4	5849	0.5838	3415

equivalente a los dólares futuros inflados se obtiene utilizando i_f en las fórmulas. En forma alternativa se pueden convertir todos los dólares futuros en dólares de hoy y luego utilizar i.

Ejemplo 12.1

Un antiguo estudiante de una universidad estatal desea efectuar una donación al Fondo de Desarrollo Estudiantil de su Alma Máter; ha ofrecido cualquiera de los tres planes siguientes:

Plan A. $60,000 ahora.

Plan B. $15,000 anuales durante 8 años empezando dentro de 1 año.

Plan C. $50,000 dentro de tres años y otros $80,000 dentro de cinco años.

La única condición puestapara la donación es que la universidad acuerde gastar el dinero en investigación aplicada relacionada con el desarrollo de procesos de manufactura ambientalmente conscientes. Desde la perspectiva de la universidad, ésta desea seleccionar el plan que maximiza el poder de compra de los dólares recibidos, de manera que ha pedido al profesor de ingeniería económica evaluar los planes y considerar la inflación en los cálculos. Si la institución desea obtener un 10% real anual sobre sus inversiones y se espera que la tasa de inflación promedie 3% anual, ¿cuál plan debe aceptar?

Solución

El método de evaluación más rápido es calcular el valor presente de cada plan en dólares de hoy. Para los planes *B* y *C*, la forma mas fácil de obtener el valor presente es mediante el uso de la tasa de interés inflada i_f. Mediante la ecuación [12.5],

$$i_f = 0.10 + 0.03 + 0.10(0.03) = 0.133(13.3\%)$$

Calcule los valores VP con el uso apropiado de la ecuación [12.4]:

$$VP_A = \$60{,}000$$

$$VP_B = \$15{,}000(P/A,13.3\%,8) = \$15{,}000(4.7508) = \$71{,}262$$

$$VP_C = \$50{,}000(P/F,13.3\%,3) + 80{,}000(P/F,13.3\%,5)$$

$$= \$50{,}000(0.68756) + 80{,}000(0.53561) = \$77{,}227$$

Dado que VP, es el mayor en términos de dólares de hoy, seleccione el plan C.

Comentario

Los valores presentes de los planes *B* y C también habrían podido encontrarse convirtiendo primero los flujos de efectivo en dólares de hoy utilizando $f = 3\%$ y, luego, la i real del 10%. Este procedimiento gasta más tiempo, pero las respuestas son las mismas.

Ejemplo 12.2

Calcule el valor presente de una serie uniforme de pagos de $1000 anuales durante 5 años si la tasa de interés real es del 10% anual y la tasa de inflación es 4.5% anual, suponiendo que los pagos se realizan en términos de *(a)* dólares de hoy y *(b)* dólares futuros.

Solución

(a) Comoquiera que los dólares ya están expresados en dólares de hoy, el valor presente se determina utilizando la i real = 10%.

$$VP = -1000(P/A,10\%,5) = \$-3790.80$$

(b) Teniendo en cuenta que los dólares están expresados en dólares futuros, como se muestra en la figura 12.2*a*, utilice una tasa de interés inflada en el factor P/A.

$$i_f = i + f + if = 0.10 + 0.045 + (0.1)(0.045) = 14.95\%$$

$$VP = -1000(P/A,14.95\%,5) = -1000(3.3561) = \$-3356$$

El valor presente también puede obtenerse convirtiendo los flujos de efectivo futuros en dólares de hoy y luego encontrando el valor presente mediante la tasa de interés real del 10%. Remítase a la figura 12.2*b*.

$$\begin{aligned} VP = & -956.94(P/F,10\%,1) - 915.73(P/F,10\%,2) - 876.30(P/F,10\%,3) \\ & -838.56(P/F,10\%,4) - 802.45(P/F,10\%,5) \\ = & \$-3356 \end{aligned}$$

Éste es el mismo resultado obtenido utilizando i_f.

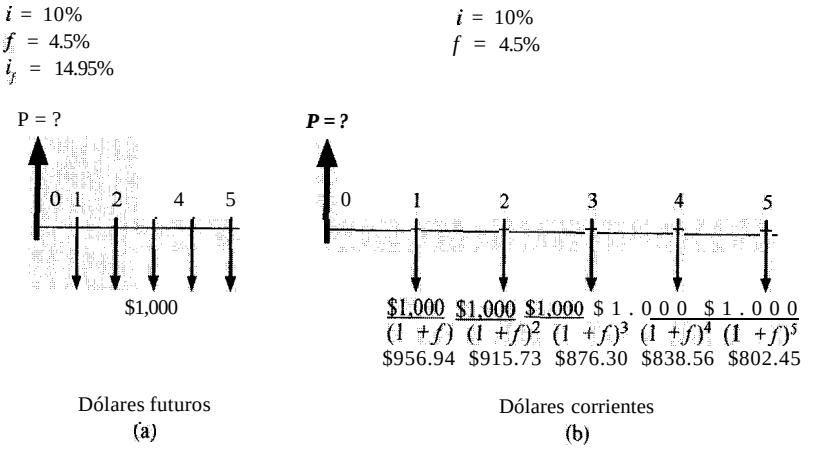


Figura 12-2 Flujos de efectivo para el ejemplo 12.2.

Comentario

De acuerdo con este ejemplo es claro que el uso de una tasa de interés inflada i_f en el factor *P/A es* mucho más simple que convertir los valores en dólares futuros a dólares de hoy y luego aplicar el factor *P/F*.

Ejemplo 12.2
(Hoja de cálculo)

Utilice una hoja de cálculo para calcular el valor presente de una serie uniforme de pagos de $1000 anuales durante 5 años si la tasa de interés real es 10% anual y la tasa de inflación es 4.5% anual. Suponga que los pagos están en términos de (*a*) dólares de hoy y (*b*) dólares futuros.

Solución

La figura 12.3 incluye los valores en valor presente en las celdas B7 y C7 respectivamente, para dólares de hoy utilizando $i = 10\%$ y, para dólares futuros, $i_f = 14.95\%$. La tasa de interés inflada i_f se calcula en la forma indicada en la celda C5 mediante la ecuación [12.5].

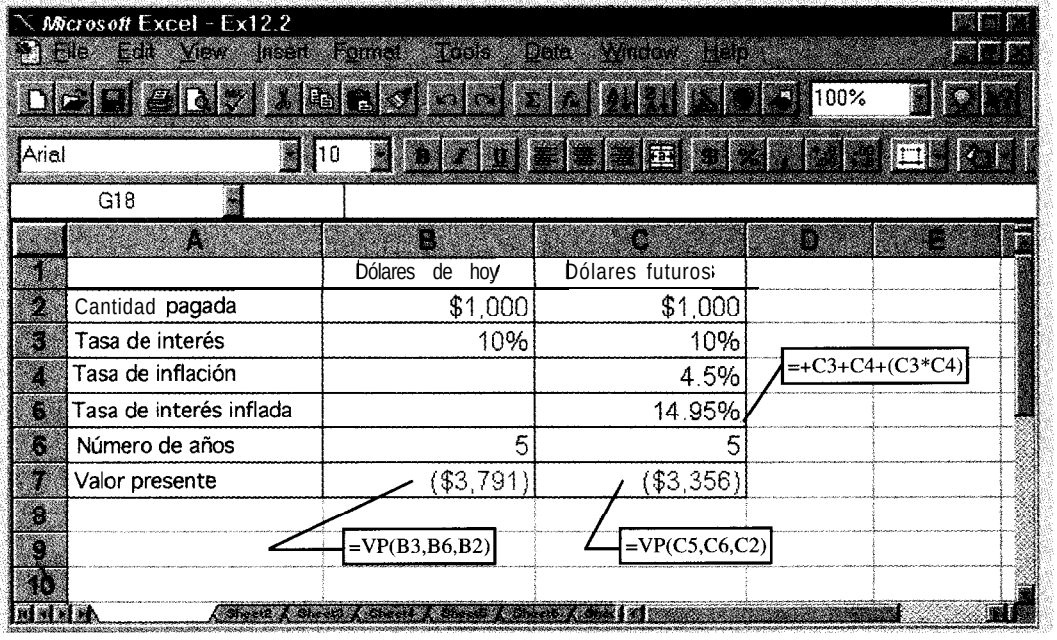


Figura 12.3 Solución de hoja de cálculo del VP en dólares de hoy y futuros, ejemplo 12.2.

Para resumir, si los dólares futuros están expresados en dólares de hoy (o han sido convertidos a dólares de hoy), el valor presente debe calcularse utilizando la tasa de interés real i en las fórmulas de valor presente. Si los dólares futuros están expresados en dólares corrientes de entonces o en dólares futuros, debe utilizarse la tasa de interés inflada i_f en las fórmulas.

Ejemplos adicionales 12.12 y 12.13
Problemas 12.1 a 12.12

12.2 CÁLCULOS DE VALOR FUTURO CONSIDERANDO LA INFLACIÓN

En los cálculos de valor futuro, la cantidad futura de dinero en dólares puede representar cualquiera de cuatro cantidades diferentes:

Caso 1. El cantidad real de dinero que será acumulado en el tiempo II.

Caso 2. El *poder de compra,* en términos de dólares de hoy, de la cantidad real de dólares acumulada en el tiempo n.

Caso 3. El número de *dólares futuros requeridos* en el tiempo n para mantener el mismo poder de compra que un dólar hoy; es decir, no se considera el interés.

Caso 4. El número de dólares requerido en el tiempo n para *mantener el poder de compra y obtener una tusa de interés real determinada.* (Realmente esto hace que los cálculos del caso 4 y del caso 1 sean idénticos).

Debe ser claro que para el caso *1*, la cantidad real de dinero acumulado se obtiene utilizando una tasa de interés determinada del mercado, la cual se identifica mediante i_f en este capítulo, ya que incluye la inflación.

Para el caso 2, el poder de compra de dólares futuros se determina utilizando la tasa de interés del mercado i_f para calcular F y luego se divide por $(1 + f)^n$. La división por $(1 + f)^n$ deflacta los dólares inflados. En efecto, este procedimiento reconoce que los precios aumentan durante la inflación, de manera que $1 en el futuro comprará menos bienes que $1 ahora. En forma de ecuación, el caso 2 es:

$$F = \frac{P(1 + i_f)^n}{(1+f)^n} = \frac{P(F/P,i_f,n)}{(1+f)} \qquad [12.6]$$

Al igual que en la ilustración, suponga que $1000 obtienen la tasa del mercado del 10% de interés anual durante 7 años. Si la tasa de inflación para cada año es del 4%, la cantidad de dinero acumulado en 7 años, pero con el poder de compra de hoy, es:

$$F = \frac{1000(F/P,10\%,7)}{(1.04)^7}$$

$$= \$1481$$

Para comprender el poder de la inflación, considere lo siguiente. Si la inflación fuera nula (f se aproxima a 0), dentro de 7 años los $1000, a una tasa de interés del 10%, crecerían a:

$$F = 1000(F/P,10\%,7) = \$1948$$

Esto significa que el poder de compra hoy y dentro de 7 años es igual. La inflación del 4% anual redujo en $467 el poder de compra.

También para el caso 2 podría determinarse en forma equivalente la cantidad futura de dinero acumulado con el poder de compra de hoy calculando la tasa de interés real y

utilizándola en el factor *F/P* para compensar el poder de compra reducido del dólar. La tasa de interés real puede obtenerse resolviendo para i en la ecuación [12.5].

$$\begin{aligned} i_f &= i + f + if \\ &= i(1+f) + f \\ i &= \frac{i_f - f}{1+f} \end{aligned} \qquad [12.7]$$

Dicha ecuación permite calcular la tasa de interés real a partir de la tasa de interés (inflada) del mercado. La tasa de interés real i representa la tasa a la cual los dólares presentes se expandirán con *su mismo poder de compra* en dólares futuros equivalentes. El uso de esta tasa de interés es apropiado al calcular el valor futuro de una inversión, especialmente una cuenta de ahorro o un fondo del mercado de dinero, cuando los efectos de la inflación deben ser considerados. Para la cantidad de $1000 mencionada anteriormente, a partir de la ecuación [12.7]:

$$i = \frac{0.10 - 0.04}{1 + 0.045} = 0.0577 \quad (5.77\%)$$

$$F = 1000(F/P, 5.77\%, 7) = \$1481$$

La tasa de interés establecida (en el mercado) del 10% anual ha sido reducida a menos del 6% anual debido a los efectos erosivos de la inflación. Una tasa de inflación mayor que la tasa de interés, es decir, $f > i_f$, conduce a una tasa de interés real negativa i en la ecuación [12.7].

El caso 3 también reconoce que los precios aumentan durante periodos inflacionarios y, por consiguiente, adquirir un artículo en una fecha futura requerirá más dólares de los requeridos ahora por el mismo. En términos simples, los dólares futuros (corrientes de entonces) valen menos, de modo que se requieren más. Ninguna tasa de interés se considera en este caso. Ésta es la situación presente si alguien pregunta, ¿cuánto costará un automóvil dentro de 5 años si su costo actual es $15,000 y su precio aumenta un 6% anual? (La respuesta es $20,073.38). Ninguna tasa de interés, sólo la inflación, está involucrada. Para encontrar el costo F, sustituyafdirectamente para la tasa de interés en el factor *F/P*.

$$F = P(1+f)^n = P(F/P, f, n)$$

Por tanto, si $1000 representa el costo de un artículo cuyo precio asciende en escalada exactamente en concordancia con la tasa de inflación del 4% anual, el costo dentro de 7 años será:

$$F = 1000(F/P, 4\%, 7) = \$1316$$

Los cálculos para el caso 4 (mantener el poder de compra y ganar interés) consideran tanto los precios crecientes (caso 3) como el valor del dinero en el tiempo; es decir, debe obtenerse el crecimiento real del capital, los fondos deben crecer a una tasa igual a la tasa de interés real i más una tasa igual a la tasa de inflación f. En consecuencia, para obtener una *tasa de*

Tabla 12.3 Métodos para calcular diversos valores futuros

Valor futuro deseado	Método de cálculo	Ejemplo para $P = \$1000$, $n = 7$, $i_f = 10\%$, $f = 4\%$
Cuso *1:* Dólares actuales acumulados	Use la tasa de mercado establecida i_f en las fórmulas de equivalencia	$F = 1000(F/P, 10\%, 7)$
Caso 2: Poder de compra de dólares acumulados en términos de dólares de hoy	Use la tasa de mercado i_f en equivalencia y divida por $(1 + f)^n$ o	$F = \dfrac{1000(F/P, 10\%, 7)}{(1.04)^7}$
	Use la i real	o
	Use la f en lugar de i en fórmulas de equivalencia	$F = 1000(F/P, 5.77\%, 7)$
Cuso 3: Dólares requeridos pasa obtener el mismo poder de compra		$F = 1000(F/P, 4\%, 7)$
Cuso 4: Dólares futuros para mantener el poder de compra y ganar interés	Calcule i_f y úsela en las fórmulas de equivalencia	$F = 1000(F/P, 10\%, 7)$

retorno real de 5.77% cuando la tasa de inflación es 4%, se utiliza i_f en las fórmulas. Utilizando la misma cantidad.

$$i_f = 0.0577 + 0.04 + 0.0577(0.04) = 0.10 \qquad (10\%)$$
$$F = 1000(F/P, 10\%, 7) = \$1948$$

Este cálculo muestra que \$1948 dentro de 7 años será equivalente a \$1000 ahora con un retorno real de $i = 5.77\%$ anual e inflación de $f = 4\%$ anual.

En resumen, los cálculos efectuados en esta sección revelan que \$1000 ahora a una tasa del mercado del 10% anual se acumularán a \$1948 en 7 años; los \$1948 tendrían el poder de compra de \$148 1 de dólares de hoy si $f = 4\%$ anual; un artículo con un costo de \$1000 ahora, costaría \$13 16 dentro de 7 años a una tasa de inflación del 4% anual; y tomaría \$1948 dólares futuros para ser equivalente a \$1000 ahora auna tasa de interés real de 5.77% con la inflación considerada en (4%). La tabla 12.3 resume cuál tasa se utiliza en las fórmulas de equivalencia en función de la interpretación que se tome de f.

Ejemplo 12.3

Abbott Chemical desea determinar si debe pagar ahora o más tarde por el mejoramiento de sus instalaciones de producción. Si la compañía selecciona el plan *A*, se comprará el equipo necesario ahora por \$20,000. Sin embargo, si la compañía selecciona el plan *I*, no comprar ahora, la compra del equipo se diferirá durante 3 años y se espera que el costo aumente rápidamente hasta \$34,000. La

TMAR (real) no ajustada por inflación es del 12% anual y la tasa de inflación se estima en 3% anual. Determine si la compañía debe comprar ahora o más adelante *(a)* cuando no se considera la inflación y *(b)* cuando se considera la inflación.

Solución

(a) No se **considera la inflación.** La TMAR no ajustada por inflación es $i = 12\%$ anual y el costo del plan Z es de $34,000 dentro de tres años. Se puede calcular bien sea P ahora o F dentro de 3 años y seleccionar el plan con el costo más bajo. Para F,

$$F_A = -20{,}000(F/P, 12\%, 3) = \$-28{,}098$$

$$F_I = \$-34{,}000$$

Seleccione el plan A, ya que cuesta menos; compre ahora.

(b) **Se considera** la **inflación.** Primero, calcule la TMAR ajustada por inflación mediante la ecuación [12.5].

$$i_f = 0.12 + 0.03 + 0.12(0.03) = 0.1536$$

Utilice i_f en el cálculo del valor F para el plan A a fin determinar los dólares futuros necesarios. El plan Z aún cuesta $34,000 dentro de 3 años.

$$F_A = -20{,}000\ (F/P, 15.36\%, 3) = \$-30{,}704$$

$$F_I = \$-34{,}000$$

Aún se selecciona el plan A, puesto que requiere menos dólares futuros equivalentes.

Comentario

Suponga que este ejemplo se aplica a una compañía en un país con infl ación más alta, por ejemplo del 12% anual y, en forma acorde, se requiere una TMAR no ajustada por la inflación más alta por ejemplo, del 18%. Ahora cuando se considera la inflación, la alternativa más económica es diferente de aquella seleccionada si se ignora la inflación. Véanse los resultados a continuación.

Sin considerar la inflación	Considerando la inflación
$i = 18\%$	$i_f = 0.18 + 0.12 + 0.18(0.12) = 32.2\%$
$F_A = \$-20{,}000(F/P, 18\%, 3) = \$-32{,}860$	$F_A = \$-20{,}000(F/P, 32.2\%, 3) = \$-46{,}209$
$F_I = -34{,}000$	$F_I = -34{,}000$
Seleccione el plan A	Seleccione el plan Z

La mayoría de los países tienen tasas de inflación en un rango del **2%** al 8% anual, aunque la *hiperinflación* es un problema en países donde existe inestabilidad política, sobregastos por parte del gobierno, balanzas comerciales internacionales débiles, etc. Las tasas de hiperinflación pueden ser muy altas, 10% al 50% mensual, por ejemplo. En estos casos, con frecuencia el gobierno redefine la moneda en términos de las monedas de otros países, controla bancos y corporaciones y el flujo de capital que entra y sale del país con el fin de reducir la inflación.

En general, en un entorno hiperinflado todos gastan todo su dinero de inmediato, ya que el costo será mucho más alto el próximo mes, semana o día. Para apreciar el efecto desastroso que la hiperinflación produce en la capacidad que una compañía tiene de mantenerse, es preciso trabajar nuevamente el ejemplo 12.3*b* utilizando una tasa de inflación del 10% mensual, es decir, 120% anual (sin considerar la capitalización de la inflación). La cantidad F_A debe dispararse y el plan Z es una clara selección. Por supuesto, en tal entorno, el precio de compra de $34,000 dentro de 3 años a partir de ahora, obviamente no estaría garantizado, de manera que la totalidad del análisis económico no es confiable. Las buenas decisiones económicas en una economía hiperinflada son muy difíciles de tomar utilizando los métodos tradicionales de ingeniería económica, puesto que los valores futuros estimados son muy poco confiables y la disponibilidad futura del capital es incierta.

Problemas 12.13 a 12.19

12.3 CÁLCULOS DE RECUPERACIÓN DEL CAPITAL Y DE FONDO DE AMORTIZACIÓN CUANDO SE CONSIDERA LA INFLACIÓN

En los cálculos de recuperación del capital es particularmente importante que éstos incluyan la inflación debido a que los dólares de capital actuales deben recuperarse con dólares inflados futuros. Dado que los dólares futuros tienen menos poder de compra que los dólares de hoy, es obvio que se requerirán más dólares para recuperar la inversión presente. Este hecho sugiere el uso de la tasa de interés del mercado o la tasa inflada en la fórmula *A/P*. Por ejemplo, si se invierten $1000 hoy a una tasa de interés real del 10% anual cuando la tasa de inflación es del 8% anual, la cantidad anual del capital que debe recuperarse cada año durante 5 años en dólares corrientes de entonces será:

$$A = 1000(A/P, 18.8\%, 5) = \$325.59$$

Por otra parte, el valor reducido de los dólares a través del tiempo significa que los inversionistas pueden estar dispuestos a gastar menos dólares presentes (de mayor valor) para acumular una cantidad determinada de dólares (inflados) futuros utilizando un fondo de amortización; o sea, se calcula un valor A. Esto sugiere el uso de una tasa de interés más alta, es decir, la tasa i_f, para producir un valor A más bajo en la fórmula *A/P*. El equivalente anual (cuando se considera la inflación) de la misma F = $1000 dentro de cinco años en dólares corrientes de entonces es:

$$A = 1000(A/F, 18.8\%, 5) = \$137.59$$

Para comparación, la cantidad anual equivalente para acumular F = $1000 a una i real = 10% (antes de considerar la inflación), es $1000(A/F, 10\%, 5)$ = $163.80 como se ilustró en el ejemplo 12.4. Por tanto, cuando F es fija, los costos futuros distribuidos uniformemente deben repartirse en el periodo de tiempo más largo posible, de manera que la inflación tenga el efecto de reducir el pago involucrado ($137.59 *versus* $163.80).

Ejemplo 12.4

¿Qué cantidad anual se requiere durante 5 años para acumular una cantidad de dinero, con el mismo poder de compra que $680.58 hoy, si la tasa de interés del mercado es del 10% anual y la inflación es del 8% anual?

Solución

El número real de dólares (inflados) futuros requeridos durante 5 años es:

$$F = (\text{poder de compra actual})(1 + f)^5 = 680.58(1.08)^5 = \$1000$$

Por consiguiente, la cantidad real del depósito anual se calcula utilizando la tasa de interés (inflada) del mercado del 10%.

$$A = 1000(A/F, 10\%, 5) = \$163.80$$

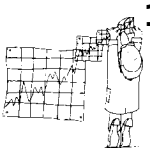
Comentario

Observe que la tasa de interés real implicada aquí es $i = 1.85\%$, como se determina utilizando la ecuación [12.7]. Para poner los cálculos anteriores en perspectiva, si la tasa de interés es cero, cuando la tasa de interés real es de 1.8546, la cantidad futura de dinero con el mismo poder de compra de $680.58 hoy es obviamente $680.58. Entonces la cantidad anual requerida para acumular este monto futuro en 5 años es $A = 680.58(A/P, 1.85\%, 5)$, que es $131.17. Esto es, $32.63 menos que los $163.80 calculados antes, donde $f = 8\%$. Tal diferencia se debe al hecho de que durante periodos inflacionarios, los dólares depositados en las cuentas del fondo de amortización (o cuentas de ahorro) tienen más poder de compra que los dólares devueltos al final del periodo de depósito. Para compensar la diferencia en el poder de compra entre dólares de valor más alto depositados y dólares de menor valor devueltos, se requieren más dólares de menor valor. En este caso para mantener equivalente el poder de compra, se requiere una diferencia de $32.63 entre $f = 0$ y $f = 8\%$ anual.

Bastante simple, la lógica analizada aquí explica por qué, en épocas de inflación creciente, los prestamistas de dinero, como son las compañías de tarjetas de crédito, compañías hipotecarias y bancos, tienden a incrementar aún más sus tasas de interés del mercado. En cada pago, la gente tiende a pagar menos de la deuda en la que han incurrido, ya que utiliza cualquier exceso de dinero para comprar artículos adicionales antes de que el precio se infle aún más. Además, las instituciones que prestan deben tener más dólares en el futuro para cubrir los costos más altos esperados de la prestación de dinero. Todo esta situación se debe al efecto en espiral de la inflación creciente. El rompimiento de dicho ciclo es difícil de lograr a nivel individual y es mucho más difícil de alterar a nivel nacional. De no existir control, puede generarse una economía hiperinflada.

Problemas 12.20 a 12.24

12.4 USO DE ÍNDICES DE COSTO EN ESTIMACIÓN



Incluso un estudio rápido de la historia mundial reciente revela que los valores de la moneda de prácticamente cada país están en un constante estado de cambio. Para los ingenieros involucrados en la planeación y diseño de proyectos, esto hace que el difícil trabajo de estimar de costos sea aún más difícil. Un método para obtener estimaciones preliminares de

costos es tomar las cifras de los costos de proyectos similares que fueron terminados en algún momento en el pasado y actualizarlas, para lo cual los índices de costos son una herramienta conveniente para lograr esto.

Un *índice de costos* es una razón del costo de un artículo hoy con respecto a su costo en algún momento en el pasado. De estos índices, el más familiar para la mayoría de la gente es el Índice de Precios al Consumidor (IPC), que muestra la relación entre los costos pasados y presentes para muchos de los artículos que los consumidores "típicos" deben comprar. Este índice, por ejemplo, incluye artículos tales como el arriendo, comida, transporte y ciertos servicios. Sin embargo, otros índices son más relevantes para la ingeniería, ya que ellos siguen el costo de bienes y servicios que son más pertinentes para los ingenieros. La tabla 12.4 es un listado de algunos de los índices más comunes y, como se muestra, algunos

Tabla 12.4 Tipos y fuentes de los diversos índices de costos

Tipos de índices	Fuente
Precios globales	
Consumidor (IPC)	Bureau of Labor Statistics
Productor (mayorista)	(Oficina de Estadísticas Laborales)
	(Departamento del trabajo de EE.UU.)
	U.S. Department of Labor
Construcción	
Planta química global	*Chemical Engineering*
Equipo, maquinaria y apoyo	
Mano de obra de construcción	
Edificios	
Ingeniería y supervisión	
Engineering News Record global	*Engineering News Record* (ENR)
Construcción	
Edificación	
Mano de obra común	
Mano de obra calificada	
Materiales	
Índices de tratamiento de ptanta de la EPA	Environmental Protection Agency, EPA
Tratamiento avanzado de grandes ciudades (Large-city advanced treatment, LCAT)	
Tratamiento convencional para pequeñas ciudades (Small-city conventional treatment, SCCT)	
Autopistas federales	
Costo de contratista	
Equipo	
Marshall and Swift (M&S) global	Marshall & Swift
Industrias específicas M&S	

son aplicables a una amplia variedad de bienes y servicios (IPC) mientras que otros están más dirigidos hacia las necesidades de un usuario específico (índice de autopistas federales).

En general, los índices se elaboran a partir de una mezcla de componentes a los cuales se asignan ciertos pesos, subdividiendo algunas veces los componentes en más renglones básicos. Por ejemplo, el equipo, la maquinaria y los componentes de apoyo del índice de costo de las plantas químicas se subdivide además en maquinaria de proceso, tuberías, válvulas y accesorios, bombas y compresores, etc. Estos subcomponentes, a su vez, se construyen a partir de artículos aún más básicos como tubería de presión, tubería negra y tubería galvanizada. La tabla 12.5 muestra el índice de costos de planta de la *Chemical Engineering,* el índice de costos de construcción de la *Engineering News Record (ENR), y* el índice de costo de equipo de Marshall & Swift (M&S) entre 1970 y 1996, asignando un valor de 100 al periodo base de 1957-1959 para el índice del costo de planta de la *Chemical Engineering (CE),* 1913 = 100 para el índice *ENR* y 1926 = 100 para el índice de costo de equipo de la M&S.

Tabla 12.5 Valores de los índices seleccionados

Año	Índice del costo de planta *CE*	Índice del costo de construcción *ENR*	Índice del costo de equipo M&S
1975	182.4	2304.60	444.3
1976	192.1	2494.30	472.1
1977	204.1	2672.40	505.4
1978	218.8	2872.40	545.3
1979	238.7	3139.10	599.4
1980	261.2	3378.17	659.6
1981	297.0	3725.55	721.3
1982	314.0	3939.25	745.6
1983	316.9	4108.74	760.8
1984	322.7	4172.27	780.4
1985	325.3	4207.84	789.6
1986	318.4	4348.19	797.6
1987	323.8	4456.53	813.6
1988	342.5	4573.29	852.0
1989	355.4	4672.66	895.1
1990	357.6	4770.03	915.1
1991	361.3	4886.52	930.6
1992	358.2	5070.66	943.1
1993	359.2	5335.81	964.2
1994	368.1	5443.14	993.4
1995	381.1	5523.13	1027.5
1996	381.0	5610.00	1039.2

La ecuación general para actualizar costos a través del uso de cualquier índice de costos durante un periodo desde el tiempo $t = 0$ (base) a otro momento t es:

$$C_t = \frac{C_0 I_t}{I_0} \qquad [12.8]$$

donde C_t = costo estimado en el momento presente t

C_0 = costo en el momento anterior t_0

I_t = valor del índice en el momento t

I_0 = valor del índice en el momento t_0

El ejemplo 12.5 ilustra el uso del índice *ENR* para estimar los costos presentes a partir de valores pasados.

Ejemplo 12.5

Al evaluar la factibilidad de un proyecto de construcción importante, un ingeniero está interesado en estimar el costo de la mano de obra calificada para el trabajo. El ingeniero encuentra que un proyecto de complejidad y magnitud similar fue terminado hace 5 años cuando el índice *ENR* de mano de obra calificada era 3496.27. El costo de mano de obra calificada para ese proyecto fue de $360,000. Si el índice *ENR* de mano de obra calificada se encuentra ahora en 4038.44, ¿cuál es el costo esperado de la mano de obra calificada para el nuevo proyecto?

Solución

El tiempo base t_0 es de hace S años. Al utilizar la ecuación [12.8], la estimación del costo presente es

$$C_t = \frac{C_0 I_t}{I_0} = \frac{(360{,}000)(4038.44)}{3496.27}$$

$$= \$415{,}825.55$$

Problemas 12.25 a 12.32

12.5 ESTIMACIÓN DE COSTOS

Si bien los índices de costos antes analizados proporcionan una herramienta valiosa para estimar los costos presentes a partir de información histórica, se han hecho aún más valiosos al ser combinados con algunas de las demás técnicas de estimación de costos. Uno de los métodos más ampliamente utilizado para obtener la información preliminar de costo es el *uso de ecuaciones de costo-capacidad,* Como el nombre lo indica, una ecuación de costo-capacidad relaciona el costo de un componente, sistema o planta con su capacidad. Dado

que muchas relaciones costo-capacidad se representan gráficamente como una línea recta sobre papel logarítmico, una de las ecuaciones de predicción de costos más común es:

$$C_2 = C_1 \left(\frac{Q_2}{Q_1} \right)^x \qquad [12.9]$$

donde C, = costo a la capacidad Q,
C_2 = costo a la capacidad Q_2
x = exponente

El valor del exponente para los diversos componentes, sistemas o plantas completas puede obtenerse o derivarse de un diverso número de fuentes, incluyendo *Plant Design and Economics For Chemical Engineers, Preliminar-y Plant Design in Chemical Engineering, Chemical Engineers ' Handbook,* revistas técnicas especializadas (especialmente *Chemical Engineering),* la U.S. Environmental Protection Agency (Agencia de Protección Ambiental de EE.UU.), las organizaciones profesionales o comerciales, las firmas consultoras y las compañías de equipos. La tabla 12.6 es un listado parcial de valores habituales del exponente para diversas unidades. Cuando el valor de un exponente para una unidad particular no se

Tabla 12.6 Muestra de valores exponenciales para ecuaciones de costo-capacidad

Componente/Sistema/ Planta	Tamaño del rango	Exponente
Planta de lodos activados	1-100 MGD	0.84
Clasificador aeróbico	0.2-40 MGD	0.14
Soplador	1,000-7,000 pies/min	0.46
Centrífuga	40-60 pulgadas	0.71
Planta de cloro	3,000-350,000 ton/año	0.44
Clarificador	0.1-100 MGD	0.98
Compresor	200-2,100 hp	0.32
Separador centrífugo	20-8,000 pies^3/min	0.64
Secador	15-400pies^2	0.71
Filtro de arena	0.5-200 MGD	0.82
Intercambiador de calor	500-3,000 pies^2	0.55
Planta de hidrógeno	500-20,000 pcsd	0.56
Laboratorio	0.05-50 MGD	1.02
Laguna de aireación	0.05-20 MGD	1.13
Bomba, centrífuga	10-200 hp	0.69
Reactor	50-4,000 gal	0.74
Lecho de secado de lodos	0.04-5 MGD	1.35
Pozo de estabilización	0.01-02 MGD	0.14
Tanque, acero inoxidable	100-2,000 gal	0.67

NOTA: MGD = millón de galones día; hp = caballos de fuerza; pcsd = pies cúbicos estándar día.

conoce, se acostumbra utilizar el valor promedio de 0.6. El siguiente ejemplo ilustra el uso de la ecuación [12.91.

Ejemplo 12.6

El costo de construcción total de un pozo de estabilización para manejar un flujo de 0.05 millones de galones diarios (MGD) fue $73,000 en 1987. Estime el costo hoy de. un pozo 10 veces más grande. Suponga que el índice (para actualizar el costo) fue 131 en 1987 y es 225 hoy. El exponente de la tabla 12.6 para el rango MGD de 0.01 a 0.2 es 0.14.

Solución

Utilizando la ecuación [12.91, el costo del pozo en los fondos de 1987 es:

$$C_2 = 73{,}000\left(\frac{0.50}{0.05}\right)^{0.14}$$

$$= \$100{,}768$$

El costo hoy puede obtenerse mediante el uso de la ecuación [12.8] de la siguiente manera:

$$C_1 = \frac{(100{,}768)(225)}{131}$$

$$= \$173{,}075 \quad \text{(dólares de hoy)}$$

Un enfoque simplificado, diferente, pero ampliamente utilizado para obtener estimaciones de costos preliminares de plantas procesadoras se denomina método *de factores.* Mientras la ecuación [12.91 puede ser utilizada para estimar los costos de los renglones principales de los costos de equipo y de planta totales, el método de factores fue desarrollado sólo para obtener los costos de planta totales. El método está basado en la premisa de que pueden obtenerse costos de planta totales bastante confiables multiplicando el costo del equipo principal por ciertos factores. Teniendo en cuenta que los costos del equipo principal están fácilmente disponibles, las estimaciones de planta rápidas son posibles si se conocen los factores apropiados. Con frecuencia se hace referencia a estos factores como factores Lang en memoria de Hans J. Lang, quien fue el primero en proponer el método en 1947.

En su forma más simple, el método del factor para la estimación de costos puede expresarse como

$$C_T = hC_E \qquad [12.10]$$

donde C_T = costo de planta total

h = factor del costo global o sumatoria de factores de costo individuales

C_E = sumatoria del costo de los renglones más importantes del equipo

Obsérvese que h puede ser un factor de costo global (ejemplo 12.7) o la suma de los factores de costo individuales, como se describe más adelante y se ilustra en los ejemplos 12.8 y 12.14.

En su trabajo original, Lang mostró que los factores de costo de construcción y los factores de costo generales pueden combinarse en un factor global para diversos tipos de plantas, de la siguiente manera: plantas procesadoras de sólidos, 3.10; plantas procesadoras de fluidos y sólidos, 3.63; y plantas procesadoras de fluidos, 4.74. Estos factores revelan que el costo total de la planta instalada es muchas veces el costo de compra de los renglones principales del equipo. El ejemplo 12.7 ilustra el uso de los factores de costo global.

Ejemplo 12.7

Se espera que una planta procesadora de fluidos y sólidos tenga un costo de equipo entregado de $565,000. Si el factor de costo global para este tipo de planta es 3.63, estime el costo de planta total.

Solución

El costo total de la planta se estima mediante la ecuación [12.10].

$$C_T = 3.63(565{,}000)$$
$$= \$2{,}051{,}000$$

Refinamientos posteriores del método de factores han conducido al desarrollo de factores separados para diversos elementos de los costos directos e indirectos. Los costos directos son aquellos que son específicamente identificables con un producto, función o actividad. En general, estos costos incluyen gastos tales como materias primas, mano de obra directa y equipo específico. Los costos indirectos son aquellos que no se atribuyen directamente a una sola función sino que son compartidos por varias, ya que son necesarias para desempeñar el objetivo global. Ejémplos de costos indirectos son la administración general, los impuestos, las funciones de apoyo (tales como compras) y la seguridad. Los factores tanto para costos directos como indirectos se desarrollan algunas veces a partir de los costos del equipo entregado y, otras veces, de los costos del equipo instalado. En este texto se supondrá que todos los factores se aplican a los costos del equipo entregado a menos que se especifique lo contrario.

Además, algunos de los factores para los costos indirectos se aplican a los costos del equipo mientras que otros se aplican al costo directo total. En el primer caso, los factores de costo indirecto se aplican al costo del equipo, justo de la misma manera que lo hacen los factores de costo directo. Por consiguiente, el procedimiento más simple es agregar los factores de costo directo e indirecto antes de multiplicar por el costo del equipo entregado. En el último caso, el costo directo debe calcularse primero porque el factor de costo indirecto debe aplicarse al costo directo en lugar de hacerlo al costo del equipo. Como sucede con los costos directos, se supondrá que los factores de costo indirectos se aplican al costo del equipo entregado. El ejemplo adicional 12.14 ilustra estos cálculos.

Debe señalarse que puesto que los valores reportados en la literatura sobre los factores son fracciones decimales de los costos de equipo total, se debe agregar 1 a su suma con el fin de obtener la estimación de costo de planta total a partir de la ecuación [12.10]. *No* es

necesario agregar 1 a los factores de costo de planta global descritos anteriormente (el 1 ya estaba incluido). El ejemplo 12.8 ilustra el uso de factores directos e indirectos para estimar el costo de planta total.

Ejemplo 12.8

Se espera que el costo del equipo entregado para una pequeña planta de procesamiento de químicos sea de $2 millones. Si el factor de costos directos es 1.61 y el factor de costos indirectos es 0.25, determine el costo de planta total.

Solución

Dado que todos los factores se aplican al costo del equipo entregado, pueden agregarse para obtener el factor de costo total. Recuerde que debe agregarse 1 al total, ya que loe factores son valores decimales. Por tanto,

$$h = 1 + 1.61 + 0.25 = 2.86$$

De acuerdo con la ecuación [12.10], el costo de planta total es:

$$C_T = 2.86(2{,}000{,}000) = \$5{,}720{,}000$$

Comentario

En el ejemplo adicional 12.14 se presenta un uso más complicado de los factores de costo.

Ejemplo adicional 12.14
Problemas 12.33 a 12.38

12.6 CÁLCULO DE TASAS DE COSTOS INDIRECTOS (GENERALES)

Los costos incurridos en la producción de un artículo o en la entrega de un servicio tienen un seguimiento y se asignan mediante un *sistema de contabilidad de costos.* En general en el ambiente manufacturero puede establecerse que el *estado del costo de los bienes vendidos (Véase* Apéndice B) es un producto final de este sistema. El sistema de contabilidad de costos acumula costos de materiales, costos laborales y costos indirectos (llamados también costos generales o gastos de fábrica) utilizando los *centros de costos,* los cuales son todos los costos en los que incurre un departamento o línea de proceso reunidos bajo un título de centro de costos, por ejemplo, el Departamento 3X. Puesto que, en general, los materiales directos y la mano de obra directa son asignables directamente a un centro de costos, el sistema sólo necesita identificar y hacer seguimiento a dichos costos. Por supuesto, no es una labor fácil y el costo del sistema de seguimiento puede dificultar la recolección de toda la información de costos directos en el detalle deseado.

Una de las labores primordiales y más difíciles de la contabilidad de costos es la asignación de los *costos indirectos* cuando es necesario asignarlos por separado a

departamentos, procesos y líneas de producto. Los costos asociados con la propiedad, los impuestos, los departamentos de servicio y mantenimiento, de personal, legal, calidad, supervisión, compras, servicios públicos, desarrollo de software, etc., deben asignarse al centro de costos en uso. La recolección detallada de esta información es difícil en términos de costos y con frecuencia resulta imposible; por tanto, se utilizan esquemas de asignación para distribuir los gastos sobre una base razonable. En la tabla 12.7 se incluye un listado de las posibles bases. El costo laboral directo, las horas laborales directas, el espacio y los materiales directos son bases históricamente comunes.

Tabla 12.7 Bases de asignación de costos indirectos

Categoría de costos	Bases de asignación posibles
Impuestos	Espacio ocupado
Calefacción, luz	Espacio, uso, numero de puntos de salida
Electricidad	Espacio, horas laborales directas, costo laboral directo, horas de máquina
Recepción, compra	Costo de materiales, número de pedidos, número de artículos
Personal, tienda de máquinas	Horas laborales directas, costo laboral directo
Mantenimiento de edificaciones	Espacio ocupado, costo laboral directo
Desarrollo de software	Ciclo de tiempo, rendimiento, número de accesos
Control de calidad	Número de inspecciones

La mayor parte de la asignación se logra utilizando una *tasa de costo indirecto* predeterminada, o tasa de gasto de fábrica, calculada mediante la relación general:

$$\text{Tasa de costo indirecto} = \frac{\text{costos indirectos estimados}}{\text{nivel de la base estimado}} \qquad [12.11]$$

El costo indirecto estimado es el monto asignado a un centro de costos. Por ejemplo, si una división de una compañía tiene dos departamentos de producción, se utiliza el costo indirecto total asignado aun departamento como el numerador en la ecuación [12.1 1] para determinar la tasa del departamento. El ejemplo 12.9 ilustra la asignación cuando el centro de costos es una máquina.

Ejemplo 12.9

EnviroTech, Inc., esta calculando tasas de costos indirectos para la manufactura de productos de vidrio. La siguiente información ha sido obtenida del presupuesto del último año para las tres máquinas utilizadas en la producción.

Fuente de costo	Base de asignación	Nivel estimado de actividad
Máquina 1	Costo laboral directo	$10,000
Máquina 2	Horas laborales directas	2,000 horas
Máquina 3	Costo material directo	$12,000

Determine las tasas para cada máquina Si el presupuesto del costo indirecto estimado es $5000 por cada una.

Solución

Al aplicar la ecuación [12.11] para cada máquina, las tasas anuales son:

$$\text{Tasa de máquina 1} = \frac{\text{presupuesto indirecto}}{\text{costo laboral directo}} = \frac{5000}{10{,}000}$$
$$= \$0.50 \text{ por dólar laboral directo}$$

$$\text{Tasa de máquina 2} = \frac{\text{presupuesto indirecto}}{\text{horas laborales directas}} = \frac{5000}{2000}$$
$$= \$2.50 \text{ por hora laboral directa}$$

$$\text{Tasa de máquina 3} = \frac{\text{presupuesto indirecto}}{\text{costo de materiales}} = \frac{5000}{12{,}000}$$
$$= \$0.42 \text{ por dólar directo en materiales}$$

Comentario

Una vez que el producto ha sido fabricado y se han calculado los costos y horas laborales directas reales y los costos de materiales, cada dólar laboral directo gastado en la máquina 1 implica que se agregará $0.50 en el costo indirecto al costo del producto. Para las máquinas 2 y 3 se agregan los gastos indirectos utilizando las tasas determinadas.

Ejemplo adicional 12.15
Problemas 12.39 a 12.41

12.7 ASIGNACIÓN Y VARIANZA DEL COSTO INDIRECTO TRADICIONAL

Una vez transcurrido un periodo de tiempo (un mes, trimestre o año), se utilizan las tasas de costos indirectos y la información real para la base relevante a fin de obtener la carga de costos indirectos, que luego es agregada a otros costos (directos) para obtener el costo total de producción. Todos estos costos son acumulados por el *centro de costos,* como se describió en la sección anterior.

Si el presupuesto de asignación de costos indirectos totales es correcto, los costos indirectos totales cargados a todos los centros de costos deben igualar esta asignación. Sin

embargo, debido a que siempre existe algún error en el presupuesto, habrá alguna sobreasignación o subasignación relativa a los cargos reales, lo cual se denomina *varianza en Za asignación.* La experiencia en la estimación de costos indirectos ayuda a reducir la varianza al final del periodo contable. El ejemplo 12.10 ilustra la asignación de costos indirectos y el cálculo de la varianza.

Ejemplo 12.10

Una vez determinadas las tasas de costos indirectos para EnviroTech (ejemplo 12.9), se puede calcular ahora el costo real de producción. Realice los cálculos utilizando la información real proporcionada por la tabla 12.8. También, calcule la varianza en la asignación de costos indirectos.

Tabla 12.8 Información real utilizada para la asignación de costos indirectos

Fuente de costo	Número de máquina	Costo real	Horas reales
Materiales	1	$3,800	
	3	19,550	
Man5 de obra	1	2,500	650
	2	3,200	750
	3	2,800	720

Solución

Para determinarlos costos de producción reales, empiece con la relación del costo de los bienes vendidos (costo de fábrica)) dado por la ecuación [C.1] en el Apéndice C, la cual es:

Costo de fabrica = materiales directos + mano de obra directa + gastos de fabrica

Para determinar el gasto de fábrica, el cual es otro término para los costos indirectos, se utilizan las tasas del ejemplo 12.9:

Máquina 1 indirecto = (costo laboral)(tasa) = 2500(0.50)
= $1250

Máquina 2 indirecto = (horas laborales)(tasa) = 750(2.50)
= $1875

Máquina 3 indirecto = (costo de materiales)(tasa) = 19,550(0.42)
= $8211

Costo indirecto total cargado = $11,336

El costo de fábrica es la suma de los costos laborales y materiales de la tabla 12.8 y el cargo del costo indirecto para un total de $43,186.

Con base en la asignación de costos indirectos de $5000 por máquina, la varianza para el costo total indirecto es:

$$\text{Varianza} = 3(\$5000) - \$11{,}336 = \$3664$$

Ésta es una sobreasignación, puesto que se cargó menos de lo asignado. Los $15,000 presupuestados para las tres máquinas representan una sobrestimación de 32.3% de los costos indirectos. Tal análisis puede agilizar un presupuesto de costos indirectos diferentes para EnviroTech en años futuros.

Una vez determinadas las estimaciones de los costos indirectos, es posible realizar un análisis económico de la operación actual *versus* una operación propuesta o anticipada. Tal tipo de estudio se describe en el ejemplo adicional 12.16,

Ejemplo adicional 12.16
Problemas 12.42 a 12.45

12.8 COSTEO BASADO EN ACTIVIDADES (CBA) POR COSTOS INDIRECTOS

Dado que las tecnologías de automatización y de manufactura han progresado, el número de horas laborales directas necesarias para fabricar un producto se han reducido de manera sustancial. Donde en una época se encontraban porcentajes del 35% al 45% del costo del producto final representado en mano de obra, ahora el componente laboral es por lo común del 5% al 10% del costo de manufactura total. Sin embargo, el costo indirecto o general puede ser ahora hasta el 35% del costo de manufactura total. El uso de las bases de las que históricamente se ha dependido, tales como horas de mano de obra directa, para asignar los costos indirectos no es lo suficientemente preciso para los entornos automatizados. Este hecho ha conducido al desarrollo de nuevos métodos que complementan las asignaciones de la contabilidad de costos tradicional que se basan de una u otra forma en la ecuación [12.111. Asimismo se utilizan de ordinario bases de asignación diferentes de las tradicionales.

Es importante darse cuenta desde el punto de vista de la ingeniería económica cuándo deben ser mejorados los sistemas de contabilidad de costos tradicionales con mejores métodos de contabilidad de costos indirectos. Un producto que, mediante métodos tradicionales, puede haber contribuido en apariencia con una gran porción de la utilidad, puede, en realidad, ser un perdedor al asignarse en forma más precisa los costos indirectos. Las compañías que tienen una amplia variedad de productos y fabrican algunos en pequeños lotes pueden encontrar que los métodos tradicionales de contabilidad de costos tienen la tendencia a subasignar los costos indirectos a los productos de lotes pequeños, lo cual puede indicar que son rentables, mientras en realidad se está perdiendo dinero con ellos.

Una técnica complementaria de uso común para la asignación de costos indirectos es el *costeo basado en actividades, CBA* para abreviar. Mediante diseño, su meta es desarrollar un centro de costos, denominado una *agrupación de costos,* para cada evento, *o actividad,* que actúa como un *orientador de* costos. En otras palabras, los orientadores de costos

realmente *orientan* el consumo de un recurso compartido y son cobrados en forma acorde. En general, las agrupaciones de costos son departamentos o funciones: compras, inspección, mantenimiento y desarrollo de software. Las actividades son eventos tales como pedidos de compras, adaptaciones, reparaciones, activaciones de paquetes de computador, tiempos de espera y cambios de ingeniería.

Algunos proponentes del método CBA recomiendan descartar los métodos tradicionales de contabilidad de costos de una compañía y utilizar CBA exclusivamente. Éste no es un buen enfoque, puesto que CBA no es un sistema de costos completo. Los dos sistemas trabajan bien de manera conjunta, con los métodos tradicionales asignando costos cuando existen bases directas identificables, por ejemplo, la mano de obra directa, como en el ejemplo 12.10. El método CBA puede entonces ser utilizado para continuar asignando los costos de servicios de apoyo que usan bases de actividad como la antes mencionada.

La metodología CBA involucra un proceso de dos pasos:

1. **Definir las agrupaciones de costos.** Generalmente, éstas son funciones de apoyo.
2. **Identificar los orientadores de costos.** Éstos ayudan a realizar un seguimiento de los costos hasta las agrupaciones de costos.

Como ilustración, una compañía que produce un laser industrial tiene tres departamentos principales de apoyo, departamentos identificados como agrupaciones de costos en el paso 1: *A*, *B* y C. El costo de apoyo anual para el orientador de costos de compra (paso 2) se asigna a estos departamentos con base en el número de órdenes de compra que cada departamento expide para apoyar sus funciones de producción de laser. El ejemplo 12.11 ilustra el proceso de dos pasos de CBA.

Ejemplo 12.11

Una firma aeroespacial multinacional utiliza una contabilidad de costos tradicional para asignar costos de manufactura y de apoyo gerencial para su división europea. Sin embargo, cuentas tales como los viajes de negocios han sido históricamente asignadas con base en el número de empleados en las plantas en Francia, Italia, Alemania y Grecia.

El presidente afirmo recientemente que es probable que algunos productos estén generando muchos más viajes de gerencia que otros. El sistema CBA ha sido escogido para mejorar el método tradicional y asignar en forma más precisa los costos de viaje a las principales líneas de producto en cada planta.

(a) Primero, suponga que la asignación de los gastos de viaje totales observados de $500,000 es suficiente para las plantas que utilizan una base tradicional del tamaño de la fuerza laboral. Si el total de 29,100 empleados se distribuye de la siguiente manera, asigne los $500,000.

París, planta de Francia	12,500 empleados
Florencia, planta de Italia	8,600 empleados
Namburgo, planta de Alemania	4,200 empleados
Atenas, planta de Grecia	3,800 empleados

(b) Ahora, suponga que la gerencia corporativa desea conocer más sobre los gastos de viaje con base en la línea de productos, no sólo la ubicación de la planta y el tamaño de la fuerza laboral. Se

utilizará el método CBA a fin de asignar costos de viaje para las líneas de producto principales suponiendo que los presupuestos de apoyo anual de planta indican que se han gastado los siguientes porcentajes del presupuesto total en viajes:

París	5% de $2 millones
Florencia	15% de $500,000
Hamburgo	17.5% de 1 millón
Atenas	30% de $500,000

Además, el estudio indica que en 1 año fueron procesados un total de 500 tiquetes de viaje por parte de la gerencia de las cinco líneas de producto principales generadas en las cuatro plantas. La distribución puede resumirse de la siguiente manera:

París Líneas de producto: 1 y 2; número de tiquetes: 50 para la línea 1, 25 para la línea 2.

Florencia Líneas de producto: 1, 3 y 5; tiquetes: para la línea 1, 30 para la línea 3, 30 para la línea 5.

Hamburgo Líneas de producto: 1, 2 y 4; tiquetes: 100 para la línea 1, 25 para la línea 2, 20 para la línea 4.

Atenas. Líneas de producto: 5; tiquetes: 140 para la línea 5.

Use el método CBA de dos pasos para determinar la forma como las lineas de producto orientan los costos de viaje en las plantas.

Solución

(a) La ecuación [12.111 toma la forma:

$$\text{Tasas de costos indirectos} = \frac{\text{presupuesto de viaje}}{\text{fuerza laboral total}}$$

$$= \frac{\$500{,}000}{29{,}100} = \$17.1821 \text{ por empleado}$$

Al utilizar esta base tradicional de la tasa multiplicada por el tamaño de la fuerza laboral se obtiene una asignación para cada planta.

París:	$17.1821(12,500) = $214,777
Florencia:	$147,766
Hamburgo:	$72,165
Atenas:	***$65,292***

(b) El método CBA se involucra más, ya que requiere la definición de una agrupación de costos y su tamaño (paso 1) y la asignación a productos que utilizan el orientador de costos (paso 2). También, las cantidades en las plantas serán diferentes en la parte *(a)* ya que se están aplicando bases completamente diferentes.

Pasa 1. La agrupación de costos es la actividad de viaje y el tamaño de la agrupación se determina a partir de los porcentajes del presupuesto de apoyo dedicado a viajes para cada planta. Al utilizarse la información de gastos de viaje en el planteamiento del problema la agrupación de costos total de $500,000 debe ser asignada a los cinco productos. Este número se determina a partir de la información del porcentaje del presupuesto, de la siguiente manera:

$$0.05(2{,}000{,}000) + \ldots + 0.30(500{,}000) = \$500{,}000$$

Paso 2. El orientador de costos del método CBA es el número de tiquetes de viaje obtenidos por la unidad de gerencia responsable de cada linea de producto en cada planta, La asignación será directamente para los productos, no para las plantas. Sin embargo, la asignación de viajes a plantas puede determinarse después, ya que se sabe cuáles líneas de producto se producen en cada planta. Para establecer una tasa de asignación CBA de los tiquetes de viaje mediante el oríentador de costos, puede utilizarse el formato de la ecuación [12.11].

$$\text{Asignación de costos CBA por tiquete de viaje} = \frac{\text{agrupación de costos de viaje totales}}{\text{número total de tiquetes}}$$

$$= \frac{\$500{,}000}{500}$$

$$= \$1000 \text{ por tiquete}$$

La tabla 12.9 resume los tiquetes y su asignación por producto y por ciudad. El producto 1 ($230,000) y el producto 5 ($170,000) orientan los costos de viaje con base en el análisis CBA. La comparación de los totales de ías plantas en la tabla 12.9 con los totales respectivos en la parte *(a)* indican una diferencia sustancial en los montos asignados, especialmente a París, Hamburgo y Atenas. Esta comparación verifica fa sospecha del presídeme de que son los productos, más que las plantas, los que orientan los requerimientos de viaje,

Tabla 12.9 Asignación CBA del costo de viaje ($ en miles), ejemplo 12.11

	Producto					
	1	2	3	4	5	Total
París	50	25				75
Florencia	80		30		30	140
Hamburgo	100	25		20		145
Atenas					140	140
Total	$230	$50	$30	$20	$170	$500

Comentario

Suponga que el producto 1 ha sido elaborado en pequeños lotes en la planta de Hamburgo durante varios años. Este análisis, al ser comparado con el método tradicional de asignación de costos en la parte *(a)* revela un hecho muy interesante. En el análisis CBA, a Hamburgo le ha sido asignado un total de $145,000 dólares de viaje de gerencia, $ 100,000 de los cuales proceden del producto 1. En el análisis tradicional con base en el tamaño de la fuerza laboral. se asignó a Hamburgo sólo $72, 165, cerca del 50% del monto del análisis CBA, de mayor precisión. Este hecho debe señalar a la gerencia la necesidad de examinar las prácticas de tamaño de lote de manufactura en Hamburgo y quizá en otras plantas, en especial cuando un producto esta siendo manufacturado actualmente en más de una planta.

En general, el análisis CBA es más costoso y consume mucho tiempo, pero en muchos casos puede ayudar a comprender el impacto económico de las decisiones de gerencia y a determinar los orientadores del costo actual para cierto tipo de costos indirectos. Con frecuencia, la combinación de análisis CBA y análisis tradicionales revela áreas en donde se justifican análisis económicos adicionales.

Problemas 12.46 a 12.50

EJEMPLOS ADICIONALES

Ejemplo 12.12

VP CON **INFLACIÓN, SECCIÓN 12.1** Un bono de $50,000 que tiene una tasa de dividendos del bono del 10% anual pagadera cada semestre está actualmente para la venta. El bono vence dentro de 15 años. Si la tasa de retorno solicitada por el inversionista es un 8% nominal anual compuesto semestralmente y se espera que la inflación sea el 2.5% cada periodo de 6 meses, ¿cuánto vale el bono ahora *(a)* cuando no se considera la inflación y *(b)* cuando la inflación es considerada?

Solución

(a) Sin inflación, el dividendo según fa ecuación [1 1.1] es Z = [(50,000)(0.10)]/2 = $2500 por periodo semestral. A un 4% nominal por 6 meses durante 30 periodos, el VP es:

$$VP = 2500(P/A,4\%,30) + 50{,}000(P/F,4\%,30) = \$58{,}645$$

(b) Con inflación, utilice la tasa inflada i_f en los factores *P/F* y *P/A* para determinar el VP del valor nominal del bono y 30 años de dividendos.

$$i_f = 0.04 + 0.025 + (0.04)(0.025) = 0.0666 \text{ por periodo semestral}$$

$$\begin{aligned} VP &= 2500(P/A,6.66\%,30) + 50{,}000(P/F,6.66\%,30) \\ &= 2500(12.8445) + 50{,}000(0.1445) \\ &= \$39{,}338 \end{aligned}$$

Comentarios

La diferencia de $19,307 en los valores VP ilustra el enorme efecto negativo de la inflación en inversiones de ingreso fijo. Por otra parte, las organizaciones que emiten estos instrumentos (bonos, en este caso) son beneficiadas en la misma medida, considerando el hecho de que la tasa de dividendos misma del bono es una tasa ajustada a la inflación que debe ser más alta cuando la inflación está aumentando.

Ejemplo 12.13

VP CON INFLACIÓN, SECCIÓN 12.1 El propietario de un negocio en un país con inflación relativamente alta desea calcular una alternativa **VP** con costos de $35,000 ahora y $7000 anuales durante 5 años empezando en el año 1 a partir de ahora con incrementos del 12% anual de allí en adelante durante los próximos 8 años. Utilice una tasa de interés del 15% anual y efectúe los cálculos *(a)* sin inflación y *(b)* considerando la inflación a una tasa del 11% anual.

Solución

(a) La figura 12.4 presenta los flujos dé efectivo de los costos. El VP total se encuentra utilizando i = 15% y la ecuación [2.18] para la serie geométrica que tiene su valor presente VP, en el año 4.

$$\begin{aligned} \text{VP} &= -35{,}000 - 7000(P/A,15\%,4) \\ &\quad - \left\{ \frac{7000[(1.12/1.15)^9 - 1]}{0.12 - 0.15} \right\} (P/F,15\%,4) \\ &= -35{,}000 - 19{,}985 - 28{,}247 \\ &= \$-83{,}232 \end{aligned}$$

En el factor P/A, $n = 4$ ya que el costo de $7000 en el año 5 es el término D en la ecuación [2.18]. En 4 años la expresión en corchetes es VP, (figura 12.4), la cual se descuenta en el tiempo 0 con el factor $(P/F,15\%,4)$.

(b) Para considerar la inflación, calcule la tasa de interés inflada de **la** ecuación [12.5].

$$i_f = 0.15 + 0.11 + (0.15)(0.11) = 0.2765$$

$$\begin{aligned} \text{VP} &= -35{,}000 - 7000(P/A,27.65\%,4) \\ &\quad - \frac{7000[(1.12/1.2765)^9 - 1]}{0.12 - 0.2765}(P/F,27.65\%,4) \\ &= -35{,}000 - 7000(2.2545) - 30{,}945(0.3766) \\ &= \$-62{,}436 \end{aligned}$$

Este resultado demuestra, una vez más, que en una economía de alta inflación, al negociar el monto de los pagos para rembolsar un préstamo, es económicamente ventajoso para el prestatario utilizar dólares futuros (inflados), siempre que sea posible, para realizar los pagos. El valor presente de los dólares futuras inflados es mucho menor al considerar la inflación. Y, **cuanto** más alta sea la tasa de inflación, mayores serán los factores de descuento P/F y P/A.

Comentario

Usted puede verificar el resultado del factor de serie geométrica en la parte *(a)* multiplicando cada una de las cantidades entre los años 5 y 13 por el factor P/F apropiado para i = 15%. Lo mismo es correcto en la parte *(b)* utilizando la tasa de interés inflada.

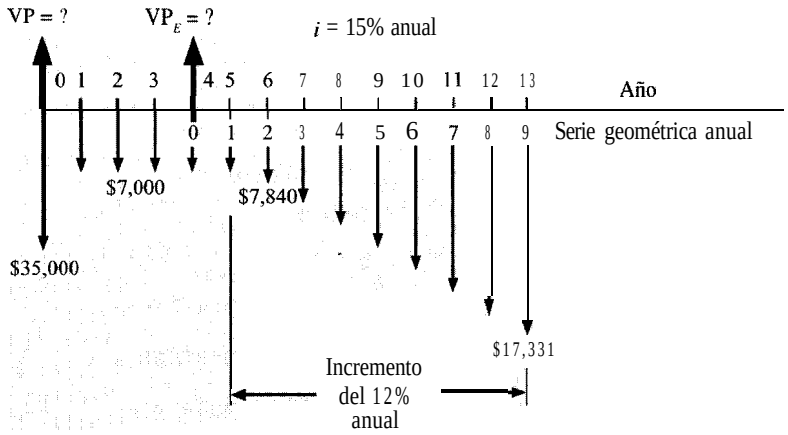


Figura 12.4 Diagrama de flujo de efectivo, **ejemplo 12.13.**

Ejemplo 12.14

ESTIMACIÓN DE COSTO DE PLANTA, SECCIÓN 12.5 Se espera que una planta de tratamiento clasificadora de aguas residuales activada tenga los siguientes costos de compra de equipo:

Equipo	Costo
Tratamiento preliminar	$20,000
Tratamiento primario	30,000
Lodos activados	14,000
Clarificación	47,000
Cloración	21,000
Digestión	60,000
Filtración de vacío	17,000
Costo total	$209,000

El factor multiplicación por el costo de la instalación por tuberías, concreto, acero, aislamiento, apoyo, etc., es de 0.49. El factor construcción es de 0.53 y el factor de costos indirectos es 0.21. Determine el costo total de la planta si *(a)* se aplican todos los costos de factor al costo de compra del equipo y *(b)* se aplica el factor de costo indirecto al costo directo total.

Solución

(a) El costo total del equipo es de $209,000. Dado que se aplican tanto los factores de costos directos como indirectos al costo del equipo solamente, el factor de costo global es:

$$h = 1 + 0.49 + 0.53 + 0.21 = 2.23$$

Por tanto, el costo de planta total es:

$$C_T = 2.23(209{,}000) = \$466{,}070$$

(b) Ahora el costo directo total se calcula primero. El factor de costo directo global es:

$$h = 1 + 0.49 + 0.53 = 2.02$$

El costo directo total es 2.02(209,000) = $422,180. Ahora aplique el factor de costo indirecto al costo directo total, después de agregar 1 al factor 0.21:

$$Cr = 1.21(422{,}180) = \$510{,}838$$

Comentario

Observe la diferencia en el costo estimado de la planta cuando se aplica el costo indirecto al costo del equipo sólo en la parte *(a)* comparado con su aplicación al costo directo total en la parte (b). Esto ilustra la importancia de determinar en forma exacta cuáles factores se aplican antes de ser utilizados.

Ejemplo 12.15

TASAS DE COSTOS INDIRECTOS, **SECCIÓN** 12.6 J+L, Inc,, fabrica diversos productos, dos de los cuates son los gabinetes para parlantes estéreo y mesas de comedor. Se ha asignado un total de $300,000 a los costos indirectos para el año próximo. La gerencia desea determinar las tasas indirectas con base en las horas laborales directas para las dos líneas de manufactura y una línea de terminación *(a)* individualmente y *(b)* utilizando una tasa global o de ***cobertura.*** La tabla 12.10 presenta la asignación indirecta por departamentos y las horas laborales directas estimadas. Desarrolle las tasas.

Solución

(a) La tasa para cada departamento se calcula utilizando la ecuación [12.111:

$$\text{Manufactura del parlante} = \frac{145{,}000}{20{,}000} = \$7.25 \text{ por hora}$$

$$\text{Manufactura de la mesa de comedor} = \frac{145{,}000}{10{,}000} = \$14.50 \text{ por hora}$$

$$\text{Terminado} = \frac{10{,}000}{6000} = \$1.67 \text{ por hora}$$

(b) La tasa de cobertura se encuentra calculando:

$$\text{Tasa indirecta} = \frac{\text{asignación indirecta total}}{\text{horas laborales directas totales}}$$

$$= \frac{300{,}000}{36{,}000}$$

$$= \$8.33 \text{ por hora}$$

Tabla 12.10 Asignación de información para el ejemplo 12.15

Asignación	Manufactura del parlante	Manufactura de la mesa de comedor	Terminado
Costos indirectos, $	145,000	145,000	10,000
Horas laborales directas	20,000	10,000	6,000

Comentario

Una tasa global es más fácil de calcular y de utilizar; sin embargo, ésta no explicará diferencias en el tipo de trabajo logrado en los departamentos individuales.

Ejemplo 12.16

ASIGNACIÓN INDIRECTA DE COSTOS, SECCIÓN 12.7 Durante varios años una compañía ha comprado et motor y el marco de ensamble de su línea principal de producto a un costo anual de $1.5 millones. Se ha sugerido fabricar los componentes internamente utilizando las instalaciones de los departamentos existentes. Para los tres departamentos involucrados en la tabla 12.11 se relacionan las tasas de costos indirectos, materiales, mano de obra y horas estimados. La columna de horas asignada es el tiempo necesario para producir el motor y el marco solamente.

Debe comprarse equipo con el fin de fabricar los productos. La maquinaria tiene un costo inicial de $2 millones, un valor de salvamento de $50,000 y una vida de 10 años. Realice un análisis económico para la 'fabricación' alternativa suponiendo que se requiere una tasa del mercado del 15% anual.

Solución

Para elaborar los componentes internamente, el CAO está compuesto de costos de mano de obra, materiales y costos indirectos. Utilizando la información de la tabla 12. 11 se calcula la asignación de costos indirectos.

Departamento A: 25,000(10) = $250,000
Departamento B: 25,000(5) = 125,000
Departamento C: 10,000(15) = $150,000
$525,000

CAO = 500,000 + 300,000 + 525,000 = $1,325,000

Tabla 12.11 Estimaciones de costo de producción para el ejemplo 12.16

	Costos indirectos				
Departamento	Base, Horas	Tasa por hora	Horas asignadas	Costo de materiales	Costo de mano de obra directa
A	Mano de obra	$10	25,000	$200,000	$200,000
B	Máquina	5	25,000	50,000	200,000
C	Mano de obra	15	10,000	50,000	100,000
				$300,000	$500,000

El valor anual de la 'fabricación' alternativa es:

$$\begin{aligned} VA_{fabricación} &= -P(A/P,i,n) + VS(A/F,i,n) - CAO \\ &= \$-2{,}000{,}000(A/P,15\%,10) + 50{,}000(A/F,15\%,10) - 1{,}325{,}000 \\ &= \$-1{,}721{,}037 \end{aligned}$$

Actualmente,

$$VA_{comprar} = \$-1{,}500{,}000$$

Es más barato continuar comprando el ensamble del motor y del marco.

RESUMEN DEL CAPÍTULO

En este capítulo se trabajó sobre varias áreas nuevas, principalmente áreas relacionadas con costos. Primero, se abordó la inflación, la cual se considera computacionalmente como una tasa de interés i, pero la tasa de inflaciónfhace que el costo del mismo producto o servicio aumente en el tiempo debido al valor reducido del dinero. Existe una diversidad de formas para considerar la inflación en los cálculos de ingeniería económica en términos de valor de hoy y en términos de valor futuro o corriente de entonces. A continuación se resumen las relaciones importantes.

Tasa de interés inflada: $i_f = i + f + if$

Tasa de interés real: $i = (i_f - f)/(1 + f)$

VP de una cantidad futura considerando la inflación: $P = F(P/F,i_f,n)$

Valor futuro de una cantidad presente con el mismo poder de compra: $F = P(F/P,i,n)$

Monto futuro para cubrir una cantidad actual sin intereses: $F = P(F/P,f,n)$

Monto futuro para cubrir una cantidad actual con intereses: $F = P(F/P,i_f,n)$

Equivalente anual de una cantidad de dólares futura: $A = F(A/F,i_f,n)$

Equivalente anual de una cantidad presente en dólares futuros: $A = P(A/P,i_f,n)$

La hiperinflación implica valoresfmuy altos. Los fondos disponibles se gastan de inmediato debido a que los costos aumentan tan rápidamente que las mayores entradas de efectivo no pueden compensar el hecho de que la moneda está perdiendo valor. En general, esto ocasiona, un desastre financiero nacional durante periodos extendidos de costos hiperinflados.

Un índice de costos es una razón de costos para el mismo artículo en dos momentos separados. El costo se actualiza a través de la ecuación [12.8] utilizando el índice en dos

puntos en el tiempo. El índice de precios al consumidor (IPC) es un ejemplo frecuentemente citado de indexación de costos.

La estimación de costos puede lograrse mediante una diversidad de modelos. Dos de ellos, sus relaciones y sus mejores usos son:

Método de costo-capacidad. Sirve para estimar los costos actuales a partir de información histórica.

Método de factores. Sirve para estimar costos de planta totales.

La asignación de costos tradicional emplea' una tasa de costos indirecta determinada para una máquina, departamento, línea de producto, etc. Se utilizan bases tales como el costo de mano de obra directa, el costo de materiales directos y horas de mano de obra directa. Con la mayor automatización de la manufactura, se han desarrollado técnicas nuevas y más precisas de asignación de costos indirectos. El método de costeo basado en actividades (CBA) es una técnica excelente para complementar el método tradicional de asignación.

El método CBA utiliza el razonamiento de que los orientadores de costos son actividades -órdenes de compra, instalaciones de máquinas, adaptaciones- que orientan fundamentalmente los costos acumulados en agrupaciones de costos, que por lo común son departamentos o funciones, tales como calidad, compras, contabilidad y mantenimiento. Una mayor comprensión de la forma como la compañía o la planta acumula en realidad los costos indirectos es un subproducto importante de implementación del método CBA.

ESTUDIO DE CASO #5, CAPÍTULO 12 ESTIMACIONES DE COSTO TOTAL PARA OPTIMIZAR DOSIS DE COAGULANTE

Antecedentes

En el tratamiento del agua potable hay diversos procesos involucrados, pero tres de los más importantes están asociados con la remoción de materia suspendida, que se conoce como turbiedad. La remoción de la turbiedad se realiza agregando químicos que causan el aglutinamiento de pequeños sólidos suspendidos (coagulación) formando partículas más grandes que pueden retirarse mediante el asentamiento (sedimentación). Las pocas partículas que quedan después de la sedimentación se extraen mediante filtros de arena o carbón (filtración).

En general, a medida que se aumenta la dosis de químicos, ocurre más 'aglutinamiento' (hasta cierto punto), de manera que hay una mayor remoción de partículas a través del proceso de sedimentación. Esto significa que deben removerse menos partículas a través de la filtración, lo cual obviamente significa que el filtro no tendrá que ser limpiado con tanta frecuencia mediante retrolavado. Por tanto, más químicos significa menos agua de retrolavado y viceversa. Dado que tanto el agua de retrolavado como los químicos tienen costos, la pregunta principal es: ¿Qué cantidad de químicos generará un costo global más bajo cuando los procesos químicos de coagulación y de filtración se consideran en conjunto?

Formulación

Para minimizar el costo total asociado con la coagulación y con la filtración, es necesario obtener la relación entre la dosis química y la turbiedad del agua después de la coagulación y sedimentación, pero antes de la filtración. Este procedimiento permite determinar los costos químicos para las diferentes estrategias de operación. Esta relación de costos, derivada utilizando el análisis de regresión polinomial, se muestra en la figura 12.5 y se describe en la siguiente ecuación:

$$T = 37.0893 - 7.7390F + 0.7263F^2 - 0.0233F^3 \qquad \text{[EC5.1]}$$

donde T = turbiedad del agua asentada y F = dosis de coagulante, miligramos/ litro (mg/L).

En forma similar, la información de agua de retrolavado se describe mediante la ecuación:

$$B = -0.549 + 1.697T \qquad \text{[EC5.2]}$$

donde B = tasa de agua de retrolavado, $m^3/1000\ m^3$ agua producto

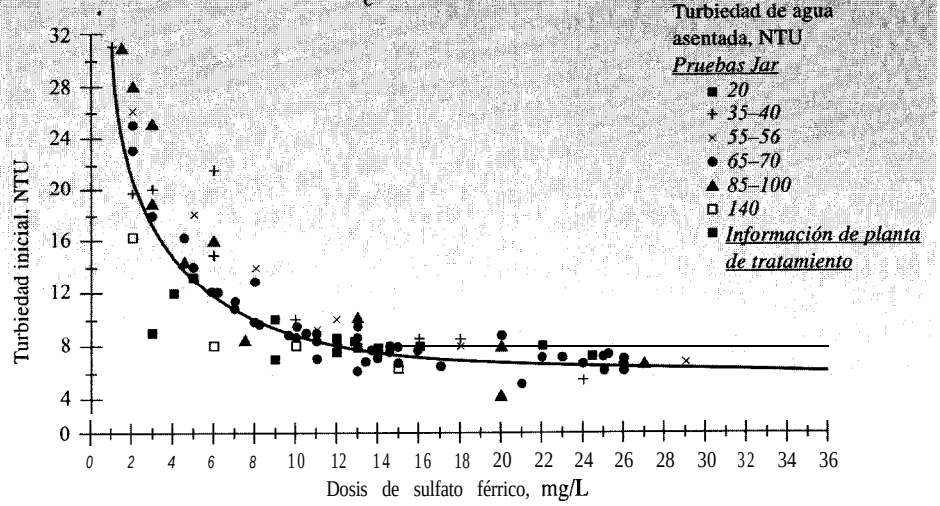
Al sustituir la ecuación [EC5.2] en la ecuación [EC5.1] y multiplicar por el costo unitario del agua de $\$0.06/m^3$, C_B, se encuentra el costo del agua de enjuague frente a la turbiedad.

$$C_B = -0.002399F^3 + 0.0749F^2 - 0.798F + 3.791 \qquad \text{[EC5.3]}$$

donde C_B = costo del agua de enjuague, $/1000 m^3 agua producto

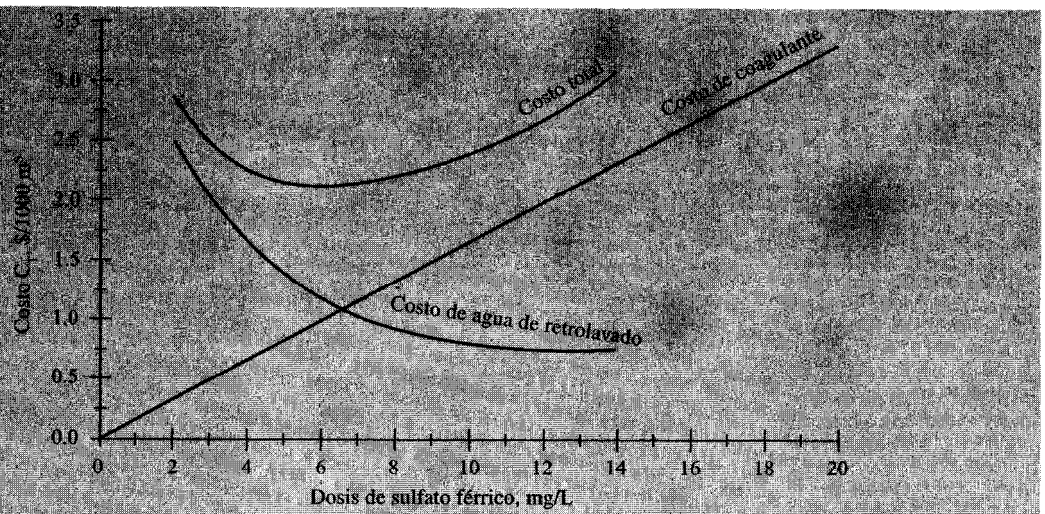
El costo químico C_C es $0.183 por kilogramo o

$$C_C = 0.183F \qquad \text{[EC5.4]}$$



FUENTE: A. J. Tarquin, Diana Tsimis y Doug Rittmonn, "Water Plant Optimizes Coagulant Dosages", *Water Engineering and Management* 136, no. 5 (19891, pp. 43-47.

Figura 12.5 Relación no lineal entre dosis de coagulante y turbiedad efluente de sedimentación en estanque.



FUENTE: A. J. Tarquin, Diana Tsimis y Doug Rittmann, "Water Plant Optimizes Coagulant Dosages", *Water Engineering and Management* 136, no. 5 (1989), pp. 43-47.

Figura 12.6 Curva de costo total para dosis de coagulante y agua de retrolavado.

El costo total para el agua de retrolavado y los químicos, C_T, se obtiene sumando las dos últimas ecuaciones.

$$C_T = C_B + C_C \qquad \text{[EC5.5]}$$
$$= 0.002399F^3 + 0.0749F^2 - 0.615F + 3.791$$

Las ecuaciones [EC5.3], [EC5.4] y [EC5.5] se han representado gráficamente en la figura 12.6.

Resultados

Como lo muestra la figura 12.6, cuando se utiliza una dosis de 6 mg/L, el costo total para coagulación y filtración es mínimo en C_T = $2.16 aproximadamente por 1000 m³ de agua producto. Antes de este análisis, la planta estaba utilizando 12 mg/L. Los costos en 6 y 12 mg/L se muestran en la tabla 12.12. Como ilustración, a la tasa flujo promedio de 189,250 m³/día, resulta un ahorro del 23%, el cual representa un abono en dólares anuales de más de $44,000.

Tabla 12.12 Costos operacionales para dosis de 6 y 12 mg/L de coagulantes

Dosis de coagulante, mg/L	Costo de coagulante, $/1000 m³	No. de retrolavados por día *	Costo de agua para enjuague, $/1000 m³	Costo total, $/1000 m³	Ahorro en costos
6	1.00	5.93	1.16	2.16	23%
12	2.00	4.12	0.81	2.81	

* La cantidad promedio de aguo de enjuague por cada retrolavado es 305 m³ y la tasa de flujo promedio diario es 94,625 m³/dia (25 MGD).

Preguntas para considerar

1. ¿Qué efecto tiene un incremento en el costo de los químicos sobre la dosis óptima?
2. ¿Qué efecto tiene un incremento en el costo del agua para retrolavado sobre la dosis óptima?
3. ¿Cuál es el costo de los químicos para una dosis de 10 mg/L?
4. ¿Cuál es el costo del retrolavado para una dosis de 14 mg/L?
5. Si el costo de los químicos cambia a $0.21/kg, ¿cuál será el costo total de coagulación y de filtración?
6. ¿A qué costo de los químicos ocurrirá el costo total mínimo a 8 mg/L?

PROBLEMAS

12.1 Si el costo de cierta pieza de equipo hoy es de $20,000, ¿cuál fue su costo hace 5 años, si su precio aumentó solamente en la tasa de inflación del 6% anual?

12.2 Si un inversionista estuviera satisfecho obteniendo una tasa de retorno real del 4% anual, ¿cuál tasa de retorno tendría que obtener sobre sus inversiones cuando la tasa de inflación fuera de 16% anual?

12.3 ¿Si la tasa de interés del mercado es del 12% anual cuando la tasa de retorno real es del 4% anual, ¿qué tasa de inflación se genera en el mercado?

12.4 Determine la tasa de interés del mercado que sería equivalente a una tasa de interés real del 1% por trimestre y a una tasa de inflación del 2% por trimestre.

12.5 Calcule el valor presente de $50,000 dentro de siete años cuando la tasa de interés real es del 3% anual y la tasa de inflación es del 2% anual *(a)* sin inflación y *(b)* considerando la inflación.

12.6 Encuentre el valor presente de $35,000 en veinte años a partir de ahora si la TMAR real requerida de la compañía es del 20% anual y la tasa de inflación es del 6% anual *(a)* sin inflación y *(b)* considerando la inflación,

12.7 Trabaje nuevamente el problema 12.6, pero suponga que la TMAR del 20% de la compañía está ajustada por la inflación.

12.8 A una joven le acaban de contar que su bisabuelo murió y le dejó toda su cuenta de inversión que contiene $3 millones. Si el bisabuelo empezó la cuenta hace 50 años con un solo depósito y nunca agregó un solo dólar a la cuenta después del depósito inicial, ¿cuánto depositó él? Suponga que la cuenta ganó intereses a una tasa del 5% anual y que la tasa de inflación durante ese periodo de tiempo promedió el 2% anual.

12.9 ¿Cuántos dólares se requieren ahora para tener el mismo poder de compra de $3 millones hace 50 años, si la tasa de interés es del 5% anual y la tasa de inflación promedió 2% anual?

12.10 Compare las máquinas que se muestran a continuación con base en sus valores presentes utilizando una tasa de interés real del 6% y una tasa de inflación del 3% anual.

	Máquina X	**Máquina Y**
Costo inicial, $	3 1,000	43,000
Costo anual de operación, $	18,000	19,000
Valor de salvamento, $	5,000	7,000
Vida. años	3	6

12.11 Compare las alternativas que aparecen a continuación con base en sus costos capitalizados, considerando la inflación. Utilice i = 14% anual compuesto trimestralmente y f = 2% por trimestre.

	Alternativa V	**Alternativa W**
Costo inicial, $	$8,500,000	$50,000,000
Costo anual de operación, $	8,000	7,000
Valor de salvamento, $	5,000	2,000
Vida, años	5	CO

12.12 Un ingeniero que está tratando de decidir cuál de las dos máquinas debe comprar para fabricar cierta pieza, obtiene estimaciones de dos vendedores. El vendedor *A* le da los costos estimados en dólares de valor constante (es decir, dólares de hoy), mientras que la vendedora *B* le da los costos estimados en dólares corrientes de entonces. Si la compañía tiene una tasa mínima atractiva de retorno ajustada por inflación del 20% anual y espera que la inflación sea del 10% anual, ¿cuál producto debe comprar el ingeniero, suponiendo que los costos estimados están correctos? Utilice un análisis de valor presente.

	Vendedor A (Dólares de hoy)	**Vendedora B (Dólares futuros)**
Costo inicial, $	60,000	95,000
Costo anual de operaciones, $	25,000	35,000
Vida, años	5	10

12.13 Suponga que se invierten $23,000 ahora a una tasa de interés del 13% anual. *(a)* ¿Cuánto dinero se acumulará en 7 años, si la tasa de inflación es del 10% anual? *(b)* ¿Cuál sería el poder de compra de la cantidad acumulada con respecto a dólares de hoy?

12.14 *(a)* ¿Cuál cantidad futura de dinero en dólares corrientes de entonces, dentro de 6 años es equivalente a una suma actual de $80,000 a una tasa de interés del mercado del 18% anual y una tasa de inflación del 12% anual? *(b)* ¿Cuántos dólares deberá usted tener en el momento con el fin de sostenerse con la inflación?

12.15 Calcule el número de *(a)* dólares de hoy y *(b)* dólares corrientes de entonces en el año 10 que serán equivalentes auna inversión actual de $33,000 auna tasa de interés del mercado del 15% y una tasa de inflación del 10% anual.

12.16 R-Gone Signs invierte $3000 anualmente durante 8 años empezando dentro de 1 año en un nuevo proceso de producción. *(a)* ¿Cuánto dinero debe recibirse en una suma global en el año 8 en dólares corrientes de entonces con el fin de que la compañía recupere su inversión a una tasa de retorno real del 6% anual y una tasa de inflación del 10% anual? *(b)* ¿Cuánto necesitará la compañía para recibir justo lo suficiente para cubrir la inflación?

12.17 Un inversionista compró un bono de $20,000 al 6% con intereses pagaderos anualmente por $16,000. La tasa de inflación durante el tiempo que fue propietario del bono fue de 4% anual. Si decide vender 3 años después de haberlo comprado, ¿cuál debe ser el precio de compra para que el inversionista obtenga una tasa de retorno real del 7% anual?

12.18 *(a)* En 1996, los premios Nobel fueron aumentados de $489,000 a $653,000. Si el primer premio en 1901 fue de $150,000 y la inflación promedió 1.75% durante un periodo de 95 años, ¿fue el incremento a $653,000 suficiente para compensar los efectos de la inflación? *(b)* Si la fundación que otorga los premios espera que la inflación promedie 4% anual entre 1996 y el 2006, ¿cuánto tendrá que ser el premio en el 2006 para que valga lo mismo que en 1901?

12.19 Una compañía dedicada a la restauración ambiental mantuvo un fondo de contingencia de $10 millones. La compañía guardó el dinero en un fondo del mercado de acciones que producía 16% anualmente. La tasa de inflación durante el periodo de 5 años en que la compañía tuvo el dinero invertido fue del 5% anual. *(a)* ¿Cuánto dinero tuvo la compañía al final del periodo de 5 años? ***(b)*** ¿Cuál fue el poder de compra del dinero en términos de dólares cuando la inversión se realizó originalmente? *(c)* ¿Cuál fue la tasa de retorno real de la compañía sobre su inversión?

12.20 ¿Cuánto dinero debe producir una compañía de reciclaje cada año durante 5 años para recuperar una inversión de $100,000 en un triturador de llantas si desea obtener una tasa de retorno real del 4% anual cuando la tasa de inflación promedie 3% anual?

12.21 Una compañía de telefonía celular está en proceso de mejorar sus instalaciones de transmisión y recepción. La compañía espera gastar $2 millones en mejoras y obtener

una tasa de retorno real del 12% sobre todas las inversiones. Si la tasa de inflación es del 3% anual, ¿cuánto dinero debe producir la compañía cada año para recuperar su inversión dentro de 6 años?

12.22 Una compañía de investigación de genética biotecnológica está planeando un gasto importante sobre una nueva instalación de investigación. Ésta espera necesitar $5 millones de dólares de hoy, de modo que pueda empezar la construcción dentro de 4 años. Se espera que la tasa de inflación durante dicho periodo de tiempo sea del 6% anual. *(a)* ¿Cuántos dólares futuros necesitará en ese momento? *(b)* Si la compañía planea efectuar depósitos anuales en un fondo de bono que produce 10% anualmente, ¿qué depósito anual se requiere para tener la cantidad determinada en la parte *(a)*?

12.23 Una firma industrial está considerando la compra de equipo para automatizar uno de sus procesos. La firma puede comprar los controladores necesarios por $40,000 ahora. En forma alternativa, puede efectuar un pago inicial por $10,000 y financiar el saldo a una tasa de interés del 10% anual. *(a)* Si la compañía tiene una TMAR ajustada por inflación del 15% anual, ¿debe ésta pagar ahora o pagar después? *(b)* Si la tasa de inflación es del 4% anual, ¿cuál es la tasa de retorno real incorporada en la TMAR ajustada por inflación de la compañía?

12.24 Calcule el valor anual uniforme equivalente perpetuo dentro de 6 años hasta ∞ de $50,000 ahora, $10,000 dentro de cinco años y $5000 anualmente de allí en adelante, si la tasa de interés es del 8% anual y la tasa de inflación es del 4% anual durante los primeros 5 años y 3% anual a partir de entonces.

12.25 Si una pieza de equipo tenía un costo de $20,000 en 1985 cuando el índice de equipos M&S era 789.6, ¿cuánto se esperará que cueste cuando el índice sea 1150?

12.26 Se estima que un artículo que tenía un costo de $7000 en 1988 costará $13,000 en el 2000. Si el índice de costos utilizado en el cálculo tuvo un valor de 326 en 1988, ¿cuál será su valor en el 2000?

12.27 Cierto índice de costos de mano de obra tuvo un valor de 426 en 1960 y 123 1 en 1997. Si el costo de mano de obra para construir un edificio fue $160,000 en 1997, ¿cuál sería dicho costo en 1960?

12.28 Utilice el índice de costos de construcción *ENR* (tabla 12.5) para actualizar un costo de $325,000 en 1981 auna cifra de 1996.

12.29 Si se desea que 1980 sea equivalente a 100 para el índice de costos de planta *CE* (tabla 2.5), ¿cuál sería el valor del índice en 1995?

12.30 Utilice el factor *F/P* o *P/F* para calcular el incremento porcentual promedio por año entre 1975 y 1995 para el índice de costos de planta *CE*.

12.31 Determine el valor del índice de costos de equipo M&S en el 2000 si éste fuera 797.6 en 1986 y aumenta en un 4% anualmente.

12.32 Un espectrómetro masivo puede comprarse por $60,000 hoy, pero el propietario de un laboratorio de análisis de agua espera que el costo del equipo aumente exactamente en la tasa de inflación durante los próximos 10 años. *(a)* Si la tasa de inflación es 0%

anual durante los próximos 3 años y el 5% anual a partir de entonces, ¿cuánto costará el espectrómetro dentro de 10 años si la TMAR de la compañía es de 15% anual? *(b)* Si el índice de costos aplicable al equipo está en 1203 ahora, ¿cuál será dentro de 10 años?

12.33 ¿Si una bomba de 15 caballos de fuerza tiene un costo de $2300, ¿cuánto se esperaría que costara una bomba de 50 caballos de fuerza si el exponente para la ecuación de costo-capacidad es 0.69?

12.34 Un equipo de desagüe mecánico para una planta de 1 millón de litros diarios (MLD) cuesta $400,000. ¿Cuánto sería el costo del equipo para una planta de 15 MLD si el exponente en la ecuación de costo-capacidad es 0.63?

12.35 El costo del lugar de trabajo para la construcción de una instalación manufacturera que tiene una capacidad de 6000 unidades diarias fue $55,000. Si el costo para una planta con una capacidad de 100,000 unidades diarias fue $3 millones, ¿cuál es el valor del exponente en la ecuación de costo-capacidad?

12.36 El costo de equipo para un laboratorio dedicado a una investigación de respuesta inmunológica costará $900,000. Si el factor de costo directo es 2.10 y el factor de costo indirecto es 0.26, ¿cuál es el costo total esperado del laboratorio?

12.37 Estime el costo en 1996 de un evaporador de 60 metros cuadrados de una película que cae si el costo de una unidad de 30 metros cuadrados fue $19,000 en 1975. El exponente en la ecuación de costo-capacidad es 0.24. Utilice el índice M&S de equipos para actualizar el costo.

12.38 Estime el costo en 1996 de un compresor de aire con turbina de vapor de 1000 caballos de fuerza. Una unidad de 200 caballos de fuerza costaba $90,000 en 1975. El exponente en la ecuación de costo-capacidad es 0.29. Utilice el índice M&S de equipos para actualizar el costo.

12.39 Una compañía tiene un departamento de procesamiento con 25 máquinas. Debido a la naturaleza y uso de las máquinas, tres de ellas se consideran en una cuenta separada para la acumulación de costos indirectos. Las 22 máquinas restantes se agrupan bajo una cuenta, #104. Como base de asignación para todas las máquinas se utilizan las horas de operación de cada una. Un total de $50,000 se asigna al departamento para el año próximo. Utilice la siguiente información para determinar la tasa de costos indirectos para cada cuenta.

Número de cuenta	Costos indirectos asignados	Horas estimadas de la máquina
#101	$10,000	600
#102	10,000	200
#103	10,000	800
#104	20,000	1,600

12.40 Todos los costos indirectos se asignan contabilizando el departamento que dirige John. John ha obtenido un registro de las tasas de asignación y de los cargos reales durante los meses anteriores y estimaciones para este mes (mayo) y el mes próximo. La base de asignación no está indicada y el contador de la compañía no tiene un registro de la base utilizada. Sin embargo, el contador dice que no está preocupado porque las tasas de asignación se han reducido cada mes. John le ha pedido evaluar las cantidades de asignación.

Usted tiene ahora la siguiente información de contabilidad.

	Costo indirecto		
Mes	**Tasa**	**Asignado**	**Cargado**
Febrero	$1.40	**$2800**	**$2600**
Marzo	1.33	**3400**	**3800**
Abril	1.37	**3500**	**3500**
Mayo	1.03	**3600**	
Junio	**0.92**	**6000**	

Durante la evaluación, usted reúne los siguientes datos de los registros de departamentos y de la contabilidad.

	Mano de obra directa			
Mes	**Horas**	**costos**	**Costos de materiales**	**Pies cuadrados de espacio en departamentos**
Febrero	**640**	**$2560**	**$5400**	**2000**
Marzo	**640**	**2560**	**4600**	**2000**
Abril	**640**	**2560**	**5700**	**3500**
Mayo	**640**	**2720**	**6300**	**3500**
Junio	**800**	**3320**	**6500**	**3500**

(a) Determine la base de asignación real utilizada cada mes y *(b)* comente sobre la afirmación del contador con respecto a las tasas de asignación decrecientes.

12.41 Un fabricante de computadores que atiende la industria de aerolíneas tiene cinco departamentos. Las asignaciones de costos indirectos durante 1 mes se detallan a continuación, junto con el espacio asignado, las horas laborales directas y los costos laborales directos para cada departamento que fabrica directamente las máquinas.

Departamento	Asignación de costos indirectos	Información real para 1 mes: Espacio, pies cuadrados	Mano de obra directa: Horas	Mano de obra directa: costos
Preparación	$20,000	10,000	480	$1,680
Subensambles	15,000	18,000	1,000	3,250
Ensamble final	10,000	10,000	600	2,460
Aseguramiento de calidad	15,000	1,200		
Ingeniería	19,000	2,000		

Determine las tasas de asignación por departamento de manufactura a fin de redistribuir la asignación de costos indirectos para el aseguramiento de calidad e ingeniería ($34,000) a los otros departamentos. Utilice las siguientes bases para determinar las tasas: *(a)* espacio, *(b)* horas laborales directas y *(c)* costos laborales directos.

12.42 Calcule los cargos de costos indirectos reales y las varianzas de asignación para (a) cada cuenta y (b) el total para todas las cuentas planteadas en el problema 12.39 utilizando las tasas de asignación de cuentas individuales. Las horas reales acreditadas a cada cuenta son las siguientes: #101 tiene 700 horas; #102 tiene 350 horas; #103 tiene 650 horas; #104 tiene 1300 horas.

12.43 Las tasas de costos indirectos y las bases para los seis departamentos productores en Mutant, Inc, se enumeran a continuación. *(a)* Utilice los datos registrados para distribuir costos indirectos a los departamentos. *(b)* Determine la varianza de asignación con relación a un presupuesto de asignación de costos indirectos totales de $760,000.

Departamento	Asignación: Base*	Asignación: Tasa	Horas de mano de obra directa	Costos laborales directos	Horas de máquina
1	HLD	$2.50	5,000	$20,000	3,500
2	HM	0.95	5,000	35,000	25,000
3	HLD	1.25	10,500	44,100	5,000
4	CLD	5.75	12,000	84,000	40,000
5	CLD	3.45	10,200	54,700	10,200
6	HLD	1.00	29,000	89,000	60,500

* HLD = horas laborales directas; HM = horas de máquina; CLD = costos laborales directos

12.44 Para el problema 12.41, determine los cargos de costos indirectos reales utilizando las tasas que usted determinó. En cuanto a los cargos reales, utilice las horas laborales

directas para los departamentos de preparación y subensamble y el espacio para el departamento de ensamble final.

12.45 Un fabricante de computadores que atiende la industria de aerolíneas tiene cinco departamentos. Las asignaciones de costo indirecto para 1 mes se detallan a continuación, junto con el espacio asignado, las horas laborales directas y los costos de mano de obra directos para cada departamento que fabrica directamente las máquinas. (Para referencia, ésta es la misma información presentada en el problema 12.41 aunque no se necesita haberlo resuelto para solucionar este problema).

		Información real para 1 mes		
		Espacio,	Mano de obra directa	
Departamento	**Asignación de costos indirectos**	**pies cuadrados**	**Horas**	**costos**
Preparación	$20,000	10,000	480	$1,680
Subensambles	15,000	18,000	1,000	3,250
Ensamble final	10,000	10,000	600	2,460
Aseguramiento de calidad	15,000	1,200		
Ingeniería	19,000	2,000		

La compañía elabora actualmente todos los componentes requeridos por el departamento de preparación; además está considerando la compra de estos componentes en lugar de su fabricación. Un contratista externo ha ofrecido fabricar los artículos por $67,500 por mes.

(a) Si los costos de preparación para el mes particular mostrado se consideran buenas estimaciones para un estudio de ingeniería económica y si se cargan a la preparación materiales por valor de $41,000, haga una comparación de las alternativas de fabricar *versus* comprar. Suponga que los costos compartidos de los departamentos de preparación, de aseguramiento de calidad y de ingeniería ascienden en total a $3230 por mes.

(b) Otra alternativa para la compañía es comprar equipo nuevo para el departamento de preparación y continuar fabricando los componentes. La maquinaria costará $375,000, tendrá una vida de 5 años, no tendrá valor de salvamento y su costo mensual de operación será de $475. Se espera que esta compra reduzca los costos de aseguramiento de calidad y de ingeniería en $2000 y $3000, respectivamente, y que reduzca también las horas laborales directas cada mes a 200 y los costos de mano de obra directos mensuales a $850 para el departamento de preparación. La redistribución de los costos indirectos del aseguramiento de calidad e ingeniería a los tres departamentos de producción se basa en horas laborales directas. Si los demás costos permanecen iguales, compare el costo actual de fabricar los componentes y el costo estimado si se compra el nuevo

equipo. Seleccione la alternativa más económica. Se espera una tasa del mercado del 12% (nominal) anual compuesto mensualmente sobre las inversiones de capital.

12.46 Utilice la ecuación [12.11] y las bases enumeradas en la tabla 12.7 para explicar por qué una reducción en las horas laborales directas, unida a un incremento en las horas laborales indirectas debido a la automatización en una línea de producción, pueden requerir el uso de nuevas bases para asignar los costos indirectos.

12.47 RelaxFull Resorts distribuye actualmente sus costos de publicidad para sus cuatro hoteles en Canadá con base en el tamaño del presupuesto de cada hotel. Para este año, en números aproximados, los presupuestos y la asignación de los costos indirectos en publicidad por $1 millón son:

	Lugar de descanso			
	A	*B*	*c*	*D*
Presupuesto, $	2 millones	3 millones	4 millones	1 millón
Asignación, $	200,000	300,000	400,000	100,000

(a) Determine la asignación si se utiliza el enfoque CBA. Defina la agrupación de costos como $1 millón en costos de publicidad y haga que la actividad sea el número de invitados durante el año, que son:

Lugar	*A*	*B*	*c*	*D*
Invitados	3500	4000	8000	1000

(b) Nuevamente, utilice el enfoque CBA, pero ahora haga que la actividad sea el número de noches de los invitados. El número promedio de noches de alojamiento para los invitados en cada lugar es:

Lugar	*A*	*B*	*c*	*D*
Duración de estadía, noches	**3,0**	2.5	1.25	4.75

(c) Comente sobre la distribución de los costos de publicidad utilizando los diferentes métodos. ¿Puede usted identificar algunas otras actividades (orientadoras de costos) que pudieran ser consideradas para un enfoque de costeo basado en actividades, que puedan reflejar una asignación realista de los costos? ¿Cuáles serían ellas?

12.48 Los costos indirectos se asignan cada trimestre del calendario a las tres líneas procesadoras utilizando como base las horas laborales directas. El equipo nuevo automatizado ha reducido en forma significativa la mano de obra directa y el tiempo

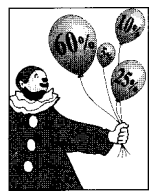
para producir una unidad, de modo que el gerente de división planea utilizar como base el ciclo de tiempo por unidad producida. Sin embargo, inicialmente, el gerente desea determinar lo que habría sido la asignación si el ciclo de tiempo hubiera sido la base anterior a la automatización. Utilice los siguientes datos para determinar la tasa de asignación y los cargos indirectos reales para las tres situaciones diferentes si el monto a ser asignado en un trimestre promedio es $400,000. Comente sobre los cambios en la cantidad de los costos indirectos asignados por línea de procesamiento.

Línea de procesamiento	**10**	**l l**	**12**
Horas laborales directas por trimestre	20,000	12,700	18,600
Ciclo de tiempo por unidad ahora, segundos	3.9	17.0	24.8
Ciclo de tiempo por unidad anteriormente, segundos	13.0	55.8	28.5

12.49 Este problema consta de tres partes interdependientes que se construyen una a partir de cada una de las otras. El objetivo es comparar y hacer comentarios sobre la cantidad de los costos indirectos asignados a las instalaciones generadoras de electricidad ubicadas en dos estados para las diversas situaciones descritas en cada parte.

(a) Históricamente, Mesa Power Authority ha asignado los costos indirectos asociados con su programa de seguridad laboral en sus plantas en California y Arizona con base en el número de empleados. La información para asignar un presupuesto de $200,200 para este año es la siguiente:

Estado	**Tamaño de fuerza laboral**
California	900
Arizona	500



(b) El jefe del departamento de contabilidad recomienda que se abandone el método tradicional y que se utilice el costeo basado en actividades para asignar los gastos de $200,200 utilizados en el programa de seguridad como agrupación de costos y el número de accidentes como las actividades que orientan los costos. Las estadísticas de accidentes indican lo siguiente para el año.

Estado	**Número de accidentes**
California	425
Arizona	135

(c) Un estudio adicional indica que el 80% de los costos indirectos del programa de seguridad se gasta en los empleados de las áreas de generación y el 20% restante va para los empleados del área de oficinas. Debido a este desequilibrio evidente en gastos, se propone una asignación dividida de la cantidad de $200,200: 80% de los dólares totales asignados mediante CBA, siendo las actividades el número de accidentes que ocurren en las áreas de generación y siendo el costo de agrupación el 80% de los gastos totales del programa de seguridad; y, 20% de los dólares totales que utilizan el método de asignación tradicional de costos indirectos, siendo la base el número de empleados de oficina en el área. Se han reunido los siguientes datos.

	Número de empleados		**Número de accidentes**	
Estado	**Área de generación**	**Área de oficina**	**Área de generación**	**Área de oficina**
California	300	600	405	20
Arizona	200	300	125	10

12.50 Desarrolle su propia aplicación del enfoque CBA para asignar los costos indirectos. Identifique la agrupación de costos y el orientador de costos para su ejemplo. Desarrolle estimaciones numéricas y muestre cómo sería utilizado CBA para su ejemplo.

NIVEL

CUATRO

En esta sección se consideran los fundamentos de los impuestos corporativos y de los impuestos individuales sobre la renta. Las bases de los métodos de depreciación (modelos de recuperación de capital) se utilizan para desarrollar programas de depreciación de activos y, posteriormente, para realizar un estudio de ingeniería económica después de impuestos.

El segundo capítulo de este nivel cubre las fórmulas simples para calcular el ingreso gravable, las pérdidas y ganancias de capital, los montos del impuesto sobre la renta para individuos y corporaciones, y otros montos relacionados con impuestos. El capítulo fínal examina las bases de un análisis después de impuestos, utilizando las técnicas de evaluación alternativas de VP, VA y TR.

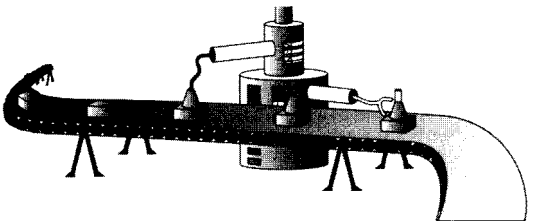
CAPÍTULO

13	Modelos de depreciación y de agotamiento	**386**
14	Fundamentos de los impuestos sobre la renta	**424**
15	Análisis económico después de impuestos	**456**

capítulo

13

Modelos de depreciación y de agotamiento



En general, las compañías recuperan sus inversiones de capital en activos tangibles -equipo, computadores, vehículos, edificaciones y maquinaria— mediante un proceso llamado *depreciación.* El proceso de depreciar un activo, al cual se hace referencia también como *recuperación de capital,* explica la pérdida del valor del activo debido a la edad, uso y obsolescencia durante su vida útil. Aunque un activo puede estar en excelente condición de trabajo, el hecho de que valga menos a través del tiempo se considera en los estudios de evaluación económica. A continuación de la introducción acerca de los métodos básicos de depreciación se aborda el *Sistema Modificado Acelerado de Recuperación de Costos* (SMARC), sistema estándar actualmente utilizado en Estados Unidos.

¿Por qué es la depreciación tan importante para la ingeniería económica? La depreciación es una deducción permitida en impuestos incluida en los cálculos del impuesto de renta mediante la relación:

$$\text{Impuestos} = (\text{ingreso} - \text{deducciones})(\text{tasa de impuestos})$$

Al ser la depreciación una deducción permitida para los negocios (junto con salarios y sueldos, materiales, arriendo, etc.), reduce los impuestos sobre la renta, cuyo análisis se desarrolla en mayor detalle en los próximos dos capítulos.

El presente capítulo concluye con una introducción de los dos métodos de *agotamiento,* los cuales son utilizados a fin de recuperar el interés económico en los depósitos de recursos naturales, como minerales, metales y madera.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Propósito: Utilizar un modelo aprobado para recuperar la inversión de capital en un activo o recurso natural.

Este capítulo ayudará al lectora:

- **Términos de depreciación** — 1. Conocer la terminología básica de la recuperación del capital que utiliza la depreciación.
- **Línea recta** — 2. Utilizar el modelo de depreciación en línea recta.
- **Saldo decreciente o en declive** — 3. Utilizar el modelo de depreciación de saldo decreciente o en declive.
- **SMARC** — 4. Utilizar el Sistema Modificado Acelerado de Recuperación de Costos (SMARC) de la depreciación.
- **Periodo de recuperación** — 5. Seleccionar el periodo de recuperación de un activo para la depreciación SMARC.
- **Cambio** — 6. Entender el principio de cambio de un modelo de depreciación a otro.
- **SMARC y cambio** — 7. Calcular las tasas depreciación SMARC, utilizando el cambio de modelos de depreciación (sección opcional).
- **Gasto de capital** — 8. Calcular el monto del gasto de capital permitido al depreciar un activo.
- **Agotamiento** — 9. Utilizar los modelos de costo y porcentaje de agotamiento para recursos naturales.

13.1 TERMINOLOGÍA DE DEPRECIACIÓN

A continuación se definen algunos términos comúnmente utilizados en depreciación. La terminología es aplicable a corporaciones lo mismo que a individuos que poseen activos depreciables.

Depreciación es la reducción en el valor de un activo. Los modelos de depreciación utilizan reglas, tasas y fórmulas aprobadas por el gobierno para representar el valor actual en los libros de la compañía. El monto de la depreciación, D_t, calculado de ordinario en forma anual, no refleja necesariamente el patrón del uso real del activo durante su posesión. Los cargos de depreciación anuales son deducibles de impuestos para las corporaciones de EE.UU.

Costo inicial, o base ***no ajustada,*** es el costo instalado del activo que incluye el precio de compra, las comisiones de entrega e instalación y otros costos directos depreciables en los cuales se incurre a fin de preparar el activo para su uso. El término base no ajustada, o simplemente base, y el símbolo B se utilizan cuando el activo es nuevo; se emplea el término base ajustada cuando se ha cargado alguna depreciación.

El **valor en libros** representa la inversión restante, no depreciada en los libros después de que el monto total de cargos de depreciación a la fecha han sido restados de la base. En general, el valor en libros, VL„ se determina al final de cada año, lo cual es consistente con la habitual convención de final de año.

El **periodo de recuperación** es la vida depreciable, n, del activo en años para fínes de depreciación (y del impuesto sobre la renta). Este valor puede ser diferente de la vida productiva estimada debido a que las leyes gubernamentales regulan los periodos de recuperación y depreciación permisibles.

El **valor de mercado** es la cantidad estimada posible si un activo fuera vendido en el mercado abierto. Debido a la estructura de las leyes de depreciación, el valor en libros y el valor de mercado pueden ser sustancialmente diferentes. Por ejemplo, el valor de mercado de un edificio comercial tiende a aumentar, pero el valor en libros se reducirá a medida que se consideren los cargos de depreciación. Sin embargo, una terminal de computador puede tener un valor de mercado mucho más bajo que su valor en libros debido a la tecnología rápidamente cambiante.

La **tasa de depreciación** ***o tusa de recuperación es*** la fracción del costo inicial que se elimina por depreciación cada año. Esta tasa, d_t, puede ser la misma cada año, denominándose entonces tasa en línea recta, o puede ser diferente para cada año del periodo de recuperación. Una tasa de depreciación sin referencia al año se identifica por la letra d.

El **valor de salvamento** es el valor estimado de intercambio o de mercado al final de la vida útil del activo. El valor de salvamento, VS, expresado como una cantidad en dólares estimada o como un porcentaje del costo inicial, puede ser positivo, cero, o negativo debido a los costos de desmantelamiento y de remoción. (Actualmente, los modelos de

depreciación aprobados por el gobierno de EE.UU. suponen un valor de salvamento de cero, aunque su valor de salvamento real puede ser positivo).

La **propiedad personal,** uno de los dos tipos de propiedad para los cuales se permite la depreciación, está constituido por las posesiones tangibles de una corporación, productoras de ingresos, utilizadas para hacer negocios. Se incluye la mayor parte de la propiedad industrial manufacturera y de servicio: vehículos, equipo de manufactura, mecanismos de manejo de materiales, computadores, conmutadores, muebles de oficina, equipo de proceso de refinación y mucho más.

La **propiedad real** incluye la finca raíz y las mejoras a ésta y tipos similares de propiedad, por ejemplo, edificios de oficinas, estructuras de manufactura, bodegas, apartamentos y otras estructuras. *La tierra en sí se considera propiedad real, pero no es depreciable.*

La **convención de medio año** supone que se empieza a hacer uso de los activos o se dispone de ellos a mitad de año, sin importar cuándo ocurren realmente tales eventos durante el año. En este texto se utiliza dicha convención. Otras convenciones son la mitad de mes y la de mitad de trimestre.

Existen muchos modelos aprobados para la depreciación de activos, siendo el modelo en línea recta (LR) el de uso más común, históricamente. Sin embargo, modelos acelerados tales como el modelo de saldo decreciente (SD) son atractivos porque el valor en libros se reduce a cero (o al valor de salvamento) con más rapidez que el método en línea recta, como lo muestran las curvas generales de valor en libros en la figura 13.1.

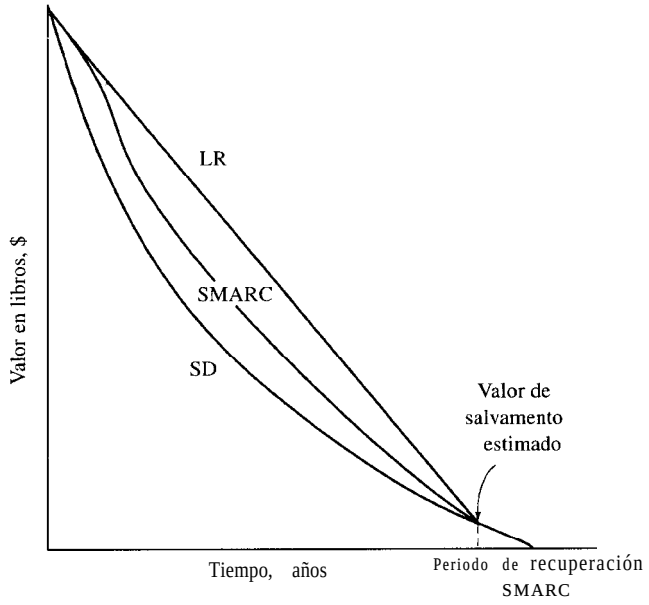


Figura 13.1 Forma general de las curvas de valor en libros para diferentes modelos de depreciación.

En 198 1 y en 1986, EE.UU. inició esfuerzos para estandarizar la depreciación acelerada. El *Sistema Acelerado de Recuperación de Costos (SARC)* y el *Sistema Modificado Acelerado de Recuperación de Costos (SMARC)* fueron anunciados en 198 1 y 1986, respectivamente, como los principales modelos de recuperación de capital. SMARC continúa siendo el único método de depreciación aprobado en EE.UU. Antes de estos cambios fundamentales, era aceptable utilizar los métodos clásicos en línea recta, saldo decreciente y suma de los dígitos de los años para reducir el valor en libros al valor de salvamento anticipado.

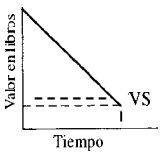
Las revisiones a las leyes tributarias están ocurriendo con celeridad. Las reglas y tasas de depreciación utilizadas aquí pueden diferir ligeramente de las que estén en aplicación cuando el lector estudie este material o en el país en el cual se está estudiando ingeniería económica. Sin embargo, los principios y las relaciones generales para los modelos de depreciación presentados aquí son universales.

Problemas 13.1 a 13.4

13.2 DEPRECIACIÓN EN LÍNEA RECTA (LR)

El modelo en línea recta es un método de depreciación utilizado como el estándar de comparación para la mayoría de los demás métodos. Obtiene su nombre del hecho de que el valor en libros se reduce linealmente en el tiempo puesto que la tasa de depreciación es la misma cada año, es 1 sobre el periodo de recuperación. Por consiguiente, $d = 1/n$. La depreciación anual se determina multiplicando el costo inicial menos el valor de salvamento estimado por la tasa de depreciación d, que equivale a dividir por el periodo de recuperación n. En forma de ecuación,

$$D_t = (B - \text{VS})d = \frac{\text{B-VS}}{n} \qquad [13.1]$$



donde t = año ($t = 1, 2, \ldots n$)
D_t = cargo anual de depreciación
B = costo inicial o base no ajustada
VS = valor. de salvamento estimado
d = tasa de depreciación (igual para todos los años)
n = periodo de recuperación o vida depreciable esperada

Dado que el activo se deprecia por la misma cuantía cada año, el valor en libros después de t años de servicio, VL_t, será igual a la base no ajustada B menos la depreciación anual, multiplicado por t.

$$\text{VL}_t = B - tD_t \qquad [13.2]$$

Anteriormente se definió d_t como la tasa de depreciación para un año específico t. No obstante, el modelo LR tiene la misma tasa para todos los años, es decir,

$$d_t = \frac{1}{n} \qquad [13.3]$$

Las relaciones anteriores se ilustran mediante el ejemplo 13.1.

Ejemplo 13.1

Si un activo tiene un costo inicial de $50,000 con un valor de salvamento estimado de $10,000 después de 5 años, *(a)* calcule la depreciación anual y *(b)* calcule y represente gráficamente el valor en libros del activo después de cada año, utilizando el modelo de depreciación en línea recta.

Solución

(a) La depreciación cada año puede encontrarse mediante la ecuación [13.11.

$$D_t = \frac{B - VS}{n} = \frac{50{,}000 - 10{,}000}{5}$$

$$= \$8000 \text{ anuales durante 5 años}$$

(b) El valor en libros después de cada año t se calcula mediante la ecuación [13.2].

$$VL_t = V - tD_t$$

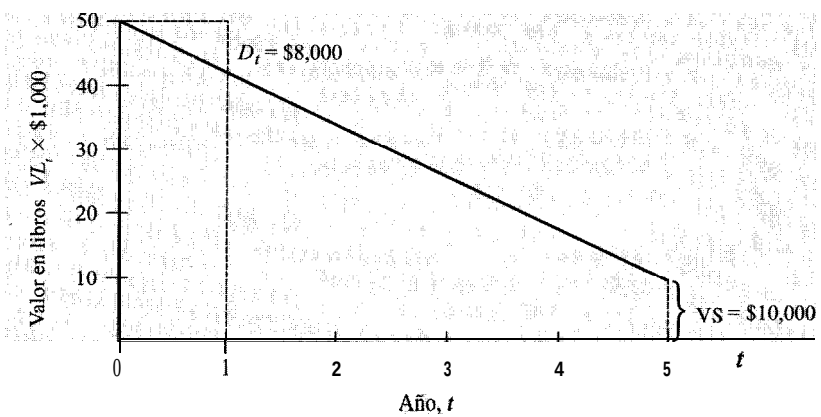
$$VL_1 = 50{,}000 - 1(8000) = \$42{,}000$$

$$VL_2 = 50{,}000 - 2(8000) = \$34{,}000$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$VL_5 = 50{,}000 - 5(8000) = \$10{,}000 = VS$$

En la figura 13.2 se representa graficamente VL_t versus t.

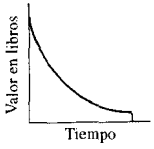


Figuro 13.2 Gráfica **de valor en libros de un activo depreciado, utilizando el modelo en línea recta, ejemplo** 13.1.

Problemas 13.5 a 13.7

13.3 DEPRECIACIÓN DE SALDO DECRECIENTE (SD)

El método de saldo decreciente, conocido también como el método de porcentaje uniforme o fijo, es un modelo de cancelación acelerada. En términos simples, el cargo de depreciación anual se determina multiplicando el valor en libros al principio de cada año por un porcentaje uniforme, que se llamará d, en forma decimal equivalente. Por ejemplo, si la tasa de porcentaje uniforme es del 10% (es decir, $d = 0.10$), la cancelación de depreciación para cualquier año dado será el 10% del valor en libros al principio de ese año. El cargo de depreciación es más alto durante el primer año y disminuye para cada año que sucede.



El porcentaje de depreciación máximo permitido (para fines tributarios) es el doble de la tasa en línea recta. Cuando se utiliza esta tasa, el método se conoce como de *saldo decreciente doble (SDD)*. Por tanto, si un activo tuviera una vida útil de 10 años, la tasa de recuperación en línea recta sería de $1/n = 1/10$ y la tasa uniforme para SDD sería $d = 2/10$ ó 20% del valor en libros. Como quiera que d representa la tasa de depreciación uniforme, la fórmula para calcular la tasa máxima, d_{max}, es dos veces la tasa en línea recta, 0

$$d_{max} = \frac{2}{n} \qquad [13.4]$$

Ésta es la tasa utilizada para el método SDD. Otro porcentaje comúnmente utilizado para el método SD es 150% de la tasa en línea recta, donde $d = 1.50/n$.

La tasa de depreciación real para cada año t, relativa al costo inicial, es:

$$d_t = d(1-d)^{t-1} \qquad [13.5]$$

Para la depreciación SD o SDD, el *valor de salvamento estimado no se resta del costo inicial* al calcular el cargo de depreciación anual. Es importante recordar esta característica de los modelos SD y SDD.

Aunque los valores de salvamento no se consideran en los cálculos del modelo SD, ningún activo puede depreciarse por debajo de un valor de salvamento razonable, que puede ser cero. Si el valor en libros alcanza el valor de salvamento estimado antes del año n, no se puede efectuar ninguna depreciación adicional. Como se descubrirá en la sección 13.4 esto no sucede bajo el método SMARC, ya que en todos los cálculos SMARC se ha supuesto $vs = 0$.

La depreciación para el año t, D_t, es la tasa uniforme, d, multiplicada por el valor en libros al final del año anterior.

$$D_t = (d)VL_{t-1}, \qquad [13.6]$$

Si el valor VL_{t-1} no se conoce, el cargo de depreciación puede calcularse como

$$D_t = (d)B(1-d)^{t-1} \qquad [13.7]$$

El valor en libros en el año t puede determinarse de dos formas. Primero, utilizando la tasa uniforme d y el costo inicial B.

$$VL_t = B(1-d)^t \qquad [13.8]$$

Asimismo, VL, siempre puede determinarse para cualquier modelo de depreciación restando el cargo de depreciación actual del valor en libros anterior, es decir,

$$VL_t = VL_{t-1} - D_t \qquad [13.9]$$

El valor en libros en los métodos de saldo decreciente nunca llega a cero. Hay un VS implicado después de n años, el cual es igual a VL en el año n, en la forma calculada por la ecuación [13.81, es decir,

$$\text{VS implicado} = VL_n = B(1 - d) \qquad [13.10]$$

Si el VS implicado es menor que el VS estimado, el activo estará depreciado totalmente antes del final de su vida esperada.

También es posible determinar una tasa de depreciación uniforme implicada utilizando el monto VS estimado. Para VS > 0,

$$d \text{ implicada} = 1 - \left(\frac{VS}{B}\right)^{1/n} \qquad [13.11]$$

El rango permitido para d es $0 < d < 2/n$. En todos los modelos SD, d está dado o puede calcularse mediante la ecuación [13.111, si se estima un VS > 0. Y para el modelo SDD, $d = d_{max} = 2/n$. Los ejemplos 13.2 y 13.3 ilustran los modelos SDD y SD.

Ejemplo 13.2

Suponga que un activo tiene un costo inicial de $25,000 y un valor de salvamento estimado de $4000 después de 12 años. Calcule su depreciación y su valor en libros para *(a)* año 1 y *(b)* año 4. fc) Calcule el valor de salvamento implicado después de **12** años para el modelo SDD.

Solución

Calcule, primero, la tasa de depreciación SDD, d.

$$d = \frac{2}{n} = \frac{2}{12} = 0.1667 \text{ anual}$$

(a) Para el primer año, se calcula la depreciación y el valor en libros utilizando las ecuaciones [13.7] y [13.8],

$$D_1 = (0.1667)25{,}000(1 - 0.1667)^{1-1} = \$4167.50$$

$$VL_1 = 25{,}000(1 - 0.1667)^1 = \$20{,}832.50$$

(b) Para el año 4, las ecuaciones [13.7] y [13.8] con $d = 0.1667$ dan como resultado:

$$D_4 = 0.1667(25{,}000)(1 - 0.1667)^{4-1} = \$2411.46$$

$$VL_4 = 25{,}000(1 - 0.1667)^4 = \$12{,}054.40$$

(c) De acuerdo con la ecuación [13.10], el valor de salvamento implicado después de 12 años es:

$$\text{VS implicado} = 25{,}000(1 - 0.1667)^{12} = \$2802.57$$

Dado que el valor de salvamento estimado de $4000 es mayor, que $2802.57, el activo estará depreciado por completo antes de alcanzar su vida esperada de 12 años. Por consiguiente, una vez VL_t llega a

$4000, no se permiten cargos adicionales de depreciación; en este caso, VL_{11} = $4036.02. Mediante la ecuación [13.6], D_{11} será $672.80, haciendo VL_{11} = $3362.22, que es menos del VS estimado de $4000. Entonces, durante los años 11 y 12 las cantidades de depreciación son D_{11} = $36.02 y D_{12} = 0, respectivamente.

Comentario

Es importante recordar dos hechos acerca de los métodos SD y SDD: el valor de salvamento no se resta del costo inicial al calcular la depreciación y, cuando el valor en libros alcanza el valor de salvamento estimado, no puede efectuarse depreciación adicional.

Ejemplo 13.3

Rush Mining Company compró una unidad para calificar metales controlada por computador por $80,000. La unidad tiene una vida anticipada de 10 años y un valor de salvamento de $10,000. Utilice el método de saldo decreciente para desarrollar un programa de depreciación y los valores en libros para cada año.

Solución

Mediante la ecuación [13.11] se determina la tasa de depreciación implicada utilizando el VS de $10,000.

$$d = 1 - \left(\frac{10{,}000}{80{,}000}\right)^{1/10} = 0.1877$$

Observe que $0.1877 < 2/n = 0.2$, de manera que este modelo SD no excede el doble de la tasa en línea recta, La tabla 13.1 presenta los valores D_t utilizando la ecuación [13.6] y los valores VL_t de la ecuación

Tabla 13.1 Valores D_t y VL_t utilizando depreciación de saldo decreciente, ejemplo 13.3

Año, t	D_t	VL_t
0	—	$80,000
1	$15,016	64,984
2	12,197	52,787
3	9,908	42,879
4	8,048	34,831
5	6,538	28,293
6	5,311	22,982
7	4,314	18,668
8	3,504	15,164
9	2,846	12,318
10	2,318	10,000

[13.9] aproximada al dólar más cercano. Por ejemplo, en el año $t = 2$,

$$D_2 = (d)VL_1 = 0.1877(64{,}984) = \$12{,}197$$

$$VL, = 64{,}984 - 12{,}197 = \$52{,}787$$

Debido a que se aproxima a dólares pares, se ha calculado una depreciación de $2312 en el año 10, pero se deduce $2318 para hacer VL,, = VS = $10,000 en forma exacta.

Problemas 13.8 a 13.14

13.4 SISTEMA MODIFICADO ACELERADO DE RECUPERACIÓN DE COSTOS (SMARC)

Durante la década de 1980, en Estados Unidos fueron reglamentados cambios importantes en los sistemas de recuperación de capital al nivel del gobierno federal. La Ley de Recuperación Económica de 1981 (Economic Recovery Act of 1981) introdujo el Sistema Acelerado de Recuperación de Costos (SARC) y la Ley de Reforma Tributaria de 1986 (Tax Reform Act) lo modificó a SMARC, que es el mecanismo de depreciación de activos vigente en el momento de este escrito. Ambos sistemas dictan las tasas de depreciación estatutarias para toda la propiedad personal y real aprovechando a la vez los métodos acelerados de la recuperación de capital.

Muchos aspectos de SMARC hacen mayor referencia a la contabilidad de depreciación y a los cálculos del impuesto sobre la renta que a la evaluación de las alternativas de inversión, de manera que en esta sección se analizan solamente los elementos importantes que afectan en forma significativa el análisis de ingeniería económica. En las secciones 13.6 y 13.7 se analiza información adicional y la obtención de las tasas de depreciación SMARC.

En general, SMARC calcula la depreciación anual utilizando la relación:

$$D_t = d_t B \qquad [13.12]$$

donde la tasa de depreciación d_t está dada por el gobierno en forma tabulada y actualizada periódicamente. El valor en libros en el año t está determinado en formas estándar, restando la cantidad de depreciación del año del valor en libros del año anterior,

$$BV, = BV_{t-1} - D_t \qquad [13.13]$$

o restando la depreciación total durante los años 1 hasta $(t - 1)$ a partir del costo inicial, es decir,

$$BV_t = \text{costo inicial} - \text{suma de la depreciación acumulada}$$

$$= B - \sum_{j=1}^{j=t} D_j \qquad [13.14]$$

Por consiguiente, el costo inicial B siempre está completamente depreciado, puesto que SMARC supone que el VS estimado = 0, aunque puede haber un VS positivo que sea realizable.

Los periodos de recuperación SMARC están estandarizados a los valores de 3, 5, 7, 10, 15 y 20 años para la propiedad personal. El periodo de recuperación de la propiedad real para estructuras es comúnmente de 39 años, aunque es posible justificar una recuperación anual de 27.5. La sección 13.5 explica la forma de determinar un periodo de recuperación SMARC permisible.

Para los cálculos de depreciación anual sobre propiedad personal, el costo inicial (base no ajustada) se multiplica por la tasa SMARC utilizando la ecuación [13.121. Los valores d_t para n = 3, 5, 7, 10, 15 y 20 se presentan en la tabla 13.2. Tales valores se utilizan con frecuencia en los capítulos restantes del texto, de manera que sería conveniente marcar esta página. (En la sección 13.7 se incluye una explicación de cómo se determinan dichas tasas).

Las tasas de depreciación SMARC incorporan el método SDD ($d = 2/n$) y se cambian a la depreciación LR durante el periodo de recuperación como un componente inherente para la depreciación de la *propiedad personal*. En general, las tasas SMARC empiezan con la tasa SDD ($d_t = 2/n$) y se cambian a la tasa LR ($d_t = 1/n$) cuando el método LR permite una cancelación más rápida.

Para la *propiedad real*, SMARC utiliza el método LR para n = 39 a lo largo del periodo de recuperación. El porcentaje anual de la tasa de depreciación es $d = 1/39 = 0.02564$. Sin embargo, SMARC obliga auna recuperación parcial en los años 1 y 40. Las tasas expresadas en porcentajes son:

Año 1 $100d_1 = 1.391\%$
Año 2-39 $100d_t = 2.564\%$
Año 40 $100d_{40} = 1.177\%$

Tabla 13.2 Tasas de depreciación, d_t, aplicadas al costo inicial B mediante el método SMARC

	Tasa de depreciación (%) para cada periodo de recuperación SMARC en años					
Año	$n = 3$	$n = 5$	$n = 7$	$n = 10$	$n = 15$	$n = 20$
1	33.33	20.00	14.29	10.00	5.00	3.75
2	44.45	32.00	24.49	18.00	9.50	7.22
3	14.81	19.20	17.49	14.40	8.55	6.68
4	7.41	11.52	12.49	11.52	7.70	6.18
5		11.52	8.93	9.22	6.93	5.71
6		5.76	8.92	7.37	6.23	5.29
7			8.93	6.55	5.90	4.89
8			4.46	6.55	5.90	4.52
9				6.55	5.91	4.46
10				6.55	5.90	4.46
11				3.28	5.91	4.46
12					5.90	4.46
13					5.91	4.46
14					5.90	4.46
15					5.91	4.46
16					2.95	4.46
17-20						4.46
21						2.23

Probablemente, el lector ha notado que todas las tasas de depreciación SMARC se presentan para 1 año más que el periodo de recuperación dado n. También se observa que la tasa del año extra es en general aproximadamente la mitad de la tasa del año anterior. Este hecho sucede porque hay una *convención de mitad de año* incorporada dentro del sistema SMARC. Tal convención supone que toda la propiedad entra en servicio en el punto medio del año fiscal de instalación. Por consiguiente, para fines impositivos se aplica sólo el 50% de la depreciación SD del primer año, eliminando así parte de la ventaja de la depreciación acelerada y requiriendo que se tome la depreciación de medio año en el año $n + 1$. En todos los ejemplos y problemas SMARC se utiliza la convención de mitad de año. Cuando este material fue preparado existía también una convención permitida de mitad de trimestre y de mitad de mes (la cual está incorporada en las tasas de propiedad real anteriormente dadas paran = 39). El lector no debe preocuparse por este nivel de detalle ni es necesario considerarlo en los estudios de rutina de la ingeniería económica.

Ejemplo 13.4

Consumer 1st, una franquicia a nivel nacional de servicios de ingeniería ambiental, ha adquirido dos estaciones de trabajo nuevas y un software de elabora&% de modelos en 3D para sus 100 filiales a un costo de $4000 por lugar. Se espera que el salvamento estimado para cada sistema después de 3 años sea el 5% del costo inicial . Suponga que el propietario de la franquicia desea comparar fa depreciación de un modelo SMARC de 3 años con fa de un modelo SDD de 3 años, El propietario de la franquicia tiene curiosidad de conocer la depreciación total durante los próximos 2 años.

(a) Determine cuál modelo ofrece la depreciación total más alta después de 2 años.

(b) Determíne el valor en libros para cada modelo después de 2 años y al final del periodo de recuperación.

Solución

La base total es B = $400,000 y el VS estimado = 0.05(400,000) = $20,000. Las tasas SMARC para n = 3 se han tomado de la tabla 13.2 y la tasa de depreciación para SDD, ecuación [13.4], es d_{max} = 2/3 = 0.6667. La tabla 13.3 presenta los momos de depreciación y los valores en libros. La depreciación en el alio 3 para SDD seria $44,444(0.6667) = $29.629, excepto que esto haría el VL_3 < $20,000, el VS estimado. Entonces, sólo puede utilizarse el monto disponible restante de $24,444.

Tabla 13.3 SMARC y depreciación SDD para B = $400,000 y n = 3 años

	SMARC			SDD	
Año	Tasa	Depreciación	Valar en libros	Depreciación	Valor en libros
0		$ 0	$400,000		$400,000
1	0.3333	133,320	266,680	$266,667	$33,333
2	0.4445	177,800	88,880	88,889	44,444
3	0.1481	59,240	29,640	24,444	20,000
4	0.0741	29,640	0		

(ca) Los valores de depreciación acumulada total de 2 años de la tabla 13.3 son:

SMARC: $D_1 + D_2$ = \$133,320 + 177,800 = \$311,120

SDD: $D_1 + D_2$ = *\$266,667 + 88,889 = \$355,556*

La depreciación SDD es más alta. Recuerde que Consumer 1st en Estados Unidos no tiene posibilidad de escoger el modelo SDD como aquí se aplica. Tiene que utilizar SMARC.

(b) Después de 2 años, el valor en libros de SDD en \$44,444 es el 50% del valor en libros de SMARC de \$88,880. Al final de la recuperación, que es de 4 años para SMARC (debido a la convención de mitad de año incorporada) y 3 años para SDD, el valor SMARC es VL_4 = 0 y el valor SDD es VL_3 = \$20,000. Tal hecho ocurre porque la depreciación SMARC siempre deduce todo el valor *B*, independientemente del valor de salvamento estimado.

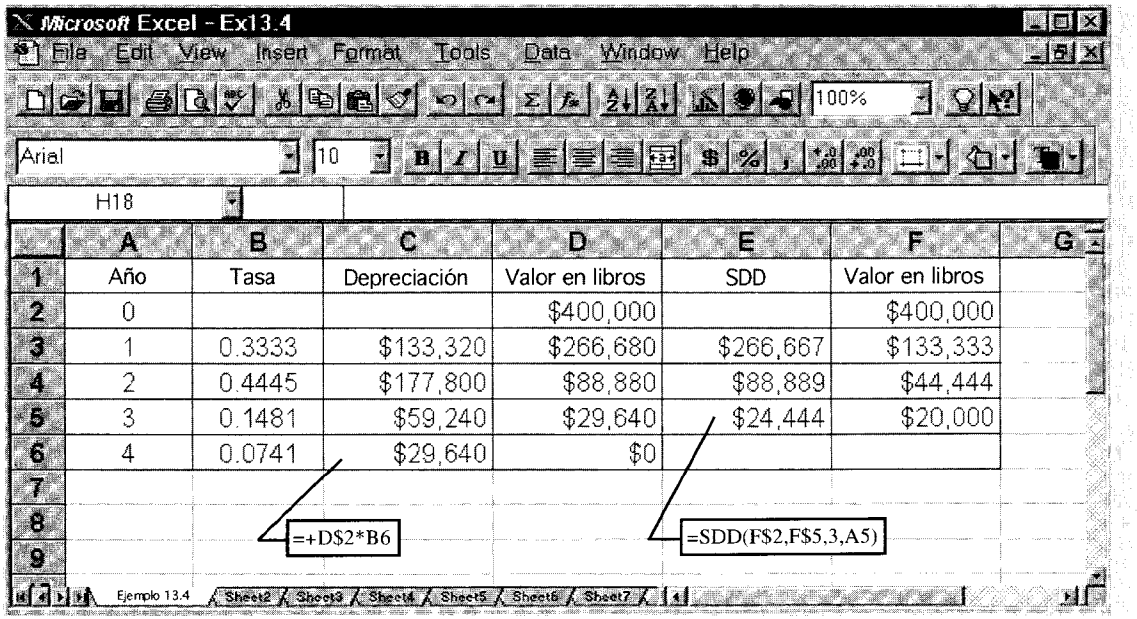
Ejemplo 13.4

(Hoja de cálculo)

Desarrolle la solución para el ejemplo 13.4 utilizando un sistema de hoja de cálculo.

Solución

La figura 13.3 presenta la solución utilizando la función SDD en una hoja de cálculo. Algunos comentarios alrededor de la hoja de calculo explican las funciones utilizadas **para** desarrollar los programas SMARC y SDD.



	A	B	C	D	E	F
1	Año	Tasa	Depreciación	Valor en libros	SDD	Valor en libros
2	0			\$400,000		\$400,000
3	1	0.3333	\$133,320	\$266,680	\$266,667	\$133,333
4	2	0.4445	\$177,800	\$88,880	\$88,889	\$44,444
5	3	0.1481	\$59,240	\$29,640	\$24,444	\$20,000
6	4	0.0741	\$29,640	\$0		

Figura 13.3 Hoja de cálculo utilizando valores calculados para SMARC y un modelo incorporado para SDD, ejemplo 13.4 (Hoja de cálculo).

Observe que el valor SDD para D_3 es correcto en $24,444 en la celda ES. La función de la hoja de cálculo se verifica automáticamente para asegurar que el valor en libros no descienda por debajo del VS estimado de $20,000. Las hojas de cálculo son excelentes para programas de depreciación, en especial cuando la función está incorporada. No todos los sistemas de hoja de cálculo tienen SMARC.

Las soluciones al problema utilizando la figura 13.3 se calculan en forma idéntica a aquéllas del ejemplo 13.4.

(a) Los valores de depreciación total a 2 años son:

SMARC, sume celdas C3 + C4: $133,320 + 177,800 = $311,120

SDD, sume celdas E3 + E4: ***$256,667 + 88,889 = $355,556***

La depreciación SDD es más grande.

(b) Los valores en libros después de 2 años son:

SMARC, celda D4: $88,880

SDD, celda F4: $44,444

Los valores en libros al final de los periodos de recuperación están en las celdas D6 y F5.

Comentario

Si usted mismo no ha desarrollado las hojas de cálculo, éste es un excelente momento para hacerlo. Puede que desee establecer una *hoja de cálculo* de *cobertura* para usarla con problemas de depreciación en éste y en los próximos capítulos.

SMARC, y su predecesor SARC, han simplificado los cálculos de depreciación considerablemente, pero también han reducido gran parte de la flexibilidad en la selección de modelos. Puesto que las alteraciones a los métodos actuales de recuperación son inevitables en Estados Unidos, los métodos actuales de cálculo de depreciación relacionada con impuestos pueden ser diferentes en el momento en que se estudie este material. Dado que todos los análisis económicos utilizan las estimaciones futuras, en muchos casos éstos pueden realizarse de manera más rápida y, con frecuencia, en forma casi igualmente precisa, utilizando el modelo clásico en línea recta descrito en la sección 13.2.

Otro modelo de depreciación acelerada clásico, la suma de los dígitos del número de años, de muy rara utilización actual, se resume en el apéndice *A* de este capítulo.

Problemas 13.15 a 13.19

13.5 DETERMINACIÓN DEL PERIODO DE RECUPERACIÓN DEL SMARC

La vida útil esperada de una propiedad es estimada en años y se utiliza como el valor n en los cálculos de depreciación. Puesto que la depreciación es una cantidad deducible de impuestos, la mayoría de las corporaciones grandes e individuos desean minimizar el valor n. La ventaja de un periodo de recuperación más corto que la vida anticipada útil se capitaliza

mediante el uso de modelos de depreciación acelerada que cancelan más del costo inicial (o base B) en los años iniciales. Existen tablas publicadas por las agencias gubernamentales que ayudan a determinar la vida y el periodo de recuperación.

El gobierno de EE.UU. exige que toda la propiedad depreciable sea catalogada dentro de una *clase de propiedad* que identifica el periodo de recuperación permitido por su SMARC. La tabla 13.4 da un ejemplo de los activos y de los valores n SMARC. Prácticamente, toda la propiedad considerada en un análisis económico tiene un valor de n, presentado en la tabla 13.2 donde se detallan las tasas SMARC.

La tabla 13.4 proporciona dos valores n SMARC para cada propiedad. El primero es el valor del *sistema de depreciación general (SDG)* que se utilizará frecuentemente en los ejemplos y problemas de este libro. Las tasas de depreciación empleadas en la sección 13.4 corresponden a los valores n para la columna SDG y ofrecen la cancelación más rápida permitida, puesto que las tasas utilizan el método SD del 200% (es decir SDD) o el modelo SD del 150% con un cambio a la depreciación LR. Obsérvese que bajo SDG a cualquier

Tabla 13.4 Ejemplo de periodos de recuperación SMARC para diversas descripciones de propiedad

	SMARC Valor n, años	
Ejemplos (Propiedad real y personal)	**SDG**	**Rango GDA**
Mecanismos especiales para manufactura y manejo, tractores, caballos de carreras	3	3-5
Computadores y accesorios, equipo de duplicación, automóviles, camiones, buses, contenedores de carga, algún equipo de manufactura	5	6-9.5
Muebles de oficina; algún equipo de manufactura; vagones de ferrocarril, motores, rieles; maquinaria agrícola; equipo para el petróleo y el gas natural; *toda la propiedad no contenida en otra clase*	7	10-15
Equipo para transporte de agua, refinación de petróleo, procesamiento de producto de @cultura, manufactura de bienes durables, construcción de barcos	10	15-19
Mejoramiento de tierra, muelles, carreteras, drenajes, puentes, jardinería, tuberías, equipos de producción de potencia nuclear, distribución de teléfonos	15	20-24
Alcantarillados municipales, construcciones agrícolas, cambio de líneas telefónicas, equipo de producción de energía (vapore hidráulico), servicios de agua	20	25-50
Propiedad residencial para arrendar (casa, vivienda móvil)	27.5	40
Propiedad no residencial adherida a la tierra, pero no la tierra en sí	39	40

activo no identificable con una clase dada se le asigna automáticamente un periodo de recuperación de 7 años.

La columna de extrema derecha de la tabla 13.4 enumera los valores n del rango del periodo de recuperación del *sistema de depreciación alternativa (SDA)*. Este método alternativo permite el *uso* de la *depreciación LR durante un periodo de recuperación más largo* que el SDG. La convención de mitad de año se aplica y en los cálculos LR se ignora cualquier valor de salvamento como sucede en el SMARC regular. En general, el uso de SDA, es una opción que tienen las compañías, aunque se requiere en algunas situaciones de activos especiales. Dado que requiere más tiempo depreciar el activo, y puesto que se requiere el modelo LR (eliminando así la ventaja de la depreciación acelerada), por lo común, el SDA no se incluye en los análisis económicos. Sin embargo, esta opción LR elegible es preferida algunas veces por empresarios jóvenes que no necesitan el beneficio tributario de la depreciación acelerada durante los primeros años de operación y de propiedad de los activos de capital. De seleccionarse SDA, existen tablas de tasas d_t impresas y disponibles.

Problemas 13.20 a 13.23

13.6 CAMBIO ENTRE MODELOS DE DEPRECIACIÓN

El cambio entre modelos de depreciación puede ayudar a la reducción acelerada del valor en libros. Asimismo puede maximizar el valor presente de la depreciación acumulada y total durante el periodo de recuperación. Por consiguiente, en general, incrementa la ventaja tributaria en años en los cuales la depreciación es más grande. (El enfoque que se desarrollará ahora es parte inherente del sistema SMARC del gobierno de EE.UU.)

El cambio de un modelo SD al método LR es el más común porque generalmente ofrece una ventaja real, en especial si el modelo SD es el SDD. Las reglas generales de cambio se resumen aquí.

1. El cambio se recomienda cuando la depreciación para el año t mediante el modelo utilizado actualmente es menor que aquella para un modelo nuevo. La depreciación seleccionada D_t es el monto más grande.
2. Independientemente de los modelos de depreciación utilizados, el valor en libros nunca puede descender por debajo del valor de salvamento estimado. Se supone el VS estimado = 0 en todos los casos; el cambio dentro de SMARC siempre emplea un VS estimado de cero.
3. La cuantía no depreciada, es decir VL_t, se utiliza como la nueva base ajustada para seleccionar la D_t más grande para la próxima decisión de cambio.
4. Al cambiar de un modelo SD se emplea el valor de salvamento estimado, no el valor de salvamento SD implicado, al calcular la depreciación para el nuevo método.
5. Durante el periodo de recuperación solamente puede tener lugar un cambio.

En todas las situaciones, el criterio *es maximizar el valorpresente de la depreciación total,* VP,. La mejor estrategia es la combinación de los modelos de depreciación que producen el valor presente más grande.

$$\text{VP,} = \sum_{t=1}^{t=n} D_t(P/F,i,t) \qquad [13.15]$$

Esta lógica minimiza la obligación tributaria en la parte inicial del periodo de recuperación de un activo. (Las secciones 14.5 y 14.6 incluyen más análisis sobre los efectos impositivos de la depreciación).

Prácticamente, todos los cambios ocurren a partir de un modelo de cancelación rápida del modelo LR. El cambio más ventajoso es el de SDD a LR, el cual es predeciblemente ventajoso si el valor de salvamento implicado calculado mediante la ecuación [13. 10] excede el valor de salvamento estimado en el momento de la compra; es decir, se debe cambiar si:

$$\text{BV}_n = B(1 - d)^n > \text{VS estimado} \qquad [13.16]$$

Puesto que se supone que el VS real será cero y que BV_n *será mayor que cero,* el cambio a LR es ventajoso. Dependiendo de los valores de d y n, el cambio puede ser mejor en los últimos años o en el último año del periodo de recuperación, lo cual deduce el monto VS implicado inherente al modelo SDD.

El procedimiento para cambiar de la depreciación SDD a LR es:

1. Para cada año t, se deben calcular los dos cargos de depreciación:

   Para SDD: $$D_{\text{SDD}} = (d)\,\text{BV}_{t-1} \qquad [13.17]$$

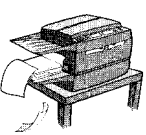
   Para LR: $$D_{\text{LR}} = \frac{\text{BV}_{t-1}}{n - t + 1} \qquad [13.18]$$

2. Se debe seleccionar el valor de depreciación más grande de manera que la depreciación para cada año $t = 1, 2, \ldots, n$ *es:*

$$D_t = \max[D_{\text{SDD}}, D_{\text{LR}}] \qquad [13.19]$$

3. Se debe calcular el valor presente de la depreciación total, VP, utilizando la ecuación [13.15].

Es aceptable, aunque en general no es financieramente ventajoso, afirmar que un cambio tendrá lugar en un año particular, por ejemplo, dictaminar un cambio de SDD a LR en el año 7 de un periodo de recuperación de 10 años. Si bien es habitual que este enfoque no se utilice, la técnica de cambio funcionará correctamente para cualquier modelo de depreciación involucrado con el cambio en cualquier año $t < n$.



Ejemplo 13.5

M-E CyberSpace, Inc., ha comprado una copiadora de imágenes de documentos en línea controlado por computador, por $100,000, con una vida útil estimada de 8 años, Calcule la recuperación de capital anual y compare el valor presente de ía depreciación total por *(a)* el método en línea recta, *(b)* el método SDD, y fc) el cambio de SDD a LR. Utilice una tasa de mercado de i = 15% anual.

Solución

Se utiliza la columna SDG en la tabla 13.4, que indica que el periodo de recuperación es de 5 años. (*Nota:* Si los periodos de recuperación SMARC no se imponen, este ejemplo debe utilizar un periodo de recuperación de 8 años).

(a) Para $B = \$100{,}000$, VS = 0 y $n = 5$, se utiliza la ecuación [13.11 para determinar la depreciación anual LR.

$$D_t = \frac{100{,}000 - 0}{5} = \$20{,}000$$

Comoquiera que D_t es la misma para todos los años $t = 1, 2, \ldots 5$, el factor *P/A* remplaza *P/F* en la ecuación [13.15] para calcular VP_D:

$$VP_D = 20{,}000(P/A,15\%,5) = 20{,}000(3.3522) = \$67{,}044$$

(b) Para el SDD, $d = 215 = 0.40$. La ecuación [13.6] o [13.7] genera los resultados de la tabla 13.5. El valor $VP_D = \$69{,}915$ excede el valor de \$67,044 para la depreciación anterior LR. Como es predecible, el modelo SDD maximíza VP_D para la inversión de \$100,000.

Tabla 13.5 Modelo SDD de depreciación y cálculos de valor presente para el ejemplo 13.5*b*; $B = \$100{,}000$, $n = 5$ y $d = 0.40$

Año, t	D_t	VP_D	$(P/F,15\%,t)$	Valor presente de D_t
0		\$100,000		
1	\$40,000	60,000	0.8696	\$34,784
2	24,000	36,000	0.7561	18,146
3	14,400	21,600	0.6575	9,468
4	8,640	12,960	0.5718	4,940
5	5,184	7,776	0.4972	2,577
	\$92,224			\$69,915 -- VP_D

(c) Utilice el procedimiento de cambio de SDD a LR.

1. Los valores SDD para D_t en la tabla 13.5 se repiten en la tabla 13.6 para ser comparados con los valores de D_{LR} de la ecuación [13.181. Los valores D_{LR} cambian cada año puesto que la base ajustada BV_{t-1} es diferente. Solamente en el año $t = 1$, $D_{LR} = \$20{,}000$, el mismo calculado en la parte (*a*). Para ilustración, calcule un valor D_{LR} para los años 2 y 4. Para $t = 2$, $BV_1 = \$60{,}000$ mediante el método SDD y:

$$D_{LR} = \frac{60{,}000 - 0}{5 - 2 + 1} = \$15{,}000$$

Para $t = 4$, $BV_3 = \$21{,}600$ mediante el método SDD y:

$$D_{LR} = \frac{21{,}600 - 0}{5 - 4 + 1} = \$10{,}800$$

Tabla 13.6 Depreciación y valor presente que permite el cambio de SDD a LR. Ejemplo 13.5c

Año, t	Modelo SDD D_{SDD}	Modelo SDD VL_t	LR depr., D_{LR}	D_t seleccionada	Factor P/F para t	Valor presente de D_t
0	—	$100,000				
1	$40,000	60,000	$20,000	$40,000	0.8696	$34,784
2	24,000	36,000	15,000	24,000	0.7561	18,146
3	14,400	21,600	12,000	14,400	0.6575	9,468
4	8,640	12,960	10,800	10,800*	0.5718	6,175
5	5,184	7,776	12,960	10,800	0.4972	5,370
	$92,224			$10,000		VP_D = $73,943

* Indica cambio de depreciación de SDD a LR

2. La columna 'D_t seleccionada' que aparece en la tabla 13.6 incluye un cambio a depreciación LR en el año 4 con $D_4 = D_5 = \$10,800$. $D_{LR} = \$12,960$ en el año 5 se aplicaría solamente si el cambio ocurriera en el año 5.

   La depreciación total con cambio es $100,000 comparada con la cantidad SDD de $92,224. El valor en libros graficado con y sin cambio se presenta en la figura 13.4.

3. Con el cambio, $VP_D = \$73,943$, el cual es un incremento en el valor presente. de depreciación tanto sobre el modelo LR como sobre el modelo SDD.

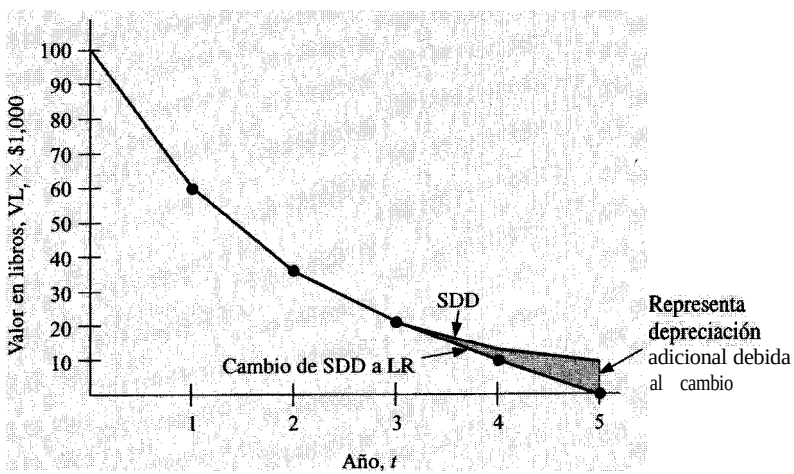


Figura 13.4 Comparación de valores en libros para SDD y el cambio de SDD a LR en el año 4, ejemplo 13.5.

En SMARC, los periodos de recuperación de 3, 5, 7 y 10 años incluyen SDD con cambio de convención de mitad de año a LR. Cuando tiene lugar el cambio a LR, lo cual sucede generalmente al final de los años 1 a 3 del periodo de recuperación, cualquier base restante se carga en el año $n + 1$ de manera que el valor en libros llegue a cero. Es usual que el 50% del monto LR aplicable permanezca después de haber ocurrido el cambio. Para los periodos de recuperación de 15 y 20 años se aplica el 150% SD con la convención de mitad de año y el cambio a LR.

El valor presente de la depreciación VP, se calcula utilizando la ecuación [13.151. Éste siempre indicará cuál modelo es el más ventajoso. Recuerde, sin embargo, que actualmente en Estados Unidos sólo las tasas SMARC (tabla 13.2) para periodos de recuperación del sistema de depreciación general utilizan el cambio SDD a LR. Las tasas SMARC alternativas para el sistema de depreciación alternativa tienen periodos de recuperación más largos e imponen el modelo LR para todo el periodo de recuperación, es decir, no ocurre cambio alguno.

Ejemplo 13.6

En el ejemplo 13.5*c*, el modelo de cambio de SDD a LR fue aplicado a un activo de $100,000 produciendo VP_D = $73,943 para i = 15%. Utilice SMARC para depreciar el mismo activo utilizando un periodo de recuperación de 5 años y compare los valores VP_D.

Solución

La tabla 13.7 resume los cálculos de depreciación (utilizando tasas de la tabla 13.2), el valor en libros y el valor presente de la depreciación. Los valores VP_D para los cuatro modelos diferentes son:

Cambio de SDD a LR	$73,943
Saldo doblemente decreciente	$69,916

Tabla 13.7 Depreciación y valor en libros que utilizan SMARC, ejemplo 13.6

t	d_t	D_t	VL_t
0	—	—	$100,000
1	0.20	$20,000	80,000
2	0.32	32,000	48,000
3	0.192	19,200	28,800
4	0.1152	11,520	17,280
5	1.1152	11,520	5,760
6	0.0576	5,760	0
	1.000	$100,000	

$$VP_D = \sum_{t=1}^{t=6} D_t(P/F,15\%,t) = \$69,016$$

SMARC	**$69,016**
Línea recta	$67,044

Con base en el valor más bajo de VP_D para SMARC comparado con SDD y el cambio SDD a LR, SMARC proporciona una cancelación ligeramente menos acelerada. En parte, este hecho se debe a que la convención de mitad de año no permite el 50% de la depreciación SDD del primer año (lo cual asciende al 20% del costo inicial) comparado con otros modelos basados en SD. También, el periodo de recuperación se amplía al año 6 para SMARC, reduciendo así el VP_D aún más.

Problemas 13.24 a 13.33

13.7 DETERMINACIÓN DE LAS TASAS SMARC (sección opcional)

Las tasas de depreciación para SMARC incorporan, en alguna forma, el modelo de cambio de SD a LR para todos los periodos de recuperación SDG de 3 a 20 años. Durante el primer año, se han realizado algunos ajustes para calcular la tasa SMARC. Los ajustes varían y, generalmente, no se consideran en detalle en los análisis económicos. La convención de mitad de año siempre se impone y cualquier valor en libros restante en el año n se deduce en el año $n + 1$. Se supone el valor VS = 0 para todos los programas SMARC.

Dado que se utilizan diferentes porcentajes SD para los diferentes valores de n, puede recurrirse al siguiente resumen para determinar los valores D_t y VL_t. Para identificar la depreciación SD y LR, respectivamente, se utilizan los símbolos D_{SD} y D_{LR}.

Para $n = 3, 5, 7$ y 10 se debe utilizar la depreciación SDD con el cambio de la convención de medio año a la depreciación LR en el año t cuando $D_{LR} \geq D_{SD}$. Utilice las reglas de cambio de la sección 13.6 y agregue medio año a la vida al calcular D_{LR} a la cuenta para la convención de mitad de año. Las tasas de depreciación anuales son:

$$d_t = \begin{cases} \dfrac{1}{n} & t = 1 \\ \dfrac{2}{n} & t = 2, 3, \ldots \end{cases} \qquad [13.20]$$

Los valores de depreciación anuales para cada año t aplicados a la base ajustada se calculan, así:

$$S_{SD} = (d_t)VL_{t-1} \qquad [13.21]$$

$$D_{LR} = \frac{VL_{t-1}}{n - t + 1.5} \qquad [13.22]$$

Cuando se realiza el cambio a una depreciación LR -generalmente, en los últimos 1 a 3 años del periodo de recuperación- cualquier valor en libros restante se retira en el año

$n + 1$. De ordinario, éste es el 50% del monto LR aplicable después de haber ocurrido el cambio.

Para n = 15 y 20 Utilice el 150% SD con la convención de mitad de año y el cambio a LR cuando $D_{LR} \geq D_{SD}$. Mientras la depreciación LR sea más ventajosa, la depreciación SD se calcula en la forma usual, es decir $D_{SD} = (d_t)VL_{t-1}$ donde:

$$d_t = \begin{cases} \dfrac{0.75}{n} & t = 1 \\ \dfrac{1.50}{n} & t = 2, 3, \ldots \end{cases} \qquad [13.23]$$

Ejemplo 13.7

Se ha comprado una máquina de tejer para un material que imita la gamuza con un periodo de recuperación SMARC a 5 años, por $10,000. *(a)* Utilice las cuantías SMARC (es decir, no utilice la tabla 13.2) para obtener la depreciación anual y el valar en libros. *(b)* Determine las tasas de depreciación anual resultantes y compárelas con las tasas SMARC presentadas en la tabla 13.2 para $n = 5$. (c) Calcule el valor presente de la depreciación para i = 15% anual.

Solución

(a) Con $n = 5$ y la convención de mitad de año, utilice el procedimiento de cambio de SDD a LR. Las ecuaciones [13.20] a [13.22] se aplican junto con el procedimiento de cambio de la sección 13.6 para obtener los resultados de la tabla 13.8.

El cambio a la depreciación LR, que ocurre en el año 4 cuando ambos valores de depreciación son iguales, se indica utilizando las ecuaciones [13.211 y [13.22] para $t = 4$.

$$S_{SD} = 0.4(2880) = \$1157.$$

$$D_{LR} = \frac{2880}{5 - 4 + 1.5} = 1152$$

La depreciación de $576 en el año 6 es el resultado de la convención de mitad de año. La cuantía VL_5 = $576 se deduce coma la mitad **de** la cuantía LR, es decir, $D_6 = 0.5(1152) = \$576$. La cuantía SD para $t = 5$, D_{SD} = $691.20 se muestra solamente can ñnes de ilustración, ya que no necesita calcularse puesto que los valores LR siempre excederán los valores SD una vez se realice el cambio.

(b) Las tasas reales se calculan dividiendo los valores de la columna D_t seleccionados por el costo inicial de $10,000. Las tasas son:

t	1	2	3	4	5	6
d_t	0.20	0.32	0.192	0.1152	0.1152	0.0576

Tabla 13.8 Depreciación utlizando tasas SMARC calculadas para $n = 5$ y $B = \$10{,}000$

Años, t	SDD D_t	SDD D_{SD}	Dep. LR D_{LR}	D_t seleccionado	VL_t
0	—				$10,000
1	0.2	$2,000.00	$1,818.18	$2,000	8,000
2	0.4	3,200.00	1,777.78	3,200	4,800
3	0.4	1,920.00	1,371.43	1,920	2,880
4	0.4	1,152.00	1,152.00	1,152	1,728
5	0.4	691.00	1,152.00	1,152	576
6	—	—	576.00	576	0
				$10,000	

Son exactamente los mismos valores presentados en la tabla 13.2 para SMARC para un periodo de 5 años.

(c) La ecuación [13.15] y los valores D_t seleccionados en la tabla 13.8 son usados para calcular

$$VP_D = \sum_{t=1}^{t=6} D_t(P/F,15\%,t) = \$6901.61$$

Es más fácil utilizar las tasas presentadas en la tabla 13.2 para calcular la depreciación SMARC anual mediante la ecuación [13.121, $D_t = d_t B$, que determinar cada tasa SMARC empleando la lógica'anterior de cambio. Pero, la lógica que subyace a las tasas SMARC se describe aquí para aquellos interesados. Las tasas SMARC anuales pueden obtenerse utilizando la tasa unifome aplicable, d, para el método SD. Los subíndices SD y LR se han insertado junto con el año t. Para el primer año $t = 1$,

$$d_{SD,1} = \frac{1}{n} \qquad [13.24]$$

Para fines de sumatoria solamente, se introduce el subíndice i ($i = 1, 2,..., t$) en d. Entonces, las tasas de depreciación para los años $t = 2, 3, \ldots n$ son:

$$d_{SD,t} = d\left(1 - \sum_{i=1}^{i=t-1} d_i\right) \qquad [13.25]$$

$$d_{LR,t} = \frac{\left(1 - \sum_{i=1}^{i=t-1} d_i\right)}{n - t + 1.5} \qquad [13.26]$$

También, para el año $n + 1$, la tasa SMARC es la mitad de la tasa LR del año anterior n.

$$d_{LR,n+1} = \frac{1}{2(d_{LR,n})} \qquad [13.27]$$

Los resultados de las ecuaciones [13.25] y [13.261 se comparan cada año para determinar cuál es mayor y cuándo debe ocurrir el cambio a la depreciación LR. Las tasas SMARC en la tabla 13.2 son los valores d_t resultantes.

Ejemplo 13.8

Verifique las tasas SMARC en la tabla 13.2 para un periodo de recuperación de 3 años. Las tasas de depreciación en porcentaje son 33.33, 44.45, 14.81 y 7.41 para los años 1, 2, 3 y 4, respectivamente.

Solución

La tasa uniforme para SDD con $n = 3$ es $d = 2/3 = 0.6667$. Utilizando la convención de mitad de año en el año 1 y las ecuaciones [13.24] a [13.27], los resultados son:

d_1: $$d_{SD,1} = 0.5d = 0.5(0.6667) = 0.3333$$

d_2: La tasa de depreciación acumulada es 0.3333.

$$d_{SD,2} = 0.6667(1 - 0.3333) = 0.4445 \qquad \text{(mayor valor)}$$

$$d_{LR,2} = \frac{1 - 0.3333}{3 - 2 + 1.5} = 0.2267$$

d_3: La tasa de depreciación acumulada es 0.3333 + 0.4445 = 0.7778.

$$d_{SD,3} = 0.6667(1 - 0.7778) = 0.1481$$

$$d_{LR,3} = \frac{1 - 0.7778}{3 - 3 + 1.5} = 0.1481$$

Ambos valores d_3 son los mismos; cambie a la depreciación en línea recta.

d_4: La tasa es 50% de la última tasa LR.

$$d_4 = 0.5(d_{LR,3}) = 0.5(0.1481) = 0.0741$$

Las tasas derivadas son 0.3333, 0.4445, 0.1481 y 0.0741, que son las mismas que aquellas presentadas en la tabla 13.2.

Comentario

Las tasas SDD y LR para el año 3 son iguales porque 0.5 de un año se agrega al denominador para $d_{LR,3}$ igualando los multiplicadores para ambos métodos.

Problemas 13.34 a 13.37

13.8 DEDUCCIÓN DE GASTO DE CAPITAL (SECCIÓN 179)

Muchas excepciones, concesiones y detalles se presentan en la contabilidad de depreciación y en la ley de recuperación de capital. A forma de ilustración, se describe aquí una de ellas,

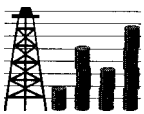
de uso común en las pequeñas empresas de EE.UU. Esta concesión está diseñada como un incentivo para la inversión en capital directamente utilizado en los negocios o en el comercio. La concesión se denomina históricamente la deducción de *Za Sección* 179, en razón de la sección del código del gobierno [Internal Revenue Service (IRS)] que la define.

En lugar de depreciar toda la base de una inversión de capital, es aceptable gastar hasta $18,500 del costo inicial durante el primer año de servicio, siempre y cuando el costo inicial (base no ajustada) se reduzca por la cuantía gastada antes del cálculo del programa de depreciación. La cuantía restante se deprecia durante el periodo de recuperación regular. (La cuantía de $18,500 cambia con el tiempo. Por ejemplo, fue de $10,000 hasta mediados de la década de 1990 y de $17,500 durante 1996. Los límites aprobados son $18,000 en 1997; $18,500 en 1998; $19,000 en 1999; $20,000 en 2000; $24,000 en 200 1; y $25,000 en 2003).

La deducción tiene más limitaciones. Cualquier cantidad invertida por encima de $200,000 reduce el límite de gasto actual dólar por dólar. Por tanto, cualquier inversión por encima de $218,500 eliminó completamente la concesión de la deducción de la Sección 179 en 1998. Como ejemplo, si un activo de propiedad de recuperación a 3 años que cuesta $50,000 tiene una concesión por deducción 179 de $18,500 en el año 1, la depreciación SMARC durante el primer año será 0.3333(50,000 – 18,500) = $10,499. En consecuencia, se deprecian $10,499 en el año 1 y se gastan $18,500 mediante la Sección 179 en el año 1. Los $21,001 restantes se recuperan en los años 2, 3 y 4.

Por supuesto, una corporación puede reclamar solamente una cuantía de gasto de la Sección 179 cada año, de manera que el impacto global de la concesión es muy limitada, en especial entre las corporaciones grandes. En general, los estudios de ingeniería económica que involucran grandes inversiones de capital no la tienen en cuenta.

Ejemplo 13.9



El costo de un equipo para un campo petrolero comprado bajo las reglas de depreciación de 7 años SMARC asciende a $205,000. Calcule la depreciación total del primer año y la concesión por la Sección 179, y la depreciación SMARC permitida para el año 2. ¿Ayudó la deducción de la Sección 179 al propietario del equipo?

Solución

La deducción máxima de la Sección 179 se ha reducido en $5000 puesto que la inversión excede el ‘límite de $200,000 en $5000. Utilizando un límite de la Sección 179 de $18,500, las tasas SMARC a 7 años en la tabla 13.2 se aplican a la base restante de $19 1,500 como se calcula aquí.

Concesión de gasto de la Sección 179: $18,500 – 5000 = $13,500

Cuantía total a depreciar: $205,000 – 13,500 = $191,500

SMARC, año 1: 0.1429(191,500) = $27,365

El total es $13,500 (Sección 179) más $27,365 (SMARC), o $40,865.

SMARC, año 2: 0.2449(191,500) = $40,898

Si la Sección 179 no se hubiera utilizado, la depreciación de SMARC habría sido $29,294 y $50,204, para un total de $79,498 durante 2 años. Con la deducción de la Sección 179, se ha eliminado un total de $87,763 ó 10.4% más, de los libros, durante 2 años. La deducción de la Sección 179 sí ayudo.

Problemas 13.38 y 13.39

13.9 MÉTODOS DE AGOTAMIENTO

Hasta este punto, se ha calculado la depreciación para un activo que tiene un valor que puede ser recuperado mediante su reposición. El agotamiento, aunque similar a la depreciación, es aplicable solamente a los recursos naturales. Cuando se extraen los recursos, éstos no pueden ser remplazados o vueltos a comprar en la misma forma que puede serlo una máquina, un computador o una estructura. Por consiguiente, el agotamiento es aplicable a depósitos naturales extraídos de minas, pozos, canteras, depósitos geotérmicos, bosques y similares. Hay dos métodos de agotamiento: el *agotamiento por costos y* el *agotamiento porcentual.*

El *agotamiento por costos,* al cual se hace referencia algunas veces como agotamiento de factor, se basa en el nivel de actividad o uso, no en el tiempo, como en la depreciación. Éste puede aplicarse a la mayoría de los recursos naturales. El factor de agotamiento por costos para el año t, p_t, es la razón del costo inicial de la propiedad con respecto al número estimado de unidades recuperables.

$$p_t = \frac{\text{inversión inicial}}{\text{capacidad de recursos}} \qquad [13.28]$$

El cargo por agotamiento anual es p, veces el uso del año o el volumen de actividad. *El agotamiento basado en el costo acumulado no puede exceder el costo inicial total del recurso.* Si se estima nuevamente la capacidad de la propiedad en algún año futuro, se calcula un nuevo factor de agotamiento de costos con base en la cantidad no agotada y la nueva estimación de capacidad.

Ejemplo 13.10

Miller Lumber Co. ha negociado los derechos para cortar madera en una extensión de bosques de propiedad privada por $350,000. Se estima que pueden obtenerse 175 millones de pies de tabla de madera.

(a) Determine la cuantía del agotamiento durante los 2 años iniciales si se cortan 15 y 22 millones de pies de tabla de madera.

(b) Si después de 2 años, los pies de tabla recuperables totales son restimados en 225 millones desde el tiempo $t = 0$, calcule el nuevo factor de agotamiento de costos durante el año 3 y posteriores.

Solución

(a) Utilice la ecuación [13.28] para calcular p_t en dólares por millón de pies de tabla para $t = 1, 2, \ldots$

$$P_t = \frac{\$350{,}000}{175} = \$2000 \text{ por millón de pies de tabla}$$

Multiplique la tasa p_t por la cosecha anual para obtener el agotamiento de $30,000 en el año 1 y de $44,000 en el año 2. Continúe utilizando p_t hasta haber agotado un total de $350,000.

(b) Después de 2 años, se ha agotado un total de $74,000. Un nuevo valor p_t debe estar basado en la inversión restante no agotada de $350,000 – 74,000 = $276,000. Además, con la nueva estimación de 225 millones de pies de tabla, queda un total de 225 – 15 – 22 = 188 millones de pies de tabla. Para los años $t = 3, 4, \ldots$, el factor de agotamiento de costos es ahora:

$$p_t = \frac{\$276{,}000}{188} = \$1468 \text{ por cada millón de pies de tabla}$$

El *agotamiento porcentual,* el segundo método de agotamiento, es una consideración especial dada para recursos naturales. Cada año puede agotarse un porcentaje constante dado del ingreso bruto del recurso siempre que éste no exceda el 50% del ingreso gravable de la compañía. Entonces, anualmente la cantidad agotada se calcula como:

$$\text{Porcentaje de la cantidad agotada} = \text{porcentaje} \times \text{ingreso bruto de la propiedad} \qquad [13.29]$$

Utilizando el agotamiento porcentual, los cargos totales por agotamiento pueden exceder el costo incial sin límite. Generalmente, el gobierno de EE.UU. no permite que el agotamiento porcentual se aplique a pozos de petróleo y de gas (excepto los pequeños productores independientes) ni a la madera.

La cuantía del agotamiento cada año puede determinarse utilizando bien sea el método de costo o el método de porcentaje, como lo permite la ley. Por lo común, la cuantía del agotamiento porcentual se prefiere debido a la posibilidad de cancelar más del costo original de la inversión. Sin embargo, la ley también exige que se prefiera la cuantía de agotamiento por costos si el agotamiento porcentual es menor en cualquier año. De esta manera, se deben calcular ambos montos de agotamiento; el agotamiento por costos ($ agotamiento) y el agotamiento porcentual (% agotamiento) y aplicar la siguiente lógica cada año.

$$\text{Agotamiento anual} = \begin{cases} \%\text{ agotamiento} & \text{si } \%\text{ agotamiento} \geq \$\text{ agotamiento} \\ \$\text{ agotamiento} & \text{si } \%\text{ agotamiento} < \$\text{ agotamiento} \end{cases} \qquad [13.30]$$

Los agotamientos porcentuales anuales para ciertos depósitos naturales se enumeran a continuación. Estos porcentajes se cambian de tiempo en tiempo cuando se reglamenta una nueva legislación sobre agotamiento.

Depósito	Porcentaje
Azufre, uranio, plomo, níquel, zinc y algunos otros metales y minerales	22
Oro, plata, cobre, mineral de hierro, depósitos geotérmicos	15
Pozos de petróleo y gas (casos especiales)	15
Carbón, lignito, cloruro de sodio	10
Gravilla, arena, turba, algunas piedras	5
La mayoría de otros minerales, minerales metálicos	14

Ejemplo 13.11

Una mina de oro comprada por $750,000 tiene un ingreso bruto anticipado de $1.1 millones anualmente durante los años 1 a 5 y $0.85 millones anuales después del año 5. Supongaque los cargos de agotamiento no exceden el 50% del impuesto gravable. Calcule las cantidades de agotamiento anual para la mina. ¿Cuánto tardará recuperar la inversión inicial?

Solución

Se aplica el 15% de agotamiento al oro. Las cantidades de agotamiento son

Años 1 a 5: 0.15 (1.1 millones) = $165,000

Años de allí en adelante: 0.15(0.85 millones) = $127,500

A esta tasa, se recuperará el costo de $750,000 aproximadamente en 4.5 años de operación.

$$\frac{\$1.1 \text{ millones}}{\$165{,}000} = 4.55 \text{ años}$$

Problemas 13.40 y 13.41

RESUMEN DEL CAPÍTULO

La mayor parte de este capítulo ha estado dedicada a desarrollar los conceptos y cálculos de los modelos de depreciación. La depreciación no resulta directamente en un flujo de efectivo real; es un método de libro mediante el cual se recupera la inversión de capital en propiedad tangible. La cuantía de la depreciación anual es deducible de impuestos, lo cual puede generar cambios reales del flujo de efectivo.

Se presentan aquí algunos puntos importantes sobre los modelos del método en línea recta, saldo decreciente y SMARC. En la tabla de fórmulas se resumen las relaciones comunes para cada modelo (tabla 13.9).

Tabla 13.9 Resumen de las relaciones comunes de modelos de depreciación

Modelo	SMARC	LR	SDD
Tasa de depreciación uniforme, d	No definido	$\frac{1}{n}$	$\frac{2}{n}$
Tasa anual, d,	Tabla 13.2	$\frac{1}{n}$	$d(1-d)^{t-1}$
Depreciación anual, D_t	$d_t B$	$\frac{B - VS}{n}$	$(d)VL_{t-1}$
Valor en libros, VL_t	$VL_{t-1} - D_t$	$B - tD_t$	$B(1-d)$

Línea recta (LR)

- Cancela la inversión de capital linealmente durante n años.
- Se considera siempre el valor de salvamento estimado.
- Este modelo de depreciación clásico no acelerado se utiliza para comparar la tasa de recuperación de capital con tasas de modelos acelerados.

Saldo decreciente (SD)

- El modelo acelera la depreciación en comparación con el modelo en línea recta.
- El valor en libros se reduce cada año por un porcentaje uniforme.
- La tasa más común es el doble de la tasa LR, denominada depreciación mediante saldo doblemente decreciente.
- Ésta tiene un VS implicado que puede ser menor que el VS estimado.

Sistema Modificado Acelerado de Recuperación de Costos (SMARC)

- Es el sistema de depreciación aprobado en Estados Unidos.
- Cambia automáticamente de SDD o SD a la depreciación LR.
- Siempre se deprecia hasta llegar a cero; es decir, supone que VS = 0.
- Los periodos de recuperación se especifican por clases de propiedad.
- Las tasas de depreciación se tabulan para uso general.
- El periodo de recuperación real es 1 año más largo debido a la convención impuesta de mitad de año.
- La depreciación en línea recta SMARC es una opción, pero los periodos de recuperación son más largos para SMARC regulares.

Las *reglas para el cambio* entre los modelos de depreciación *maximizan el VP de la depreciación total*, VP,. Se debe calcular el D_t cada año y cambiar (una vez) al modelo con

la depreciación más alta. Generalmente, el cambio de SDD a LR en los pocos últimos años de recuperación maximiza VP,. Las tasas SMARC incluyen el cambio de SDD o SD a LR para maximizar VP,, pero la convención de mitad de año reduce en alguna medida la cancelación acelerada.

Un negocio, en especial uno pequeño, puede incluir la *deducción del gasto de capital (Sección* 179) en su análisis económico. Aunque limitado por el dólar, cuando se utiliza en combinación con la depreciación, el costo inicial puede recuperarse más rápidamente.

Los modelos de *costo y de agotamiento porcentual* recuperan la inversión en recursos naturales. El factor costo-agotamiento anual se aplica a la cantidad extraída del recurso. Con el agotamiento por costos no puede recuperarse más de la inversión inicial. El agotamiento porcentual puede recuperar más que la inversión inicial.

PROBLEMAS

13.1 Contacte la oficina local del Interna1 Revenue Service de EE.UU. (o la oficina correspondiente de su país de residencia) y solicíteles una descripción o un documento o dirección de Internet que describa el sistema de depreciación autorizado actualmente para *(a)* contribuyentes de impuestos individuales o *(b)* negocios y corporaciones. Prepare un resumen de su comprensión de este sistema. Esté preparado para explicar el sistema a sus compañeros de clase, en la forma guiada por su instructor para este material.

13.2 Earth Harvest Nursery‘pagó $152,000 por un activo en 1990 y lo instaló a un costo de $3000. La vida esperada del activo fue de 10 años con un valor de salvamento del 10% del precio de compra original. El activo se vendió al final de 1998 por $43,000.

(a) Defina los valores requeridos para desarrollar un programa de depreciación anual en el momento de la compra.

(b) ¿Cuáles son los valores para la vida real, el valor de mercado en 1998 y el valor en libros en el momento de la venta si se ha deducido el 75% del costo inicial mediante un modelo de depreciación acelerada?

13.3 Una pieza de equipo de prueba de $100,000 fue instalada y depreciada durante 5 años. Cada año, el valor en libros de final de año se redujo a una tasa del 10% del valor en libros al principio del año. El sistema se vendió por $24,000 al final de los 5 años.

(a) Calcule la cuantía de depreciación anual.

(b) ¿Cuál es la tasa de depreciación real para cada año?

(c) Represente graficamente el valor en libros para cada uno de los 5 años.

(d) En el momento de la venta, ¿cuál es la diferencia entre el valor en libros y el valor de mercado?

13.4 Explique por qué el periodo de recuperación de un activo utilizado para fines de depreciación puede ser diferente del valor de vida esperada empleado al realizar un estudio de ingeniería económica.

13.5 La firma Smoother and Sons acaba de comprar una máquina por $325,000 con el cargo adicional de $25,000 por su instalación en un camión para movilidad. La vida esperada son 30 años con un valor de salvamento del 10% del precio de compra. Para la depreciación en línea recta clásica, determine el costo inicial, el valor de salvamento, las cantidades de depreciación anual y el valor en libros después de 20 años.

13.6 Una buseta comercial que cuesta $12,000 tiene una vida de 8 años con un valor de salvamento de $2000. *(a)* Calcule la cuantía de depreciación en línea recta y el valor en libros para cada año. ***(b)*** ¿Cuál es la tasa de depreciación? Explique el significado de esta tasa.

13.7 Una nueva terminal de computador para fines especiales tiene ***B = $50,000*** con un periodo de recuperación de 4 años. Utilice una hoja de cálculo computarizada para tabular (y representar gráficamente, si el instructor lo solicita) los valores para la depreciación LR, la depreciación acumulada y el valor en libros para cada año si *(a)* no hay valor de salvamento y ***(b)*** VS = $10,000.

13.8 Para el método de depreciación de saldo decreciente, explique las diferencias entre las tres tasas: la tasa porcentual uniforme ***d,*** d_{max}, y la tasa de recuperación anual d_t.

13.9 (a) Use un sistema de hoja de cálculo para trabajar el problema 13.6(a) utilizando el modelo SDD. Represente gráficamente el valor en libros para la depreciación LR y SDD en una sola gráfica. (La solución manual también funciona). ***(b)*** Calcule la tasa de depreciación anual SDD para todos los años 1 hasta el 8.

13.10 La construcción de un edificio cuesta $320,000. Éste tiene una vida de 30 años con un valor de ventas estimado del 25% del costo de construcción. Calcule y compare el cargo de depreciación anual durante 4, 18 y 25, años utilizando *(a)* la depreciación en línea recta y ***(b)*** la depreciación SDD.

13.11 Jeremy y Sheila tienen un negocio de levantamiento de texto para el cual han comprado un nuevo equipo de computador por $25,000. Ellos no creen que los computadores tengan un valor de salvamento o de canje positivo después de la vida esperada de 5 años. Para posible referencia en el futuro, desean las tablas de valores en libros para los diferentes modelos: LR, SD, 150% LR, 175% LR y SDD. La pareja considera que una tasa de depreciación uniforme justa es 25% anualmente para el modelo SD. Utilice su sistema de hoja de cálculo o cálculos manuales para desarrollar las tablas.

13.12 Un equipo de siembra de arboles comprado recientemente tiene un valor instalado de $82,000 con un valor de canje estimado de $10,000 dentro de 18 años. Calcule el cargo de depreciación anual para los años 2, 10 y 18 utilizando la depreciación SDD y la depreciación SD.

13.13 Para un equipo automatizado de control de procesos con B = \$175,000, n = 12, y un VS esperado = \$32,000 debe utilizarse la depreciación de saldo decreciente a una tasa de 1.5 veces la tasa en línea recta. *(a)* Calcule la depreciación y el valor en libros para los años 1 y 12. *(b)* Compare el valor de salvamento esperado y el valor en libros restante utilizando el modelo 150% SD.

13.14 Un sistema de impresión de escritorio electrónico, recientemente instalado tiene B = \$25,000, una vida útil de n = 10 años y no tiene valor de salvamento. En una sola gráfica, trace las curvas de valor en libros para las siguientes situaciones: depreciación en línea recta clásica durante la vida útil y depreciación SDD para n = 7 años.

13.15 Dé tres ejemplos específicos de propiedad personal y de propiedad real que deben ser depreciados mediante el método SMARC.

13.16 Claude es el contador de un cliente de negocios con un nuevo activo de propiedad personal de \$30,000 que debe ser depreciado utilizando SMARC durante 7 años. Si se espera que el valor de salvamento sea \$2000, compare los valores y gráficas de valor en libros para la depreciación SMARC y la depreciación clásica LR durante 7 años.

13.17 Un activo, comprado por \$20,000, tiene una vida útil de 10 años y un valor de reventa excelente, de manera que se estima un VS del 20% del costo inicial. El SMARC permite un periodo de recuperación abreviado de 5 años. Prepare el programa de depreciación anual SMARC y compare estos resultados con la depreciación SDD durante n = 10 años.

13.18 Un robot de ensamble automatizado que cuesta \$450,000 instalado, tiene una vida depreciable de 5 años y no tiene valor de salvamento. Un analista del departamento de gerencia financiera utilizó la depreciación LR clásica para determinar valores en libros de final del año para el robot al realizar la evaluación económica original. Usted está realizando ahora un análisis de reposición después de 3 años de servicio y se da cuenta de que el robot debería haber sido depreciado usando SMARC con n = 5 años. ¿A cuánto asciende el error en el valor en libros para el método clásico LR?

13.19 *(a)* Desarrolle el programa de depreciación SMARC para una casa de arriendo comprada por Daryl Enterprises por \$150,000. *(b)* ¿Cuál es el efecto de la convención de mitad de año que impone SMARC; es decir, ¿cómo cambiaría el programa de depreciación si la convención no se impusiera?

13.20 La firma Bowling Mania, Inc., acaba de instalar equipo depreciable por valor de \$100,000, el cual representa lo último en puntaje y gráficos automatizados que pretenden que el jugador de bolos disfrute el deporte de manera más completa. Se estima un valor de salvamento de \$15,000. El contador de las pistas puede depreciar utilizando SMARC durante un periodo de recuperación de 7 años u optar por el sistema alterno SDA durante 10 años mediante el modelo en línea recta. Las tasas LR exigen la convención de mitad de año, es decir, solamente el 50% de la tasa anual regular se

aplica para los años 1 a 11. *(a)* Construya las curvas del valor en libros para ambos modelos en una gráfica. *(b)* Después de 3 años de uso, ¿cuál es el porcentaje de la base de $100,000 retirada para cada modelo?

13.21 Si B = $20,000, utilice la tasa SMARC para n = 5 años y la alternativa LR (con la convención de mitad de año) para 9 años a fin de desarrollar dos programas de depreciación anual.

13.22 El analista financiero de una, gran corporación administradora y propietaria de finca raíz acaba de comprar la primera residencia para su propio nuevo negocio de adquisición de propiedades para arriendo. Dicho analista está en la situación única de tomar decisiones al mismo tiempo sobre los periodos de recuperación de depreciación SMARC de la propiedad real (periodos SDG acelerados o la alternativa LR utilizando periodos SDA) para una corporación grande y para su propio pequeño negocio. Prepare dos listas de elementos que se deban considerar para estos entornos de negocios diferentes.

13.23 El presidente de un negocio pequeño desea conocer la diferencia en las tasas de recuperación anuales para LR clásico, SMARC y el LR alternativo a SMARC. Prepare una sola gráfica mostrando las tasas de recuperación anual (en porcentaje) para los tres modelos *versus* el año del periodo de recuperación. Utilice n = 3 años para su ilustración.

13.24 Explique por qué la combinación de tasas de recuperación acortadas y tasas de depreciación más altas en los años iniciales de la vida de un activo pueden ser financieramente ventajosas para una corporación.

13.25 Utilice las estimaciones del problema 13.16 para el activo de $30,000 y compare el valor presente de los valores de depreciación para i = 10%.

13.26 Un activo tiene un costo inicial de $45,000, un periodo de recuperación de 5 años y un valor de salvamento de $3000. Utilice el procedimiento de cambio de la depreciación SDD a LR y calcule el valor presente de la depreciación en i = 18% anual.

13.27 Si B = $45,000, VS = $3000 y n = periodo de recuperación de 5 años, utilice i = 18% anual para maximizar el valor presente de la depreciación utilizando los métodos siguientes: cambio de SDD-a-LR (como se solicitó en el problema 13.26) y SMARC. Dado que SMARC es el sistema de depreciación requerido en Estados Unidos, comente sus resultados.

13.28 Above Ground Industries tiene un nuevo molino con B = $110,000, n = 10 años y VS = $10,000. Determine el programa de depreciación y el valor presente de la depreciación para i = 12% anual usando el método SD 175% durante los primeros 5 años y cambiando al método clásico durante los últimos 5 años. (Utilice un sistema de hoja de cálculo para resolver este problema).

13.29 Sea B = \$12,000, n = 8 años, VS = \$800, e i = 20% anual. *(a)* Desarrolle el programa de depreciación y el VP de la depreciación para el método SDD. *(b)* Permita el cambio a la depreciación LR clásica y desarrolle el nuevo programa de depreciación y el valor VP. *(c)* Determine el programa SMARC y el valor VP para una vida de recuperación de 7 años. *(d)* Represente gráficamente las tres curvas de valor en libros en la misma gráfica.

13.30 La firma Electric Company ha edificado una gran construcción móvil con un costo inicial de \$155,000 y un salvamento anticipado de \$50,000 después de 25 años. *(a)* ¿Debe hacerse el cambio de la depreciación SDD a LR? *(b)* ¿Para cuáles valores de la tasa de depreciación uniforme en el método SD sería ventajoso cambiar de depreciación SD a LR en algún punto en la vida del edificio?

13.31 Para la situación descrita en el problema 13.21, compare los valores VP de depreciación para el SMARC regular y los modelos LR alternativos si la tasa de retorno es del 10%.

13.32 En EE.UU., el sistema SMARC de depreciación ha simplificado significativamente el desarrollo de los programas de depreciación y la concesión para depreciación con fines del impuesto sobre la renta. Explique esta simplificación con relación a otros modelos de depreciación que usted haya aprendido en este capítulo.

13.33 Si usted reside por fuera de Estados Unidos, investigue las leyes tributarias actuales sobre depreciación (o recuperación de capital) para su país y compárelos con los métodos de depreciación clásicos de LR y SD. También, compárelos con el sistema SMARC. En su comparación, resalte cualquier diferencia significativa en la filosofía de depreciación, en los periodos de recuperación y en las tasas de recuperación anuales.

13.34 Verifique las tasas del periodo de recuperación de 5 años para SMARC dadas en la tabla 13.2. Empiece con el modelo SDD en el año 1 y cambie a la depreciación LR cuando ésta ofrezca una tasa de recuperación mayor.

13.35 Un sistema de grabación de video fue comprado hace 3 años a un costo de \$30,000. Se ha utilizado un periodo de recuperación de 5 años y una depreciación SMARC para cancelar la base. El sistema debe ser remplazado prematuramente con un valor de intercambio de \$5000. ¿Cuál es la diferencia entre el valor en libros y el valor de intercambio?

13.36 Utilice los cálculos en las ecuaciones [13.201 hasta [13.22] a fin de determinar la depreciación anual SMARC para la siguiente información de activos: *B = \$50,000 y* un periodo de recuperación de 7 años.

13.37 Las tasas de recuperación SMARC a 3 años son 33.33%, 44.45%, 14.81% y 7.41%, respectivamente. *(a)* ¿Cuáles son las tasas correspondientes para el modelo alternativo en línea recta SMARC con la imposición de una convención de mitad de año? *(b)*

Compare el valor presente de la depreciación para estos dos conjuntos de tasas si $B =$ \$80,000 e i = 15% anual.

13.38 La firma A 1 Janitorial Supply compró un nuevo camión de suministro por \$36,500. El propietario desea calcular el programa de depreciación SMARC a 3 años y aprovechar la cantidad máxima de gasto de capital permitido. Realice el análisis. (Utilice las reglas del año en curso, o las reglas del 2000, según lo indique su instructor).

13.39 En 1998, la empresa Beauty Supply Company adquirió una máquina mezcladora por \$215,800 la cual tiene un desgaste de capital y se deprecia mediante el método de recuperación en 5 años y SMARC. *(a)* Determine el programa de desgaste de capital y de depreciación. *(b)* Compare estos montos con aquéllos para SMARC solamente.

13.40 Una compañía posee operaciones de minería de oro en Estados Unidos, Australia y Sudáfrica. Las ventas y el ingreso gravable de la mina de Colorado en EE.UU. se resumen a continuación. Determine el agotamiento porcentual anual para la mina de oro.

Año	Ingreso gravable	Ventas, onzas	Ventas, \$/onza
1	\$500,000	2,000	375
2	500,000	4,500	390
3	400,000	3,000	38.5

13.41 Una corporación de concreto internacional ha operado una cantera durante los últimos 5 años. Durante este tiempo se ha extraído el siguiente tonelaje cada año: 50,000; 42,000; 58,000; 60,000 y 56,000 toneladas. Se estima que la mina contiene un total de 2.0 millones de toneladas de piedras y gravilla utilizable. La tierra de la cantera tuvo un costo incial de \$2.2 millones. La compañía tuvo un ingreso bruto por tonelada de \$15 para los 2 primeros años, \$20 para los 2 años siguientes y \$23 para el último año.

(a) Calcule los cargos de agotamiento cada año utilizando el mayor valor para los dos métodos de agotamiento.

(b) Calcule el porcentaje del costo inicial que ha sido cancelado en estos 5 años utilizando los cargos de agotamiento en la parte *(a)*.

(c) Si la operación de la cantera se revalúa después de los primeros 3 años de operación y se estima que contiene otras 1.5 millones de toneladas, trabaje de nuevo las partes *(a)* y *(b)*.

CAPÍTULO 13 APÉNDICE: DEPRECIACIÓN MEDIANTE SUMA DE LOS DÍGITOS DEL TOTAL DE AÑOS (SDA)

El método SDA es una técnica clásica de depreciación acelerada que elimina gran parte de la base durante el primer tercio del periodo de recuperación; sin embargo, la cancelación no es tan rápida como SDD o SMARC. Aunque no ha sido incorporada al método SMARC corriente, esta técnica puede ser utilizada en los análisis de ingeniería económica, especialmente en las cuentas de depreciación de activos múltiples (depreciación de grupo y compuesta).

La mecánica del método comprende inicialmente encontrar S, la suma de los dígitos del total de años de 1 hasta el periodo de recuperación n. El cargo de depreciación para cualquier año dado se obtiene multiplicando la base del activo menos cualquier valor de salvamento (B – VS) por la razón del número de años restantes en el periodo de recuperación sobre la suma de los dígitos de total de años, S.

$$D_t = \frac{\text{años depreciables restantes}}{\text{suma de los dígitos del total de años}} (\text{base} - \text{valor de salvamento}) \qquad [13.A1]$$

$$= \frac{n - t + 1}{S} (\text{B-VS})$$

donde S es la suma de los dígitos del total de años 1 hasta n.

$$S = \sum_{j=1}^{j=n} j = \frac{n(n+1)}{2} \qquad [13.A2]$$

Observe que los años depreciables restantes deben incluir el año para el cual se desea el cargo de depreciación. Por ello se ha incluido 1 en el numerador de la ecuación [13.A1]. Por ejemplo, para determinar la depreciación para el cuarto año de un activo que tiene una vida de 8 años, el numerador de la ecuación [13.A1] es 8 – 4 + 1 = 5 y S = 36.

El valor en libros para un año t se calcula como:

$$\text{VL}_t = B - \frac{t(n - t/2 + 0.5)}{S} (B - \text{VS}) \qquad [13.A3]$$

La tasa de depreciación d_t, que disminuye cada año para el método SDA, sigue el multiplicador en la ecuación [13.A1]

$$d_t = \frac{n - t + 1}{S} \qquad [13.A4]$$

Ejemplo 13.A1

Calcule los cargos de depreciación SDA para los años 1, 2 y 3 de un equipo de electróptica con B = \$25,000, VS = \$4000 y un periodo de recuperación de 8 años.

Solución

La suma de los dígitos del total de años es S = 36 y los montos de depreciación para los primeros 3 años mediante la ecuación [13.A1] son:

$$D_1 = \frac{8-1+1}{36(25{,}000-4000)} = \$4667$$

$$D_2 = \frac{7}{36(21{,}000)} = \$4083$$

$$D_3 = \frac{6}{36(21{,}000)} = \$3500$$

La figura 13.A1 es una gráfica de los valores en libros para un activo de \$80,000 con VS = \$10,000 y n = 10 años utilizando todos los métodos de depreciación que se han aprendido. Las curvas SMARC, SDD y SDA tienen un trayecto muy similar excepto para el año 1 y para los años 9 hasta el ll. Como ejercicio, es posible que desee utilizar su hoja de cálculo para estimar los valores D_t y VL, para confirmar los resultados de la figura 13.A1.

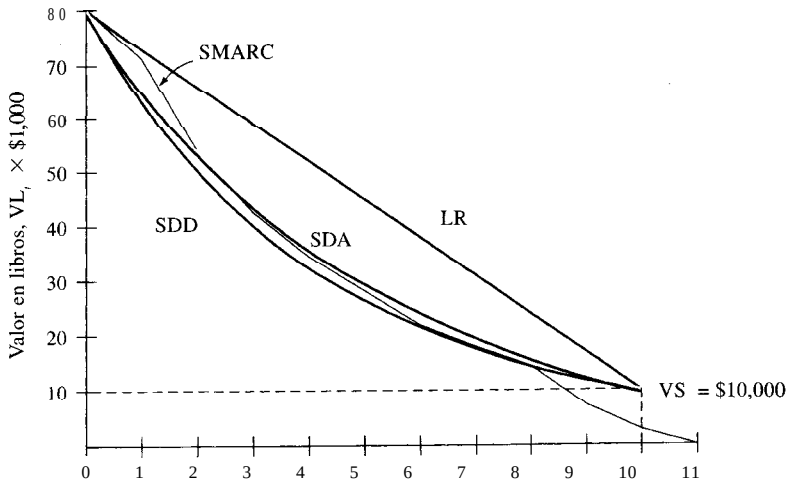


Figura 13.A1 **Comparación de los valores en libros para un activo que utiliza depreciación LR, SDA, SDD y SMARC.**

PROBLEMAS DEL APÉNDICE

13.A1 Un piano de demostración de una compañía de música tiene un costo inicial de $12,000, un valor de salvamento estimado de $2000 y un periodo de recuperación de 8 años. Utilice el método SDA para tabular la depreciación anual y el valor en libros.

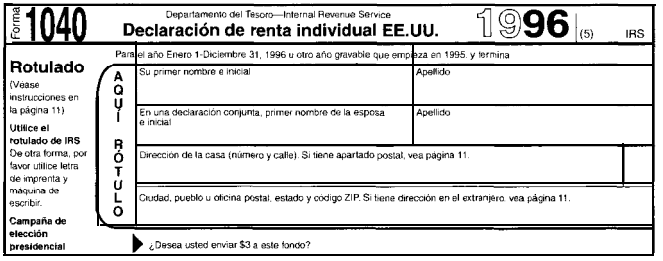
13.A2 Se espera que un equipo de remoción de tierra que tiene un costo inicial de $182,000 tenga una vida de 18 años. Se cree que el valor de salvamento en ese momento sea de $15,000. Calcule el cargo de depreciación y el valor en libros para los años 2, 7, 12 y 18 utilizando el método de la suma de los dígitos del total de años.

13.A3 Si B = $12,000, n = 6 años y VS se estima en 15% de B, use el método SDA para determinar *(a)* el valor en libros después de 3 años, *(b)* la tasa de depreciación en el año 4 y *(c)* la cuantía de depreciación en el año 4 usando la tasa de la parte *(b)*.

capítulo

14

Fundamentos de los impuestos sobre la renta


Forma 1040 Departamento del Tesoro—Internal Revenue Service
Declaración de renta individual EE.UU. 1996 (5) IRS

Para el año Enero 1-Diciembre 31, 1996 u otro año gravable que empieza en 1995, y termina

Rotulado (Vease instrucciones en la página 11)
Utilice el rotulado de IRS. De otra forma, por favor utilice letra de imprenta y maquina de escribir.
Campaña de elección presidencial

AQUÍ ROTULO

Su primer nombre e inicial | Apellido
En una declaración conjunta, primer nombre de la esposa e inicial | Apellido
Dirección de la casa (número y calle). Si tiene apartado postal, vea página 11.
Ciudad, pueblo u oficina postal, estado y código ZIP. Si tiene dirección en el extranjero, vea página 11.

¿Desea usted enviar $3 a este fondo?

Este capítulo ayudará al lector a entender los *impuestos sobre la renta para corporaciones.* Le brindará también algunas bases acerca de los *impuestos sobre la renta para los contribuyentes individuales,* es decir usted y su familia. Explica el tratamiento básico a las ganancias y pérdidas de capital. Además, incluye comparaciones de la forma como diferentes modelos de depreciación y reducciones en los periodos de recuperación afectan los impuestos sobre la renta.

Los individuos y las corporaciones pagan impuestos federales, estatales y locales en una diversidad de áreas: ingresos, propiedades, colegios, valor agregado, ventas, uso, servicios y otros. En general, las corporaciones son gravadas sobre el ingreso generado en el proceso de hacer negocios, mientras que los individuos pagan impuestos sobre salarios, sueldos, regalías y sobre el producto de inversiones.

Cuando se realiza un análisis económico es razonable preguntar si dicho análisis debe hacerse *antes o después de impuestos.* Para una organización exenta de impuestos (por ejemplo, universitaria, estatal, religiosa, fundación o corporación sin ánimo de lucro), el análisis después de impuestos no es necesario. Para las demás organizaciones (corporaciones y sociedades) el análisis después de impuestos puede conducir o no a una decisión diferente de aquella basada en un análisis antes de impuestos. Aunque la alternativa seleccionada puede ser la misma, el análisis después de impuestos da estimaciones mucho mejores de los flujos de efectivo y de la tasa de retorno anticipada para una alternativa. Por estas razones, muchos analistas prefieren el análisis después de impuestos. El capítulo 15 presenta, en mayor detalle, consideraciones del impuesto sobre la renta en los análisis de ingeniería económica.

Aquí se presenta solamente una versión simplificada de los impuestos sobre la renta. En el Interna1 Revenue Service de EE.UU. y sus publicaciones, algunas de las cuales se enumeran al final del capítulo, se encuentra disponible información más detallada.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Propósito: Utilizar simples relaciones matemáticas con el fin de estimar el impuesto sobre la renta para situaciones típicas de corporaciones e individuos contribuyentes.

Terminología

Tasas de impuesto

Ganancias y pérdidas

Flujo de efectivo después de impuestos

Modelo de depreciación e impuestos

Periodo de recuperación e impuestos

Este capítulo ayudará al lector a:

1. Utilizar correctamente la terminología básica de los impuestos sobre la renta.
2. Entender la forma de citar y de utilizar las diversas tasas del impuesto sobre la renta para contribuyentes corporativos e individuales.
3. Calcular las ganancias o pérdidas de capital y la recuperación de la depreciación.
4. Relacionar flujos de efectivo después y antes de impuestos y tasas de retorno.
5. Demostrar la ventaja en impuestos que tiene utilizar un modelo de depreciación sobre otro.
6. Mostrar la ventaja tributaria de utilizar un periodo de recuperación acortado para la depreciación.

Los impuestos sobre la renta están sujetos a cambios frecuentes, debido a que pueden ser "puntos conflictivos políticos" o pueden constituir un mecanismo de apalancamiento económico para acelerar o hacer más lenta la economía. En general, solamente se alteran tasas impositivas específicas, pero de vez en cuando los gobiernos cambian algunos de estos mecanismos básicos y concesiones tanto para las corporaciones como para los contribuyentes individuales. En los ejemplos y problemas se utilizan tasas impositivas y una estructura de impuestos característica de mediados a finales de la década de 1990 en los Estados Unidos.

El enfoque general al tratamiento y cálculos de los impuestos que se desarrollarán aquí es consistente en el tiempo y con muchos países. Por consiguiente, al realizar un análisis de ingeniería económica, el lector estará familiarizado con el tratamiento fundamental de los impuestos.

14.1 TERMINOLOGÍA BÁSICA PARA LOS IMPUESTOS SOBRE LA RENTA

A continuación se describen algunos términos básicos del impuesto sobre la renta de las corporaciones (y algunos términos para contribuyentes individuales).

El **ingreso bruto,** IB, es el ingreso total proveniente de fuentes que producen ingreso, incluyendo todos los renglones, enumerados en la sección de ingresos de un estado de resultados. (Consulte las bases de los informes de contabilidad en el Apéndice B). El término ingreso *bruto ajustado* se utiliza cuando se efectúan ciertos ajustes permisibles al ingreso bruto. Se supone aquí que las dos cuantías del ingreso bruto son iguales. Para los individuos, el ingreso bruto consta principalmente de sueldos, salarios, intereses, dividendos, regalías y ganancias de capital.

Los gastos de operación, GO, incluyen todos los costos de corporaciones en los que se incurre en las transacciones de un negocio. Éstos son los costos de operación de la alternativa de la ingeniería económica. La mayoría de los contribuyentes individuales no tienen gastos para los cálculos del impuesto sobre la renta; ellos reciben exenciones y deducciones selectas.

El **ingreso gravable,** IG, es la cuantía en dólares sobre la cual se calculan los impuestos. Para las corporaciones, los gastos y la depreciación se restan del ingreso bruto para obtener el ingreso gravable.

$$\text{IG} = \text{ingreso bruto} - \text{gastos} - \text{depreciación}$$

La **tasa impositiva** es un porcentaje, o equivalente decimal, del ingreso gravable debido en impuestos. Históricamente la tasa impositiva, t, ha sido gradual para las corporaciones e individuos de EE.UU; las tasas son más altas a medida que el IG aumenta. En general, los impuestos se calculan así

$$\text{Impuestos} = \text{ingreso gravable} \times \text{tasa impositiva aplicable} = (\text{IG})T$$

La **utilidad neta** o ingreso neto, resulta, en general, al restar los impuestos sobre la renta corporativa del ingreso gravable.

Una corporación incurre en **pérdidas operacionales** en los años cuando hay una pérdida neta en lugar de una utilidad neta. Existen consideraciones tributarias especiales con el fin de equilibrar los años malos y buenos. La anticipación de pérdidas operacionales y, en consecuencia, la capacidad de tenerlas en cuenta en un estudio de economía, no es práctico; sin embargo, el tratamiento tributario de las pérdidas en el pasado puede ser relevante en algunos estudios de economía.

La **ganancia de capital** es una cuantía del ingreso gravable en la cual se incurre cuando el precio de venta de un activo o propiedad depreciable excede el precio de compra original. En el momento de la venta,

Ganancia de capital = precio de venta − precio de compra

Si el resultado es positivo, se registra una ganancia. Si la fecha de ventas ocurre dentro de un tiempo dado de la fecha de compra, se hace referencia a la ganancia de capital como una ***ganancia de*** corto ***plazo (GCP);*** si el periodo de posesión es más largo, la ganancia es una ***ganancia de largo*** *plazo* ***(GLP).*** La ley tributaria determina y cambia el periodo de posesión requerido, el cual generalmente es de 1 año o 18 meses. Aquí se utiliza 1 año.

La **pérdida de capital** es el opuesto de la ganancia de capital. Si el precio de venta es menor que el valor en libros, la pérdida de capital es:

Pérdida de capital = valor en libros − precio de venta

Si el resultado es positivo, se reporta una pérdida. Los términos ***pérdida de corto plazo (PCP) y pérdida de largo plazo (PLP)*** se determinan en forma similar a las ganancias de capital.

La **recuperación de la depreciación** ocurre cuando la propiedad depreciable es vendida por una cuantía mayor que el valor en libros actual. El exceso es la recuperación de la depreciación, RD, y se grava como ingreso gravable ordinario. Se recupera depreciación si RD > 0 mediante el siguiente cálculo en el momento de la venta.

$$RD = \text{precio de venta} - \text{valor en libros} \qquad [14.1]$$

Si el valor de venta excede al precio de compra (o costo inicial B), se obtiene una ganancia de capital y se considera que toda la depreciación anterior ha sido recuperada y es totalmente gravable. Esta eventualidad es poco probable para la mayoría de los activos. La recuperación de la depreciación se calcula utilizando un valor de salvamento (en libros) de cero para los activos de los cuales se ha dispuesto después del periodo de recuperación.

Las leyes impositivas federales de EE.UU. están basadas en el gravamen a los ***ingresos.*** Para la tributación estatal se utiliza una diversidad de bases diferentes y aún otras bases son utilizadas por los sistemas impositivos de otros países. La base puede ser las ventas totales, el valor total de la propiedad, las ganancias en el juego, el valor de las importaciones u otros tipos. Estados y países que no tienen impuesto sobre la renta utilizan medios diferentes a este tipo de impuestos para obtener recaudos. Prácticamente, ninguna entidad gubernamental sobrevive durante largo tiempo sin alguna forma de tributación.

Problema 14.1

14.2 RELACIONES FUNDAMENTALES DE IMPUESTOS PARA CORPORACIONES E INDIVIDUOS

El siguiente es un resumen de las relaciones utilizadas frecuentemente para los impuestos sobre la renta, corporativos e individuales. Estas relaciones se desarrollan para ayudarle a comprender al lector los elementos fundamentales del cálculo del impuesto sobre la renta. Como tales, ellas no incluyen los términos para la venta de activos o gastos de capital (costos iniciales). El flujo de efectivo generado por la venta de un activo puede afectar los impuestos. Esta consideración se introduce en las relaciones del ingreso gravable corporativo en la siguiente sección y en el capítulo 15.

Relaciones generales para estimar impuestos sobre la renta *corporativos* anuales		**Relaciones generales para estimar impuestos sobre la renta *individuales* anuales**	
Ingreso bruto IB = ingreso de negocios + otros ingresos	[14.21	***Ingreso bruto*** IB = salarios y sueldos + intereses y dividendos + otros ingresos	[14.5]
Ingreso gravable IG = ingreso bruto gastos de operación depreciación	[14.3]	***Ingreso gravable*** IG = ingreso bruto -exenciones personales -deducciones por renglones o estándar	[14.61
Impuesto sobre la renta Impuestos = (IG) (tasa impositiva)	[14.4]	***Impuesto sobre la renta*** Impuestos = (IG)(tasa impositiva	[14.71

Como se puede concluir, hay algunas diferencias significativas en la forma como se consideran las corporaciones y los individuos desde el punto de vista tributario. Las corporaciones pueden reducir el IB anual mediante todos sus gastos (de operación) legítimos del negocio, mientras que los individuos tienen cuantías determinadas de exenciones personales y deducciones específicas. Las exenciones personales son el individuo mismo, su esposa, sus niños y otros que dependen de él para el apoyo financiero principal. Cada exención reduce IG en alguna cantidad fija, tal como $2500. La mayor parte del análisis económico utiliza relaciones tributarias corporativas, aunque se debe ser consciente de las diferencias de cálculo en las ecuaciones [14.21 hasta [14.71.

La tasa impositiva anual Testá basada en el principio de las tusas impositivas graduales, lo cual significa que las corporaciones e individuos pagan tasas más altas por ingresos gravables mayores. La tabla 14.1 presenta valores Tpara corporaciones y la tabla 14.2 detalla las tasas impositivas para individuos. La porción de cada dólar nuevo de IG se grava a lo que se llama la ***tusa tributaria marginal.*** Como ilustración, observe las tasas impositivas en la tabla 14.2 para individuos. Una persona soltera con un IG anual de $20,000 tiene una tasa

Tabla 14.1 Programas de tasas del impuesto sobre la renta corporativo (1997) (mil = $ en millones)

(1) Límites IG	(2) Rango IG	(3) Tasa impositiva, T	(4) = (2)T Tasa máxima para el rango IG	(5) = Suma de (4) Impuesto máximo incurrido
$1-$50,000	$ 50,000	0.15	$ 7,500	$ 7,500
$50,001-75,000	25,000	0.25	6,250	13,750
$75,001-100,000	25,000	0.34	8,500	22,250
$100,001-335,000	235,000	0.39	91,650	113,900
$335,001-10 mil	9.665 mil	0.34	3.2861 mil	3.4 mil
Sobre $10-15 mil	5 mil	0.35	1.75 mil	5.15 mil
Sobre $15-18.33 mil	3.33 mil	0.38	1.267 mil	6.417 mil
Sobre $18.33 mil	Ilimitado	0.35	Ilimitado	Ilimitado

Tabla 14.2 Programa de tasas del impuesto sobre la renta *individual* para solteros y casados que declaran conjuntamente (1997)

Tasa impositiva	Ingreso gravable, $ Declaración individual	Declaración de casados y conjunta
0.15	0-23,350	0-39,000
0.28	23,351-56,550	39,001-94,250
0.31	56,551-117,950	94,251-143,600
0.36	117,951-256,500	143,601-256,500
0.396	Sobre 256,500	Sobre 256,500

marginal del 15% (impuestos = $3000). Sin embargo, un declarante individual con IG = $30,000 paga el 15% de los primeros $23,350 y 28% de los IG restantes.

$$\text{Impuestos} = 0.15(23{,}350) + 0.28(30{,}000 - 23{,}350) = \$5365$$

El sistema de tasa impositiva graduada da una ligera ventaja a los pequeños negocios e individuos con menores impuestos gravables. En las tablas, se puede ver que las tasas marginales están entre los porcentajes de 35% a 39% para los valores IG sobre $100,000 (aproximadamente), mientras que los IG más bajos tienen tasas en el rango del 15% al 28%. Con frecuencia se utiliza ***una tasa impositiva federal de un*** solo ***valor*** para evitar el detalle de las tasas impositivas graduales. Para reducir la dependencia con respecto a una ley cambiante de impuestos, los problemas incluirán una tasa impositiva federal de un solo valor, o se hará referencia explícita a las tasas de la tabla 14.1. El ejemplo 14.1 ilustra aún más la aplicación de las tasas impositivas graduales.

Cada año el gobierno revisa y/o altera los rangos IG presentados en las tablas 14.1 y 14.2 para considerar la inflación y otros factores. Esta acción se denomina *indexación.* Las tasas impositivas son alteradas también cuando se aprueba una nueva ley tributaria.

Debido a que las tasas marginales de impuestos cambian con IG, no es posible citar directamente el procentaje de IG pagado en impuestos sobre la renta. Es útil calcular un porcentaje del IG total pagado, el cual se denomina *tusa impositiva promedio* y se calcula, así:

$$\text{Tasa impositiva promedio} = \frac{\text{impuestos totales pagados}}{\text{impuesto gravable total}} = \frac{\text{impuestos}}{\text{IG}} \qquad [14.8]$$

Para el declarante como persona soltera, mencionado antes, con IG = $30,000, la tasa impositiva promedio es $5365/30,000 = 0.179 o 17.9%.

Como se mencionó en la introducción, hay impuestos federales, estatales y locales en muchas áreas. Para fines de simplicidad, la tasa impositiva utilizada en los estudios económicos es, con frecuencia, la *tusa impositiva efectiva,* T_e, que considera los impuestos federal, estatal y local en una sola cifra. Las tasas impositivas efectivas frecuentemente utilizadas están en el rango del 35% al 50%. Una razón para utilizar la tasa impositiva efectiva es que los impuestos estatales son deducibles para el cálculo del impuesto federal. La tasa efectiva impositiva como una fracción decimal es:

$$\text{Tasa impositiva efectiva} = T_e = \text{tasa estatal} + (1 - \text{tasa estatal})(\text{tasa federal}) \qquad [14.9]$$

Dado que las tasas impositivas graduales al nivel federal y estatal hacen que este cálculo sea difícil cuando se utilizan tasas marginales, es común utilizar una tasa impositiva gradual promedio para estimar T_e, caso ilustrado en el ejemplo 14. lb.

Ejemplo 14.1

Para un año particular, la división de software de Intelligent Highway, Ltd. tiene un ingreso bruto de $2,750,000 con un total de gastos y depreciación de $1,950,000. *(a)* Calcule los impuestos sobre la renta federales exactos de la compañía. *(b)* Estime los impuestos totales federales y estatales si la tasa impositiva estatal es del 8% y se aplica una tasa federal única del 34%. *(c)* Estime la tasa impositiva promedio para el año tamo para los impuestos federales solamente como para los impuestos totales.

solución

(a) Calcule la ecuación IG [14.3] y el impuesto exacto utilizando la tabla 14.1.

$$\text{IG} = 2{,}750{,}000 - 1{,}950{,}000 = \$800{,}000$$

$$\begin{aligned}\text{Impuestos} &= (\text{rango IG})(\text{tasa impositiva marginal}) \qquad [14.10]\\ &= (50{,}000)0.15 + (25{,}000)0.25 + (25{,}000)0.34\\ &\quad + (235{,}000)0.39 + (800{,}000 - 335{,}000)0.34\\ &= \$7500 + 6250 + 8500 + 91{,}650 + 158{,}100\\ &= \$272{,}000\end{aligned}$$

Un enfoque mas rápido utiliza las cantidades en la columna 5 de la tabla 14.1 que están más cercanas al IG total y agrega el impuesto para el rango IG siguiente.

$$\text{Impuestos} = 113{,}900 + (800{,}000 - 335{,}000)0.34 = \$272{,}000$$

(b) La ecuación [14.9] determina la tasa impositiva efectiva.

$$T_e = 0.08 + (1 - 0.08)(0.34) = 0.3928$$

La ecuación [14.4], sustituyendo T_e por T, estima los impuestos.

$$\text{Impuestos} = T_e = (800{,}000)(0.3928) = \$314{,}240$$

No compare estas dos cuantías puesto que el resultado en la parte *(a)* no incluye los impuestos estatales.

(c) Utilice la ecuación [14.8] para ambos casos.

Federal solamente: tasa impositiva promedio $= \dfrac{272{,}000}{800{,}000} = 0.34 \quad (34\%)$

Federal y estatal: tasa impositiva promedio $= \dfrac{314{,}240}{800{,}000}$

$= 0.3928 \quad (39.28\%)$

La tasa promedio combinada federal y estatal del 39.28% es predecible, ya que fue calculada en la parte *(b)*. En términos relativos al promedio federal del 34%, el 39.28% refleja el incremento efectivo de 5.28% de la tasa estatal citada del 8%. Este hecho ocurre porque los impuestos estatales son deducibles en el cálculo de los impuestos federales.

Ejemplo 14.2

Sheila Amos y Carl Baker presentaron una declaración de renta conjunta como pareja de casados al IRS. Durante el año, sus dos empleos les aportaron un ingreso combinado de $82,000. Ellos adoptaron a su primer hijo durante el año y planean utilizar la deducción estándar de $7000 aplicable al año. Los dividendos e intereses ascendieron a $3550 y un canal de inversión --un fondo mutuo de acciones— reportó ganancias de capital de $550. Las exenciones personales son de $2500 cada una. *(a)* Calcule la obligación impositiva federal exacta. *(b)* Calcule la tasa impositiva promedio. *(c)* ¿Cuál porcentaje del ingreso total es consumido por los impuestos federales?

Solución

fa) Utilice las ecuaciones [14.5] y [14.6] para calcular IB e IG. Sheila y Carl tienen tres exenciones personales y la deducción estándar de $7000.

$$\text{Ingreso bruto} = \text{salarios} + \text{interés y dividendos} + \text{ganancias de capital}$$

$$= \$82{,}000 + 3550 + 550 = \$86{,}100$$

$$\text{Ingreso gravable} = \text{ingreso bruto} - \text{exenciones} - \text{deducciones}$$

$$= \$86{,}100 - 3(2500) - 7000$$

$$= \$71{,}600$$

La tabla 14.2 señala una tasa marginal del 28% para un IG de $71,600. Mediante la ecuación [14.7] y las columnas 1 y 3 de la tabla 14.2, los impuestos federales son:

$$\begin{aligned}\text{Impuestos} &= (39{,}000)0.15 + (71{,}600 - 39{,}000)0.28\\ &= 5850 + 9128\\ &= \$14{,}978\end{aligned}$$

(b) Utilizando la ecuación [14.8],

$$\text{La tasa impositiva promedio} = \frac{14{,}978}{71{,}600} = 0.209\ (20.9\%)$$

Lo anterior indica que alrededor de 1 por cada 5 dólares de ingreso gravable se pagan al gobierno de EE.UU.

(c) Del total de $82,000 de ingresos que Sheila y Carl devengaron, 14,978/82,000 = 0.1826 o 18.26% fueron a los impuestos federales.

Comentario

Durante algunos años ha habido discusión en el congreso de EE.UU. sobre el cambio de una estructura de impuestos gradual a una estructura plana, especialmente para los contribuyentes individuales. Son muchas, muchas las formas para legislar en materia de impuestos y el nivel que puede ser seleccionado para la tasa plana es en general una controversia real.

Por ejemplo, la estructura plana de impuestos puede no dar cabida a las deducciones estándar o por renglones y permitir sólo la rebaja de exención personal. En este caso, si una tasa impositiva plana, por ejemplo de 20% sobre el ingreso bruto fuera reducida solamente por tres exenciones personales, los cálculos serían:

$$\begin{aligned}\text{Ingreso bruto} &= \$86{,}100\\ \text{Ingreso gravable de tasa plana} &= 86{,}100 - 3(2500) = \$78{,}600\\ \text{Impuestos de tasa plana} &= (78{,}600)0.20 = \$15{,}720\end{aligned}$$

En este caso específico, una tasa plana del 20% requeriría que esta familia pagara ligeramente más impuestos: $15,720 *versus* $14,978.

Problemas 14.2 a 14.10

14.3 PÉRDIDAS Y GANANCIAS DE CAPITAL PARA LAS CORPORACIONES

Todas las implicaciones de impuestos analizadas aquí son el resultado de la disposición de un activo de depreciación antes, durante o después de su periodo de recuperación. La clave es el tamaño de la cantidad de salvamento (el precio de venta o valor de canje) relativo al valor en libros en el momento de la disposición del activo y relativo al costo inicial de éste. Los cálculos y el tratamiento tributario corporativo de las ganancias de capital, pérdidas de capital y recuperación de depreciación presentadas aquí, se resumen en la figura 14.1.

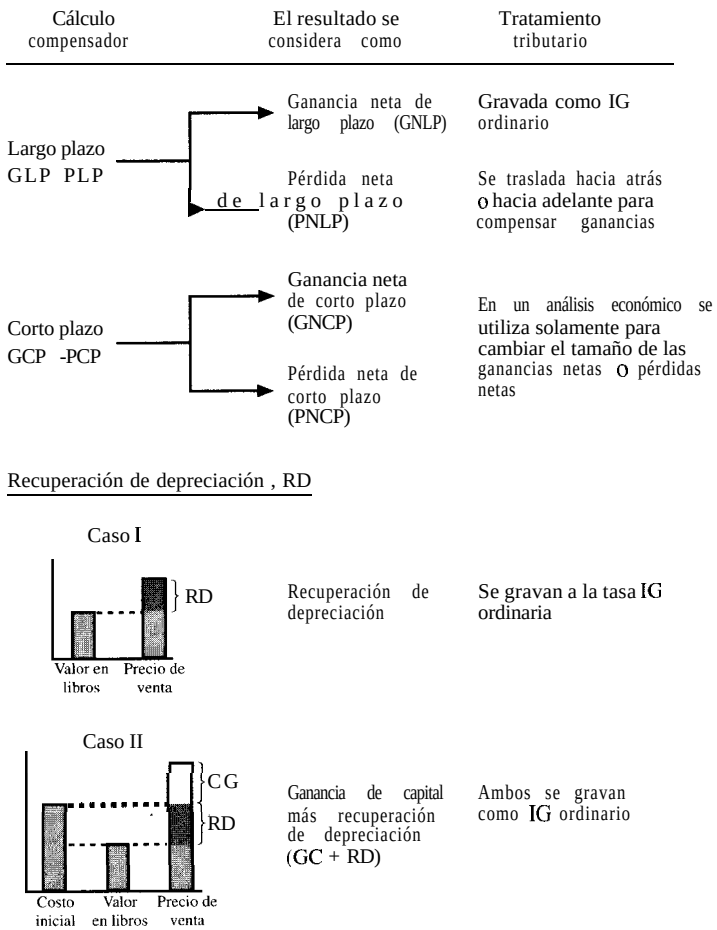


Figura 14.1 Resumen del cálculo y trotomiento tributario de ganancias y pérdidas de capital y recuperación de depreciación.

Las definiciones de ganancia y pérdida de capital presentadas en la sección 14.1 se utilizan en los análisis económicos para los activos depreciables cuando se adelanta un estudio después de impuestos. Los ejemplos se refieren al momento en el cual se predeterminan los planes de disposición para un activo o propiedad real o cuando se realiza un estudio de reposición de activos después de impuestos (tratado en el capítulo 15). Con anterioridad a las modificaciones importantes a la ley de impuestos de EE.UU. de 1986, las ganancias de largo plazo eran gravadas a una tasa más baja que las ganancias de corto plazo. Esto puede convertirse de nuevo en ley de impuestos en algún tiempo futuro, pero por el momento, todas las ganancias de capital se gravan a la tasa impositiva aplicable. La distinción entre el corto y el largo plazo se mantiene explícitamente en el caso de que las leyes tributarias sean alteradas y se reinstauren las tasas preferenciales.

El resultado final de las ventas de capital es una *ganancia o pérdida de capital neta. Las pérdidas no reducen el ingreso gravable directamente,* porque sólo se permiten pérdidas de largo plazo para compensar las ganancias de largo plazo. En forma similar, las pérdidas de capital de corto plazo compensan las ganancias de corto plazo. Si hay una ganancia neta resultante (de largo o de corto plazo), ésta se maneja como un ingreso gravable ordinario. Cualquier pérdida neta restante (por encima de las ganancias netas) en un año puede ser trasladada 3 años hacia atrás o 5 años hacia adelante. Sin embargo, las pérdidas netas crean un *ahorro de impuestos* para la compañía, siempre que en el año de ocurrencia haya ganancias en otras áreas contra las cuales pueda utilizarse la pérdida, como lo ilustra el ejemplo 14.3.

Las ganancias y pérdidas de corto plazo pueden ser importantes para fines del cálculo de impuestos, como se ilustra en el ejemplo 14.4. No obstante, puede ser la práctica corporativa no incluirlas en el análisis de inversiones económicas grandes, porque 1 año es corto tiempo comparado con la vida esperada de la mayoría de las alternativas. Pero, si se estima el tamaño de la pérdida de capital, ésta se utiliza definitivamente para reducir el tamaño de las ganancias de capital anticipadas, generando así ahorros de impuestos por el monto de la pérdida neta de capital multiplicado por la tasa impositiva (efectiva).

La *recuperación de la depreciación, RD,* puede ser incluida en los estudios después de impuestos. Como lo muestra la figura 14.1, gráficamente pueden ocurrir dos casos. Sin importar su naturaleza, la suma total se grava como ingreso gravable ordinario.

Caso 1. El precio de venta, es decir, el valor de salvamento realizado en el año t, excede el valor en libros en ese año. Éste es el resultado computacional de la ecuación [14.1]. La RD es gravada a la tasa ordinaria. Un ejemplo sería vender un edificio por un valor mayor al valor corriente en libros.

Caso **II.** El precio de venta excede el costo inicial. Ahora hay componentes RD y ganancia de capital (GC) en el año t.

$$\text{RD} = \text{costo inicial} - \text{valor en libros} = B - \text{VL}, \qquad [14.11]$$

$$\text{Ganancia de capital} = \text{precio de venta} - \text{costo inicial} \qquad [14.12]$$

La ecuación [14.31 para IG puede ahora expandirse a fin de incluir el flujo de efectivo para la venta de un activo, la cual puede generar una pérdida de capital, recuperación de depreciación y posiblemente una ganancia de capital.

$$\begin{aligned}\text{IG} = {} & \text{ingreso bruto} - \text{gastos de operación} - \text{depreciación} \\ & + \text{recuperación de depreciación} + \text{ganancias netas de capital} \\ & - \text{pérdidas netas de capital}\end{aligned} \qquad [14.3]$$

Recuérdese, si hay una pérdida neta de capital, se hace el supuesto de que habrá una ganancia de capital durante el mismo año en otra parte en la corporación para servir como compensación.

Ejemplo 14.3

CAI Control Systems, Inc., una recién formada compañía, espera obtener un ingreso bruto de $500,000 y gastos de negocios y depreciación combinados de $300,000 en el próximo año fiscal. Utilizando una tasa impositiva efectiva del 35%, calcule los impuestos sobre la renta esperados para las siguientes situaciones:

(a) Reposición de equipo de capital anticipada con ganancias de largo plazo de $25,000 y pérdidas de largo plazo de $10,000.

(b) Ganancias de largo plazo anticipadas específicas de $25,000 y pérdidas de largo plazo de $40,000. Probablemente, la compañía tendrá ganancias en otras áreas.

Solución

(a) La ganancia neta de largo plazo (GNLP) de $25,000 – 10,000 = $15,000 se grava como ingreso ordinario (*véase* la figura 14.1). Calcule IG utilizando los términos relevantes en la ecuación [14.3].

$$\begin{aligned} \text{IG} &= \text{IB} - \text{gastos} - \text{depreciación} + \text{ganancia neta de capital} \\ &= \$500{,}000 - 300{,}000 + 15{,}000 = \$215{,}000 \\ \text{Impuestos} &= (\text{IG})\ T_e \\ &= (\$215{,}000)0.35 \\ &= \$75{,}250 \end{aligned}$$

(b) La pérdida neta de largo plazo (PNLP) de $40,000 – 25,000 = $15,000 no está disponible para reducir directamente IG durante el año, Sin embargo, ésta puede ser utilizada para compensar ganancias en otras partes de la compañía, o la pérdida neta puede trasladarse 3 años atrás o hacia adelante 5 años para compensar ganancias en otros años fiscales. Puesto que se anticipan otras ganancias este año, habrá un ***ahorro*** de *impuestos* efectivo, ya que no se pagarán impuestos sobre algunas otras ganancias debido a esta compensación. Por consiguiente,

$$\begin{aligned} \text{Impuestos} &= (\text{IG})\ T_e \\ &= (500{,}000 - 300{,}000 - 15{,}000)0.35 \\ &= \$64{,}750 \end{aligned}$$

Debido a otras ganancias durante el año, el monto del **ahorro** de impuestos incluido en la **cuantía** *$64,750 es:*

$$\text{Ahorro de impuestos} = (15{,}000)0.35 = \$5250$$

Comentario

En los estudios de economía, las perdidas netas de capital se consideran generalmente **como** generadoras de ahorro de impuestos y el beneficio completo de la perdida incurrida se contabiliza en el año en que éste ocurre.

Ejemplo 14.4

¿Cómo se verá afectado el ingreso gravable de una corporación si se ha incurrido en las siguientes ganancias y pérdidas en un año fiscal?

GLP = *$40,000*	GCP = *$75,000*
PLP = $5000	PCP = $90,000

Solución

La compensación de ganancias y pérdidas resulta en GNLP = $35,000 y PNCP = $15,000, El resultado neto es una ganancia de largo plaza de $20,000. El valor IG aumentará en $20,000 al calcular los impuestos.

Comentario

Si las ganancias de largo plazo se gravaran a una tasa preferencialmente más baja, como se mencionó antes, los $20,000 serían gravados a esta tasa más baja.

Se ha mencionado que las pérdidas de capital pueden trasladarse hacia adelante durante muchos años fiscales. Otra ventaja tributaria importante para las corporaciones es la disposición que permite una ***pérdida operacional*** (definida en la sección 14.1) que puede ser trasladada hacia atrás y hacia adelante hasta que la pérdida se elimina completamente. El número de años permitido para trasladar hacia atrás y hacia adelante puede variar (por ejemplo, 3 y 7 años, respectivamente) pero la cantidad de la pérdida operacional reclamada en cualqueir año no puede exceder el ingreso gravable. Puesto que sólo la cantidad de la pérdida es recuperable, ésta y todas las leyes de trasladar hacia atrás y hacia adelante plantean una pregunta compleja de estrategia: cuándo aplicar la ventaja de impuestos.

Ejemplo adicional 14.8 (Hoja de cálculo)
Problemas 14.11 a 14.15

14.4 FLUJO DE EFECTIVO Y TASA DE RETORNO: ANTES Y 'DESPUÉS DE IMPUESTOS

En los estudios de ingeniería económica los términos *FEA1 y FEDI* se utilizan para representar flujos de efectivo anuales antes y después de impuestos, respectivamente. Las relaciones entre estos dos términos y algunas relaciones pertinentes de secciones anteriores que afectan de manera directa los impuestos sobre la renta corporativos, son:

$$\text{FEA1} = \text{ingreso bruto} - \text{gastos de operación} = \text{IB} - \text{GO} \qquad [14.13]$$

$$\text{IG} = \text{FEA1} - \text{depreciación} + \text{ganancias netas de capital} - \text{pérdidas netas de capital} + \text{recuperación de depreciación} \qquad [14.14]$$

$$\text{Impuestos} = (\text{IG})T \qquad [14.15]$$

$$\text{FEDI} = \text{FEA1} - \text{impuestos} \qquad [14.16]$$

La ecuación [14.141 es igual ala ecuación [14.31 utilizando el término FEA1 e incluyendo las ventas de activos de capital que afectan los impuestos. La relación FEA1 no contempla el gasto de capital, es decir, el costo de la alternativa que está siendo evaluada, puesto que éste no afecta los impuestos directamente. Sin embargo, la forma en la cual se financia la inversión de capital puede afectar los impuestos. Esta dimensión se introduce en el siguiente capítulo junto con el financiamiento de deuda y patrimonio para fondos de capital.

Las cantidades en las relaciones anteriores son todas flujos de efectivo relacionados con impuestos reales, excepto por el término depreciación en la ecuación [14.141. La depreciación *es* la *cantidad en libros* puesto que representa la reducción en valor de la propiedad depreciable, pero ésta no es el flujo de efectivo real. Non obstante, puesto que la depreciación es deducible de impuestos ésta cambia el flujo de efectivo real reduciendo los impuestos sobre la renta, que son las salidas de efectivo reales. Cuando se realiza un análisis después de impuestos y se calcula el VP, el VA o la TR después de impuestos, se utilizan los valores FEDI en todos los cálculos.

Si la TR después de impuestos es importante en un análisis económico, pero los detalles del análisis TR antes de impuestos no lo son, lo común es aumentar (o inflar) la TR antes de impuestos para incorporar bien sea la tasa impositiva efectiva o la marginal. Si una tasa impositiva de valor único está expresada en forma decimal, una aproximación del efecto de los impuestos en la TR del proyecto es:

$$\text{TR después de impuestos} = (\text{TR antes de impuestos})(1 - \text{tasa impositiva}) \qquad [14.17]$$
$$= (\text{TR antes de impuestos})(1 - T)$$

El valor para Tpuede ser la tasa impositiva marginal aplicable (tabla 14.1) o la tasa impositiva efectiva, T_e, de la ecuación [14.91. Por ejemplo, supóngase que la tasa impositiva efectiva estatal y federal de una compañía es 40% y que una TR después de impuestos del 12% es la TMAR del mercado. La tasa impositiva TR implicada por un retorno del 12% después de impuestos se estima resolviendo la ecuación [14.171 para la tasa antes de impuestos.

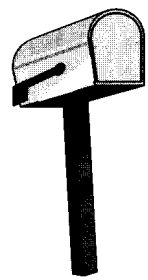
$$0.12 = (\text{TR antes de impuestos})(1 - 0.40)$$

$$\text{TR antes de impuestos} = \frac{0.12}{0.60} = 0.20 \quad (20\%)$$

Este análisis se aplica tanto a corporaciones como a individuos.

Ejemplo 14.5

Además de las posiciones de gerencia corporativa, los Espinosa manejan un negocio de correo directa en la puerta de su hogar. Los resultados durante un año fiscal son



Recaudos del negocio	= $60,000
Depreciación del equipo	= $8000
Gastos del negocio	= $18,500
Ingreso de inversión del negocio	= $5000
Tasa impositiva estatal	= 4% de IG

La tasa de retorno representada por la inversión del negocio antes de impuestos es del 11 %. Estime: *(a)* el flujo de efectivo generado por el negocio y *(b)* el retorno después de impuestos de la inversión del negocio de los Espinosa.

Solución

(a) El FEDI se calcula mediante: ecuación [14.23 para determinar el ingreso bruto; tabla 14.1 para fa tasa impositiva corporativa; ecuación [14.91 para la tasa impositiva efectiva; y ecuaciones [14.13]

a [14.161 para estimar el FEDI. La figura 14.2 es un perfil gráfico del desarrollo de FEAI a FEDI para los flujos de efectivo reales.

$$
\begin{aligned}
\text{FEA1} &= (\text{IB}\} - \text{gastos de operacion} \\
&= (\text{ingresos} + \text{ingreso de inversión}) - \text{gastos} \\
&= (\$60{,}000 + 5000) - 18{,}500 \\
&= \$46{,}500 \\
\text{IG} &= \text{FEAI} - \text{depreciacion} \\
&= \$46{,}500 - 8000 \\
&= \$38{,}500 \\
T_e &= 0.04 + (1 - 0.04)(0.15) \\
&= 0.184 \\
\text{Impuestos} &= (\text{IG})\, T_e \\
&= (\$38{,}500)0.184 \\
&= \$7084 \\
\text{FEDI} &= \text{FEAI} - \text{impuestos} \\
&= \$46{,}500 - 7084 \\
&= \$39{,}416
\end{aligned}
$$

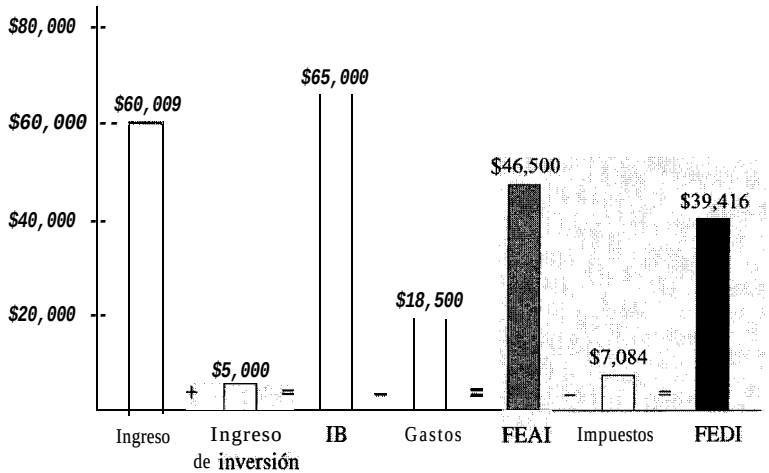


Figura 14.2 Desarrollo del flujo de efectivo después de impuestos para el ejemplo 14.5.

El negocio arrojó un flujo de efectivo real neto de $39,416 después de impuestos. Observe que en la figura 14.2 no hay una columna de depreciación, puesto que la depreciación no es un flujo de efectivo real. Ésta se utiliza solamente como deducción al comparar el ingreso gravable y los impuestos.

(b) Utilice el 11% para el retorno antes de impuestos y 0.184 para la tasa impositiva efectiva en la ecuación [14.17].

$$\text{El retorno de inversión después de impuestos} = 0.11(1 - 0.184)$$
$$= \mathbf{0.09} \quad (9\%)$$

Los impuestos redujeron el retorno obtenido en la inversión del negocio del 11% al 9%.

Una forma efectiva para mejorar el flujo de efectivo después de impuestos y la tasa de retorno de un proyecto es aprovechar los créditos tributarios permitidos. Estos créditos, por definición, no sólo aumentan las deducciones utilizadas al calcular impuestos sino que los reducen directamente.

El *crédito tributario de inversión (CTI)* ha sido utilizado en ocasiones en Estados Unidos para estimular la inversión en equipo en las industrias de capital intensivo autorizando créditos tributarios directos del 6% al 10% del costo inicial de un activo, sin reducir la base para fines de depreciación. Es decir, el CT1 reduce los impuestos sobre la renta directamente mientras que la depreciación es sólo una deducción al ingreso gravable.

Esta ventaja del CT1 se eliminó con la Ley de Reforma Tributaria de 1986, que revocó el CT1 porque era considerado inflacionario e innecesario debido a la introducción de SMARC. Dado que el CT1 ha sido utilizado históricamente para estimular la economía, se hace necesario conocer la forma en que éste opera, siendo posible además que sea reinstaurado en alguna forma en el futuro.

Un CT1 del 10% permite 10% del costo inicial como un crédito tributario, el cual puede aplicarse al año de compra del activo. En general, el crédito impositivo reclamado en un año está limitado por el impuesto sobre la renta de la compañía (el total o un porcentaje de éste) o por algún monto especificado para cada año. Además, dicho crédito tributario no redujo el monto depreciable total del activo. Sin embargo, las leyes anteriores de impuestos exigieron que el CT1 fuera considerado sobre la base reducida si se reclamaba también una deducción de gasto de capital de la Sección 179 (sección 13.8).

Problemas 14.16 a 14.20

14.5 EFECTO DE LOS DIFERENTES MODELOS DE DEPRECIACIÓN EN LOS IMPUESTOS

El modelo de depreciación que se utilice afecta la cuantía de los impuestos incurridos. Los métodos acelerados, tales como SMARC, dan como resultado menos impuestos en los años iniciales del periodo de recuperación debido a una mayor reducción en el ingreso gravable.

Para evaluar el efecto tributario de los modelos de depreciación se utiliza el criterio de *minimizar el valorpresente de los impuestos totales.* Es decir, para un periodo de recuperación n, se debe seleccionar el modelo de depreciación con el mínimo valor presente para impuestos, $VP_{impuesto}$, donde:

$$VP_{impuesto} = \sum_{t=1}^{t=n} (\text{impuestos en el año } t)(P/F, i, t) \qquad [14.18]$$

Si se comparan ahora dos modelos de depreciación diferentes cualesquiera, teniendo en cuenta las siguientes suposiciones: (1) la tasa impositiva constante de un solo valor, (2) el ingreso bruto excede cada monto de depreciación anual, (3) la recuperación de capital reduce el valor en libros hasta llegar al mismo valor de salvamento (comúnmente cero) y (4) el mismo periodo de recuperación en los años, entonces, para todos los modelos de depreciación se cumplen las siguientes aseveraciones:

1. Los impuestos totales pagados son *iguales* para todos los modelos de depreciación.
2. El valor presente de los impuestos, $VP_{impuestos}$, es *menor* para los modelos de depreciación acelerados.

Como se planteó en el capítulo 13, SMARC es el modelo de depreciación recomendado y la única alternativa es la depreciación en línea recta SMARC (con un periodo de recuperación ampliado). La cancelación acelerada de SMARC siempre proporcionará un valor $VP_{impuesto}$ menor comparado con modelos menos acelerados. Si el modelo SDD estuviera disponible directamente, en lugar de estar incorporado en los cálculos SMARC, SDD en términos generales, no sería tan bueno como SMARC. Este hecho sucede porque los modelos SD y SDD no reducen el valor en libros a cero como lo hacen los modelas SMARC, lo cual se ilustra en el ejemplo 14.6.

La selección del modelo de depreciación que minimiza $VP_{impuesto}$ equivale a seleccionar el modelo que maximiza el valor presente de la depreciación total, VP,, analizado en la sección 13.6.

Ejemplo 14.6

Se está llevando a cabo un análisis después de impuestos para una máquina nueva de $50,000 propuesta para una linea manufacturera. La FEAI para fa máquina se estima en $20,000. Si se aplica un periodo de recuperación de 5 años, utilice el criterio de valor presente de los impuestos, una tasa impositiva del 35% y un retorno del 8% anual para comparar los siguientes elementos: depreciación en linea recta clásica, SDD y depreciación SMARC. Para fines de comparación utilice un periodo de 6 años consistente.

Solución

La tabla 14.3 presenta un resumen de depreciación anual, ingresa gravable e impuestos para cada modelo. Para la depreciación clásica en línea recta con $n = 5$, $D_t = \$10,000$ durante 5 años y $D_6 = 0$ (columna 3), el FEAI de $20,000 está totalmente gravado en 35% en el año 6 para comparación con otros modelos.

El porcentaje SDD de $d = 2/n = 0.40$ se aplica para 5 años. El valor de salvamento implicado es $50,000 – 46, 112 = $3888, de moda que no todos los $50,000 son deducibles de impuestos. Los impuestos incurridas utilizando SDD son $3888 (0.35) = $1361 más que para el modelo LR clásico.

Tabla 14.3 Comparación de impuestos y valor presente de los impuestos para diferentes modelos de depreciación

		Línea recta			Saldo doblemente decreciente				SMARC	
(1) Año, t	(2) FEAI	(3) D_t	(4) IG	(5)= 0.35(4) Impuestos	(6) D_t	(7) IG	(8)= 0.35(7) Impuestos	(9) D_t	(10) IG	(11)= 0.35(10) Impuestos
1	+20,000	$10,000	$10,000	$3,500	$20,000	$ 0	$ 0	$10,000	$10,000	$ 3,500
2	+20,000	10,000	10,000	3,500	12,000	8,000	2,800	16,000	4,000	1,400
3	+20,000	10,000	10,000	3,500	7,200	12,800	4,480	9,600	10,400	3,640
4	+20,000	10,000	10,000	3,500	4,320	15,680	5,488	5,760	14,240	4,984
5	+20,000	10,000	10,000	3,500	2,592	17,408	6,093	5,760	14,240	4,984
6	+20,000	0	20,000	7,000	0	20,000	7,000	2,880	17,120	5,992
Totales		$50,000		$24,500	$46,112		$25,861*	$50,000		$24,500
$VP_{impuesto}$				$18,386			$18,549			$18,162

*Mayor que otros valores puesto que hay un valor de salvamento implícito de $3888 no recuperado por el modelo SDD.

SMARC cancela los $50,000 en 6 años utilizando las tasas de la tabla 13.2. Los impuestos totales son $24,500 para SMARC, lo mismo que mediante la depreciación LR clásica durante los 6 años.

Los impuestos anuales (columnas 5, 8 y 11 en la tabla 14.3) se acumulan cada año para cada modelo en la figura 14.3. Observe el patrón de las curvas y los valores de impuestos más bajos con relación al modelo LR en el año 2 para SMARC y en los años 1 y 2 para SDD. Estos valores de impuestos más bajos hacen que el valor $VP_{impuesto}$ mediante la depreciación LR sea más alto.

Los valores presentes de los impuestos totales que utilizan la ecuación [14.18] son:

LR: $VP_{impuesto} = 3500(P/A,8\%,6) + 7000(P/F,8\%,6) = \$18{,}368$

SDD: $VP_{impuesto} = 2800(P/F,8\%,2) + \ldots + 7000(P/F,8\%,6) = \$18{,}549$

SMARC: $VP_{impuesto} = 3500(P/F,8\%,1) + \ldots + 5992(P/F,8\%,6) = \$18{,}162$

El valor $VP_{impuesto}$ de SMARC es el menor en $18,162. La cantidad SDD sería menor que la depreciación LR clásica si todo el costo inicial de $50,000 fuera depreciado.

Estos cálculos indican que los modelos acelerados, bajo las condiciones establecidas, tienen una incidencia menor del impuesto sobre la renta utilizando el criterio del valor presente del impuesto. Tal criterio generará el mismo modelo de depreciación que el criterio de maximizar el valor presente de la depreciación, VP,, antes de impuestos en la forma analizadaen la sección 13.6 (cambio entre modelos de depreciación).

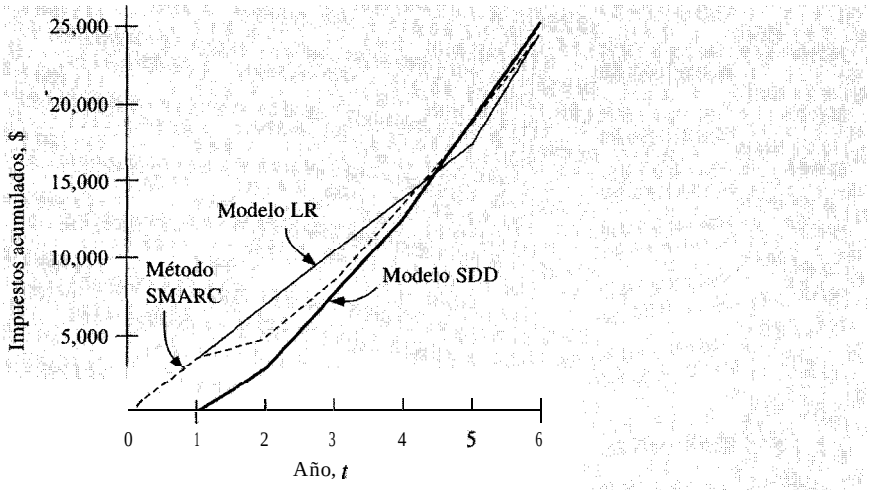


Figura 14.3 Impuestos en los que se incurre mediante los diferentes modelos de depreciación durante un periodo de comparación de 6 años, ejemplo 14.6.

Problemas 14.21 a 14.26

14.6 EFECTO DE LOS DIFERENTES PERIODOS DE RECUPERACIÓN SOBRE LOS IMPUESTOS

A continuación se plantean supuestos ligeramente diferentes sobre los modelos de depreciación con el fm de comparar los periodos de recuperación: (1) la tasa impositiva constante de un solo valor, (2) el ingreso bruto excede cada monto de depreciación anual, (3) la recuperación de capital reduce el valor en libros hasta llegar al valor de salvamento (a menudo cero) y (4) la comparación de resultados para el mismo modelo de depreciación. Se puede demostrar que un periodo de recuperación más corto ofrecerá una ventaja de impuestos durante un periodo más largo utilizando el criterio de minimizar el valor $VP_{impuesto}$ calculado mediante la ecuación [14.181. La comparación de impuestos para los diferentes valores de n indicará que:

1. Los impuestos totales pagados son iguales para todos los valores de n.
2. El valor presente de los impuestos, $VP_{impuesto}$, es ***menor*** para los valores más bajos de ***n.***

El ejemplo 14.7 demuestra estas conclusiones utilizando el modelo clásico de línea recta, aunque éstas pueden demostrarse para cualquier modelo de depreciación.

Ejemplo 14.7

Grupo Grande Maquinaria, una corporación manufacturera diversificada sítuada en México, mantiene registros paralelos para los activos depreciables en sus operaciones de EE.UU. Esta situación es común para las corporaciones multinacionales. Un grupo de registros son para uso corporativo y reflejan la vida útil estimada de los activos. El segundo conjunto de registros es para fines del gobierno de EE.UU., específicamente para depreciación.

La compañía acaba de comprar un activo con B = \$90,000 coa una vida estimada de 9 años; sin embargo, la ley tributaria de EE.UU. permite un periodo de recuperación más corto, de 5 años. Demuestre la ventaja tributaria para el n menor si FEAI = \$30,000 anual, si se aplica una tasa impositiva efectiva del 35%, si el dinero invertido está retornando 5% anualmente después de impuestos y si se permite la depreciación LR clásica. Ignore el efecto de algún valor de salvamento.

Solución

Complete los cálculos LR de la sección 13.2 y luego calcule y compare el valor presente de los impuestos totales utilizando la ecuación [14.1 8] para ambos valores n.

$n = 9$ años

$$D_t = \frac{90{,}000}{9} = \$10{,}000$$

$$IG = 30{,}000 - 10{,}000 = \$20{,}000 \text{ anuales}$$

$$\text{Impuestos} = 20{,}000(0.35) = \$7000 \text{ anuales}$$

$$\text{Impuestos totales} = \$7000(9) = \$63{,}000$$

$$VP_{impuesto} = 7000(P/A,5\%,9) = \$49{,}755$$

n = 5 años. Se utiliza el mismo periodo de comparación de 9 años, pero la depreciación ocurre solamente durante los 5 primeros años.

$$D_t = \begin{cases} \dfrac{90{,}000}{5} = \$18{,}000 & t = 1 \text{ a } 5 \\ 0 & t = 6 \text{ a } 9 \end{cases}$$

Aplique la ecuación [14.141 para IG, seguido por la ecuación [14.15] para los impuestos.

$$\text{Impuestos} = \begin{cases} (30{,}000 - 18{,}000)0.35 = \$4200 & t = 1 \text{ a } 5 \\ (30{,}000)0.35 = \$10{,}500 & t = 6 \text{ a } 9 \end{cases}$$

$$\text{Impuestos totales} = \$4200(5) + 10{,}500(4) = \$63{,}000$$

$$VP_{\text{impuesto}} = 4200(P/A,5\%,5) + 10{,}500(P/A,5\%,4)(P/F,5\%,5)$$
$$= \$47{,}356$$

Un totd de $63,000 en impuestos se paga para los periodos de 9 y 5 años. Sin embargo, la cancelación más rápida para n = 5 produce un ahorro de impuestos, en valor presente, de cerca de $2400 ($49,755 – 47,356).

Problemas 14.27 a 14.30

EJEMPLO ADICIONAL

Ejemplo 14.8

(Hoja de cálculo)

IMPUESTOS Y GANANCIAS **DE CAPITAL, SECCIONES** 14.2 Y 14.3 Biotec- 1, una compañía de pruebas médicas, está considerando la compra de máquinas para análisis de células. La información sobre los dos competidores es:

	Analizador 1	**Analizador 2**
Costo inicial, $	150,000	225,000
Gastos anuales, $	30,000	10,000
Periodo de recuperación, años	5	5

(a) Utilice una tasa impositiva efectiva del 35% y depreciación SMARC para determinar la ventaja impositiva, de existir, para los analizadores durante los primeros 3 añas. Se espera un ingreso bruto de $100,000 para ambos analizadores.

(b) Si los analizadores fueran a ser vendidos durante el tercer año de propiedad, calcule el efecto del impuesto sobre la renta en el año 3 debido a la venta. Suponga que los analizadores de células,

parcialmente depreciados, se convierten en estándares tecnológicos y sus precios de venta del tercer año son elevados a $130,000 (analizador 1) y $240,000 (analizador 2). También, calcule los recaudos netos provenientes de la venta de cada activo.

Solución

(a) La figura 14.4 presenta la hoja de cálculo con los siguientes valores de columna.

Células **columna B.** Tasas SMARC para $n = 5$ de la tabla 13.2.

Células columna C. Depreciación anual SMARC utilizando la ecuación [13.12], $d_t B$.

Microsoft Excel - Ex14.8

File Edit View Insert Format Tools Data Window Help

Arial 10 100%

J18

	A	B	C	D	E	F	G
1				ANALIZADOR 1			
2	(t)	d(t)	D(t)	VL(t)	E(t)	TI(t)	Impuestos(t)
3	0			$150,000			
4	1	0.2	$30,000	$120,000	$30,000	$40,000	$14,000
5	2	0.32	$48,000	$72,000	$30,000	$22,000	$7,700
6	3	0.192	$28,800	$43,200	$30,000	$41,200	$14,420
7			$106,800		$90,000		$36,120
8							
9				ANALIZADOR 2			
10	(t)	d(t)	D(t)	VL(t)	E(t)	TI(t)	Impuestos(t)
11	0			$225,000			
12	1	0.2	$45,000	$180,000	$10,000	$45,000	$15,750
13	2	0.32	$72,000	$108,000	$10,000	$18,000	$6,300
14	3	0.192	$43,200	$64,800	$10,000	$46,800	$16,380
15			$160,200		$30,000		$38,430
16							

Ejemplo 14.8 Sheet2 Sheet3 Sheet4 Sheet5 Sheet6 Shee

=D$11*B14 =D13-C14 =100000-C14-E14 =0.35*F14

Figura 14.4 **Análisis SMARC después de impuestos de das móquinas de análisis de células, ejemplo 14.8 (hoja de cálculo).**

Células columna D. Valor en libros, ecuación [13.131, $VL_t = VL_{t-1} - D_t$.

Células columna E. Gastos anticipados cada año, GO,

Células columna F. Ingreso gravable por la ecuación [14.3], $(IG_t)T_e$ = (TIJ0.35.

Durante los 3 anos, los impuestos totales para el analizador 1 ($36,120) son más bajos que los del analizador 2 ($38,430). Entonces, el analizador 1 tiene una ventaja tributaria de $23 10.

(b) El ***analizador 1*** tiene una recuperación de depreciación. De acuerdo con la figura 14.1, caso 1 y la figura 14.4, que indica que VL, = $43,200, RD y los impuestos estimados resultantes son:

$$RD = \$130.090 - 43.200 = \$86.800$$

$$\text{Impuestos en el año 3} = (IG_3 + RD)0.35 = (41,200 + 86,800)0.35$$

$$= \$44,800$$

Los impuestos del año 3 aumentaran de $14,420 (figura 14.4) hasta $44,800. Los recaudos netos consideran los impuestos sobre depreciación recuperada.

$$\text{Impuestos sobre RD} = (\$86,800)0.35 = \$30,380$$

$$\text{Entradas netas de la venta} = \$130,000 - 30,380 = \$99,620$$

Para el *analizador* 2, un análisis similar genera una ganancia de capital más recuperación de depreciación, puesto que el precio de venta excede el costo inicial de $225,000. Con referencia ala figura 14.1, caso II, y aplicando las ecuaciones [14.1 1] y [14.12], se tiene:

$$RD = \text{costo inicial} - \text{valor en libros}$$

$$= \$225,000 - 64,800$$

$$= \$160,200$$

$$\text{Ganancia neta de capital} = \text{precio de venta} - \text{costo inicial}$$

$$= \$240,000 - 225,000$$

$$= \$15,000$$

Utilizando las ecuaciones actualizadas [14.3] y [14.4],

$$\text{Los impuestos en el año 3} = (IG_3 + RD + GC)0.35$$

$$= (46,800 + 160,200 + 15,000)0.35$$

$$= \$77,700$$

Los impuestos del año 3 aumentarán desde $16,380 (figura 14.4) hasta $77,700. Para los recaudos netos,

$$\text{Impuestos sobre RD + GC} = (160{,}200 + 15{,}000)0.35 = \$61{,}320$$
$$\text{Recaudos netos de la venta} = \$240{,}000 - 61{,}320 = \$178{,}680$$

Conclusión

Para ambos analizadores, los recaudos netos representan alrededor del 75% del precio de venta.

RESUMEN DEL CAPÍTULO

Los cálculos del impuesto sobre la renta para contribuyentes individuales y corporaciones adquieren la misma forma general y en ambos casos se aplica una estructura de tasas impositivas graduales. No obstante, hay diferencias significativas al calcular el ingreso bruto, el ingreso gravable y los impuestos sobre la renta.

Las tasas impositivas marginales están tabuladas y se gradúan con el IG en aumento. La tasa impositiva efectiva de un solo valor y la tasa impositiva promedio son dos tasas impositivas adicionales de valor singular utilizadas en los estudios de ingeniería económica.

Las *pérdidas de capital* corporativas pueden compensar las *ganancias de capital* y, por consiguiente, reducir los impuestos sobre la renta indirectamente, siempre y cuando haya ganancias disponibles. Si resultan ganancias netas, éstas se consideran como el ingreso gravable ordinario. Las pérdidas netas se consideran un *ahorro de impuestos* en los estudios de economía. La figura 14.1 resume el tratamiento de impuestos para las ganancias y pérdidas de capital y la recuperación de depreciación en el momento en que se vende un activo de capital.

Es posible demostrar que los modelos de depreciación acelerados, tales como SMARC y SDD y los periodos de recuperación abreviados tienen ventajas tributarias considerables. El criterio para *minimizar el valor presente de los impuestos totales,* $VP_{impuestos}$, se utiliza para concluir que:

- Los impuestos totales pagados son los mismos para todos los modelos y todos los valores *n*.
- Los modelos acelerados tienen un valor $VP_{impuesto}$ menor, debido a la mayor depreciación en los primeros años.
- Los valores *n* menores tienen un menor valor de VP, porque el costo inicial se cancela en menos tiempo, resultando en más depreciación durante menos años.

REFERENCIAS DE LECTURA

Algunas referencias para contribuyentes individuales.

- *Your Federal Income Tax (para individuos),* U.S. Interna1 Revenue Service, publicación 17, publicación anual.

- *The Ernst & Young Tax Saver's Guide,* John Wiley and Sons, Inc., New York, publicación anual.
- *J. K. Lasser's* Your *Income Tax,* Macmillan, New York, publicación anual.
- *Package 1040-5 — Forms and Znstructions,* U.S. Interna1 Revenue Service, publicación anual.

Algunas referencias para entender los impuestos corporativos.

- *Tax Information on Corporations,* U.S. Interna1 Revenue Service, Publicación 542, publicación anual.
- *U.S. Master Tax Guide,* Commerce Clearing House, Chicago, publicación anual.
- *Sales and Other Dispositions of Assets,* U.S. Interna1 Revenue Service, Publicación 544, publicación anual.

PROBLEMAS

Nota a instructores y estudiantes: Cuando las tasas impositivas actuales y la ley difieren de las presentadas aquí y se utilizan las nuevas para solucionar los siguientes problemas, puede requerirse ajustes menores en el planteamiento y solución de los problemas. Obviamente, las respuestas también cambiarán con respecto a las del Apéndice C.

14.1 Las situaciones enumeradas a continuación fueron registradas por una corporación durante el año pasado. Para cada situación, determine cuál de los siguientes factores está involucrado: el ingreso bruto, el ingreso gravable, la recuperación de la depreciación, una ganancia de capital, una pérdida de capital o una pérdida operacional.

(a) Una máquina fue comprada y tuvo depreciación de $9600 el primer año.

(b) La compañía estima que reportará una pérdida neta de $75,000 en su declaración de renta.

(c) Un activo con valor en libros de $8000 fue retirado y vendido por $8450.

(d) El activo en la parte *(a)* tendrá un costo de interés de $4200 anuales para cancelar el préstamo tomado para comprarlo.

(e) Un activo que tenía una vida de 8 años fue adquirido hace 14 años y tiene un valor en libros final de cero. Éste se vendió este año por $275.

(f) El costo de los bienes vendidos el año pasado fue de $468,290.

(g) El ingreso de las ventas internacionales fue $1.8 millones, de los cuales $0.8 millones es el costo de las licencias extranjeras.

14.2 Resuma las diferencias principales en las fórmulas relacionadas con el impuesto sobre la renta y las tasas impositivas para contribuyentes corporativos e individuales.

14.3 Dos pequeños negocios tienen la siguiente información en sus declaraciones de renta.

	Compañía 1	**Compañía 2**
Recaudos de ventas, $	1,500,000	820,000
Recaudos de intereses, $	3 1,000	25,000
Gastos, $	754,000	591,000
Depreciación, $	48,000	54,000

(a) Si ambos hacen negocios en un estado sin impuestos, calcule el impuesto sobre la renta federal, utilizando las tasas impositivas federales.

(b) ¿Cuál porcentaje de sus recaudos de ventas pagan las compañías en impuestos sobre la renta?

(c) Calcule los impuestos utilizando una tasa efectiva del 34% para todo el IG. ¿Qué cambio porcentual en impuestos es ocasionado por las tasas impositivas graduales?

14.4 La firma International Car Wholesalers tendrá un ingreso gravable de $250,000 este año. Si se inicia una campaña de publicidad, se estima que IG aumentará a $300,000. Ignore los impuestos estatales y locales. Después de calcular impuestos utilizando las tasas impositivas graduales federales, determine los siguientes elementos:

(a) Tasa impositiva federal promedio sobre IG = $250,000.

(b) Tasa impositiva federal marginal solamente sobre el ingreso gravable adicional.

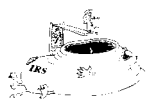
(c) Tasa impositiva federal promedio sobre todos los $300,000 de IG.

(d) Utilidad después de impuestos sobre el ingreso gravable adicional de $50,000.

14.5 Carl Hold and Associates tiene un ingreso bruto de $4.3 millones durante el año. La depreciación y los gastos ascienden a $2.45 millones. Si los montos combinados de la tasa impositiva estatal y local ascienden a 6.5% y se estima una tasa federal efectiva del 35%, calcule los impuestos sobre la renta utilizando la fórmula de la tasa impositiva efectiva.

14.6 La firma WB Contractors reportó una IG de $80,000 el año pasado. Si la tasa impositiva estatal es 8%, calcule *(a)* la tasa impositiva federal promedio, *(b)* la tasa impositiva efectiva global y *(c)* los impuestos totales que debe pagar la compañía con base en la tasa impositiva efectiva.

14.7 El ingreso gravable para una pequeña sociedad es de $150,000 este año. Los propietarios utilizan una tasa impositiva de valor único del 39% y están considerando una nueva inversión de capital. El equipo costará $40,000, tendrá una vida de 5 años, un salvamento por una cantidad estimada de $5000 y será cancelada utilizando la depreciación clásica en línea recta. La compra aumentará el ingreso gravable en



$10,000 y los gastos en $1000 anualmente. Calcule el cambio en los impuestos sobre la renta durante el año si se efectúa la compra.

14.8 Julieta ha trabajado como ingeniero para diversas compañías y ahora tiene un salario anual de $78,000. Este año sus ganancias de capital e intereses ascienden a $5500. Sus deducciones totales son $13,800.

(a) Calcule sus impuestos sobre la renta como declarante individual. ,

(b) Determine qué porcentaje de su salario anual es destinado a los impuestos sobre la renta federales.

(c) ¿Cuál es la tasa impositiva promedio pagada durante este año?

14.9 Un ejecutivo de una universidad, que tiene un IG de $70,000 y declara en forma conjunta como persona casada, dice a un amigo que está en un rango de 28% del impuesto sobre la renta, de modo que sus impuestos serán $19,600 este año. Su asesor de impuestos le dice que no está en lo correcto y que sus impuestos deben ser más bajos.

(a) Calcule sus impuestos correctamente y explique la diferencia entre los dos montos de impuestos.

(b) Si los IG de $70,000 se calcularan correctamente, ¿cuál tasa impositiva plana se requeriría para imponer la cantidad de impuestos calculada en la parte *(a)*?

14.10 Compare los impuestos sobre la renta causados para las dos situaciones siguientes: una persona que declara sola y una pareja casada que declara conjuntamente. No hay exenciones diferentes a las reclamadas por los mismos individuos.

	Condición de declarante	
	Soltero	**Casado y conjunta**
Ingreso bruto, $	60,000	60,000
Exenciones personales, $	2,500	5,000
Deducciones	7,000	7,000

14.11 Las siguientes ganancias y pérdidas de capital se registran durante 1 año para una pequeña compañía exportadora de EE.UU.

Ganancia de largo plazo = $28,000

Pérdida de largo plazo = $5000

Ganancia de corto plazo = $2000

El ingreso gravable es de $380,000 antes de considerar estos resultados de la venta de activos de capital. Incorpore las ganancias y pérdidas de capital en IG y calcule los

impuestos sobre la renta. La tasa impositiva estatal es 5% y la tasa impositiva federal efectiva es 34%.

14.12 Calcule las ganancias y pérdidas de capital y cualquier recuperación de depreciación para cada transacción de activos descrita a continuación y luego utilícelas para determinar los impuestos sobre la renta. Los recaudos de ventas durante el año son $180,000 con gastos y depreciación acumulada que totalizan $39,400.

(a) Un activo de 3 años de uso con depreciación SMARC fue vendido por el 68% de su costo inicial, el cual fue $50,000. El activo no tenía valor de salvamento y su periodo de recuperación SMARC era de 7 años.

(b) Una máquina que tenía solamente 5 meses de edad fue remplazada debido a rápidos avances tecnológicos. El activo tenía B = $10,000, VS = $1000, n = 3 años, y fue depreciado mediante el método SMARC. El negocio de canje dio a la compañía $5000 en la reposición. Permita solamente el 50% de la depreciación SMARC durante el periodo de 5 meses.

(c) Una extensión de tierra comprada hace 4 meses por $18,000 fue vendida con una utilidad del 10%.

(d) Un activo de 23 años de uso fue vendido por $500. En el momento de la compra, el activo fue ingresado a los libros con B = ***$18,000,*** VS = $200, n = 20 años. Se utilizó la depreciación clásica en línea recta durante toda la vida de la máquina.

14.13 La empresa Mountain Spring Water, Inc., compró nuevo equipo de refrigeración en enero con B = $40,000, un periodo de recuperación SMARC de 5 años y un valor de salvamento estimado de $5000. La compra ha aumentado el ingreso gravable en $10,000 y los gastos en $1000 durante el año. En diciembre del mismo año, debido a ventas rezagadas, la unidad fue vendida por una cantidad de sacrificio de $28,000. La ley tributaria exige que un activo se conserve por lo menos durante 1 año para poder registrar una ganancia o pérdida de capital de largo plazo. Explique la forma como la venta en diciembre afectará los impuestos sobre la renta durante el año. ¿Cuál es la cuantía del posible efecto sobre los impuestos, si la tasa impositiva efectiva es 34%?

14.14 El presidente del Virtual-Health Club, que opera en 450 lugares en Norteamérica y Europa, ha contratado los servicios de su compañía consultora durante los próximos 5 años para ayudar a tomar decisiones de inversión de capital en compras de equipo en todos los lugares. Se le ha pedido a usted preparar una presentación de 5 minutos acompañada con un resumen escrito del tratamiento que su compañía dará a las ganancias de capital, pérdidas de capital, gastos de depreciación y recuperación de depreciación al desarrollar los análisis de ingeniería económica después de impuestos. Prepare la versión del resumen escrito y el esquema de presentación (si su instructor lo desea) que usted ofrecería al presidente.

14.15 Hace tres años Chic Fashions compró tierra y activos que han sido transferidos recientemente a una subsidiaria de la corporación. Utilice la siguiente información

para determinar dónde ha ocurrido ganancias o pérdidas de capital o recuperación de depreciación. Determine la cuantía de cada efecto.

Activo	Precio de compra	Periodo de recuperación	Valor actual en libros	Precio de venta
Tierra	$100,000		$100,000	$105,000
Máquina 1	50,500	5	15,500	17,500
Máquina 2	10,000	3	1,000	11,000

14.16 Un vicepresidente de finanzas desea estimar el flujo de efectivo anual requerido antes de impuestos que se necesita para tener FEDI = $1,500,000. La tasa impositiva efectiva federal es 40% y la tasa impositiva estatal es 8%. El vicepresidente sabe que se retirará ese $1 millón del valor del activo depreciable de los libros de la compañía este año. Estime FEAI.

14.17 La firma Wholesome Grocers compró nuevas carretillas elevadoras de horquilla por $100,000 cada una a finales del año pasado. Tabule el FEA1 y FEDI para cada uno de los 6 años de propiedad utilizando una tasa impositiva efectiva del 40% para el flujo de efectivo anual estimado y cantidades de depreciación siguientes. Suponga que el ingreso bruto es el aumento estimado generado por el uso más efectivo de estas carretillas al transportar paletas de productos alimenticios. Se espera que las carretillas se vendan dentro de 6 años por $4000.

Año	Ingreso bruto	Gastos de operación	Depreciación SMARC	Venta de carretillas
1	$30,000	$5,000	$20,000	
2	40,000	5,000	32,000	
3	35,000	6,000	19,200	
4	25,000	6,000	11,520	
5	20,000	7,000	11,520	
6	15,000	7,000	5,760	$4,000

14.18 Calcule el retorno antes de impuestos para el problema 14.5 si se espera un retorno después de impuestos del 8% anualmente.

14.19 Si la presidenta de una compañía dice a un amigo que ella espera obtener una tasa de retorno del mercado del 15% anual sobre todas las inversiones corporativas antes de

impuestos y un 8% anual después de impuestos ¿Qué porcentaje del ingreso está suponiendo ella que comprometerá para el pago de impuestos sobre la renta?

14.20 Un consultor ha trabajado recientemente en una justificación de una nueva tecnología para una industria textil. Tanto en un pequeño negocio como en una gran corporación ha realizado evaluaciones económicas que tienen un retorno promedio del 21% anual antes de impuestos. Si la TMAR establecida para los nuevos proyectos en ambas compañías es del 12% anual después de impuestos, determine si la gerencia en ambas compañías aceptará los proyectos, siempre que el retorno antes de impuestos se utilice para aproximar el retorno después de impuestos. Las tasas impositivas incrementales efectivas son 48% para la corporación grande y 34% para la pequeña compañía.

14.21 Una compañía de leasing de transporte compró camiones nuevos por $150,000 y espera obtener una FEA1 de $100,000 cada 3 años. Los camiones tienen un periodo de recuperación de 3 años. Suponga una tasa impositiva efectiva del 40% y una tasa de interés del mercado del 15% cada año. Muestre la ventaja de los métodos de depreciación acelerada en términos del valor presente de impuestos para el método SMARC *versus* el método LR clásico. Teniendo en cuenta que SMARC toma un año adicional para depreciar totalmente la base, suponga que no hay un FEA1 más allá del año 3, pero incluya cualquier impuesto negativo como ahorro de impuestos.

14.22 Una compañía internacional ubicada en Estados Unidos compró una impresora *A* que genera un FEA1 estimado de $65,000 durante los próximos 6 años. La división de la compañía en América del Sur compró cinco impresoras *B* que generan el mismo FEAI. El dinero tiene una tasa de mercado del 12% anualmente en ambos países. Estados Unidos exige la depreciación SMARC para la impresora A y permite la depreciación LR clásica para la impresora *B*. Ignore cualquier ganancia de capital, pérdidas o recuperación de depreciación en el momento de la venta y suponga que cualquier impuesto sobre la renta negativo es un ahorro de impuestos para la compañía. Utilice 6 años como periodo de evaluación para ambos casos. *(a)* ¿Cuál es la diferencia en el valor presente de los impuestos pagados? *(b)* Examine la secuencia de los montos del impuesto sobre la renta para cada año con respecto a los dos casos. Calcule los impuestos totales durante los 6 años. ¿Por qué estos dos totales no son iguales? *(c)* Observe las diferencias en los perfiles de las cantidades del impuesto anual y explique cómo y por qué la carga impositiva se distribuye en forma diferente en los dos países.

	Impresora *A*	**Cinco impresoras *B***
Costo inicial total, $	250,000	260,000
Valor de salvamento total, $	25,000	25,000
FEAI anual total, $	65,000	65,000
Método de depreciación	SMARC	LR clásico
Tasa impositiva, %	50	50
Periodo de recuperación, años	5	5

14.23 Resuelva el problema 14.22 si el activo A se deprecia mediante el método SDD y los activos B se deprecian mediante el método SD utilizando una tasa del 150% de la tasa LR. Considere los valores de salvamento estimados y utilice un periodo de 5 años para la comparación.

14.24 Un activo que cuesta $45,000 tiene una vida de 5 años, un valor de salvamento de $3000 y un FEAI anticipado = $15,000 anual. Determine el programa de depreciación para el LR clásico y para cambiar de SDD a LR a fin de maximizar la depreciación. El método de cambio fue utilizado en el problema 13.26.) Utilice i = 18% y una tasa impositiva efectiva del 50% para determinar la forma como el valor presente de los impuestos disminuye cuando se permite el cambio. Suponga que el activo se vende por $3000 en el año 6 y que cualquier IG negativo o pérdida de capital en el momento de la venta genera un ahorro de impuestos.

14.25 Construya el diagrama de flujo de efectivo para los impuestos sobre la renta anuales y luego calcule el valor presente de los impuestos para un activo de $9000, con un periodo de recuperación de 5 años. Se estima el FEA1 en $10,000 los primeros 4 años y $5000 de allí en adelante siempre que el activo se conserve. La tasa impositiva efectiva es del 40% y el dinero vale 10% cada año. Utilice el método SMARC de depreciación.

14.26 Es posible calcular el ahorro de impuestos efectivo en el año t debido a depreciación solamente. Si AI_t identifica el ahorro de impuestos, la relación es

$$AI_t = (\text{tasa impositiva efectiva})(\text{depreciación}) = T_e\ (D_t)$$

(a) Determine el valor presente del ahorro de impuestos, VP,, , para un activo que usa SMARC con $B = \$45,000$, $n = 3$ años, i = 8% y $T_e = 0.35$.

(b) Explique la forma como el valor de VP,, puede utilizarse para preferir un método de depreciación a otro. ¿Cómo se compara este criterio con el criterio $VP_{impuesto}$ utilizado en la sección 14.5?

14.27 La compañía de Daryl compró un activo depreciable que costó $6000, se espera que dure 4 años y pueda producir un FEAI de $3000 durante 4 años solamente. El activo puede depreciarse mediante SMARC utilizando un periodo de recuperación de 3 o de 5 años. Si la tasa impositiva es 50% e $i = 5\%$, utilice el criterio del $VP_{impuesto}$ mínimo para seleccionar el periodo de recuperación. Suponga que cualquier depreciación anual por encima del flujo de efectivo antes de considerar los impuestos es una ventaja tributaria para la corporación en ese año. (*Nota:* Para resolver este problema es posible que desee utilizar su hoja de cálculo).

14.28 Usted planea comprar un sistema de manejo de materiales por valor de $900,000 para una línea de procesamiento. Suponga que tiene la posibilidad de escoger la depreciación LR clásica ($n = 3$ años) y el método SDD ($n = 5$ años). ¿Cuál método y periodo de tiempo escogería usted? Para tomar la decisión utilice bien sea el criterio de $VP_{impuesto}$

o VP_{A1} (como se analizó en el problema 14.26). La tasa impositiva efectiva es 45% y suponga que i es el 12% anual.

14.29 La firma Web Edge Microprocessor acaba de comprar un activo por $88,000 con una vida esperada de 10 años. Para fines de impuestos, se permite a la compañía *(a)* utilizar un periodo de recuperación de 5 ó 10 años y depreciación en línea recta con la convención de mitad de año, o *(b)* utilizar un periodo de 5 años y depreciación SMARC. Determine el periodo de recuperación y el método de depreciación para minimizar el valor de los impuestos en el tiempo si i = 10% anual; T_e = 52% para impuestos locales, estatales y federales; y el FEA1 anticipado es $25,000 anualmente durante sólo 10 años. Considere todas las pérdidas operacionales como una ventaja tributaria en el año causado.

14.30 La depreciación SMARC (n = 5) y la alternativa LR a SMARC (n = 8) están siendo consideradas por el presidente de un nuevo negocio pequeño para un activo con B = $10,000 y ningún valor de salvamento esperado. Utilice FEA1 = $4000 para seleccionar el mejor método con base en el valor presente de los impuestos. Sea $T_e = 0.35$ e i = 20% anual. Utilice la convención de mitad de año.

capítulo

15

Análisis económico después de impuestos

ANEXO C (Forma 1040) Departamento del Tesoro Internal Revenue Service(T)	Utilidad o pérdida del negocio (Propietario único) · Las sociedades, joint ventures, etc., deben llenar la Forma 1065 ▶Anexo a la forma 1040 o forma 1041 ▶véanse instrucciones para el anexo c
Nombre del propietario	Susan J. Brown
Negocio o profesión principal, incluyendo producto o servicio (*véase* pág. C-1)	Minorista, confecciones para dama
Nombre del negocio. Si no existe un nombre de negocio separado, favor dejar en blanco.	Milady Fashions

En este capítulo se incorporan los efectos de los impuestos sobre la renta al análisis de ingeniería económica. Primero, se utilizan las relaciones básicas del impuesto sobre la renta del capítulo anterior, unidas a la información sobre *financiamiento con deuda y con patrimonio,* para estimar el *flujo de efectivo neto (FEN)* anual después de impuestos para la alternativa. Luego se utilizan los valores FEN para calcular el valor presente, el valor anual o la tasa de retorno para un proyecto único y para dos alternativas que compiten.

Como el lector ya se ha dado cuenta, las leyes de impuestos cambian con el tiempo y difieren de un país a otro. En los análisis de ingeniería económica deben considerarse solamente los impactos económicos significativos de las leyes tributarias.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Propósito: Realizar un análisis económico de una o más alternativas considerando los efectos de los impuestos sobre la renta.

Financiamiento con deuda y con patrimonio

Análisis después de impuestos

Tasa de retorno después de impuestos

Reposición

Este capítulo ayudará al lector a:

1. Determinar el flujo de efectivo neto anual (FEN) después de impuestos cuando hay financiamiento con deuda y con patrimonio.
2. Seleccionar entre dos alternativas mediante la utilización del análisis del valor presente o de valor anual después de impuestos.
3. Calcular la tasa de retorno de un proyecto único y seleccionar entre dos alternativas mediante el empleo del análisis de tasa de retorno después de impuestos.
4. Utilizar el análisis de reposición después de impuestos para escoger entre alternativas defensoras y retadoras.

15.1 ESTIMACIÓN DEL FLUJO DE EFECTIVO NETO DESPUÉS DE IMPUESTOS CONSIDERANDO FINANCIAMIENTO CON DEUDA Y CON PATRIMONIO

En el capítulo 1 se introdujeron los términos flujo de efectivo y flujo de efectivo neto. De hecho, la ecuación [1.7] se expresa:

$$\text{Flujo de efectivo neto} = \text{ingresos} - \text{desembolsos}$$
$$= \text{entradas de efectivo} \quad \text{salidas de efectivo}$$

En términos simples, el flujo de efectivo neto (FEN) es la cantidad de efectivo real resultante que fluye hacia la compañía (la entrada, de manera que el neto sea positivo) o que sale de la compañía (salida, de manera que el neto sea negativo) durante un periodo de tiempo, generalmente, 1 año. El análisis del flujo de efectivo después de impuestos implica que se utilizan las cantidades del flujo de efectivo neto en todos los cálculos para determinar VP, VA, TR, o cualquiera que sea la medida de valor de interés para el analista. De hecho, el flujo de efectivo neto después de impuestos es igual a la cantidad del flujo de efectivo después de impuestos (FEDI) con algunos términos adicionales del flujo de efectivo. A continuación se investigan exactamente los valores que se incluyen dentro del flujo de efectivo neto anual, a medida que se trabaja sobre lo aprendido en el capítulo 14. Las ecuaciones [14.131 hasta [14.161 muestran los cálculos para FEDI, donde los impuestos reducen el flujo de efectivo, pero la depreciación no lo hace puesto que ésta no es una salida real de efectivo. Ahora, el lector debe concentrarse en un flujo de efectivo neto de una alternativa introduciendo el costo inicial del activo, el cual es un gasto de capital por una cuantía ***P*** y a menudo ocurre en el año 0 de la vida de la alternativa. En segundo lugar, se debe introducir cualquier valor de salvamento, VS, que es un flujo de efectivo positivo en el año n. Si se incluye el flujo de efectivo negativo resultante de los impuestos, con cualquier consecuencia sobre los impuestos del VS contabilizado en el IG, el flujo de efectivo neto anual para un análisis de ingeniería económica después de impuestos es, en general,

$$\text{FEN} = -\text{gasto de capital} + \text{ingreso bruto} \quad \text{gastos de operación}$$
$$+ \text{valor de salvamento} - \text{impuestos}$$
$$= -P + \text{IB} - \text{GO} + \text{VS} - \text{IG}(T) \qquad [15.1]$$

Existen muchas otras entradas y salidas que afectan de modo directo el flujo de efectivo y los impuestos. Principalmente éstas resultan de la manera como se financian las inversiones de capital mediante el uso de financiación con deuda o con patrimonio. Se analizará ahora el tratamiento de impuestos que recibe la financiación con deuda y con patrimonio y luego se abordará cómo cada tipo de financiación afecta las medidas de valor tales como VP, VA y TIR.

El hecho de que una compañía utilice fondos prestados externos a sus propios recursos para adquirir un activo, se denomina financiamiento con deuda. Para nuestros fines, el *financiamiento con* deuda ***(FD)*** incluye préstamos y bonos. En el ejemplo 1.9 se trabajaron en cierto grado los diferentes planes de rembolso de préstamos y el capítulo ll consideró en detalle los bonos. Los *préstamos* exigen que la compañía rembolse el principal dentro de un periodo de tiempo establecido, más el *interés* periódico sobre el principal. Los *bonos* exigen que la compañía rembolse el valor nominal después de determinado número de años, más

unos *dividendos* periódicos sobre el valor nominal del bono. Los diversos tipos de flujos de efectivo de los préstamos y bonos afectan los impuestos y los flujos de efectivo netos en forma diferente, de la siguiente manera:

Tipo de deuda	**Flujo de efectivo involucrado**	**Tratamiento tributario**	**Efecto sobre el flujo de efectivo neto**
Préstamo	Recibo del principal	Ningún efecto	Lo aumenta
Préstamo	Pago de interés	Deducible	Lo reduce
Préstamo	Rembolso o repago del principal	No deducible	Lo reduce
Bono	Recibo del valor nominal	Ningún efecto	Lo aumenta
Bono	Pago de dividendo	Deducible	Lo reduce
Bono	Rembolso del valor nominal	No deducible	Lo reduce

Observe que *solamente los intereses sobre el préstamo y los dividendos del bono son deducibles de impuestos.* Se utilizará el símbolo DE, para identificar la suma de estos dos. Para desarrollar una relación que explique el impacto tributario sobre el flujo de efectivo del financiamiento con deuda, se debe empezar con la relación fundamental del flujo de efectivo neto, es decir, entradas menos desembolsos. Luego se deben identificar las entradas del financiamiento con deuda como:

FD, = ingreso de principal del préstamo + ingreso de la venta del bono [15.2]

Es necesario definir los desembolsos del financiamiento con deuda como:

FD, = pago de intereses del préstamo + pago de dividendos del bono [15.3]
+ repago del principal del préstamo
+ repago del valor nominal del bono

Por lo general, la compra de un activo solamente involucra un medio de financiación, el préstamo o la venta de bonos, no ambos. Los dos términos en la primera línea de la ecuación [15.31 representan el FD, mencionado antes. Después de desarrollar esta misma lógica para el financiamiento con patrimonio, se utilizarán las ecuaciones [15.21 y [15.31 para calcular IG y los impuestos.

El hecho de que una compañía utilice sus propios recursos para inversión de capital, se denominafinanciamiento *con patrimonio (FP).* Éste incluye (1) el uso de fondos propios de la corporación (tales como ganancias retenidas), a lo cual se hace referencia como inversión del capital de trabajo; (2) la venta de acciones de corporaciones; y (3) la venta de activos corporativos, incluyendo unidades de negocios completas, para obtener capital patrimonial. En el análisis económico para financiamiento con patrimonio no se consideran ventajas tributarias directas. El capital de trabajo corporativo aplicado y los dividendos sobre acciones pagados reducirán el flujo de efectivo, pero ninguno reducirá el IG.

Por consiguiente, para explicar el impacto del financiamiento con patrimonio sobre el flujo de efectivo, retorne a la relación fundamental del flujo de efectivo neto: entradas menos desembolsos. Los desembolsos del financiamiento con patrimonio, definidos como FP, son la porción del costo inicial de un activo cubierta por los recursos propios de una corporación.

FP, = fondos de propiedad de la corporación [15.4]

Cualquier entrada en el financiamiento con patrimonio es:

$$FD, = \text{venta de activos corporativos} + \text{entradas por venta de acciones} \quad [15.5]$$

En la ecuación [15.4], los dividendos sobre acciones son parte de los desembolsos, pero su cuantía es baja en comparación con otros desembolsos y su periodicidad depende del éxito financiero general de la corporación, de manera que no se consideran aquí. De hecho, en general, las ventas de acciones y los dividendos generados por éstas no se consideran específicamente en un análisis, ya que el dinero entra y sale de las cuentas generales de la corporación. Este nivel de detalle se incluye aquí sólo para ayudar a entender la forma como los elementos de financiamiento con patrimonio afectan los impuestos y las medidas de valor.

Observe que para el financiamiento con deuda, el principal del préstamo y las cuantías de la venta de los bonos se consideran como entradas en la ecuación [15.21, puesto que son *entradas* ***de*** efectivo. Sin embargo, para el financiamiento con patrimonio el uso de fondos de propiedad de la corporación en la ecuación [15.41 es una ***salida de efectivo,*** puesto que la compañía está gastando sus propios fondos para financiar la inversión de capital.

En seguida deben incorporarse los términos FD y FP a la ecuación [15. 1] con el fin de estimar el FEN anual. El gasto de capital es igual a la cantidad de los fondos de propiedad de la corporación comprometidos con el costo inicial de la alternativa, es decir, P = FP,. En este sentido, FP, remplaza a P como el término de gasto de capital en la ecuación [15.1]. (Las cantidades FEN variarán cada año, pero el subíndice ten cada término ha sido omitido).

$$\begin{aligned} FEN &= -\text{gasto de capital financiado con patrimonio} + \text{ingreso bruto} \\ &\quad - \text{gastos operacionales} + \text{valor de salvamento} - \text{impuestos} \\ &\quad + \text{entrada de financiamiento con deuda menos desembolsos} \\ &\quad + \text{entrada de financiamiento con patrimonio} \\ &= -FP_D + IB - GO + VS - IG(T) + (FD_R - FD,) + FP_R \end{aligned} \quad [15.6]$$

Recuerde que en la ecuación [15.31 FD, incluye FD,, que es la porción deducible de impuestos del financiamiento con deuda; para calcular los impuestos se puede utilizar la tasa efectiva de impuestos T_e multiplicada por el ingreso gravable.

$$\begin{aligned} \text{Impuestos} &= (IG)\ (T_e) \\ &= (\text{ingreso bruto} - \text{gastos operacionales} - \text{depreciación} \\ &\quad - \text{intereses de préstamos y dividendos de bonos})(T_e) \end{aligned} \quad [15.7]$$

donde FD, es el interés del préstamo más los dividendos de los bonos.

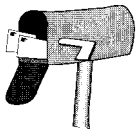
Estas relaciones son **bastante** fáciles de utilizar cuando la inversión no contiene financiamiento con deuda, es decir, cuando se emplea el 100% del financiamiento con patrimonio o cuando se utiliza un financiamiento con deuda del 100%, puesto que solamente los términos relevantes en la ecuación [15.61 tienen valores diferentes de cero.

El enfoque anterior, y la ecuación resultante [15.61, se denomina ***análisis generalizado del flujo de efectivo.*** Si bien hay términos más detallados que podrían incluirse en una relación de flujo de efectivo generalizado, éste le da una idea de la forma como pueden evaluarse financieramente alternativas complejas después de impuestos.

Si la ecuación [15.71 incluye un valor IG negativo, se supone que el impuesto negativo resultante es *un* ***ahorro de impuestos*** y compensará impuestos para el mismo año en otras

áreas productoras de ingresos de la corporación. El efecto es aumentar el valor FEN durante el mismo año. Dicho proceso simplificador se utiliza comúnmente en lugar de las concesiones de impuestos confusas y bastante detalladas con traslados hacia adelante y hacia atrás, mencionadas al final de la sección 14.3.

Ejemplo 15.1



Con el fin de reducir los costos de operación, se ha propuesto una máquina empacadora que incorpora software de lógica borrosa para una pequeña compañía de pedidos de correo. El costo inicial de $50,000 será cubierto con fondos de la compañía.

Dado que la recién conformada compañía no esta buscando las ventajas de una depreciación acelerada. ésta seleccionará una vida a 5 años GDA SMARC tomada de la tabla 13.4, que permite la depreciación en línea recta durante 6 años con la convención de mitad de año en los años 1 y 6. Las estimaciones financieras para los años $t = 1$ hasta 6 son:

$$\text{Ingreso bruto anual} = 28{,}000 - (1000)(t)$$
$$\text{Gastos de operación} = 9500 + (500)(t)$$

(a) Utilice una tasa impositiva efectiva del 35% para determinar los valores FEN durante los 6 años. No hay un valor de salvamento esperado para la maquina empacadora.

(b) Determine el FEN en el año 6 si la máquina se vende por $5000 dentro de 6 años.

Solución

(a) La compañía piensa utilizar financiamiento con patrimonio, es decir, sus propios fondos. La relación FEN en la ecuación [15.6] simplifica bastante; el término financiamiento con deuda se elimina y solamente FP_D —el desembolso de fondos de propiedad de la corporación— está involucrado en el año de compra. La tabla 15.1 muestra el ingreso bruto, los gastos de operación, los gastos de capital, la depreciación, el IG, los impuestos y los valores FEN resultantes. Las tasas de depreciación para el modelo en línea recta SMARC a 5 años son $d_t = 0.10$ en 10s años 1 y 6 y 0.20 en los demás años. La columna 4 indica los valores D_t anuales.

Teniendo en cuenta que no hay financiamiento con deuda, los impuestos que aparecen en la columna 6 se calculan así:

$$\text{Impuestos}_t = (\text{IG})T_e = (\text{IB}_t - \text{CO}_t - D_t)(0.35)$$

Tabla 15.1 Tabulación de un flujo de efectivo neto después de impuestos con financiamiento con patrimonio del 100%, ejemplo 15.1

Año	(1) Ingreso bruto	(2) Gastos de operación	(3) Gastos de capital	(4) Depreciación LR SMARG	(5) Ingresa gravable	(6) Impuestos	(7) FEN
0	—	—	$50,000	—	—	—	$–50,000
1	$27,000	$10,000	—	$5,000	$12,000	$4,200	+12,800
2	26,000	10,500	—	10,000	5,500	1,925	+13,575
3	25,000	11,000	—	10,000	4,000	1,400	+12,600
4	24,000	11,500	—	10,000	2,500	875	+11,625
5	23,000	12,000	—	10,000	1,000	350	+10,650
6	22,000	12,500	—	5,000	4,500	1,575	+7,925

La ecuación [15.6] estima el FEN anual omitiendo los términos de financiamiento con deuda y solamente el término FP_D incluido en el 100% del precio de compra con financiamiento patrimonial de $SO,OOO en el año 0.

$$FEN_t = -FP_{Dt} + IB_t - GO_t - \text{impuestos}_t \qquad [15.8]$$

En notación de columnas para la tabla 15.1, IG y FEN son:

$$IG = \text{columna } 1 - \text{columna } 2 - \text{columna } 4$$

$$FEN = -\text{columna } 3 + \text{columna } 1 - \text{columna } 2 - \text{columna } 6$$

(b) Cuando la máquina empacadora es vendida por $5000, el IG y los impuestos deben explicar la recuperación de $5000 en depreciación. También, el flujo de efectivo del salvamento de $5000 debe agregarse al FEN. Utilice la ecuación [14.3] para calcular IG (se ha omitido el subíndice para el año 6).

$$IG = IB - GO - D + DR$$

$$= \$22{,}000 - 12{,}500 - 5000 + 5000 = \$9500$$

$$\text{Impuestos} = \$9500(0.35) = \$3325$$

De acuerdo con la ecuación [15.1], el FEN para el año 6 es:

$$FEN = IB - GO + VS - \text{impuestos}$$

$$= \$22{,}000 - 12{,}500 + 5000 - 3325$$

$$= \$11{,}175$$

Éste es un incremento en FEN de $3250 sobre $7925 en la tabla 15.1 donde el valor de salvamento es cero.

Ejemplo 15.2

El propietario de Fifth Ave. Cleaners piensa invertir $15,000 en un nuevo equipo de lavado en seco con las siguientes estimaciones.

Ingreso bruto = $7000 anual	Gastos = $1000 anual
Tasa impositiva efectiva = 35%	Depreciación SMARC a 5 años

Tabule y compare las cantidades FEN para dos opciones de financiación alternas; *(a)* Los $15,000 provienen en su totalidad de fondos de la compañía (100% financiado con patrimonio) y *(b)* la mitad se financia mediante un préstamo bancario al 6% de interés anual y la mitad proviene de fondos de la compañía (50% deuda-50% financiamiento con patrimonio). Suponga que el principal del préstamo inicial tiene un interés simple del 6% y el rembolso se hará en cinco pagos iguales de interés y principal acumulados. ¿Cuál método ofrece a la compañía un FEN total menor durante el periodo de depreciación SMARC, si se ignora el valor del dinero en el tiempo en este análisis?

Solución

(a) La tabla 15.2 incluye los cálculos para la opción de financiación en un 100% con patrimonio. La columna 2 muestra que los gastos IB son $6000 anualmente; la depreciación SMARC a 5 años se encuentra en las columnas 4 y 5; y la columna 6 muestra IG utilizando la ecuación [15.6] sin una deuda que financie el interés o los dividendos. FEN se calcula como:

$$\text{FEN} = -\text{gasto de capital} + (\text{IB} - \text{gastos}) - \text{impuestos}$$

$$= -\text{columna 3} + \text{columna 2} - \text{columna 7}$$

El gasto de capital de $15,000 financiado con patrimonio es una salida de efectivo solamente en el año 0. El FEN total para la opción de financiamiento con patrimonio del 100% es $13,650 sin considerar el valor del dinero en el tiempo.

(b) La opción de financiamiento 50% deuda-50% patrimonio es más compleja como se indica en la tabla 15.3, donde se han agregado dos columnas nuevas sobre financiamiento con deuda para financiar deuda. No hay financiación con bonos, sólo rembolso de principal e intereses de préstamos. De acuerdo con las ecuaciones [15.3], [15.6] y [15.7], respectivamente, se escriben las siguientes ecuaciones, con la relación de la columna de la tabla.

$$\text{FD}_D = \text{pago de } \textit{intereses} \text{ del préstamo} + \text{rembolso del } \textit{principal} \text{ del préstamo}$$

$$= \$7500(0.06) + \frac{7500}{5}$$

$$= \$450 + 1500$$

$$= \text{columna 3} + \text{columna 4}$$

donde sólo $450 es interés del préstamo, FD_I y es deducible de impuestos. La cantidad del préstamo de $7500 no se muestra en la tabla 15.3, columna 4, año 0, porque se supone que el ingreso y desembolso del principal del préstamo por 50% del costo inicial del activo ocurren ambos durante el mismo año. El FEN en la columna 10 es:

$$\text{FEN} = -\text{FP}_D + (\text{ingreso bruto} - \text{gastos}) - \text{impuestos} - (\text{FD}_D)$$

$$= -\text{columna 5} + (\text{columna 2}) - \text{columna 9} - (\text{columna 3} + \text{columna 4})$$

El gasto de capital financiado con patrimonio en un 50% en el año 0 es ahora solamente FP_D – $7500 para la compañía. Los impuestos son:

$$\text{Impuestos} = [(\text{ingreso bruto} - \text{gastos}) - \text{depreciación} - \text{FD}_I]T_e$$

$$= [(\text{columna 2}) - \text{columna 7} - \text{columna 3}]0.35$$

De acuerdo con la columna 10 de la tabla 15.3, para la opción de financiamiento 50% deuda–50% patrimonio, el FEN total es $12,188.

Conclusión

El FEN total es mayor para la opción de patrimonio en un 100%, ya que no hay una salida de efectivo por intereses asociada con un préstamo. Sin embargo, si el propietario de Fifth Ave. Cleaners no tiene toda la cantidad de $15,000 en fondos de patrimonio anticipados, la opción de deuda en un 50% tiene un FEN total que es solamente alrededor de $1500 menos. El financiamiento con deuda debe considerarse una opción viable para el propietario.

Tabla 15.2 Cálculo de FEN para un activo financiado con patrimonio en un 100%, ejemplo 15.2*a*

(1) Año	(2) Ingreso bruto – gastos	(3) Gasto de capital	(4) Tasa SMARC de depr.	(5) Depreciación	(6) Ingreso gravable	(7) Impuesto 0.35 (IG)	(8) FEN
0	$ 0	$15,000	0	—	—	—	$–15,000
1	6,000		0.2	$3,000	$3,000	$1,050	4,950
2	6,000		0.32	4,800	1,200	420	5,580
3	6,000		0.192	2,880	3,120	1,092	4,908
4	6,000		0.1152	1,728	4,272	1,495	4,505
5	6,000		0.1152	1,728	4,272	1,495	4,505
6	6,000		0.0576	864	5,136	1,798	4,202
			1.0000	$15,000		$7,350	$13,650

Tabla 15.3 Comparación de impuestos y valor presente de los impuestos para diferentes modelos de depreciación

		Financiamiento con deuda							
(1) Año	(2) Ingreso bruto – gastos	(3) Interés	(4) Principal	(5) Gasto de capital	(6) Tasa SMARC de depr.	(7) Depreciación	(8) Ingreso gravable	(9) Impuesto 0.35 (IG)	(10) FEN
0	$ 0	$ 0	$ 0	$7,500	0	—	—	—	$–7,500
1	6,000	450	1,500		0.2	$3,000	$2,550	$ 893	3,158
2	6,000	450	1,500		0.32	4,800	750	263	3,788
3	6,000	450	1,500		0.192	2,880	2,670	935	3,116
4	6,000	450	1,500		0.1152	1,728	3,822	1,338	2,712
5	6,000	450	1,500		0.1152	1,728	3,822	1,338	2,712
6	6,000		—		0.0576	864	5,136	1,798	4,202
			$7,500		1.0000	$15,000		$6,563	$12,188

Ejemplo 15.2
(Hoja de cálculo)

Establezca la situación de financiación con deuda y con patrimonio planteada en el ejemplo 15.2 en una hoja de cálculo con el fin de realizar un análisis que determine el impacto de diversos porcentajes de obtención de fondos con deuda y con patrimonio sobre el FEN total. Examine el rango de 100% deuda–cero patrimonio a 10% deuda–90% patrimonio, en los porcentajes de financiación con deuda de 100, 90, 70, 50, 30 y 10.

Solución

Se pueden usar las definiciones de las columnas de la tabla 15.3 para construir un marco de hoja de cálculo que permita que los porcentajes de deuda y de patrimonio adquieran cualquier valor entre 0% y 100%. La figura 15.1 muestra hojas de cálculo para 70% deuda–30% patrimonio y 90% deuda–10% patrimonio. Algunas de las funciones para las celdas de la hoja de cálculo se detallan en los márgenes.

Microsoft Excel - Ex15.2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Financiación con deuda en un 70% y con patrimonio en un 30%									
2		Ingreso bruto-	Financiación con deuda		Gasto	SMARC		Ingresos		
3	Año	gastos	Interés	Principal	de capital	Tasa de depr.	Depreciación	gravables	Impuestos	FEN
4	0				$4,500	0				($4,500)
5	1	$6,000	$630	$2,100		0.2	$3,000	$2,370	$830	$2,441
6	2	$6,000	$630	$2,100		0.32	$4,800	$570	$200	$3,071
7	3	$6,000	$630	$2,100		0.192	$2,880	$2,490	$872	$2,399
8	4	$6,000	$630	$2,100		0.1152	$1,728	$3,642	$1,275	$1,995
9	5	$6,000	$630	$2,100		0.1152	$1,728	$3,642	$1,275	$1,995
10	6	$6,000				0.0576	$864	$5,136	$1,798	$4,202
11				$10,500		1	$15,000		$6,248	$11,603
12										
13	Financiación con deuda en un 90% y con patrimonio en un 10%									
14		Ingreso bruto-	Financiación con deuda		Gasto	SMARC		Ingresos		
15	Año	gastos	Interés	Principal	de capital	Tasa de depr.	Depreciación	gravables	Impuestos	FEN
16	0				$1,500	0				($1,500)
17	1	$6,000	$810	$2,700		0.2	$3,000	$2,190	$767	$1,724
18	2	$6,000	$810	$2,700		0.32	$4,800	$390	$137	$2,354
19	3	$6,000	$810	$2,700		0.192	$2,880	$2,310	$809	$1,682
20	4	$6,000	$810	$2,700		0.1152	$1,728	$3,462	$1,212	$1,278
21	5	$6,000	$810	$2,700		0.1152	$1,728	$3,462	$1,212	$1,278
22	6	$6,000				0.0576	$864	$5,136	$1,798	$4,202
23				$13,500		1	$15,000		$5,933	$11,018

=0.06*D$23

=0.1*15000

=15000*F22

=0.35*H22

=7000-G22-C22-1000

=B22-C22-D22-I22

Figura 15.1 Cálculo de la cantidad FEN total para diversos porcentajes de financiación con deuda y con patrimonio de una inversión de $15,000, ejemplo 15.2 (Hoja de cálculo).

Los resultados de la columna FEN total (columna J en la figura 15.1) para las diferentes composiciones porcentuales obtenidas de las hojas de cálculo son:

Deuda-patrimonio	100%-0%	90%-10%	70%-30%	50%-50%	30%-70%	10%-90%
FEN total, $	10,725	11,018	11,603	12,188	12,773	13,358

Para cada disminución del 10% en el financiamiento con deuda, el FEN aumenta en $292.50. Por ejemplo, de una deuda del 100% a una del 90%, la diferencia total FEN es $11,018 – 10,725 = $293 (aproximado). Un mayor financiamiento con deuda reducirá siempre el FEN resultante, puesto que para pagar el interés se utiliza más ingreso de la corporación.

Si solamente se involucra financiamiento con patrimonio, se puede rescribir la relación FEN, ecuación [15.1], en una forma más corta utilizando el término *ahorro de impuestos* (IG)(1–*T*), que es la porción IG no absorbida por los impuestos. Para los fondos patrimoniales en un 100%, FP, = *P*, el gasto de capital en la ecuación [15.11. Si se escribe la depreciación multiplicada por el término de la tasa impositiva, *DT* como *D* – *D*(*l* – *T*), se obtiene una forma abreviada para FEN.

$$
\begin{aligned}
\text{FEN} &= -P + \text{IB} - \text{GO} - \text{impuestos} = -P + \text{IB} - \text{GO} - \text{IG}(T) \\
&= -P + \text{IB} - \text{GO} - (\text{IB} - \text{GO} - D)(T) \\
&= -P + \text{IB}(1 - T) - \text{GO}(1 - T) - DT \\
&= -P + (\text{IB} - \text{GO})(1 - T) + D - D(1 - T) \\
&= -P + D + (\text{IB} - \text{GO} - D)(1 - T) \\
&= -P + D + \text{TI}(1 - T) \\
&= -\text{gasto de capital} + \text{depreciación} + \text{IG}(1 - T) \qquad [15.9]
\end{aligned}
$$

Por consiguiente, en el ejemplo 15.2*a*, tabla 15.2, el FEN para el año 1 puede calcularse como:

$$\text{FEN} = 0 + 3000 + 3000(1 - 0.35) = \$4950$$

Lo mismo ocurre para cada año 0 hasta 6.

Sin embargo, debe tenerse cuidado. *Si hay algún financiamiento con deuda cualquiera,* como en el ejemplo 15.2*b*, esta relación acortada no funcionará. Al ensayarla en la tabla 15.3 para el año 1:

$$\text{FEN} = 0 + 3000 + 2550(1 - 0.35) = \$4657.50 \neq \$3158$$

¿Por qué no funciona? Este enfoque de "ahorro de impuestos" en la ecuación [15.91 ignora el hecho de que los intereses sobre préstamos son deducibles de impuestos y que el FEN se determina utilizando una relación diferente.

Problemas 15.1 a 15.10

15.2 VALOR PRESENTE Y VALOR ANUAL DESPUÉS DE IMPUESTOS

Si se establece la TMAR después de impuestos (a la tasa del mercado como se analizó en el capítulo 12), para calcular el VP o el VA para un proyecto se utilizan los valores FEN justo de la misma manera que en capítulos anteriores. Cuando hay cantidades FEN positivas y negativas, un VP o VA < 0 resultante indica que la TMAR después de impuestos no se ha logrado.

Para una comparación de alternativas 'mutuamente excluyentes, utilice los siguientes parámetros para seleccionar la mejor alternativa. (Ésta es la misma lógica desarrollada en el capítulo 5 para la selección de una alternativa).

- Si el VP o el VA alternativo ≥ 0, la TMAR después de impuestos requerida se logra o se excede; la alternativa es financieramente viable.
- *Seleccione la alternativa con el valor VP o VA que sea numéricamente mayor.*

Si para una alternativa se incluyen solamente estimaciones de costo, considere el ahorro de impuestos que genera el CAO o gasto de operación para llegar a un FEN positivo. Luego utilice el mismo parámetro para seleccionar una alternativa.

Ejemplo 15.3

Paul ha estimado los valores FEN presentados a continuación, Utilice un análisis VA y una TMAR del 7% anual después de impuestos para seleccionar el mejor plan,

Plan X		Plan Y	
Año	FEN	Año	FEN
0	$–28,800	0	$–50,000
1-6	5,400	1	14,200
7-10	2,040	2	13,300
10	2,792	3	12,400
		4	11,500
		5	10,600

Solución

Desarrolle las relaciones VA utilizando los valores FEN durante la vida de cada plan. Seleccione el mayor valor numérico en $i = 7\%$ anual.

$$\begin{aligned} VA_x &= [-28{,}800 + 5400(P/A,7\%,6) + 2040(P/A,7\%,4)(P/F,7\%,6) \\ &\quad + 2792(P/F,7\%,10)](A/P,7\%,10) \\ &= \$421.78 \end{aligned} \qquad [15.10]$$

$$
\begin{aligned}
VA_y &= [-50{,}000 + 14{,}200(P/F,7\%,1) + 13{,}300(P/F,7\%,2) \\
&\quad + 12{,}400(P/F,7\%,3) + 11{,}500(P/F,7\%,4) \\
&\quad + 10{,}600(P/F,7\%,5)](A/P,7\%,5) \\
&= \$327.01
\end{aligned}
\qquad [15.11]
$$

Ambos planes son financieramente viables puesto que cada VA > 0. Se selecciona el plan X porque VA_x es mayor.

Comentario

Usted podría desear utilizar la función de valor presente neto en su sistema de hoja de cálculo para determinar VP y/o VA directamente.

$$
\begin{aligned}
VP_x &= \$2962.99 \text{ durante los 10 años} \\
VA_x &= VP_x(A/P, 7\%, 10) = \$421.78 \\
VP_y &= \$1340.81 \text{ durante 5 años} \\
&= \$2296.79 \text{ durante el MCM de 10 años} \\
VA_y &= VP_y(A/P, 7\%, 5) = \$327.01
\end{aligned}
$$

Nuevamente se selecciona el plan X debido a su valor VP más grande.

Problemas 15.11 a 15.16

15.3 CÁLCULOS DE TASA DE RETORNO UTILIZANDO LA SECUENCIA FEN

Las relaciones VP o VA se emplean para estimar la tasa de retorno de los valores FEN utilizando los mismos procedimientos de los capítulos 7 y 8. Para un proyecto único, iguale a cero el VP o VA de la secuencia FEN y resuelva para el valor i^* utilizando el método más fácil.

Valor presente: $$0 = \sum_{t=1}^{t=n} NCF_t(P/F,i^*,t) \qquad [15.12]$$

Valor anual: $$0 = \left[\sum_{t=1}^{t=n} NCF_t(P/F,i^*,t)\right](A/P,i^*,n) \qquad [15.13]$$

El análisis de hoja de cálculo utilizando la función de la tasa de retorno interna puede hacer más fácil resolver para i^* secuencias FEN relativamente complejas. Sin embargo, como se estudió en la sección 7.4, pueden existir raíces múltiples cuando la secuencia FEN tiene más de un cambio de signo.

Ejemplo 15.4

Una compañía manufacturera de fibra óptica ha gastado $50,000 en una máquina que tiene una vida de 5 años, un FEAI anual proyectado de $20,000 y una tasa impositiva incremental efectiva del 40%. Calcule la tasa de retorno después de impuestos. Para fines de cálculo suponga que la depreciación anual es de $10,000.

Solución

El FEN en el año 0 es FE_D = $–50,000 del gasto de capital financiado con patrimonio. Para los años $t = 1$ hasta 5, utilice la ecuación [15.9] para estimar FEN como:

$$\begin{aligned} \text{FEN} &= \text{depreciación} + \text{IG}(1 - T) \\ &= D + (\text{FEAI} - D)(1 - T) \\ &= 10{,}000 + (20{,}000 - 10{,}000)(1 - 0.4) \\ &= \$16{,}000 \end{aligned}$$

Puesto que los valores FEN durante los años 1 hasta 5 tienen el mismo valor, la forma VP de la ecuación [15.12] utilizada para estimar i^* es:

$$0 = -50{,}000 + 16{,}000(P/A, i^*, 5)$$

$$(P/A, i^*, 5) = 3.125$$

La solución da $i^* = 18.03\%$ como la tasa de retorno después de impuestos.

Comentario

Como se analizó en la sección 14.4, siempre es posible utilizar una exagerada tasa de retorno antes de impuestos para estimar el efecto de los impuestos sin todos los cálculos detallados del FEN. La solución de la ecuación [14.17] para la estimación de la tasa después de impuestos genera

$$\text{Tasa antes de impuestos} = \frac{(\text{tasa después de impuestos})}{1 - T}$$

$$= \frac{0.1803}{1 - 0.40} = 0.3005 \quad (30.05\%)$$

La i^* real antes de impuestos utilizando FEAI = $20,000 para los 5 años es 28.65% a partir de la relación:

$$0 = -50{,}000 + 20{,}000(P/A, i^*, 5)$$

La comparación muestra que el efecto de impuestos está ligeramente sobreestimado si se utiliza una TMAR del 30.05% en el análisis antes de impuestos.

Tratándose de alternativas múltiples se debe utilizar una relación VP o VA para calcular el *retorno sobre la serie FEN incrementa1* para la alternativa de inversión inicial más grande con relación a la más pequeña. Las ecuaciones, que son de la misma forma utilizada en las secciones 8.4 y 8.5, se resumen en la tabla 15.4. Estas ecuaciones se desarrollan para los valores FEN incrementales, representados por el símbolo A (delta).

Tabla 15.4 Parámetros para el cálculo del retorno después de impuestos utilizando el análisis incremental sobre los valores ΔFEN (*B* tiene la inversión inicial más grande)

Método utilizado para estimar i^*_{B-A}	Alternativas con vidas iguales	Alternativas con vidas diferentes
Valor presente (VP)	Defina VP = 0 para ΔFEN para *n* años	Defina VP = 0 para ΔFEN para el mínimo común múltiplo de los años
Ecuación utilizada:	$\sum_{t=1}^{n} \Delta FEN_t(P/F,i^*,t) = 0$ [15.14]	
Valor anual (VA)	Defina VA = 0 para ΔFEN para *n* años	Defina la diferencia de dos relaciones VA = 0 durante las vidas desiguales
Ecuaciones utilizadas:	(VP de ΔFEN)$(A/P,i^*,n) = 0$ [15.15]	$VA_B - VA_A = 0$ [15.16]

Para cada año *t* y para las alternativas *B* y *A*, calcule la serie

$$AFEN = FEN_B - FEN_A$$

La solución de cualquier ecuación de la tabla 15.4 para la tasa de interés proporciona el retorno incrementa1 después de impuestos de equilibrio i^*_{B-A} entre las dos alternativas, el cual se compara con la TMAR (del mercado) después de impuestos. Para una revisión del análisis de la tasa de retorno incrementa1 se deben consultar las secciones 8.3, 8.4 y 8.5. El procedimiento completo para el análisis del retorno después de impuestos de las dos alternativas es:

1. Ordene las alternativas de manera descendente de la inversión inicial. Considere la inversión más grande como la alternativa *B*.
2. Decida si debe utilizar la relación VP o VA para calcular el retorno incrementa1 después de impuestos. Seleccione la ecuación apropiada de la tabla 15.4.
3. Calcule los valores AFEN para el análisis VP o VA (vidas iguales), o determine la relación VA para vidas diferentes.
4. Calcule el retorno después de impuestos i^*_{B-A} de la serie AFEN. El subíndice $B - A$ puede omitirse para fines de simplicidad.
5. Compare el valor resultante i^* con TMAR. Seleccione *B* si $i^* >$ TMAR. De lo contrario, seleccione la alternativa *A*.

La figura 15.2 demuestra este procedimiento para el análisis VP. La gráfica superior muestra i^* como la tasa de equilibrio entre la serie FEN real de dos alternativas. Si i^* es mayor que la TMAR (marcada como TMAR,), se debe seleccionar *B*, que tendrá un VP más grande. En forma correspondiente, la gráfica de abajo indica la tasa incrementa1 de equilibrio, i^*_{B-A}. Nuevamente, se debe seleccionar *B* si $i^*_{B-A} >$ TMAR, ya que se justifica la inversión más grande en *B*. Si el retorno requerido, mostrado como TMAR,, está por encima de la tasa de equilibrio incremental, no se justifica la inversión más grande para *B*, siendo *A* seleccionada.

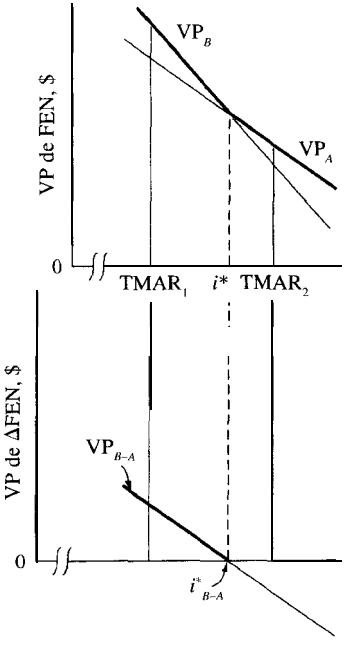


Figura **15.2 Selección de una alternativa para valores diferentes TMAR utilizando el onálisis VP después de impuestos de lo serie FEN real (gráfica superior) y una serie FEN incremental (gráfica inferior).**

En todos los casos, recuerde que la aceptación de la alternativa *B* significa que la inversión incrementa1 sobre *A* se justifica solamente cuando la tasa de equilibrio incrementa1 excede la TMAR.

Al escoger el método para estimar i^*_{B-A} de la tabla 15.4 a través de ensayo y error manual, el método VP es en general más fácil para vidas iguales y el método VA es mejor para vidas diferentes, debido al número de cálculos comprendidos.

Para el *análisis de hoja de cálculo* los pasos anteriores se simplifican porque no hay cálculos de ensayo y error. Sin embargo, la mayoría de los sistemas de hoja de cálculo utilizan cálculos VP para encontrar una tasa interna de retorno, de manera que para obtener el valor i^*_{B-A} correcto debe determinarse la serie AFEN para el mínimo común múltiplo de los años. En pocas palabras, el procedimiento para el análisis de hoja de cálculo es:

1. Ordene las alternativas por inversión inicial. Marque la alternativa de inversión más grande como B.
2. Para el análisis VP, del mínimo común múltiplo de los años ingrese las cantidades FEN para cada alternativa, como en la ecuación [15.141.
3. Prepare la hoja de trabajo para calcular los valores AFEN para cada año.
4. Ingrese la función para estimar el retorno incrementa1 después de impuestos, i^*_{B-A}. El subíndice $B - A$ puede ser omitido para fines de simplicidad.
5. Compare el valor i^* resultante con la TMAR. Seleccione *B* si $i^* >$ TMAR. De otra manera, seleccione la alternativa *A*.

Ejemplo 15.5
(Hoja de cálculo)

Utilice los valores FEN estimados para los planes *X* y *Y* en el ejemplo 15.3 para seleccionar la mejor alternativa si se requiere una TMAR después de impuestos del 6% anual.

Solución

Puesto que las vidas son diferentes, la tabla 15.4 indica que puede realizarse un análisis VP durante un periodo de 10 años o un análisis VA durante las vidas respectivas. Seleccione la relación VP, ecuación [15.14], y utilice el procedimiento de análisis de hoja de cálculo. El plan *Y* tiene la inversión inicial más grande.

Los valores VP para cada plan se representan gráficamente en la figura 15.3. La hoja de cálculo siguiente muestra la serie FEN y ΔFEN calculada durante 10 años. La reinversión en el plan *Y* al final

Microsoft Excel - Ex15.5

	Año	FEN para X	FEN para Y	FEN incremental de (Y–X)
3	0	-$28,800	-$50,000	-$21,200
4	1	$5,400	$14,200	$8,800
5	2	$5,400	$13,300	$7,900
6	3	$5,400	$12,400	$7,000
7	4	$5,400	$11,500	$6,100
8	5	$5,400	-$39,400	-$44,800
9	6	$5,400	$14,200	$8,800
10	7	$2,040	$13,300	$11,260
11	8	$2,040	$12,400	$10,360
12	9	$2,040	$11,500	$9,460
13	10	$4,832	$10,600	$5,768
14	5%	$5,721	$7,251	6.35%
15	6%	$4,296	$4,673	
16	7%	$2,963	$2,297	
17	8%	$1,715	$103	
18	9%	$544	($1,925)	

Figura 15.3 Gráfica de valor presente para valores diferentes de retorno después de impuestos y análisis de tasa de retorno incremental del equilibrio que los acompaña, ejemplo 15.5.

del año 5 produce una salida de efectivo de \$-50,000 + 10,600 = \$–39,400. La forma de la ecuación [15.14] para estimar el equilibrio i^*_{Y-X} = **6.35%** (celda El4 en la figura 15.3) es:

$$\sum_{t=0}^{t=10} \Delta FEN_t(P/F, i^*_{Y-X}, 10) = 0$$

Dado que 6.35% > TMAR = 6%, seleccione el plan Y. Como lo indica la figura 15.3, cualquier TMAR menor que 6.35% favorece el plan Y porque VP_Y es más grande. Para cualquier TMAR que exceda 6.35%, seleccione el plan X.

Comentario

Si se utiliza el análisis VA, desarrolle las dos series FEN para las vidas respectivas de Y y X y colóquelas en la forma de la ecuación [15.16].

(VA, durante 5 años) – (VA, durante 10 años) = 0

Resuelva para i^*_{Y-X} mediante ensayo y error.

Ejemplo 15.6

Johnson Enterprises debe decidir entre dos alternativas en su planta de Asia: el sistema 1, un sistema de ensamble de un solo robot para tableros de cableado impreso que requerirá una inversión de \$100,000 ahora; y el sistema 2, una combinación de dos robots por un total de \$130,060. La gerencia tiene la intención de implementar uno de los planes. Este audaz fabricante de electrónicos espera un retorno después de impuestos del 20% sobre sus inversiones de tecnología. Seleccione uno de los sistemas, si se ha estimado la siguiente serie de valores de costo FEN para los próximos 4 años.

	Año				
	0	1	2	3	4
Sistema 1 FEN, \$	-100,000	-35,000	–30,000	-20,000	-15,000
Sistema 2, FEN, \$	-130,000	-20,000	-20,000	–10,000	-5,000

Solución

Como lo indican los signos menos, solamente están involucrados flujos de efectivo de costos. Considerando la inversión inicial en el año 0, el sistema 2 es la alternativa con la inversión incrementa1 que debe justificarse. Teniendo en cuenta que las vidas son iguales, seleccione el análisis VP para estimar i^* y determine la serie que se muestra a continuación para los valores FEN del sistema 2 menos los del sistema 1. Todos los flujos de efectivo han sido divididos por \$1000. Por ejemplo, en el año 0, [(–130,000) – (–100,000)/1000 = **-30.**

Año	0	1	2	3	4
AFEN para 2 – 1, \$	-30	+15	+10	+10	+10

Para estimar el retorno después de impuestos i^*_{2-1} se plantea la ecuación [15.14].

$$-30 + 15(P/F,i^*,1) + 10(P/A,i^*,3)(P/F,i^*,1) = 0$$

La solución da un retorno después de impuestos de 20.10%, que apenas excede el retorno requerido del 20%. La inversión extra en el sistema 2 se justifica marginalmente.

El ejemplo adicional 15.8 ílustra las diferencias en los retornos después de impuestos para díversas propuestas de financiamiento con deuda y con patrimonio en un proyecto.

Ejemplo adicional 15.8
Problemas 15.17 a 15.25

15.4 ANÁLISIS DE REPOSICIÓN DESPUÉS DE IMPUESTOS

Cuando un activo actualmente poseído (el defensor) es retado por un activo nuevo, los efectos de los impuestos sobre la renta pueden ser considerados. La contabilidad de todos los detalles de impuestos en el *análisis de reposición después de impuestos* no es algunas veces efectiva ni en términos de tiempo ni de costos. Sin embargo, desde una perspectiva de impuestos es importante contabilizar cualquier ganancia o pérdida de capital o recuperación significativa que pueda ocurrir en la depreciación si el defensor es remplazado. También es importante la ventaja tributaria futura que proviene de los gastos de operación y depreciación deducibles. Puede utilizarse el enfoque del flujo de efectivo (para alternativas de vida igual solamente) o bien el enfoque del costo de oportunidad (sección 10.4). El siguiente ejemplo considera el impacto de los impuestos en el análisis de reposición.

Ejemplo 15.7

La firma Midcontinent Power Authority compró un equipo de extracción de carbón hace 3 años por $600,050, La gerencia ha descubierto que dicho equipo está tecnológicamente desactualizado ahora. Se ha identificado la alternativa de un nuevo equipo (el retador). Si se ha ofrecido por el equipo actual un precio de cambio generoso de $400,000, realice los análisis VA utilizando *(a)* una TMAR antes de impuestos del 10% anual y *(b)* una TMAR del 7% anual después de impuestos. Suponga una tasa impositiva efectiva del 34%. Como supuesto simplificador, utilice la depreciación clásica en fínea recta con VS = 0 para ambas alternativas. La siguiente información adicional es aplicable.

	Defensor (*D*)	Retador (*R*)
Base actual, $	400,000	1,000,000
Costos anuales, $	100,000	15,000
Periodo de recuperación, años	8 (originalmente)	5

Solución

(a) Para el análisis antes de impuestos, en este punto del tiempo n = 5 años para el defensor y la oferta de cambio de $400,000 se convierte en la cantidad del costo inicial de $–400,000 para la ecuación **VA,.** Se utiliza el ***enfoque del flujo de efectivo*** aprendido en la sección 10.3, puesto que las vidas son iguales; retire los $400,000 del costo inicial del retador. Ahora, complete el análisis VA.

$$VA, = \$-100.000$$

$$VA, = -600,000(A/P,10\%,5) - 15,000$$

$$= \$-173,280$$

Se selecciona el mayor valor VA numérico; el equipo actualmente poseído (defensor) se favorece en $73,280.

(b) Para el análisis después de impuestos, se deben realizar los cálculos relacionados con impuestos antes de desarrollar las relaciones VA. Para la alternativa ***conservar el defensor;*** utilizando el enfoque del flujo de efectivo para el análisis de reposición, los costos anuales después de impuestos del defensor y la depreciación son:

Costos anuales: $100,000 en ta forma estimada.

Depreciación LR: $600,000/8 = **$75,000** durante 5 años más.

Ahorro anual en **impuestos:** (costos anuales + depreciación)(T_c) = (100,000 + 75,000)(0.34) = $59,500.

Gastos anuales reales después de impuestos: $100,000 – 59,500 = $40,500.

El diagrama de flujo de efectivo del defensor, presentado en la figura 15.4 (gráfica superior), que utiliza el enfoque del flujo de efectivo, muestra que no hay un costo inicial y solamente costos anuales durante 5 años. La expresión de los costos VA después de impuestos, que es el FEN para el ***defensor; es:***

$$VA, = \text{gastos anuales reales} = \$-40,500$$

Para la alternativa ***aceptar el retador,*** el análisis después de impuestos es mas complejo. Cuando el equipo viejo sea transado, habrá un impuesto del 34% sobre la recuperación de la depreciación, lo cual elevara el costo inicial equivalente del retador por encima de $1,000,000; el monto del canje de $400,000 reducirá el costo inicial en forma equivalente. (No se incurrirá en una ganancia o perdida de capital alguna).

Valor en libros actual LR del defensor: $600,000 – 3(75,000) = $375,000.

Recuperación de la depreciación durante el canje: $400,000 – **375,000** = $25,000

Impuesto sobre recuperación de la depreciación: (25,000)(0.34) = $8500.

Inversión después de impuestos equivalente a hoy del retador: $–1,000,000 + **400,000** – 8500 = $–608,500.

Depreciación LR clásica anual: $1 ,000,000/5 = $200,000.

Ahorro en impuestos anuales: (Costos anuales + depreciación)(T) = (15,000 + 200,000)(0.34) = $73,100.

FEN anual real después de impuestos: $-15,000 + 73,100 = $58,100.

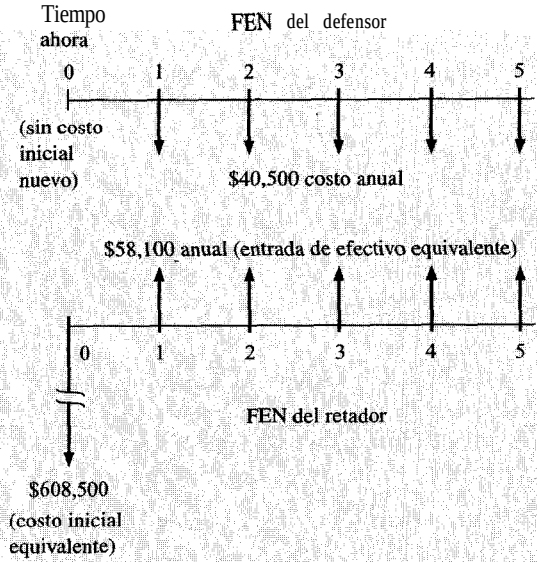


Figura 15.4 Diagramas de flujo de efectivo para análisis de reposición después de impuestos para el ejemplo 15.7 aplicando el enfoque del flujo de efectivo al análisis de reposición.

Los gastos anuales se han convertido ahora efectivamente en una entrada de efectivo neta (signo más) para el análisis VA, en lugar de la salida del flujo de efectivo. El diagrama de flujo de efectivo se presenta en la figura 15.4 (gráfica inferior). El VA después de impuestos para el *retador* es:

$$\text{VA}, = (\text{inversión equivalente del retador})(A/P,7\%,5) + \text{FEN anual}$$

$$= \$-608{,}500(A/P,7\%,5) + 58{,}100$$

$$= \$-90{,}307$$

Seleccione al defensor con una ventaja de costos, es decir, una ventaja FEN equivalente, de $90,307 – 40,500 = $49,807 **anual.** Aunque ambos análisis favorecen al defensor, la ventaja es menor después de impuestos ($73,280 *versus* $49,807). Dado que se esta decidiendo sobre la adecuación tecnológica del defensor, la gerencia puede decidir remplazarla en todo caso, basando así la decisión en una combinación de factores económicos y no económicos.

Comentarios

Si la oferta de cambio hubiera sido menor al valor en libros **actual** del defensor de $375,000, la pérdida de capital resultante sería considerada como un ahorro de impuestos para la alternativa de aceptar al retador, utilizando el enfoque del flujo de efectivo. La cantidad del ahorro de impuestos disminuye entonces la cantidad del costo inicial equivalente por debajo de $600,000. Por ejemplo, si el valor de cambio fuera por $300,000, se retiraría un ahorro de impuestos de ($375,000 – 300,000)(0.34) = $25,500 para hacer que la base del retador sea $–1,000,000 + 400,000 + 25,500 = $-574,500.

De acuerdo con la sección 10.3 es igualmente correcto analizar estas alternativas de vidas iguales utilizando el ***enfoque del costo de oportunidad*** con la conclusión correcta de seleccionar al defensor por el mismo monto en dólares al calculado arriba. El costo inicial del defensor es $–400,000 (antes de impuestos) y –$39 1,500 después de realizar los ajustes relacionados con impuestos. Las cantidades VA que usted debe verificar son

Análisis antes de impuestos:	VA, = $–205,520	VA, = $–278,800
Análisis después de impuestos:	VA, = $-135,983	VA, = $-185,790

Problemas 15.26 a 15.29

EJEMPLO ADICIONAL

Ejemplo 15.8

TASA DE RETORNO DESPUÉS DE IMPUESTOS, SECCIÓN 15.3 Reconsidere el ejemplo 15.2 (Fifth Ave. Cleaners) y estime el retorno después de impuestos para las dos opciones de obtención de fondos: *(a)* financiamiento con patrimonio del 100% y *(b)* financiamiento 50% patrimonio–50% deuda. Compare los resultados y explique por qué el financiamiento con deuda aumenta el retorno.

Solución

(a) Para *el financiamiento con patrimonio en un 100%* incluya la serie FEN de la columna 8, tabla 15.2, en la forma VP general de la ecuación [15.12], para resolver para i^*.

$$0 = -15{,}000 + 4950(P/F,i^*,1) + \ldots + 4202(P/F,i^*,6)$$

La solución resulta en $i^* = 23.39\%$.

(b) Para la combinación 50% deuda–50% patrimonio, se insertan los valores FEN de la columna 10, de la tabla 15.3 en la siguiente relación para producir $i^* = 37.01\%$.

$$0 = -7500 + 3158(P/F,i^*,1) + \ldots + 4202(P/F,i^*,6)$$

La comparación indica que el financiamiento con deuda en un 50% aumenta significativamente la tasa de retorno en la inversión de la compañía en más de 13 puntos porcentuales, en parte porque hay menos fondos de capital de la firma comprometidos con la inversión: $7500 para una financiación 50%–50% *versus* $15,000 para una de 100% patrimonio. Además, la tasa de préstamos del 6% es significativamente menor que el valor i^* de 37.01% usando 50% de capital de deuda. A medida que la tasa del préstamo aumenta, la ventaja del financiamiento con deuda se reducirá en términos relativos al financiamiento con patrimonio en un 100%.

Comentario

Si se examina esta situación, ¿por qué no utilizar el financiamiento con deuda en un 100% para todas las inversiones de capital y maximizar el retorno del negocio? Por favor, arriésguese a adivinar. Pregúntese a usted mismo: ¿Qué sucedería si cada vez que usted deseara efectuar una compra tuviera que obtener un préstamo de alguien: su padre, el banco o un fondo de crédito? ¿Qué tan estable sería su

crédito con el tiempo? ¿Qué clase de reputación financiera tendría usted cuando se le pidiera más? ¿Qué sucedería si algo resultara mal? Lo dejaremos especular hasta la sección 18.7 donde se analizará el financiamiento con deuda y con patrimonio en forma más completa,

Si se utiliza un análisis con hoja de cálculo como en el ejemplo 15.2 (Hoja de cálculo), la función interna de tasa de retorno puede aplicarse a las columnas de la extrema derecha de las tablas 15.2 y 15.3 para determinar los valores i^* de 23.39% y 37.01%, respectivamente.

RESUMEN DEL CAPÍTULO

Los efectos de línea base del financiamiento con deuda y con patrimonio pueden ser significativamente diferentes en el flujo de efectivo neto después de impuestos (FEN) dependiendo de los porcentajes de financiamiento con deuda y con patrimonio de la inversión. Este hecho se debe a las diferencias en las concesiones deducibles de impuestos en el financiamiento con deuda y con patrimonio. Una corporación fuertemente recargada en deuda tiende a tener una menor carga tributaria; sin embargo, una gran dependencia del financiamiento con deuda puede reducir la confiabilidad del crédito y la capacidad de obtener nuevo capital a través de financiamiento con deuda adicional.

Una relación FEN general que considera todas las formas de ingresos y desembolsos del financiamiento con deuda y con patrimonio es:

FEN = -gasto de capital + ingreso bruto – gastos + valor de salvamento – impuestos
+ ingresos de financiamiento con deuda menos desembolsos + ingresos de financiamiento con patrimonio

Esta relación es la base para un análisis de flujo de efectivo generalizado con relaciones disponibles para cada uno de los componentes financiados con deuda y con patrimonio.

Para determinar el FEN anual de una alternativa se aplican las reglas tributarias apropiadas. Una medida de valor —VP, VA o TR- se determina en la misma forma desarrollada en los capítulos anteriores.

Una área después de impuestos que puede ser complicada es el análisis de reposición de un defensor y de un retador. Para la alternativa de conservar al defensor, puede haber una recuperación de depreciación y posiblemente una ganancia o pérdida del capital involucrado. Para ajustar las cantidades del costo inicial, mientras se consideran las implicaciones tributarias puede utilizarse el enfoque del flujo de efectivo para activos de vida igual o el enfoque del costo de oportunidad.

Con frecuencia, las decisiones de los análisis antes de impuestos y después de impuestos son iguales. Sin embargo, las consideraciones hechas para los cálculos después de impuestos dan al analista una estimación mucho más clara del impacto monetario de los impuestos.

PROBLEMAS

15.1 Explique las diferencias básicas en el contenido y uso entre la relación del FEDI presentado en la ecuación [14.161 y del FEN en la ecuación [15.11.

15.2 En sus propias palabras describa los diferentes impactos sobre los valores del flujo de efectivo neto anual durante la vida de un activo cuando se utiliza financiamiento con deuda en lugar de patrimonio para financiar la inversión de capital inicial requerida para comprar el activo.

15.3 Hace cuatro años Flexinet Beverages compró un activo por $20,000 con un VS estimado de cero. La depreciación fue $5000 anual y los ingresos brutos anuales y gastos de operación fueron registrados. Tabule los flujos de efectivo netos anuales después de aplicar una tasa impositiva del 50%.

	Años de propiedad			
	1	2	3	4
Ingreso bruto, $	8,000	15,000	12,000	10,000
Gastos de operación, $	2,000	4,000	3,000	5,000

15.4 Hace cuatro años Flexinet Beverages compró un activo por $20,000 con un VS estimado de cero. La depreciación se cargó utilizando SMARC durante un periodo de recuperación de 3 años. Tabule los flujos de efectivo netos anuales después de aplicar una tasa impositiva efectiva del 50%, si se registraron los siguientes ingresos brutos anuales y gastos de operación bajo el supuesto *(a)* que el activo fue descartado sin un impacto financiero después de 4 años y *(b)* que el activo fue salvado por $2000 después de 4 años de propiedad. (*Nota:* Los números siguientes son los mismos planteados en el problema 15.3, si usted desea comparar los valores FEN).

	Años de propiedad			
	1	2	3	4
Ingreso bruto, $	8,000	15,000	12,000	10,000
Gastos de operación, $	2,000	4,000	3,000	5,000

15.5 Una compañía de inversión acaba de comprar un complejo de apartamentos por $3,500,000 utilizando todo el capital patrimonial. Se espera un ingreso bruto antes de impuestos de $480,000 durante los próximos 8 años, después de los cuales el propietario espera vender la propiedad por el valor del avalúo actual de $4,530,000. La tasa impositiva aplicable es 52%, los gastos de operación anual estimados son $200,000 y cualquier ganancia de capital en la venta será gravado con un 40% estimado. Tabule los flujos de efectivo netos después de impuestos para los 8 años de posesión,

si la propiedad se deprecia en línea recta durante una vida de 20 años utilizando un valor de salvamento de cero. (Para fines de simplificación ignore la convención de mitad de año en la depreciación).

15.6 La corporación June compró un nuevo equipo de muestreo de agua para ser utilizado en trabajo contratado por $40,000 y depreciado durante un periodo de recuperación de 5 años utilizando SMARC. Este no tenía un valor de salvamento estimado y produjo una FEAI anual de $20,000 el cual fue gravado a un 40% efectivo.

(a) Si todos los fondos para la compra fueron obtenidos de las utilidades conservadas de la corporación y la máquina fue donada después de 6 años, determine los valores del flujo de efectivo neto para los años 0 hasta 6.

(b) Determine los valores FEN si la máquina fue vendida prematuramente después de 3 años por $20,000 y no hubo reposición, pero el FEA1 para el año 4 fue de sólo $10,000.

15.7 Determine los valores FEN para la situación planteada en el problema 15.6 *(b)* si el 60% del costo del equipo fue financiado mediante un préstamo. A usted se le ha dado información que muestra que fueron pagados $2500 en intereses anuales. La totalidad del principal del préstamo fue rembolsado en el año 5 y el interés continuó hasta el año 5 aunque la máquina fue vendida en el año 3.

15.8 Un activo fue adquirido por AAA Floor Covering. Utilice la siguiente información para tabular los valores netos del flujo de efectivo y su suma si el activo es realmente salvado después de 6 años por $3075.

B = $10,000

n = 5 años

VS = 0

Depreciación clásica en línea recta

Ingreso bruto − gastos = $5000

T = 48%

Suponga que el ingreso y los gastos continuaron al mismo nivel durante el año siguiente de la depreciación completa.

15.9 *(a)* Resuelva el problema 15.8 si se utiliza depreciación SMARC y un periodo de recuperación de 5 años. *(b)* ¿Existe alguna diferencia en los valores totales FEN para la depreciación LR y SMARC? ¿Por qué?

15.10 Utilice la siguiente información de activos para determinar los valores anuales del flujo de efectivo neto si se acudió a un préstamo de $5000 para la adquisición de un activo de $10,000. Suponga que el interés del préstamo fue calculado a una tasa anual del 3% sobre el principal inicial y el rembolso del principal y del interés tuvo lugar en cinco cuotas iguales cada una de $1150. El valor de salvamento real después de 5 años fue $2000.

B = \$10,000 Depreciación clásica en línea recta
n = 5 años Ingreso bruto – gastos = \$5000
VS = **\$3075** T = 48%

15.11 El gerente de una compañía aeroespacial debe escoger entre dos máquinas que fundirán metal en el piso de producción.

	Máquina *A*	**Máquina** *B*
Costo inicial, \$	24,000	15,000
Valor de salvamento real, \$	6,000	3,000
Ingreso bruto – gastos, \$	4,000	2,000
Vida, años	12	12

Las máquinas tienen una vida útil anticipada de 12 años, pero el modelo alternativo SMARC requiere depreciación en línea recta durante 10 años con un valor de salvamento de cero. Se aplica una tasa impositiva efectiva del 50% y se desea una TMAR después de impuestos del 10%.

(a) Compare las dos máquinas utilizando el análisis de valor presente. Para simplificar el análisis, ignore la convención de mitad de año para la depreciación.

(b) ¿Puede esperar el gerente que cualquiera de las máquinas genere el retorno TMAR después de impuestos? ¿Cómo llegó a esta conclusión?

15.12 La señora Montoya desea evaluar económicamente las siguientes máquinas. Prepare la evaluación para ella.

Máquina *A:* B = \$15,000 VS = **\$3000** CAO = \$3000 n = 10

Máquina *B:* B = *\$22,000* *VS* = **\$5000** CAO = \$1500 n = 10

(a) Utilice la depreciación clásica en línea recta, T_e = 50%, y una TMAR después de impuestos del 7% anual para seleccionar la máquina más económica.

(b) ¿Es la respuesta diferente si se aplica la depreciación SMARC durante un periodo de recuperación de 5 años, pero la máquina se conserva en uso durante un total de 10 años y luego se vende por el VS estimado?

15.13 Escoja entre las dos alternativas detalladas a continuación si la TMAR después de impuestos es del 8% anual, se utiliza depreciación SMARC y T_e = *40%*.

	Alternativa *A*	**Alternativa** *B*
Costo inicial, \$	10,000	15,000
Valor de salvamento real, \$	0	2,000
Ingreso broto – gastos, \$	1,500	600
Periodo de recuperación, años	3	3

Las estimaciones para ingreso bruto – gastos se efectúan solamente para 3 años. Éstas son cero cuando cada activo se vende en el año 4.

15.14 Trabaje nuevamente el problema 15.13 si la mitad del costo inicial de cada activo se financia con deuda y el dueño está de acuerdo en realizar tres rembolsos del préstamo iguales de $1870.55 para la alternativa *A* y de $2805.83 para la 'alternativa *B*. Para cada préstamo, un tercio de la cantidad principal se rembolsa cada año y el valor restante del pago se utiliza para cubrir el interés del préstamo.

15.15 Con fondos de capital de su propio negocio, el Dr. Smitherson piensa comprar nuevo equipo dental para limpiar los dientes de los pacientes. El precio de compra es $10,000, el valor de salvamento se estima en $1000 después de 6 años y la alternativa SMARC de depreciación LR con $n = 5$ años se selecciona para depreciación. Se espera que el incremento anual en el ingreso bruto sea $5000 y los gastos anuales de operación deben promediar $700. La tasa impositiva efectiva es 38%. ¿Obtendrá el Dr. Smitherson una TMAR del mercado después de impuestos del 15% durante el periodo de 6 años?

15.16 Un gerente de una planta procesadora de enlatados en América del Sur debe decidir entre dos máquinas rotuladoras. Sus costos respectivos son:

	Máauina *A*	**Máauina** *B*
Costo inicial, $	15,000	25,000
Costo anual de operación, $	1,600	400
Valor de salvamento, $	3,000	6,000
Vida, años	7	10

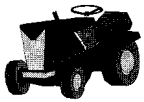
Independientemente de cuál máquina sea selecionada, será necesario un préstamo de $10,000 (equivalente en dólares de EE.UU.) para la compra. El rembolso de este préstamo se hará en cinco cuotas anuales iguales de $2700 cada una ($2000 principal, $700 interés). Si la compañía procesadora de alimentos está en el rango de impuestos del 52%, puede utilizar la depreciación clásica en línea recta y requiere una TMAR después de impuestos del 6% anual, determine cuál máquina rotuladora es más económica.

Nota: Usted puede desear utilizar su sistema de hoja de cálculo para resolver los siguientes problemas de tasa de retorno.

15.17 Determine la tasa de retorno después de impuestos para el problema 15.5.

15.18 Calcule la tasa de retorno después de impuestos para(a) problema 15.6*b* y *(b)* problema 15.7. Explique la diferencia en las respuestas..

15.19 *(a)* ¿Cuál es el retorno después de impuestos para la situación planteada en el problema 15.10 donde se utiliza algún financiamiento con deuda para la compra? *(b)* ¿Qué diferencia hace el financiamiento con deuda en el retorno después de impuestos comparado con el financiamiento 100% con patrimonio, situación descrita en el problema 15.8?



15.20 Un tractor y el equipo de finca asociado comprado por $78,000 por Stimson Farms generó un promedio de $26,080 anualmente en flujo de efectivo antes de impuestos durante su vida de 5 años, lo cual representa un retorno del 20%. Sin embargo, un experto en impuestos corporativos dijo que el FEN efectivo era solamente $15,000 por año. Si la corporación espera un retorno del 10% anual después de impuestos en todas las inversiones, ¿durante cuantos anos más debe permanecer el equipo en servicio para obtener el retorno del 10%?

15.21 *(a)* Tabule los valores FEN presentados en el problema 15.12 y estime la tasa de retorno de equilibrio utilizando un análisis VP después de impuestos. *(b)* Represente gráficamente los valores VP y seleccione el mejor plan para cada uno de los siguientes valores TMAR después de impuestos: 6%, 9%, 10% y 13% anual.

15.22 Determine el retorno después de impuestos para cada máquina en el problema 15.12 si el ingreso bruto es de $5000 anualmente.

15.23 En el ejemplo 15.4, B = $50,000, n = 5, FEA1 = $20,000 y T = 40% para el fabricante de cable de fibra óptica. Se utiliza la depreciación en línea recta para calcular i^* = 18.03%. Suponga que el propietario desea un retorno después de impuestos del 20%. Si la tasa impositiva permanece en 40%, estime el valor de *(a)* costo inicial, *(b)* valor de salvamento y *(c)* depreciación LR anual al cual esto ocurrirá. Al determinar cualquiera de los valores anteriores, suponga que los otros dos parámetros conservan los valores especificados en el ejemplo 15.4.

15.24 Calcule el retorno después de impuestos para los propietarios de una compañía de buceo quienes pueden comprar equipo para trabajo especial por $2500. El equipo no tendrá un valor de salvamento y durará 5 años. Ellos recibirán recaudos de $1500 en el año 1 de propiedad y $300 estimados en recaudos cada año adicional. La tasa impositiva efectiva es 45%. *(a)* Utilice la depreciación LR clásica. *(b)* Utilice la depreciación SMARC.

15.25 Si el equipo de buceo del problema 15.24*a* no se compra, otra firma proporcionará el servicio para los propietarios y ellos obtendrán el 5% anual después de impuestos sobre los $2500 ya invertidos. Si esto se hace, ¿cuál porcentaje de los $1500 en ingresos deben ellos obtener en el año 1 para lograr el mismo retorno ofrecido por la compra alternativa con los $300 adicionales en recaudos durante los años 2 hasta 5?

15.26 Un equipo de unión de genes puesto en servicio hace 6 años ha sido depreciado desde B = $175,000 a ningún valor en libros utilizando las tasas SMARC. El sistema puede continuar en uso o ser remplazado por un sistema tecnológico más nuevo con la siguiente información:

$$B = \$40{,}000 \qquad n = 5 \text{ años} \qquad VS = 0$$

El nuevo sistema requerirá $7000 en costos anuales, pero solamente $2000 de éstos son deducibles de impuestos. Suponga de nuevo que la depreciación clásica en línea recta es permitida y será aplicada al retador.

El sistema actualmente poseído podría venderse a una recién constituida firma por $15,000. Pero si se conserva éste sería utilizado durante 5 años más con un CAO

de $6000 y un pago único de actualización de $9000 hoy. La inversión en actualización sería depreciada en $n = 3$ años y no tendría ningún valor de salvamento.

(a) Utilice un horizonte de planificación de 5 años, una tasa impositiva efectiva del 40% y una TMAR después de impuestos del 12% anual para realizar el análisis de reposición.

(b) Suponga que el dueño de la compañía decide comprar la nueva máquina ahora independientemente de la recomendación del análisis de reposición. El propietario considera que la compañía puede vender el nuevo equipo dentro de 5 años por una cantidad que hará que la decisión actual entre el defensor y el retador sea indiferente. Calcule el valor de salvamento requerido en 5 años para que el defensor y el retador sean igualmente deseables ahora. ¿Cómo se compara este monto con el costo inicial del retador?

15.27 Realice un análisis de reposición después de impuestos para Bob si su tasa impositiva efectiva es 40% y su TMAR después de impuestos es 8%. El auto comprado hace un año por $33,000 para uso exclusivo de su negocio, se depreció mediante SMARC en $n = 3$ años; sus gastos anuales promediaron $6000. Un vendedor está tratando de vender a Bob un auto nuevo como reposición por el mismo monto de $33,000 a la vez que ofrece un precio de $20,000 por el auto con 1 año de uso. Bob estima que él podría utilizar SMARC con un periodo de recuperación de 3 años y luego vender esta reposición exactamente por el valor en libros después de 3 años exactos. Si los gastos para el auto nuevo promedian sólo $5000 anuales, ¿debe Bob canjear los autos de negocios?

15.28 Trabaje de nuevo el ejemplo 15.7 bajo los supuestos de que el valor de intercambio del defensor es solamente $200,000 y que la vida útil restante del defensor es 10 años después de la Cual la estimación de su valor de salvamento es $75,000 si se vende en el mercado internacional. El valor de salvamento no está considerado en el cálculo de depreciación.

15.29 (a) Compare los dos planes detallados utilizando una tasa impositiva efectiva del 48% y un retorno después de impuestos del 8%. *(b)* ¿Es la decisión diferente del resultado antes de impuestos para $i = 15\%$?

	Defensor	Retador
Costo inicial, $	28,000	15,000
CAO en el momento de la compra, $	—	1,500
CAO real, $	1,200	—
Salvamento esperado en el momento de la compra, $	2,000	3,000
Valor de cambio, $	18,000	—
Depreciación	LR clásica	LR clásica
Vida, años	10	8
Años de posesión	2	—

NIVEL

CINCO

Los capítulos siguientes consideran un rango completo de herramientas de análisis económico. Primero se detalla el enfoque frecuentemente utilizado del análisis de equilibrio para un proyecto único y para dos o más alternativas. En este mismo capítulo se incluye la descripción y el uso correcto del periodo de reintegro de una inversión.

La decisión de financiar uno o más proyectos entre diversas propuestas independientes se analiza utilizando el enfoque de elaboración del presupuesto de gastos de capital. Luego, se examina la determinación de la TMAR para un análisis de financiamiento con deuda, con patrimonio y con una mezcla de deuda y patrimonio.

La sensibilidad y el riesgo se consideran en mayor detalle y un análisis probabilístico simple hace posible determinar los valores esperados de los flujos de efectivo. Para seleccionar la mejor secuencia de alternativas desde todos los caminos posibles se utiliza un enfoque de árbol de decisiones. En el último capítulo se estudia en mayor detalle la toma de decisiones bajo riesgo y se introduce el uso de la simulación en la ingeniería económica.

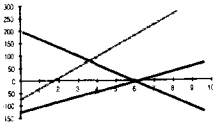
CAPÍTULO

16	Análisis de equilibrio y periodo de reintegro	486
17	Racionamiento del capital entre propuestas independientes	516
18	Determinación de una tasa mínima atractiva de retorno	534
19	Análisis de sensibilidad y decisiones de valor esperado	560
20	Más sobre variación y toma de decisiones bajo riesgo	604

capítulo

16

Análisis de equilibrio y periodo de reintegro



Algunas preguntas típicas sobre las alternativas y proyectos propuestos son:

- ¿Cuántos proyectos se tienen que producir a fin de quedar en equilibrio?
- ¿Cuánto tiempo se tiene que consevar esta máquina con el fin de recuperar la inversión?
- ¿Hay una tasa de retorno a la cual se pueda seleccionar cualquiera de las alternativas?

Las respuestas se determinan estimando el número de unidades o de años o la tasa de retomo a los cuales los ingresos y costos son iguales.

La primera pregunta se considera mejor si se recurre al ***análisis de equilibrio.*** El número de unidades producidas o el porcentaje de utilización de la capacidad de planta se calcula mediante relaciones para las estimaciones de ingresos y de costos para cada alternativa. Se abordarán los análisis de equilibrio lineales y no lineales.

En cuanto a la segunda pregunta –el tiempo que puede tardar una inversión en pagarse a sí misma-, el análisis de equilibrio es el enfoque correcto. Otra forma de obtener una respuesta puede ser determinar el ***periodo de reintegro.*** Generalmente, en el análisis se utiliza una tasa de retorno determinada. El reintegro no es ***de por sí*** una técnica de evaluación alternativa, aunque es útil como herramienta complementaria de la toma de decisiones.

La TR a la cual dos valores VP o VA son iguales responde la tercera pregunta. Se utilizan aquí los mismos métodos que en el análisis de tasa de retorno sobre flujos de efectivo y en el análisis de equilibrio de la tasa de retorno.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Propósito: Para una o más alternativas, determine el nivel de actividad necesario para quedar en equilibrio, o el número de años requerido para obtener una recuperación completa de la inversión.

El equilibrio para una alternativa

El equilibrio para dos alternativas 2.

Periodo de reintegro

Este capítulo ayudará al lector a:

1. Determinar el equilibrio para una sola alternativa.

   Calcular el equilibrio entre dos alternativas y utilizarlo para seleccionar una de ellas.

3. Calcular el periodo de reintegro para una sola alternativa e identificar las limitaciones del análisis de reintegro en la selección de alternativas.

16.1 VALOR DEL EQUILIBRIO DE UNA VARIABLE

Con frecuencia es necesario determinar la cantidad de una variable a la cual los ingresos y los costos son iguales con el fin de estimar la cantidad de utilidad o pérdida. Esta cantidad, denominada ***equilibrio,*** Q_{PE}, se determina utilizando las relaciones para la estimación de ingresos y de costos como función de cantidades diferentes Q de una variable particular. El tamaño de Q puede estar expresado en unidades por año, porcentaje de capacidad, horas por mes y muchas otras dimensiones. En general, aquí se utilizan, unidades por año, como ilustración.

La figura 16. la presenta diferentes formas de la relación de ingresos, identificadas como ***R.*** Con frecuencia se supone una relación de ingresos lineal, pero algunas veces es más realista una relación no lineal, puesto que ésta puede modelar un ingreso unitario creciente para los volúmenes más grandes: curva no lineal 1 en la figura 16.1*a*. También, un ***R*** no lineal puede reconocer que, aunque los ingresos adicionales son posibles, generalmente, predominan precios unitarios decrecientes para las cantidades más altas: curva no lineal 2.

Los costos, que pueden ser lineales o no lineales, se componen generalmente, de dos elementos -fijos y variables- como lo indica la figura 16. lb.

Costos fijos (CF). Incluyen costos tales como edificios, seguro, gastos generales o costos indirectos, algún nivel mínimo de mano de obra y recuperación de capital.

Costos variables (CV). Incluyen costos tales como mano de obra directa, materiales, mano de obra indirecta y de apoyo, contratistas, mercadeo, publicidad y garantías.

Generalmente, el componente de costo fijo es constante para todos los valores de la variable, de manera que éste no varía con niveles de producción diferentes o con el tamaño de la fuerza laboral. Aun si no se producen unidades, se incurre en costos fijos, porque la planta debe tener un mantenimiento y algunos empleados deben ser pagados. Por supuesto, esta situación no podría durar mucho antes de que la planta tuviera que cerrarse para reducir los costos fijos. Éstos se reducen a través de una mejor utilización del equipo, del sistema de información y de la fuerza laboral, paquetes menos costosos de prestaciones sociales, subcontratación de algunas funciones, etc.

Los costos variables cambian con el nivel de producción, el tamaño de la fuerza laboral y otras variables. Generalmente, es posible disminuir los costos variables mediante un mejor diseño del producto, eficiencia en la fabricación y en el volumen de ventas.

Con frecuencia, la relación entre los componentes CF y CV es predecible. Por ejemplo, un producto fabricado en equipo desactualizado y en instalaciones anticuadas puede tener un costo fijo grande debido a los altos costos de mantenimiento, procesos ineficaces y pérdida en tiempo de producción. También, el costo variable puede ser alto debido a altas tasas de desperdicio; mal uso del tiempo de los empleados; e incapacidad del proceso en utilizar mejores insumos materiales, sistemas de software y técnicas de trabajo.

Cuando se agregan CF y CV, ellos forman una relación de costo total, CT. La figura 16.1*b* ilustra la relación CT para costos fijos variables y variables lineales. La figura 16.1*c* muestra una curva CT general para el CV no lineal, en la cual los costos variables unitarios disminuyen a medida que el nivel de la cantidad aumenta.

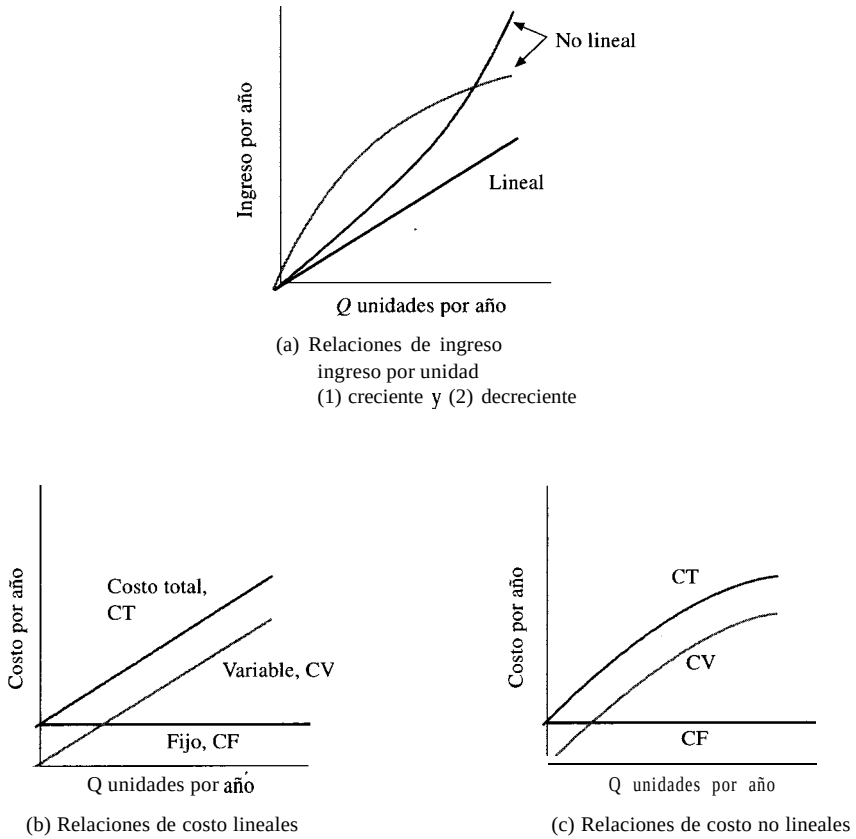


Figura 16.1 Relaciones lineales y no lineales de ingreso y costos utilizados en el análisis de equilibrio.

Para alguna cantidad de la variable, las relaciones de ingreso y de costo total se intersecarán para identificar el punto de equilibrio, Q_{PE} , (figura 16.2). Si $Q > Q_{PE}$, hay una utilidad predecible, pero si $Q < Q_{PE}$, hay una pérdida, siempre y cuando las relaciones se continúen estimando correctamente a medida que el valor de Q cambia. Si el costo variable por unidad disminuye, la línea CT también lo hará (véase la figura 16.2) y el punto de equilibrio se reducirá en términos de valor; es decir, se requerirá menos para estar en equilibrio. Ésta es una ventaja porque cuanto menor sea el valor de Q_{PE}, más alta será la utilidad para un monto dado de ingreso. Para los modelos lineales de *R* y CV, cuanto más alta sea la cantidad real vendida, mayor será la utilidad.

Si se utilizan modelos no lineales para *R* o CT, puede haber más de un punto de equilibrio. La figura 16.3 presenta esta situación para dos puntos de equilibrio. La utilidad máxima se obtiene ahora operando a una cantidad Q_p que ocurre entre los dos puntos de equilibrio y cuando la distancia entre las relaciones *R* y CT es mayor.

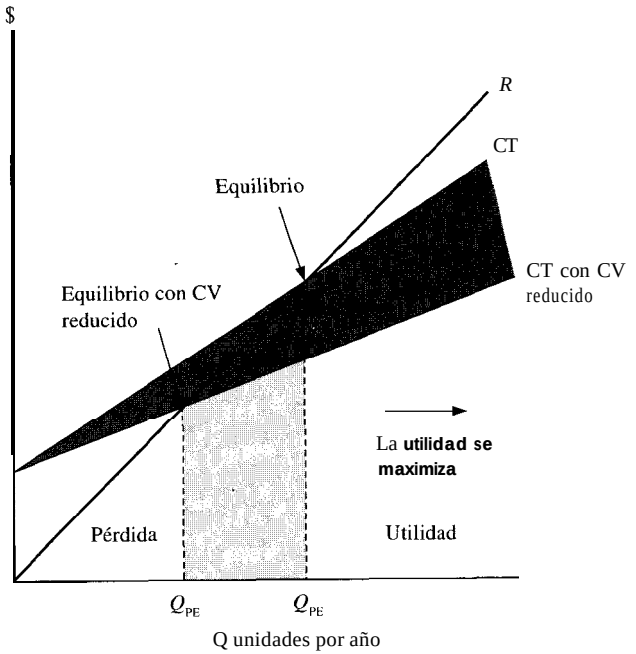


Figura 16.2 **Efecto sobre el equilibrio cuando se reduce el costo variable por unidad.**

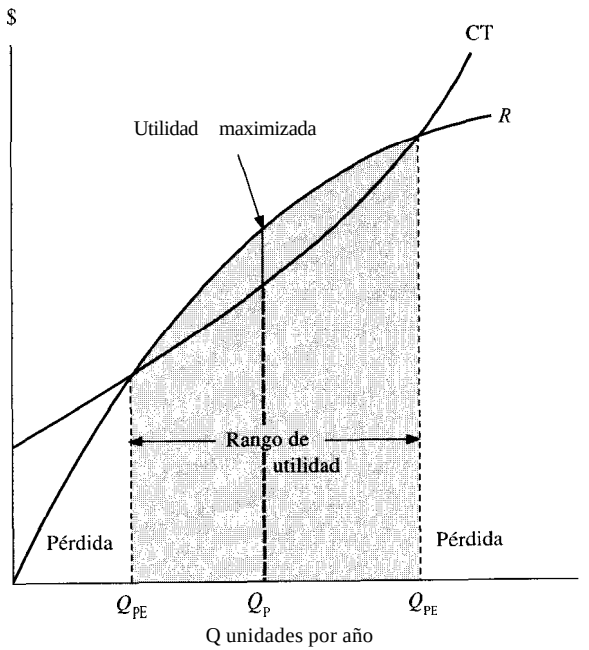


Figura 16.3 **Equilibrio y punto de utilidad máxima para un análisis no lineal.**

Por supuesto, no hay relaciones R y CT estáticas -lineales o no lineales- capaces de estimar exactamente las cantidades del ingreso y del costo para un producto o servicio durante un periodo extendido de tiempo. Pero, es posible estimar puntos de, equilibrio que pueden ser puntos objetivo excelentes para fines de planificación.

Ejemplo 16.1

Una línea de manufactura de componentes para frenos de disco de camión ha operado históricamente en alrededor del 80% de la capacidad de línea con una producción de 14,000 unidades al mes. La demanda internacional en descenso ha reducido la producción a 8000 unidades por mes para el futuro previsible. Utilice la siguiente información *(a)* Para determinar el fugar donde el nivel reducido (8000 unidades por mes) ubicará la producción en términos relativos al punto de equilibrio lineal y a la utilidad y *(b)* para estimar el costo variable por cada freno, v, necesario para lograr un equilibrio al nivel unitario de 8000, si el ingreso por unidad, r, y los costos fijos permanecen constantes.

Costo fijo: CF = \$75,000 por mes

Costo variable: v = \$2.50 por unidad

Ingreso: r = \$8.00 por unidad

Solución

Primero, desarrolle relaciones lineales para el ingreso R y el costo total CT. Sea Q la cantidad en unidades por mes,

$$R = rQ = 8.00(Q) \qquad (\$ \text{ por mes})$$

$$CV = vQ = 2.50(Q) \qquad (\$ \text{ por mes})$$

$$CT = CF + CV = 75{,}000 + 2.50(Q) \qquad (\$ \text{ por mes})$$

Para determinar el punto de equilibrio, Q = Q_{PE}, defina ingreso igual al costo total, es decir, $R = CT$ y resuelva para Q_{PE}.

$$rQ = CF + CV = CF + vQ$$

$$Q_{PE} = \frac{CF}{r - v} \qquad [16.1]$$

(a) Resuelva la ecuación [16.1].

$$Q_{PE} = \frac{75{,}000}{8.00 - 2.50} = 13{,}436 \text{ unidades por mes}$$

La figura 16.4 indica que a 14,000 unidades (80% de la capacidad) esta planta ha estado produciendo justo por encima del equilibrio, el cual ocurre al 78% de la capacidad. (Éste es un requisito de producción muy alto para alcanzar el punto de equilibrio).

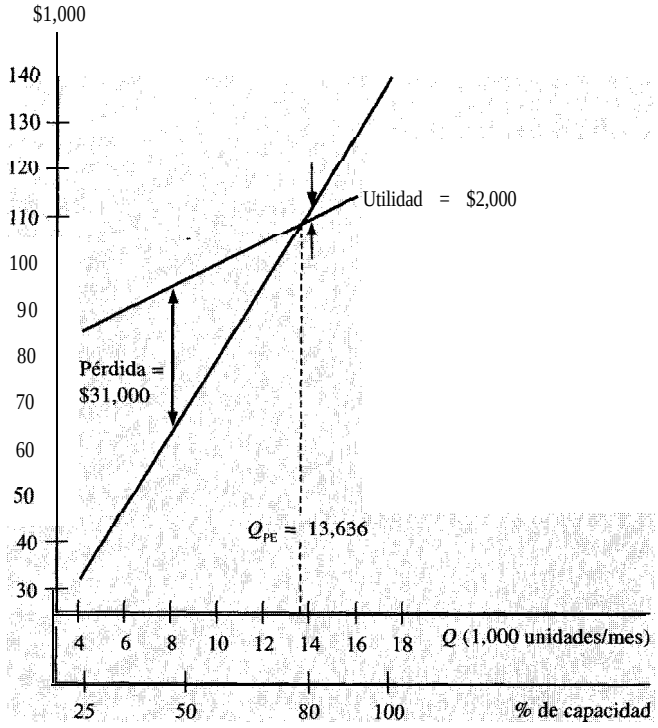


Figura 16.4 Gráfica del equilibrio para el ejemplo 16.1.

Para estimar la utilidad total, reste el costo total del ingreso para Q = 8000 unidades,

$$\begin{aligned} \text{Utilidad} &= R - \text{CT} = rQ - (\text{CF} + vQ) \\ &= (r - v)\,Q - \text{CF} \\ &= (8.00 - 2.50)8000 - 75{,}000 \\ &= \$-31{,}000 \end{aligned} \qquad [16.2]$$

Hay una pérdida de $3 1,000 por mes. Aun a este nivel histórico de producción de 14,000 unidades por mes, la ecuación [16.2] indica solamente una utilidad de $2000 (figura 14.4).

(b) Una forma de determinar v si Q_{PE}, fuera 8000 es plantear la ecuación [16.2] con una utilidad de cero y Q = 8000. Resolver para v.

$$0 = (8\text{-}v)\ 8000 - 75{,}000$$

$$v = \frac{-11{,}000}{8000} = \$\text{-}1{,}375 \quad (\$ \text{ por unidad})$$

Puesto que v es menor que cero, es imposible quedar en equilibrio en 8000 unidades sin reducir los costos fijos y/o aumentar el ingreso por unidad. Esta planta tiene algunos problemas graves.

Problemas 16.1 a 16.6

16.2 PUNTO DE EQUILIBRIO ENTRE DOS ALTERNATIVAS

En la mayoría de los análisis económicos, uno o más de los componentes del costo varían como función del número de unidades. Comúnmente, las relaciones de costo se expresan en términos de la cantidad (u otra variable), y se calcula el valor al cual las alternativas quedan en equilibrio. Para encontrar el punto de equilibrio, *Za variable debe ser común a ambas alternativas,* tanto como costo de operación como costo de producción. La figura 16.5 ilustra este concepto para dos alternativas con relaciones de costo lineales. El costo fijo, CF, de la alternativa 2, que puede ser el valor anual de la inversión inicial, es mayor que el de la alternativa 1. Sin embargo, la alternativa 2 tiene un costo variable menor, como lo indica su pendiente más baja. La intersección de las dos líneas CT localiza el punto de equilibrio. Por tanto, si se espera que el número de unidades de la variable común sea mayor que la cantidad de equilibrio, se selecciona la alternativa 2, puesto que el costo total de la operación será más bajo. En forma opuesta, un nivel anticipado de operación por debajo del punto de equilibrio favorece la alternativa 1.

En lugar de representar gráficamente los costos totales de cada alternativa y estimar el punto de equilibrio en términos gráficos, puede ser más fácil calcular el punto de equilibrio numéricamente utilizando expresiones de ingeniería económica para el VP o VA. Aunque el costo total puede expresarse como VP o VA, en general se prefiere este último, cuando las unidades variables están expresadas en una base anual. Además los cálculos VA son más

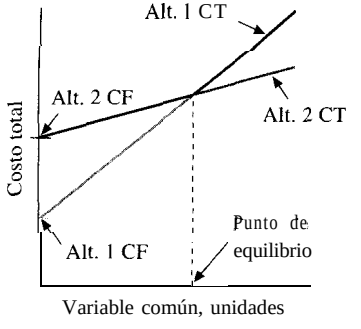
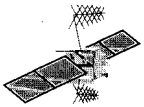


Figura 16.5 Equilibrio entre dos alternativas que contienen relaciones lineales de costos.

simples cuando las alternativas bajo consideración tienen vidas diferentes. Para determinar el punto de equilibrio y seleccionar una alternativa pueden utilizarse los siguientes pasos:

1. Defina claramente la variable común y establezca sus unidades dimensionales.
2. Utilice el análisis VA o VP para expresar el costo total de cada alternativa como función de la variable común.
3. Iguale las dos relaciones de costos y resuelva para el valor de equilibrio de la variable.
4. Si el nivel anticipado de la variable está por debajo del valor del equilibrio, seleccione la alternativa con el costo variable más alto (la mayor pendiente). Si el nivel está por encima del punto de equilibrio, seleccione la alternativa con el costo variable más bajo. Ver la figura 16.5.

Ejemplo 16.2



Una pequeña compañía aeroespacial está evaluando dos alternativas: la compra de una máquina de alimentación automática y una máquina de alimentación manual para un proceso de acabado de un producto. La máquina de alimentación automática tiene un costo inicia1 de $23,000, un valor de salvamento estìmado de $4000 y una vida proyectada de 10 años. Una persona manejará la máquina a un costo de $12 la hora. La producción esperada es de 8 toneladas por hora. Se. espera que el costo anual de mantenimiento y operación sean de $3500.

La máquina alternativa de alimentación manual tiene un costo inicial de $8000, no tiene un valor de salvamento esperado, una vida de 5 años y una producción de 6 toneladas por hora. Sin embargo, se requerirán tres trabajadores a $8 la hora cada uno. La máquina tendrá un costo anual de mantenimiento y operación de $1500. Se espera que todo el capital invertido genere un retorno de mercado del 10% anual antes de impuestos.

(a) ¿Cuántas toneladas por año deben terminarse con el fin de justificar el mayor costo de compra de la máquina de alimentación automática?

(b) Si se anticipa un requerimento de terminar 2000 toneladas por año, ¿cuál máquina debe comprarse?

Solución

(a) Utilice los pasos anteriores para calcular el punto de equilibrio.

1. Sea x el numero de toneladas anuales terminadas.

2. Para la máquina de alimentación automática el costo variable anual es:

$$\text{CV anual} = \frac{\$12}{\text{hora}} \times \frac{1 \text{ hora}}{8 \text{ ton}} \times \frac{\text{ton}}{\text{año}}$$

$$= 1.5x$$

El CV se desarrolla en dólares por año, como lo exige el análisis VA. La expresión VA para la máquina de alimentación automática es:

$$VA_{auto} = -23{,}000(A/P,10\%,10) + 4000(A/F,10\%,10) - 3500 - 1.5x$$

$$= \$\text{-}6992 - 1.5x$$

En forma similar, el costo variable anual y el VA para la máquina de alimentación manual son:

$$\text{CV anual} = \frac{\$8}{\text{hora}}(3 \text{ operadores}) \quad \frac{1 \text{ hora}}{6} \frac{x \text{ tons}}{\text{ton año}}$$

$$= 4x$$

$$Va_{manual} = -8000(A/P, 10\%,5) - 1500 - 4X$$

$$= \$-3610 - 4x$$

3. Iguale las dos relaciones de costos y resuelva para x, la cantidad de equilibrio en toneladas por año.

$$Va_{automática} = VA_{manual}$$

$$-6992 - 1.5x = -3610 - 4x$$

$$x = 1353 \text{ toneladas por año}$$

4. Si se espera que la producción exceda 1353 toneladas por año, compre la máquina de alimentación automática, puesto que su pendiente CV de 1 .5 es menor que la pendiente CV de 4 de la máquina de alimentación manual,

(b) Utilizando la lógica de los pasos detallados antes, seleccione la máquina de alimentación automática puesto que 2000 > 1353 de acuerdo con la parte *(a)*. Si el punto de equilibrio no hubiera sido determinado, sería aún posible seleccionar una alternativa sustituyendo el nivel de producción esperada de 2000 toneladas por año en las relaciones VA anteriores. Los resultados son $VA_{automática}$ = $ -9992 y VA,,,,, = $ -11,610. La compra de la máquina de alimentación automática se justifica por su valor VA numéricamente más grande.

Comentario

Trabaje nuevamente este ejemplo utilizando las relaciones VP para encontrar, para su propia satisfacción, que cualquiera de los métodos arroja el mismo valor de equilibrio. No olvide seleccionar la alternativa con la pendiente menor (es decir, el costo variable más bajo) cuando las unidades variables comunes están por encima del punto de equilibrio.

Ejemplo 16.3

La firma Jack n'Jill Toy Company compra actualmente las partes metálicas requeridas en la manufactura de ciertos juguetes, pero se ha presentado la propuesta de que la compañía fabrique estas partes. Se requerirán dos maquinas para la operación: La máquina *A* costará $18,000 y tendrá una vida de 6 años y un valor de salvamento de $2000; la máquina *B* costad $12,000 y tendrá una vida de 4 años y un valor de salvamento de $-500 (costo de retiro). La maquina *A* requerirá un mantenimiento después de 3 años que costará $3000. Se espera que el costo anual de operación para la máquina *A* sea $6000 anual y para la máquina *b* $5000 por año. Para las dos máquinas se requerirá un total de cuatro operadores a un costo de $12.50 por hora por operador. En un periodo normal de 8 horas, los operadores y las dos máquinas pueden producir partes suficientes para fabricar 1000 juguetes. Se espera que el precio de compra de las partes sea de $0.60 por cada juguete.

Utilice una TMAR del 15% anual para determinar lo siguiente.

(a) Número de juguetes que se deben fabricar cada año para justificar la compra.

(b) El gasto de capital máximo justificable para comprar la máquina A, suponiendo todas las demás estimaciones para las máquinas *A* y *Ben* la forma planteada. La compañía espera producir y vender 125,000 unidades por año.

Solución

(a) Utilice los pasos 1 a 3 para determinar el punto de equilibrio en unidades por año.

1. Defina x como el número de juguetes producidos por año.

2. Hay costos variables para los operadores y costos fijos para las dos máquinas. El CV anual es:

$$\text{CV} = (\text{costo por unidad})\ \{\text{unidades por año})$$

$$= \frac{4 \text{ operadores}}{1000 \text{ unidades}} \frac{12.50}{\text{hora}} (8 \text{ horas})x$$

$$= 0.4x$$

Los costos fijos anuales para las máquinas A y *B* son las cantidades VA.

$$\text{VA}_A = -18{,}000(A/P,15\%,6) + 2000(A/F,15\%,6) - 6000 - 3000(P/F,15\%,3)(A/P,15\%,6)$$

$$\text{VA}, = -12{,}000(A/P,15\%,4) - 500(A/F,15\%,4) - 5000$$

3. El igualar los costos anuales de la opción de compra $(0.60x)$ y de la opción de manufactura produce:

$$-0.60.x = \text{VA}, + \text{VA}, - \text{CV}$$

$$= -18{,}000(A/P,15\%,6) + 2000(A/F,15\%,6) \quad 6000 - 3000(P/F,15\%,3)(A/P,15\%,6) - 12{,}000(A/P,15\%,4) - 500(A/F,15\%,4) - 5000 -0.4.x$$

$$-0.2.x = -20{,}352.43$$

$$x = 101{,}762 \text{ unidades anuales}$$

Para justificar la propuesta de manufactura debe producirse cada año un mínimo de 101,762 juguetes.

(b) Sustituya 125,000 por la variable x y P_A por el costo inicial a ser determinado para la máquina *A* (actualmente \$–18,000) en la ecuación [16.3]. La solución genera P_A = \$-35,588, que es el monto justificado como el costo inicial para la máquina *A* si se producen 125,000 juguetes y los demás costos son iguales a los estimados. Este costo inicial justificable es sustancialmente más grande que el costo inicial estimado de \$18,000 debido a que la producción esperada de 125,000 juguetes por año es mayor que la cantidad de equilibrio de 101,762.

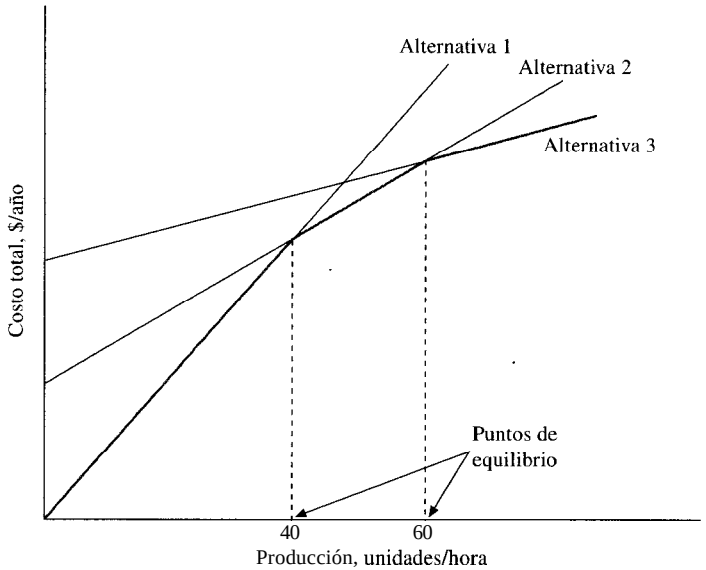


Figura 16.6 Puntos de equilibrio para las tres alternativas.

Aunque los ejemplos anteriores tratan solamente con dos alternativas, puede realizarse el mismo tipo de análisis para tres o más alternativas. Es necesario comparar las alternativas en pares para encontrar sus puntos de equilibrio respectivos. Los resultados revelan los rangos a lo largo de los cuales cada alternativa es más económica. Por ejemplo, en la figura 16.6, si se espera que la producción sea menor de 40 unidades por hora, debe seleccionarse la alternativa 1. Entre 40 y 60 unidades por hora, la alternativa 2 es más económica; y, por encima de 60 unidades por hora, la alternativa 3 es la favorecida.

Si las relaciones de costo variable son no lineales, el análisis es más complicado. Si los costos aumentan o disminuyen en forma uniforme, es posible desarrollar las expresiones matemáticas que permiten la determinación directa del punto de equilibrio.

Problemas 16.7 a 16.18

16.3 DETERMINACIÓN E INTERPRETACIÓN DEL PERIODO DE REINTEGRO

El periodo de *reintegro o* de *pago*, n_p, para un activo o alternativa es el tiempo estimado, generalmente en años, que tardará para que los ingresos y otros beneficios económicos *reintegren la inversión inicial y un retorno determinado.* El periodo de reintegro nunca debe ser utilizado como la única medida de valor para seleccionar una alternativa. En lugar de

ello, debe utilizarse para proporcionar información complementaria sobre la alternativa. El análisis de reintegro se realiza utilizando flujos de efectivo antes o después de impuestos. Es mejor realizado cuando se emplea un retorno requerido de $i\%$ sobre la inversión inicial, pero en la práctica se determina con frecuencia sin el requisito de un retorno, es decir, i = 0%. Para encontrar el periodo de reintegro para un retorno establecido, se deben determinar los años n_p (no necesariamente un número entero) utilizando la expresión:

$$0 = P + \sum_{t=1}^{t=n_p} \text{FEN}_t(P/F,i,t) \qquad [16.4]$$

donde FEN_t es el flujo de efectivo neto estimado al final de cada año. Si se espera que los flujos de efectivo sean iguales cada año, el factor P/A puede ser sustituido y la relación es:

$$0 = P + \text{FEN}(P/A,i,n) \qquad [16.5]$$

Después de n_p años, los flujos de efectivo recuperarán la inversión y un retorno de $i\%$. Si, en realidad, el activo o la alternativa es activa durante más de n años, puede resultar un retorno mayor; pero si la vida útil es menor de n años no hay suficiente tiempo para recuperar la inversión y el retorno. Es muy importante darse cuenta de que en el análisis de reintegro *todo el flujo de efectivo neto que ocurre después de n años es ignorado.* Dado que este hecho es significativamente diferente del enfoque del análisis VP, VA o TR, donde todos los flujos de efectivo durante la vida alternativa estimada se incluyen en el análisis económico, el análisis de reintegro puede sesgar injustamente la selección de la alternativa. De manera que se debe utilizar el análisis de reintegro sólo como una técnica complementaria a métodos de análisis regular.

Cuando se usa $i > 0$ para estimar el periodo de reintegro mediante la ecuación [16.41 o [16.51, el valor n proporciona un sentido del riesgo tomado si se emprende la alternativa. Por ejemplo, si una compañía piensa producir un bien bajo contrato durante 3 años solamente y el periodo de reintegro para el equipo que debe ser comprado se calcula en 10 años, la compañía no debe realizar el contrato. Aún en esta situación, el periodo de reintegro de 3 años es sólo información complementaria, no un buen sustituto para un análisis económico completo utilizando los cálculos de VP o VA.

Como se mencionó arriba, se puede experimentar la práctica común (pero no recomendada) de determinar $n_{p'}$, a la vez que se ignora cualquier efecto de un retorno requerido; es decir, utilizar i = 0% en la ecuación [16.41 y calcular el *periodo de reintegro sin retorno* utilizando la relación:

$$O = P + \sum_{t=1}^{t=n_{p'}} \text{FEN}_t \qquad [16.6]$$

Para una secuencia uniforme de flujo de efectivo neto, el reintegro sin retorno de la ecuación [16.5] es simplemente:

$$n_{p'} = \frac{P}{\text{FEN}} \qquad [16.7]$$

El reintegro resultante puede interpretarse muy fácilmente en forma incorrecta. El cálculo de n de estas relaciones es de poco valor para una decisión económica. El uso del periodo de reintegro sin retorno para tomar decisiones alternativas es incorrecto porque:

1. El retorno requerido se rechaza puesto que se ha omitido el valor del dinero en el tiempo.
2. Todos los flujos de efectivo que ocurren después del periodo de reintegro calculado, los cuales pueden contribuir al retorno de la inversión son ignorados.
3. La alternativa elegida puede diferir de aquella seleccionada por un análisis económico con base en cálculos VP o VA.

Ejemplo 16.4

La junta directiva de AA International acaba de aprobar un contrato de servicios financieros a nivel mundial por valor de $18 millones, Se espera que los servicios generen nuevos ingresos anuales netos por $3 millones. El contrato tiene una cláusula de rembolso potencialmente lucrativa para AA International de $3 millones en cualquier momento en que el contrato sea cancelado por cualquiera de las partes durante los 10 años del periodo acordado de duración del contrato. *(a)* Sí la TMAR es del 15% calcule el periodo de reintegro, *(b)* Determine el periodo de reintegro sin retorno y compárelo con la respuesta dada en la parte *(a)*.

Solución

(a) El flujo de efectiva neto cada ano es de $3 millones con $3 millones adicionales en cualquier año en que el contrato sea cancelado. Suponga que este pago único de $3 millones (llámese VC, o valor de cancelación) podría ser recibido en cualquier momento dentro del periodo de contratación de 10 años. La ecuación [16.5] se altera ligeramente para incluir VC.

$$0 = -P + \text{FEN}\,(P/A,i,n) + \text{VC}(P/F,i,n)$$

En términos de $1,000,000:

$$0 = -18 + 3(P/A,15\%,n) + 3(P/F,15\%,n)$$

El periodo de reintegro del 15% es $n = 15.3$ años. Durante el periodo de 10 años, los ingresos estimados no darán el retorno requerido.

(b) Si se supone que AA Intemational no requíere un retorno sobre su inversión de $18 millones, la ecuación [16.6] arrojará $n = 5$ años de la siguíente manera (en $ millones):

$$0 = -18 + 5(3) + 3$$

Hay una diferencia muy significativa en una TMAR = 15% *versus* 0%. En 15%, este contrato tendrá que estar en aplicación durante 15.3 años, mientras que el periodo de reintegro sin retorno es solamente de 5 años. El hecho de la propiedad requerida más larga siempre está presente para $i > 0$ por la razón obvia de que el valor del dinero en el tiempo está siendo considerado.

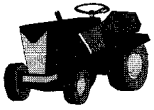
Comentario

Los resultados en la parte *(b)* sustancian el lineamiento general de que el uso de un periodo de reintegro con $i = 0\%$ puede ser apropiado cuando hay muy poca oferta de inversión de capital y la gerencia desea

recuperar solamente el capital invertido en un corto periodo de tiempo. Este hecho es especialmente cierto cuando el proyecto tiene un alto riesgo. El cálculo del reintegro proporciona el número de años requerido para recuperar los dólares invertidos. Pero desde los puntos de vista del análisis de ingeniería económica y del valor del dinero en el tiempo, como se mencionó antes, ningún análisis de reintegro sin retorno es un método confiable de selección de alternativas.

Si hay dos o más alternativas presentes y se utiliza el análisis de reintegro para indicar que una puede ser mejor que la otra u otras, la segunda limitación del análisis de reintegro (ignorar los flujos de efectivo después de n) puede conducir auna decisión económicamente incorrecta. Cuando se ignoran los flujos de efectivo que ocurrirían después de n es posible favorecer activos de corta vida, incluso cuando los activos de vidas más largas producen un retorno más alto. En estos casos, el análisis VP o VA siempre sería la principal técnica de decisión. La comparación de activos de corta y de larga vida en el ejemplo 16.5 ilustra este uso incorrecto del análisis de reintegro.

Ejemplo 16.5



Se está considerando la compra de dos piezas equivalentes de equipo agrícola. Se espera que la máquina 2 sea lo suficientemente versátil y tecnológicamente avanzada para proporcionar ingreso durante más tiempo que la máquina 1.

	Máquina 1	Máquina 2
Costo inicial, $	12,000	8.000
Ingreso anual, $	3,000	1.000 (años 1-5)
		3.000 (años 6-15)
Vida máxima, años	7	15

El señor James utilizó un retorno del 15% anual y un paquete de análisis económico basado en un microprocesador en su oficina local de extensión agrícola. El software utilizó las ecuaciones [16.4] y [16.5] para recomendar ía máquina 1 porque ésta tiene un periodo de pago más corto de 6.57 años en i = 15%. Los cálculos se resumen aquí.

Máquina 1: n_p = 6.57 años, que es menor que la vida de 7 anos.

Ecuación utilizada: $0 = -12{,}000 + 3000(P/A, 15\%, n)$

Máquina 2: n_p = 9.52 años, que es menor que la vida de 1.5 años.

Ecuación utilizada: $0 = -8000 + 1000(P/A, 15\%, 5)$

$$+ 3000\,(P/A, 15\%, n-5)\,(P/F, 15\%, 5)$$

Recomendación: Seleccione la máquina 1.

Ahora, utilice un análisis VA 15% para comparar las maquinas y comente sobre cualquier diferencia en la decisión.

Solución

Para cada alternativa, considere los flujos de efectivo para todos los años durante la vida estimada (máxima).

$$VA_1 = -12{,}000(A/P,15\%,7) + 3000 = \$116$$

$$VA_2 = -8000(A/P,15\%,15) + 1000 + 2000(F/A,15\%,10)(A/F,15\%,15)$$
$$= \$485$$

La máquina 2 se selecciona puesto que su valor VA es numéricamente más grande comparado con aquél de la maquina 1 en 15%.

El resultado es el opuesto de la decisión del periodo de reintegro. El análisis VA considera los mayores flujos de efectivo para la máquina 2 en los últimos años. Como se ilustra en la figura 16.7, el análisis, de reintegro ignora todas las cantidades del flujo de efectivo que pueden ocurrir después de haberse cumplido el periodo de reintegro.

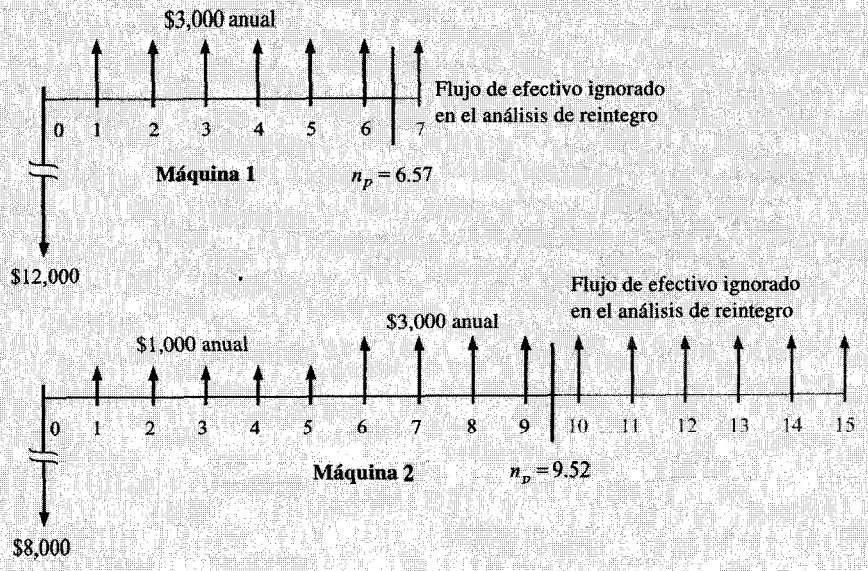


Figura 16.7 Ilustración de los periodos de reintegro y de las estimaciones del flujo de efectivo, ejemplo 16.5.

Comentario

Éste es un buen ejemplo de por qué utilizar el análisis de reintegro solamente como información complementaria de evaluación de riesgo. Con frecuencia, puede parecer que una alternativa de vida más corta evaluada mediante el análisis de reintegro es más atractiva, cuando la alternativa de vida más larga tiene flujos de efectivo estimados posteriormente en la vida que la hacen más atractiva en términos económicos utilizando el valor VP, VA o TR. Por consiguiente, dependa siempre del análisis VP, VA o TR para comparar alternativas en forma correcta.

El ejemplo adicional 16.6 ilustra una forma muy elemental de combinar los cálculos para el análisis de equilibrio y de reintegro como herramienta complementaria en la toma de decisiones.

Ejemplo adicional 16.6
Problemas 16.19 a 16.25

EJEMPLO ADICIONAL

Ejemplo 15.6

ANÁLISIS DE EQUILIBRIO Y DE REINTEGRO, SECCIONES 16.2 Y 16.3 Como miembro de gran energía, de mayores ventas, no temeroso de riesgos, el joven Robin, del personal de mercadeo y de ventas en Positive Motion, Inc., espera ser considerado en el futuro cercano (dentro de 3 años) para director de mercadeo; para ello, necesita un éxito arrollador en ventas durante esta época. Robin estudió ingeniería económica en la universidad y ahora desea utilizar los análisis de equilibrio y de reintegro para determinar cuántas unidades de un producto mejorado deben venderse durante cierto periodo de tiempo. Puede ser difícil convencer a la gerencia de que se justifica una mayor inversión y costos para lograr las nuevas ventas proyectadas.

Después de consultar con algunos amigos en los departamentos de ingeniería y manufactura, Robin ha hecho las siguientes estimaciones sobre costos e ingresos para el modelo mejorado.

Costos fijos: Una nueva inversión de capital ahora, de $80,000; $1000 en gastos anuales de mantenimiento.

Costos variables: $8 por unidad manufacturada.

Ingresos: El doble del costo variable unitario durante 5 años de ventas y solamente la mitad del costo después de 5 años.

Reconociendo las dificultades del análisis de reintegro, Robin, quien ha juzgado que es una situación de evaluación de riesgo, desea realizar un análisis de reintegro sin retorno sabiendo que cualquier costo significativo y flujos de efectivo de **ingreso** después del periodo de recuperación serán ignorados. *(a)* Si Robin estima las ventas nuevas en 5000 unidades por año, encuentre el periodo de reintegro. Utilizando los resultados como base, ¿debe Robin arriesgarse? *(b)* Determine el requerimento de ventas de equilibrio durante cinco periodos de recuperación de hasta 5 años. Nuevamente, utilizando los resultados, ¿debe Robin arriesgarse?

Solución

Defina X como las unidades vendidas por año y n_p como el periodo de reintegro. Hay dos incógnitas y una relación, de manera que es necesario determinar valores de una variable y resolver para la otra. Se utilizará el siguiente enfoque. Establezca las relaciones de costo anual y de ingreso sin considerar el valor del dinero en el tiempo; determine los valores de n_p para $X = 5000$ en la parte *(a)*; y utilice los valores n_p de 1 hasta 5 para encontrar las cantidades de equilibrio para la parte *(b)*. Se prestará atención

especial a los valores n_p de 3 años (la aspiración de Robin para director) y 5 años (cuando las estimaciones de ingresos se reduzcan sustancialmente).

Costos fijos: $$\frac{80{,}000}{n_p} + 1000$$

Costos variables: $$8X$$

Ingresos: $$\begin{cases} 16X & \text{para los años 1 hasta 5} \\ 4X & \text{para los años 6 y posteriores} \end{cases}$$

(a) Iguale los ingresos a los costos totales y determine si $n_p \leq 5$ con ingresos en $16X$.

$$\text{Ingresos} = \text{costos totales}$$

$$16X = \frac{80{,}000}{n_p} + 1000 + 8X$$

$$n_p = \frac{80{,}000}{8X - 1000}$$

$$= \frac{10{,}000}{X - 125} \qquad [16.8]$$

En $X = 5000$ unidades por año, el periodo de reintegro es:

$$n_p = \frac{10{,}000}{4875} = 2.05 \text{ años}$$

Puesto que $n_p < 5$ años, el resultado es muy alentador. Con el horizonte de 3 años Robin debe aceptar el riesgo involucrado e invertir.

(b) Resuelva la ecuación [16.8] para X, sustituya los valores n_p de 1 hasta 5 y represente gráficamente los diferentes valores de equilibrio (figura 16.8).

$$X = \frac{10{,}000}{n_p} + 125$$

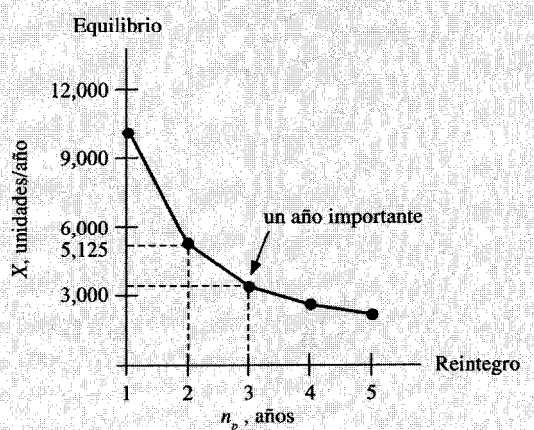


Figura 16.8 Volúmenes de ventas de equilibrio para diferentes periodos de reintegro. Ejemplo 16.6.

Como ilustración para n_p = 2 años, el volumen de ventas de equilibrio es 5 125. Como en la parte *(a)*, el horizonte de 3 años de Robin es aceptable para invertir, pero la decisión es bastante delicada para las estimaciones de ventas, como lo indica claramente la figura 16.8. Todas las demás estimaciones ocurren como se esperaba, si las ventas están en el rango de 3000, el reintegro esta por encima de 3 anos. Robín deberá tener en cuenta las estimaciones de riesgo y de recompensa al tomar la decisión.

Ejemplo 16.6
(Hoja de cálculo]

ANÁLISIS DE EQUILIBRIO, SECCIÓN 16.3 Resuelva la parte *(b)* del ejemplo 16.6 utilizando hoja de cálculo. Represente gráficamente los valores de equilibrio durante los años 1 hasta 5, y emplee la gráfica para determinar si Robin tiene oportunidad de ser promovido dentro de 3 años si las ventas nuevas alcanzan 5000 por año.

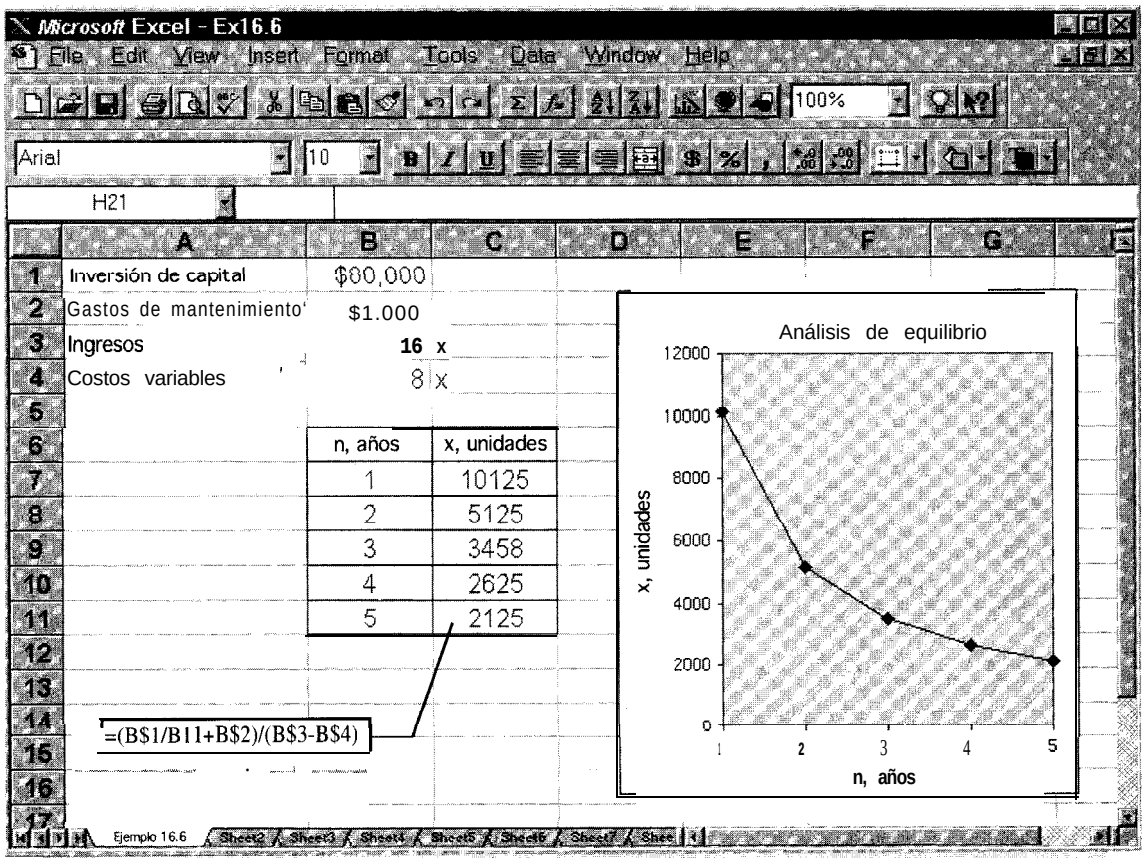


Figura 16.9 **Solución de hoja de cálculo para valores de ventas** da **equilibrio, ejemplo 1 6.66.**

Solución

Iguale los ingresos a los costos donde X identifica el número de unidades vendidas por año y n identifica el número de años. La ecuación con un ingreso de $16 por unidad se desarrolla durante 5 anos.

$$16X = \frac{80{,}000}{n} + 1000 + 8X$$

Resuelva para x en términos de n. *(Véanse* las relaciones en la solución del anterior ejemplo 16.6 para los detalles).

$$x = \frac{10{,}000}{n} + 125$$

La figura 16.9 incluye una hoja de cálculo con los valores de X en las celdas C7 hasta C11 para diferentes valores de n y una gráfica de X versus n. Si las ventas alcanzan 5000, el valor de n *es* ligeramente mayor a 2 años, de manera que Robin tiene buenas posibilidades de promoción.

RESUMEN DEL CAPÍTULO

El punto de equilibrio para una alternativa o entre dos alternativas se expresa, generalmente, en términos tales como unidades por año u horas por mes. Para la cantidad de equilibrio, Q_{PE}, es indiferente para aceptar o rechazar la alternativa. Utilícese los siguientes parámetros para la decisión:

Alternativa única (Remítase a la figura 16.2)

La cantidad estimada es *mayor* que Q_{PE}, → se debe aceptar la alternativa

La cantidad estimada es *menor* que Q_{PE}, → se debe rechazar la alternativa

Para dos o más alternativas se debe determinar el valor de equilibrio de la variable común X. Utilice los siguientes parámetros para seleccionar una alternativa:

Dos alternativas (Refiérase a la figura 16.5)

El nivel estimado de X está *por debajo* del equilibrio → se debe seleccionar la alternativa con el costo variable más alto (la mayor pendiente)

El nivel estimado de X está *por encima* del equilibrio → se debe seleccionar la alternativa con el costo variable más bajo (la pendiente menor)

El periodo de reintegro es el número de años para recuperar una inversión a un retorno establecido. Éste se utiliza principalmente como complemento al análisis VP, VA o TR completo. El periodo de reintegro proporciona un sentido del riesgo involucrado, en espe-

cial cuando el capital es escaso y se buscan tiempos cortos de recuperación de las inversiones. El reintegro *no* es un buen método de selección de alternativas porque:

- Ignora todos los flujos de efectivo que pueden ocurrir después del periodo de reintegro calculado y que pueden aumentar la tasa de retorno sobre la inversión inicial.
- Puede indicar la selección de una alternativa diferente de aquella basada en cálculos VP, VA o TR durante la vida estimada total de la alternativa.

Una forma rápida de estimar el reintegro de la inversión inicial es mediante el reintegro sin retorno, al cual $i = 0\%$. Nuevamente, el resultado es apenas complementario al análisis de ingeniería económica y nunca debe ser utilizado como la única base para decisiones sobre alternativas. Además de las anteriores falacias, el reintegro sin retorno

- Ignora completamente cualquier retorno sobre la inversión, puesto que no se considera el valor del dinero en el tiempo.

Un resultado engañoso del reintegro utilizado en forma incorrecta en la comparación de dos alternativas puede ser que la de vida más corta debe ser en apariencia seleccionada, cuando, de hecho, los flujos de efectivo estimados después del año de reintegro para la alternativa de vida más larga, la hacen mucho más atractiva económicamente. Por ello, el reintegro es considerado como información complementaria.

ESTUDIO DE CASO #6, CAPÍTULO 16: EVALUACIÓN ECONÓMICA DEL PROGRAMA DE SANITARIOS CON USO MÍNIMO DE AGUA

Introducción

En muchas ciudades en la parte suroccidental de Estados Unidos, se está retirando agua de los acuíferos del subsuelo más rápidamente de lo que está siendo remplazada. El resultante agotamiento de las provisiones de agua del subsuelo ha obligado a algunas de estas ciudades a tomar acciones que van desde las pólizas restrictivas de fijación de precios hasta medidas obligatorias de conservación en establecimientos residenciales, comerciales e industriales. A partir de 1991, una ciudad inició un proyecto para estimular la instalación de sanitarios de uso mínimo de agua en las viviendas existentes. Para evaluar la efectividad en términos de costos del programa, se realizó un análisis económico.

Antecedentes

El centro del programa de remplazo de sanitarios comprendía una devolución del 75% del costo del sanitario (hasta $100 por unidad), siempre que éste utilizara 1.6 galones de agua o menos cada vez que el tanque se soltara. No había límite al número de sanitarios que cualquier individuo o negocio pudiera remplazar.

Procedimiento

Para evaluar el ahorro de agua alcanzado (de existir) mediante el programa, se investigaron los registros de uso de agua mensual para 325 viviendas participantes, muestra representativa de aproximadamente 13%. Se obtuvo información sobre el consumo de agua para 12 meses antes y 12 meses después de la instalación de los sanitarios de consumo mínimo de agua. Si la vivienda cambiaba de propietario durante el periodo de evaluación, esa cuenta no se incluía en la evaluación. Comoquiera que el consumo de agua aumenta sustancialmente durante los meses calientes de verano para riego de césped, enfriamiento mediante evaporación, lavado de autos, etc., sólo se utilizaron los meses de invierno de diciembre, enero y febrero para evaluar el consumo de agua antes y después de la instalación del sanitario. Antes de realizar cualquier cálculo, se excluyeron los usuarios de altos volúmenes de agua (en general, negocios) eliminando todos los registros cuyo consumo mensual promedio excediera 50 CCF (un CCF = 100 pies cúbicos = 748 galones). Además, las cuentas que tenían promedios mensuales de 2 CCF (bien fuera antes o después de la instalación) fueron eliminadas también porque se consideraba que esas bajas tasas de consumo probablemente representaban una condición anormal, tal como una casa para la venta que hubiera estado vacante durante parte del periodo de estudio. Los 268 registros que quedaron después de los procedimientos de selección fueron utilizados entonces para cuantificar la efectividad del programa.

Resultados

Consumo de agua. Se encontró que el consumo mensual antes y después de la instalación de los sanitarios de consumo mínimo de agua era 11.2 CCF y 9.1 CCF, respectivamente, reflejando una reducción promedio del 18.8%. Cuando se utilizaron sólo los meses de enero y febrero en los cálculos anteriores y posteriores, los valores respectivos fueron 11.0 CCF y 8.7 CCF, resultante en una tasa de ahorro de agua de 20.9%.

Análisis económico. La siguiente tabla muestra algunos de los totales del programa durante los primeros 1¾ años del programa.

Resumen del programa	
Número de viviendas participantes	2466
Número de sanitarios remplazados	4096
Número de personas	7981
Costo promedio del sanitario	$115.83
Devolución promedio	$76.12

Los resultados en la sección anterior arrojaron un ahorro de agua mensual de 2.1 CCF. Para el participante promedio del programa, el periodo de reintegro n_p, durante los años en los cuales no se consideró interés se calcula mediante la ecuación [16.71.

$$n_p = \frac{\text{costo neto de los sanitarios + costo de instalación}}{\text{ahorro anual neto por cargos de agua y alcantarillado}}$$

El Noone de la tasa más baja para cargos de agua es de $0.76 por CCF. El sobrecargo es $0.62 por CCF. Utilizando estos valores y un costo de $50 para instalación, el periodo de reintegro es:

$$n = \frac{(115.83 - 76.12) + 50}{(2.1 \text{ CCF/mes} \times 12 \text{ meses})(0.76 + 0.62)/\text{CCF}}$$

$$= 2.6 \text{ años}$$

Sanitarios menos costosos o costos de instalación más bajos reducirían el periodo de reintegro en forma acorde, mientras la consideración del valor del dinero en el tiempo lo alargaría.

Desde el punto de vista del servicio público que proporciona el agua, el costo del programa debe compararse contra el costo marginal de distribución del agua y del tratamiento del agua de desperdicio. El costo marginal c puede estar representado como:

$$c = \frac{\text{costo de las devoluciones}}{\text{volumen de agua no entregada} + \text{volumen de agua de desperdicio no tratada}}$$

Teóricamente, la reducción en el consumo de agua continuaría durante un periodo infinito de tiempo, ya que la reposición nunca se hará con un modelo menos eficiente. Pero en una condición del peor de los casos, se supone que el sanitario tendría una vida "productiva" de 5 años solamente, después de la cual tendría escapes y no sería reparado. El costo para la ciudad del agua no entregada o del agua residual no tratada sería:

$$c = \frac{\$76.12}{(2.1 + 2.1 \text{ CCF/mes})(12 \text{ meses})(5 \text{ años})}$$

$$= \frac{\$0.302}{\text{CCF}} \quad \text{ó} \quad \frac{\$0.40}{1000 \text{ galones}}$$

Por tanto, a menos que la ciudad pueda entregar agua y tratar el agua residual resultante por menos de $0.40 por 1000 galones, el programa de reposición de sanitarios sería considerado atractivo en términos económicos. Para la ciudad, los costos de operación únicamente, es decir, sin el gasto de capital, para los servicios de agua y de agua residual que no fueron gastados fueron alrededor de $1.10 por 1000 galones, que supera por un gran margen de $0.40 por 1000 galones. Por consiguiente, el programa de remplazo de sanitarios fue claramente muy efectivo en términos de costos.

Ejercicios de estudio de caso

1. Para una tasa de interés del 8% y una vida del sanitario de 5 años, ¿cuál sería el periodo de reintegro del participante?
2. ¿Es el periodo de reintegro del participante más sensible a la tasa de interés utilizada o a la vida del sanitario?
3. ¿Cuál sería el costo ($ por CCF) para la ciudad si se utilizara una tasa de interés del 6% anual con una vida del sanitario de 5 años?

4. Desde el punto de vista de la ciudad, ¿es el éxito del programa sensible a (*a*) el porcentaje del costo del sanitario devuelto, (*b*) la tasa de interés, si se utilizan tasas del 4% al 15%, o (*c*) la vida del sanitario, si se utilizan vidas de 2 a 20 años?
5. ¿Cuáles otros factores podrían ser importantes para (*a*) los participantes y (*b*) la ciudad al evaluar si el programa es un éxito o no lo es?

PROBLEMAS

16.1 Los costos fijos de Universal Exports son $600,000 anualmente. Su línea principal de exportación se vende con un ingreso de $2.10 por unidad y tiene costos variables de $1.50. (*a*) Calcule la cantidad anual de equilibrio. (*b*) Represente gráficamente las relaciones de ingreso y de costo total y estime de acuerdo con su gráfica la utilidad anual si se venden 1.3 millones de unidades y si se venden 1.8 millones de unidades.

16.2 Defina el término ***costo promedio por unidad,*** CP, como el costo total dividido por el volumen. (*a*) Derive una relación para CP en términos de los costos variables y fijos. Represente gráficamente CP *versus* Q para un costo fijo de $60,000 y costos variables de $1 SO por unidad. ¿Para cuál volumen de ventas se justifica un costo promedio de $3 por unidad? (*b*) Si el costo fijo en 1 año aumenta a $100,000, represente gráficamente la nueva curva CP sobre la misma gráfica y estime el volumen de ventas requerido para justificar un costo promedio de $3 por unidad.

16.3 Una compañía que vende purificadores de agua de osmosis en reversa tiene los siguientes componentes del costo fijo y variable para su producto durante un periodo de 1 año.

Costos fijos, $		Costos variables, $ por unidad	
Administrativos	10,000	Materiales	5
Costos de arriendo	20,000	Mano de obra	3
Seguro	7,000	Mano de obra indirecta	5
Servicios públicos	3,000	Otros gastos generales	20
Impuestos	10,000		
Otras operaciones	50,000		

(*a*) Determine el ingreso por unidad requerido para quedar en equilibrio si el volumen de ventas doméstico se estima en 5000 unidades.

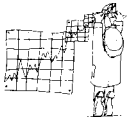
(*b*) Si pueden agregarse ventas de 3000 unidades en el exterior a las ventas domésticas de 5000 unidades, determine la utilidad total si se obtiene el ingreso por unidad determinado en la parte (*a*).

16.4 *(a)* El fabricante de un juguete llamado Willy Wax tiene una capacidad de 200,000 unidades anualmente. Si los costos fijos de la línea de producción son de $300,000 con un costo variable de $3 y un ingreso de $5 por unidad, encuentre el porcentaje de la capacidad actual que debe utilizarse para lograr el equilibrio. *(b)* El fabricante del juguete piensa utilizar un equivalente de 100,000 unidades de la capacidad de 200,000 para otra línea de producto. Se espera que esto reduzca el costo fijo para Willy Wax a $150,000. ¿Cuál costo variable por unidad hará que el nuevo volumen de equilibrio sea 100,000 unidades? ¿Cómo se compara esto con el costo variable actual?

16.5 Con frecuencia el análisis no lineal del equilibrio utiliza las relaciones cuadráticas como la forma general del costo total, CT, y del ingreso, *R*, es decir,

$$aQ^2 + bQ + c$$

donde *a*, *b* y c son constantes desconocidas. Puesto que la utilidad se calcula como *R* – CT, puede escribirse una forma general de *R*, CT y las relaciones de utilidad.



$$R = dQ^2 + eQ$$

$$\text{CT} = fQ^2 + gQ + h$$

$$\text{Utilidad} = R - \text{CT} = aQ^2 + bQ + \text{c} \qquad [16.9]$$

donde *a* hasta *h* son ahora las constantes que deben ser determinadas.

Como se indicó en la figura 16.3, la utilidad máxima ocurre en la cantidad Q_p donde la distancia entre *R* y CT es más grande. Este punto de utilidad máxima puede encontrarse utilizando el cálculo; éste ocurre en la cantidad:

$$Q_p = \frac{-b}{2a} \qquad [16.10]$$

La sustitución de Q_p en la ecuación [16.9] produce una estimación de utilidad máxima.

$$\text{Utilidad máxima} = \frac{-b^2}{4a} + \text{c} \qquad [16.11]$$

(a) Verifique las relaciones en las ecuaciones [16.101 y [16. ll].

(b) Utilizando las siguientes relaciones de ingreso y de costo total, determine el monto de la utilidad máxima y la cantidad a la cual ésta ocurre. Indique estos valores sobre una gráfica de las relaciones.

$$R = -0.005Q^2 + 25Q$$

$$\text{CT} = 0.002Q^2 + 3\text{Q} + 2$$

16.6 Un consultor de la Weiner Corporation ha determinado que el costo total puede describirse de la mejor forma mediante la relación CT = $0.002Q^2$ + 3Q + 2 y que el ingreso es lineal con *r* = $25 por unidad. *(a)* Represente gráficamente la función de utilidad y determine el valor de la utilidad máxima y la cantidad a la cual ésta ocurre. *(b)* ¿Cuál es la diferencia en la cantidad a la cual ocurre la utilidad máxima entre esta solución y aquélla del problema 16.5?

16.7 Pueden utilizarse dos bombas para bombear un líquido corrosivo. Una bomba de impulsor de bronce cuesta $800 y se espera que dure 3 años. Una bomba de impulsor de acero inoxidable costará $1900 y durará 5 años. En el caso de la bomba de impulsor de bronce después de 2000 horas de operación, será necesario hacer mantenimiento por un costo de $300 mientras que la de acero inoxidable requerirá mantenimiento por un costo de $700 después de 9000 horas. Si el costo de operación de cada bomba es $0.50 por hora, ¿cuántas horas por año deberá utilizarse la bomba para justificar la compra de la bomba más costosa? Utilice una tasa de interés del 10% anual.

16.8 El gerente de una sede corporativa ha recibido dos propuestas de los contratistas para mejorar las áreas de parqueo del personal. La propuesta ***A*** incluye el relleno, la clasificación y pavimentación a un costo inicial de $50,000. Se espera que la vida del lote de parqueo construido en esta forma sea de 4 años con costos anuales de mantenimiento y de renovación de pintura de las rayas de $3000. La propuesta ***B*** proporciona un pavimento de calidad más alta con una vida esperada de 16 años. El costo anual de mantenimiento para el área de parqueo pavimentada será insignificante, pero las marcas tendrán que ser pintadas nuevamente cada 2 años por un costo de $5000. Si la TMAR actual de la compañía es del 12% anual, ¿cuánto puede ésta gastar en el contrato de pavimentación actual de manera que las propuestas logren apenas el equilibrio?

16.9 Quality Construction está considerando la compra de un tractor de carga pequeña para nivelación y raspado de mugre. El equipo tiene las siguientes estimaciones: costo inicial de $75,000, una vida de 15 años, un valor de salvamento de $5000, un costo operacional de $30 por día y un costo de mantenimiento anual de $6000.

En forma alternativa, Quality puede arrendar el mismo tractor y un conductor en la forma requerida por $2 10 por día. Si la tasa mínima atractiva de retorno de la compañía es del 12% anual, ¿cuántos días al año debe necesitarse el raspador para justificar su compra?

16.10 El señor y la señora Smith-James han empezado un servicio de correo directo desde su casa en antigüedades. Para ello, han reunido información sobre costos del sistema de computador y la conexión a Internet que ellos piensan utilizar para este negocio especializado. Compare las opciones de arriendo y de compra a la tasa de retorno del mercado del 10% durante los próximos 4 años. Determine T, el número de horas de conexión por mes, necesario para justificar la compra del computador.

Alternativa de arriendo	
Computador y accesorios	$800 mensual
Uso del sistema de software	$1 OO mensual cargo fijo
Acceso de Internet a bases de datos especializadas	Sin costo hasta 200 horas de conexión por mes; $1.50 por encima de 200 horas de conexión
Alternativa de compra	
Computador y accesorios	P = $10,000, VS = $500, n = 4 años
Uso del sistema de software	$1 OO mensual cargo fijo
Acceso de Internet a bases de datos especializadas	$4 por hora de conexión por mes

16.11 Una compañía de textiles está evaluando la compra de una máquina automática de corte de ropa. La máquina tendrá un costo inicial de $22,000, una vida de 10 años y un valor de salvamento de $500. Se espera que el costo anual de mantenimiento sea de $2000 por año. La máquina requerirá un operador a un costo total de $24 la hora. Con la máquina pueden cortarse aproximadamente 1500 yardas de material cada hora. En forma alternativa, si se utiliza mano de obra humana, cinco trabajadores, cada uno ganando $10 la hora, pueden cortar 1000 yardas por hora. Si la TMAR de la compañía es del 8% anual, ¿cuántas yardas por año de material deben cortarse para justificar la compra de la máquina automática? Suponga un día de trabajo de 8 horas y 2000 horas de trabajo al año.

16.12 Los Johnson tienen la oportunidad de comprar una casa dañada por un incendio en un pueblo rural por un precio que ellos consideran de ganga, de $58,000. Ellos estiman que la remodelación de la casa costará ahora $12,000, que los impuestos anuales serán aproximadamente $1800 por año, que los servicios costaran $1500 y que la casa debe ser pintada cada 3 años a un costo de $400. En el momento, las casas para reventa en el pueblo se están vendiendo por $40 el pie cuadrado, pero los Johnson esperan que este precio aumente en $1.50 por pie cuadrado anual en el futuro previsible. Ellos esperan arrendar continuamente la casa por $5500 anuales a partir de este año hasta que ésta se venda. La casa tiene 2500 pies cuadrados y la pareja desea obtener 8% anual sobre su inversión. *(a)* ¿Cuánto tiempo deben ellos poseer y arrendar la casa para quedar en equilibrio? *(b)* ¿Cuál debe ser el precio de venta en el momento del equilibrio?

16.13 La firma Rawhide Tanning Company desea evaluar qué tan económico resulta tener un laboratorio propio de pruebas de agua en lugar de enviar las muestras a laboratorios independientes para análisis. Si el laboratorio estuviera equipado de manera que todas las pruebas pudieran realizarse internamente, el costo inicial sería de $25,000. Un técnico de tiempo parcial sería empleado por un salario de $13,000 por año. El costo de los servicios, químicos, etc., se estima en $5 por muestra. Si el laboratorio estuviera equipado parcialmente, el costo inicial sería menor, de $10,000. El técnico de tiempo parcial tendría un salario anual de $5000. El costo del análisis de muestras interno sería solamente $3 por muestra. Pero, dado que todas las pruebas no pueden realizarse internamente, se requerirán pruebas externas a un costo de $20 por muestra. Cualquier equipo de laboratorio comprado tendrá una vida de 12 años.

Si Rawhide Tanning continúa contratando externamente la prueba de muestras, el costo será en promedio, $55 por muestra. Si la TMAR es de 10% anual, ¿cuántas muestras deben ser probadas cada año con el fin de justificar *(a)* el laboratorio completo y *(b)* el laboratorio parcial? *(c)* Si la compañía espera en forma realista probar 175 muestras anualmente, ¿cuál de las tres opciones recomienda usted?

16.14 Un ingeniero urbano está considerando dos métodos para revestir tanques retenedores de agua. Puede aplicarse una capa bituminosa a un costo de $2000. Si la capa se retoca después de 4 años a un costo de $600, su vida puede ser ampliada 2 años más.

Como alternativa, puede instalarse un revestimento plástico con una vida útil de 15 años. Si la ciudad desea una tasa de retorno del 5% por año en la capital municipal, ¿cuánto dinero puede gastarse en el revestimento plástico de manera que los dos métodos queden apenas en equilibrio?

16.15 Una familia piensa construir una casa nueva. Debe decidir entre comprar un lote en la ciudad o en los suburbios rurales. Un lote de 1000 metros cuadrados en la ciudad costará $100,000 en el área en la cual desean comprar. Si ellos compran un lote por fuera de los límites de la ciudad, una parcela similar costará sólo $20,000. Para la casa que piensan construir, esperan que los impuestos anuales asciendan a $3200 por año si construyen en la ciudad y sólo $1500 anuales en los suburbios. Si compran la propiedad rural, tendrán que construir un aljibe por $4000. Con su propio aljibe, ahorrarán $150 anuales en cargos de agua, pero esperan que la ciudad proporcione agua a su área en 5 años, tiempo después del cual comprarán agua de la ciudad. Ellos estiman que la mayor distancia de viaje costará $325 el primer año, $335 el segundo año y cantidades que aumentan en $10 por año. Utilizando un periodo de análisis de 25 años y una tasa de interés del 6% anual, ¿cuánto dinero extra puede la familia gastar en una casa en los suburbios rurales y aún tener la misma inversión total? Suponga que el lote de la ciudad o la parcela rural pueden venderse al mismo precio que su costo inicial.

16.16 La familia Rite aislará el ático de su vivienda para evitar la pérdida de calor. Ellos están considerando aislantes R-l 1 y R-19. Pueden instalar R- 11 por $1600 y R- 19 por $2400. Si se instala R-l 1, ellos esperan ahorrar $150 anualmente en gastos de calefacción y enfriamiento. ¿Cuánto dinero extra deben ahorrar en gastos de servicios cada año con el fin de justificar el aislamiento R-19, si esperan recuperar el costo extra en 7 años? La tasa de interés actual es 6%.

16.17 Una laguna retenedora de desperdicios situada cerca de la planta principal recibe sedimentos cada día. Cuando la laguna está llena, es necesario retirar los sedimentos a un lugar ubicado 4.95 kilómetros de la planta principal. Actualmente, cuando la laguna se llena, el sedimento se retira bombeándolo mediante un carrotanque y sacándolo de allí. Este proceso requiere el uso de una bomba portátil que cuesta inicialmente $800 y tiene una vida de 8 años. La compañía proporciona al individuo para operar la bomba a un costo de $25 por día, pero el carrotanque y el conductor deben arrendarse por $110 por día.

En forma alternativa, la compañía tiene una propuesta de instalar una bomba y una tubería al lugar remoto. La bomba tendría un costo inicial de $600, una vida de 10 años y un costo de $3 diario para operar. La TMAR de la compañía es 15%. ***(a)*** Si la construcción de la tubería cuesta $3.52 por metro, ¿cuántos días al año deberá bombearse agua de la laguna con el fin de justificar la construcción del ducto? *(b)* Si la compañía espera bombear agua de la laguna una vez a la semana, ¿cuánto dinero podría gastar en el ducto con el fin de quedar en equilibrio? Suponga una vida del ducto de 10 años.

16.18 Un contratista constructor está evaluando dos alternativas para mejorar la apariencia exterior de una pequeña construcción comercial que él está renovando. La edificación puede ser pintada completamente a un costo de $2800. Se espera que la pintura permanezca en buen estado durante 4 años, tiempo después del cual será necesario pintar nuevamente. Cada vez que el edificio es pintado de nuevo, el costo aumentará el 20% con respecto al tiempo anterior.

Como alternativa, el edificio puede ser sometido a chorros de arena ahora y cada 10 años a un costo de un 40% más que la vez anterior. Se espera que la vida restante del edificio sea de 38 años. Si la TMAR de la compañía es 10% anual, ¿cuál es la cantidad máxima que podría gastarse ahora en la alternativa de chorro de arena, de manera que las dos alternativas queden apenas en equilibrio? Utilice el análisis de valor presente para resolver este problema.

16.19 ¿Por qué es incorrecto utilizar un análisis de periodo de reintegro como medida de valor principal para escoger entre dos alternativas?

16.20 *(a)* Utilice un análisis de hoja de cálculo para determinar el número de años que un inversionista debe conservar una propiedad comercial para lograr un retorno del mercado actual del 8% por año. El precio de compra es de $60,000 con impuestos de $1800 el primer año, que aumentan $100 cada año hasta que se venda. Suponga que la propiedad debe conservarse durante 2 años por lo menos y que se estima un precio de venta de $90,000 para el año 3 y después. *(b)* Si la propiedad no se vende durante el año antes determinado, encuentre el año en el cual debe obtenerse un precio de venta de $120,000 para retornar justo el 8%.

16.21 *(a)* Determine el periodo de reintegro para un activo que cuesta inicialmente $8000, tiene un valor de salvamento de $500 en el momento de su venta, y genera un flujo de efectivo de $900 por año. El retorno requerido es del 8% anual. *(b)* Si el activo estará en servicio durante un tiempo estimado de 12 años, ¿debe éste comprarse?

16.22 La firma Darrell Enterprises espera utilizar adiciones recién construidas a su edificio principal entre 20 y 40 años. Determine el número de años que las dos adiciones descritas a continuación deben conservarse en servicio para obtener un retorno del 10% por año. El ingreso extra anual estimado es $6700 y se aplican valores de salvamento estimados para todos los años.

	Adición 1	**Adición 2**
Costo inicial, $	30,000	5,000
Gastos anuales, $	1,000	2,000
Valor de salvamento, $	5,000	-200
Vida máxima, años	40	20

16.23 La empresa Sundance Detective Agency ha comprado un nuevo equipo de vigilancia con las siguientes estimaciones. El índice anual es $k = 1, 2, 3, \ldots$

costo inicial = \$1050

Costo anual de mantenimiento = $70 + 5k$

Ingreso anual extra = $200 + 50k$

Valor de salvamento = \$600 para todos los años

(a) Calcule el periodo de reintegro para obtener un retorno del 10% anual.

(b) ¿Debe comprarse el equipo si la vida útil real es de 7 años?

16.24 El costo de arriendo anual de un camión de despachos para Rundell R_x Drugs es de \$3300 anuales pagaderos totalmente al principio de cada año. Esta cuantía está bien para el futuro predecible; sin embargo, no se da rembolso por arriendos de año parcial. Si Rundell compra el mismo camión, éste costará \$1700 ahora con un pago mensual de \$300 durante 4 años. Si se compra, el camión puede venderse por un promedio estimado de \$1200 sin importar la longitud del tiempo de posesión. Se espera que el camión aumente los ingresos netos en \$400 por mes. La compañía de drogas debe pagar gastos de operación, de mantenimiento y de seguro por el camión arrendado o comprado, de manera que estos costos son iguales para ambas alternativas. Aplique un retorno nominal del 12% anual y determine:

(a) Para la compra alternativa y el plan de arriendo separadamente, ¿cuántos meses se requieren para obtener el retorno.

(b) Si un camión tiene una vida esperada de 6 años, ¿debe éste alquilarse o comprarse?

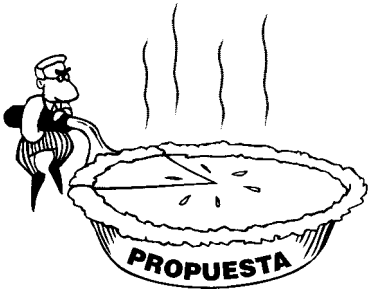
16.25 En la sección 16.3 se planteó que una alternativa de vida más corta puede preferirse a una de vida más larga si se utiliza solamente el análisis de reintegro para tomar la decisión económica. Escoja entre las dos alternativas siguientes utilizando primero el análisis del periodo de reintegro y luego el análisis de valor presente. Explique cómo y por qué es posible tomar decisiones diferentes. Enumere los supuestos que usted tuvo que hacer para terminar estos análisis.

Un estudiante recién graduado de una universidad ha heredado \$600,000. El gerente de inversión de la familia ha presentado dos opciones. En ambos casos, la totalidad de los \$600,000 se invierten inmediatamente. La primera -opción 1— se espera que produzca \$100,000 por año después de impuestos, mientras que la segunda -opción 2— empezará a un nivel de retorno bajo de \$15,000 después de impuestos el próximo año. Se espera que el retorno crezca a la tasa del 20% anual. Se desea un retorno después de impuestos del 6%. La opción 2 tiene un tiempo de inversión máximo de 16 años. Actualmente, se espera que la opción 1 produzca un retorno durante sólo 8 años.

capítulo

17

Racionamiento de capital entre propuestas independientes



Una compañía o negocio siempre tiene fondos de capital limitados que pueden dividirse entre diversos proyectos propuestos con la anticipación de que el valor presente o la tasa de retorno de los flujos de efectivo para los proyectos seleccionados será maximizada. Por lo común, los proyectos se han considerado independientes entre sí; es decir, si se selecciona una propuesta particular, ello no impide que alguna otra propuesta sea seleccionada. Éste es un punto de partida básico de la situación en todos los capítulos anteriores donde las alternativas son mutuamente excluyentes, es decir, la selección de una alternativa impide la selección de otras alternativas.

El problema de elaboración del presupuesto de gastos de capital hace referencia a la selección de proyectos bajo racionamiento de capital. En este capítulo se desarrollará el enfoque del valor presente en la selección de propuestas bajo condiciones simples y bastante específicas de racionamiento de capital. En textos más avanzados se ilustran características adicionales de este tipo de fenómeno.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Propósito: Seleccionar entre diversas propuestas independientes cuando hay un límite de inversión establecido.

Elaborar el presupuesto de gastos de capital

Propuestas independientes con vidas iguales

Propuestas independientes con vidas desiguales

Modelo de programación lineal

Este capítulo ayudará al lector a:

1. Describir las características básicas de un problema de elaboración del presupuesto de gastos de capital.
2. Utilizar el análisis VP para seleccionar entre diversas propuestas independientes con vidas iguales.
3. Utilizar el análisis VP para seleccionar entre diversas propuestas independientes con vidas diferentes.
4. Entender el enfoque de solución para el problema de elaboración del presupuesto de gastos de capital utilizando la programación lineal (sección opcional).

17.1 GENERALIDADES BÁSICAS DE LA ELABORACIÓN DEL PRESUPUESTO DE GASTOS DE CAPITAL

En la evaluación de los métodos aprendidos en los capítulos 5 al 9 (VP, VA, TR y BK), las alternativas eran *mutuamente excluyentes* entre sí. Por ejemplo, dos camiones, dos máquinas de moler, tres sistemas de transporte, cuatro diseños de puentes diferentes, etc., fueron comparados con la intención de seleccionar una de las alternativas. (Para una revisión, consulte el análisis TR de alternativas mutuamente excluyentes en las secciones 8.1 a 8.4). Con el fin de diferenciar en este capítulo sobre elaboración de presupuesto de gastos de capital se utilizan los términos proyectos o propuestas (no alternativas) y cada propuesta describe una oportunidad *independiente* para invertir capital. La selección de un proyecto independiente no descarta que se consideren otros proyectos. (En algunos casos, puede haber *proyectos contingentes* -situación en que un proyecto entre proyectos independientes puede ser seleccionado en lugar de otro proyecto determinado- y *proyectos dependientes* -cuando la selección de un proyecto obliga a la inclusión de otro proyecto. Estas situaciones complicadas se salen del alcance introductorio de este libro. En la práctica, estas complicaciones con frecuencia pueden ser evitadas formando un *paquete de proyectos relacionados* que sea evaluado como independiente junto con las demás propuestas).

La mayoría de las organizaciones tienen la oportunidad de seleccionar entre diversos proyectos independientes de inversión de capital de vez en cuando. Naturalmente, sin embargo, los fondos disponibles para inversión están limitados a una cuantía que, en general, esta predeterminada. La selección de proyectos puede ocurrir anual, trimestralmente o en forma permanente. Éste es el problema o situación de *elaboración delpresupuesto de gastos de capital* y tiene las siguientes características:

1. Se identifican diversos proyectos independientes propuestos.
2. Cada propuesta es seleccionada completamente o no es seleccionada; es decir, la inversión parcial en un proyecto no es posible.
3. Una limitante presupuesta1 establecida restringe la cuantía total invertida. Pueden existir varias limitantes presupuestales durante el primer año solamente o durante varios años.
4. El objetivo es maximizar el valor de las inversiones en el tiempo utilizando alguna medida de valor como VP o TR.

Por naturaleza, en general, los proyectos independientes son bastante diferentes entre sí. Por ejemplo, la gobernación de una ciudad puede desarrollar diversos proyectos para escoger entre: un proyecto de drenaje, un parque para la ciudad, un proyecto para ampliación de calles y el mejoramiento de un sistema de buses públicos. Una compañía puede tener diversas propuestas: una nueva instalación de bodegas, un nuevo sistema de información y la adquisición de otra firma. El problema de elaboración del presupuesto de gastos de capital típico se ilustra en la figura 17.1. Para cada propuesta independiente hay una inversión inicial (el *gasto de capital,* como se llamó en el capítulo 15), una vida del proyecto y flujos de efectivo netos estimados, que pueden incluir un valor de salvamento. La selección utilizando el mejor valor VP total de las propuestas seleccionadas evaluadas en la TMAR es el criterio más común, pero la TR funciona igualmente bien.

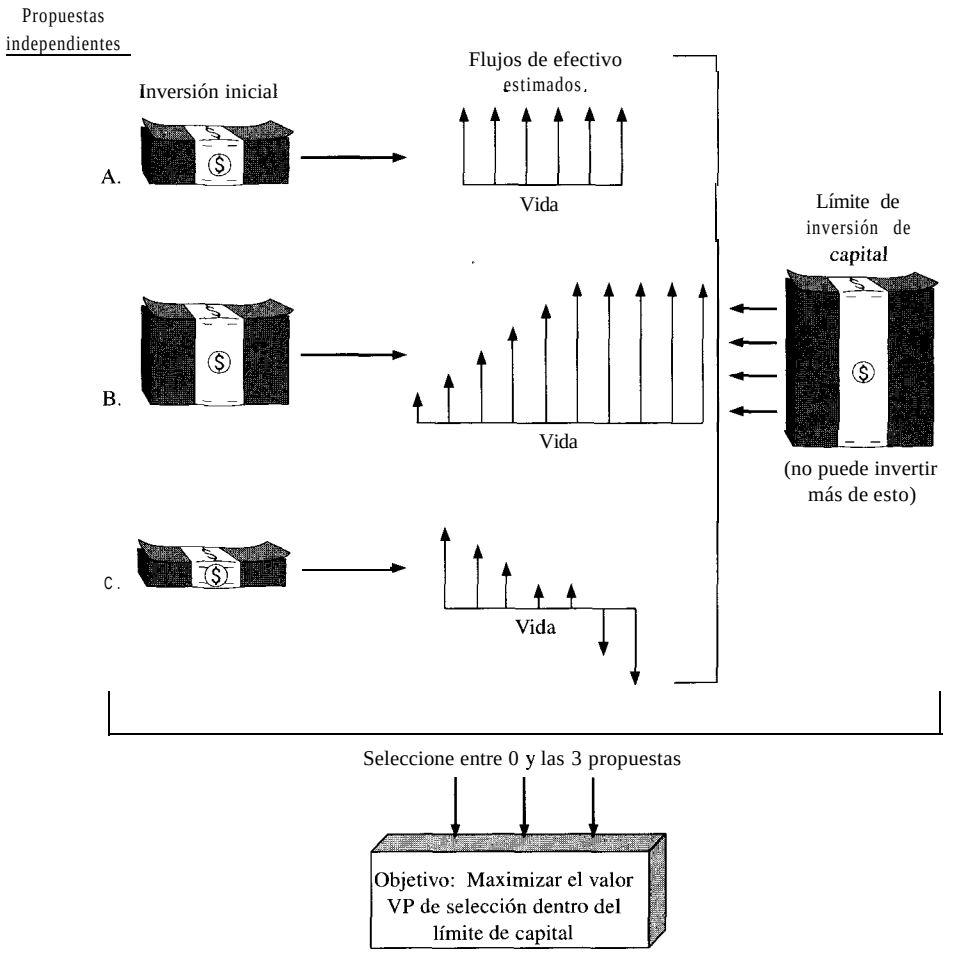


Figura 17.1 **Características básicas de un problema de elaboración de presupuesto de gastos de capital.**

En general, para resolver un problema de elaboración del presupuesto de gastos de capital, se determinan los valores VP a la TMAR. Se utilizará la TMAR ajustada por la inflación, en la forma analizada en la sección 12.1, para todas las situaciones de elaboración de presupuesto de gastos de capital. Comoquiera que los fondos de capital son limitados, es probable que algunos proyectos no reciban fondos. El retorno sobre un proyecto rechazado representa una oportunidad que no será realizada. Este *costo de oportunidad,* expresado como porcentaje del retorno o tasa de interés, es la cuantía perdida, puesto que el capital, y posiblemente otros recursos, no están disponibles para aportar los fondos de un proyecto porque éstos ya han sido comprometidos en algún otro proyecto(s) que genera por lo menos

la TMAR. Como ilustración, si hay $500,000 disponibles y todo esto está comprometido en proyectos que se estima generarán 10% o más, y si queda un proyecto más sin fondos y se espera que retorne el 9%, el costo de oportunidad es del 9%. Para condiciones de capital limitadas, como se analizó en este capítulo, se supone que la TMAR ajustada por la inflación es el costo de oportunidad.

El análisis anterior supone que todas las estimaciones se realizan con certidumbre. Sin embargo, en la realidad la mayoría de las propuestas tienen flujos de efectivo cuya determinación precisa no es posible, comprenden niveles de riesgo diferentes y exigen inversiones posteriores a la del año 'inicial. Por simplicidad, se supone que las propuestas tienen igual riesgo, requieren inversiones solamente en el año inicial y generan flujos de efectivo (que pueden ser determinados) estimables.

Problema 17.1

17.2 RACIONAMIENTO DEL CAPITAL UTILIZANDO EL ANÁLISIS VP PARA PROPUESTAS CON VIDA IGUAL

Para seleccionar entre propuestas que tienen todas la misma vida esperada y para no invertir más de la cantidad establecida de capital, *b*, es necesario formular en un principio todos los *paquetes mutuamente excluyentes:* una propuesta a la vez, dos a la vez, etc. Cada paquete factible debe tener una inversión total que no exceda *b*. Uno de tales paquetes es el paquete de no hacer nada, el cual no incluye ninguna propuesta. Luego, se determina el VP de cada paquete a la TMAR. Se selecciona el paquete con el VP más grande. El paquete de no hacer nada siempre tendrá una inversión inicial y valores VP de cero.

Para ilustrar el desarrollo de los paquetes mutuamente excluyentes se consideran estas cuatro propuestas.

Propuesta	Inversión inicial
A	$ 10,000
B	*5,000*
C	*8,000*
D	15,000

Si el límite del presupuesto de capital es b = $25,000, hay 12 paquetes posibles para evaluar. El número total de paquetes para m propuestas se calcula utilizando la relación 2". El número aumenta rápidamente con m. Para $m = 4$, hay $2^4 = 16$ paquetes, pero, en este ejemplo, cuatro de ellos *(ABD, ACD, BCD y ABCD)* tienen inversiones totales que exceden $25,000. Los paquetes aceptables son:

Propuestas	Inversión inicial total	Propuestas	Inversión inicial total
A	$10,000	*AD*	$25,000
B	5,000	*BC*	13,000
C	8,000	*BD*	20,000
D	15,000	*CD*	23,000
AB	15,000	*ABC*	23,000
AC	18,000	No hacer nada	0

El procedimiento para resolver un problema de elaboración del presupuesto de gastos de capital utilizando el análisis VP es:

1. Desarrolle todos los paquetes posibles mutuamente excluyentes que tengan una inversión inicial total que no exceda la restricción al límite de capital b.
2. Estime la secuencia del flujo de efectivo neto FEN_{jt} para cada paquete j y cada año t desde 1 hasta la vida esperada del proyecto n_j. Remítase a la inversión inicial para el paquete j en el momento $t = 0$ como FEN_{j0}.
3. Calcule el valor presente, VP_j, para cada paquete a la TMAR utilizando:

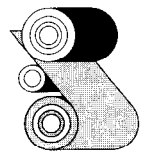
$$VP_j = \text{VP de los flujos de efectivo netos del paquete} - \text{la inversión inicial}$$
$$= \sum_{t=1}^{t=n_j} FEN_{jt}(P/F,i,t) - FEN_{j0} \qquad [17.1]$$

4. Seleccionar el paquete con el valor VP_j más grande.

La selección de un valor de paquete VP_j máximo significa que este paquete produce un retorno más grande que cualquier otro paquete a la TMAR. Cualquier paquete con $VP_j < 0$ se descarta, ya que éste no produce un retorno más grande que la TMAR. Este procedimiento se ilustra a continuación para propuestas de vida igual.

Ejemplo 17.1

La firma A&A Printing tiene $20,000 para invertir el próximo año en cualquiera o en todas las cinco propuestas de la tabla 17.1. Cada propuesta tiene una vida esperada de 9 años. Seleccione entre estas propuestas independientes si se espera un retorno del 15% y debe invertirse el máximo posible de los $20,000.



Solución

Utilice el procedimiento anterior con b = $20,000 para seleccionar un paquete que maximice el valor presente. Un valor $FEN_{jt} > 0$ es una entrada de efectivo neta y $FEN_{jt} < 0$ es una salida de efectivo neta.

1. Hay $2^5 = 32$ paquetes posibles. Los ocho paquetes que no requieren inversiones iniciales mayores de $20,000 se identifican en las columnas 2 y 3 de la tabla 17.2. La inversión de $21,000 elimina la propuesta *E*.

Tabla 17.1 Propuestas independientes de vida igual consideradas para inversión

Propuesta	Inversión inicial	Flujo de efectivo neto anual	Vida de la propuesta, años
A	$10,000	$2,870	9
B	15,000	2,930	9
C	8,000	2,680	9
D	6,000	2,540	9
E	21,000	9,500	9

Tabla 17.2 Resumen del análisis de valor presente de propuestas independientes de vida igual

(1) Paquete, j	(2) Propuestas incluidas	(3) Inversión inicial, FEN_{j0}	(4) Flujo de efectivo neto anual, FEN_j	(5) Valor presente, VP_j
1	*A*	$–10,000	$2,870	$+3,694.49
2	*B*	–15,000	2,930	–1,019.21
3	*C*	–8,000	2,680	+4,787.89
4	*D*	–6,000	2,540	+6,119.86
5	*AC*	–18,000	5,550	+8,482.38
6	*AD*	–16,000	5,410	+9,814.36
7	*CD*	–14,000	5,220	+10,907.75
8	No hacer nada	0	0	0

2. Los flujos de efectivo netos anuales, columna 4, son la suma de los flujos de efectivo netos de la propuesta individual en un paquete para los 9 años.
3. Utilice la ecuación [17.1] para calcular el valor presente de cada paquete. Aquí $n_j = 9$. Puesto que los flujos de efectivo netos anuales son los mismos en un paquete, simplifique el símbolo FEN_{jt} en FEN_j (excepto para la inversión inicial FEN_{j0}). Esto reduce VP_j a

$$VP_j = FEN_j(P/A, 15\%, 9) - FEN_{j0}$$

4. La columna 5 de la tabla 17.2 resume los valores VP_j en $i = 15\%$. Observe que el paquete 2 no genera el 15%, puesto que $VP_2 < 0$. La medida de valor más grande es $VP_7 = \$10,907.75$; por consiguiente, invierta $14,000 en las propuestas *C* y *D*. Esto deja $6000 de fondos de capital sin invertir.

Comentario

Este análisis supone que los fondos no utilizados por un paquete en la inversión inicial, por ejemplo, los $6000 no comprometidos al seleccionar el paquete 7, producirán la TMAR ubicándola en alguna otra oportunidad de inversión no especificada.

En realidad, el retorno sobre el paquete 7 excede el 15% anual, porque $VP_7 > 0$. Re hecho, si se calcula la tasa de retorno actual i^*, utilizando la relación $0 = -14{,}000 + 5220\ (P/A, i^*, 9)$, se obtiene $i^* = 34.8\%$, que excede considerablemente la TMAR = 15%.

Problemas 17.2 a 17.4

17.3 RACIONAMIENTO DE CAPITAL UTILIZANDO EL ANÁLISIS VP PARA PROPUESTAS DE VIDA DIFERENTE

Generalmente, las propuestas independientes no tienen la misma vida esperada. Cuando las vidas son diferentes, la solución del problema de elaboración de presupuesto de gastos de capital supone que la inversión inicial de cada propuesta se realizará durante el periodo de la propuesta con la vida más larga, n_L, *con reinversión de todos los flujos de efectivo positivos a la TMAR (actual, ajustada por inflación) después del año* n_j *y hasta el año* n_L. En los problemas de racionamiento de capital, ningún cálculo se realiza para reinversión en una propuesta idéntica de la misma clase al final de la vida del proyecto, como se hizo al evaluar alternativas mutuamente excluyentes en capítulos anteriores. Por consiguiente, el uso del mínimo común múltiplo (MCM) de las vidas propuestas como periodo de evaluación para propuestas con vida diferente no es apropiado. Si se sabe que existen mayores oportunidades de inversión después de finalizar la vida de la propuesta, en el análisis económico deben considerarse explícitamente las estimaciones de flujo de efectivo neto asociadas.

Es correcto utilizar la ecuación [17.1] a fin de seleccionar paquetes mediante el análisis VP para propuestas de vidas diferentes utilizando el procedimiento de la sección anterior. El racionamiento se demuestra después del próximo ejemplo, que ilustra la selección de una propuesta independiente para propuestas de vida diferente.

Ejemplo 17.2

Para una TMAR = 15% por año y b = \$20,000, seleccione entre las siguientes propuestas independientes.

Propuesta	Inversión inicial	Flujo de efectivo neto anual	Vida del proyecto, años
A	\$10,000	\$2,870	6
B	15,000	2,930	9
C	8,000	2,680	5
D	6,000	2,540	4

Solución

Los valores variables de la vida de la propuesta hacen que los flujos de efectivo netos cambien durante la vida del paquete, pero el procedimiento de solución VP es el mismo que en el ejemplo 17.1. De los

$2^4 = 16$ paquetes, ocho son económicamente factibles aquí puesto que ***b = $20,000. Sus*** valores VP mediante la ecuación [17.1] se resumen en la columna 6 de la tabla 17.3. Como ilustración, para el paquete 7 la expresión VP es:

$$VP_7 = -14{,}000 + 5220\,(P/A, 15\%, 4) + 2680(P/F, 15\%, 5) = \$2235.60$$

Seleccione el paquete 7 (propuestas *C* y *D*) para una inversión de $14,000, puesto que VP_7 es el valor más grande.

Tabla 17.2 Análisis del valor presente para propuestas independientes con vidas diferentes, ejemplo 17.2.

(1) Paquete, j	(2) Propuestas incluidas	(3) Inversión inicial, FEN_{j0}	(4) Flujos de efectivo netos Año, t	FEN_{jt}	(5) Valor presente, VP_j
1	*A*	$–10,000	1-6	$2,870	$ +861.52
2	*B*	–15,000	1-9	2,930	–1,019.21
3	c	–8,000	1-5	2,680	+983.90
4	*D*	–6,000	1-4	2,540	+1,251.70
5	*AC*	–18,000	1-5	5,550	+1,845.41
			6	2,870	
6	*AD*	–16,000	1-4	5,410	+2,113.43
			5-6	2,870	
7	*CD*	-14,000	1-4	5,220	+2,235.60
			5	2,680	
8	No hacer nada	0		0	0

Comentario

Es solamente coincidencial que esta selección de propuestas de vidas diferentes sea la misma que la del ejemplo 17.1 donde todas las vidas son iguales, de 9 años. Es la combinación de las estimaciones de flujos de efectivo netos y el número de años durante los cuates ellos fueron recibidos lo que determina el mejor paquete económico.

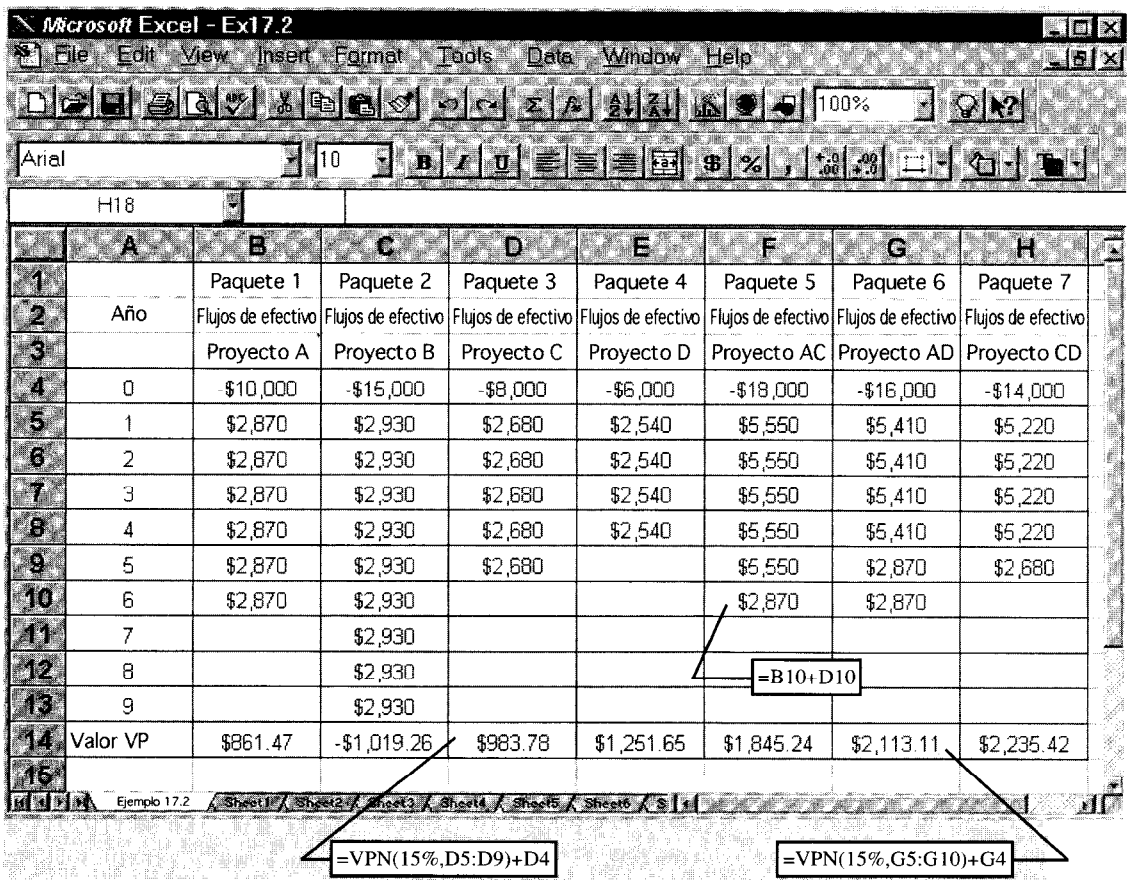
Ejemplo 17.2 (Hoja de cálculo)

Para una TMAR = 15% anual y ***b*** = $20,000, seleccione entre las siguientes propuestas independientes utilizando un análisis de hoja de calculo.

Propuesta	Inversión inicial	Flujo de efectivo neto anual	Vida del proyecto, años
A	$10,000	$2,870	6
B	15,000	2,930	9
c	8,000	2,680	5
D	6,000	2,540	4

Solución

La figura 17.2 presenta una solución de hoja de cálculo fundamentalmente con la misma información que en la tabla 17.3. El paquete 7 (proyectos *C* y *D*) tiene el valor VP más grande (celdas fila 14). La función de la hoja de cálculo de valor presente o de valor presente neto se emplea para determinar el VP para cada paquete. Aunque el cálculo de VP es mucho más fácil utilizando un sistema de hoja de cálculo, para cargar la hoja de cálculo es aún necesario que el analista desarrolle en un principio los paquetes mutuamente excluyentes y flujos de efectivo netos asociados.



	A	B	C	D	E	F	G	H
1		Paquete 1	Paquete 2	Paquete 3	Paquete 4	Paquete 5	Paquete 6	Paquete 7
2	Año	Flujos de efectivo	Flujos de efectivo	Flujos de efectivo	Flujos de efectivo	Flujos de efectivo	Flujos de efectivo	Flujos de efectivo
3		Proyecto A	Proyecto B	Proyecto C	Proyecto D	Proyecto AC	Proyecto AD	Proyecto CD
4	0	-$10,000	-$15,000	-$8,000	-$6,000	-$18,000	-$16,000	-$14,000
5	1	$2,870	$2,930	$2,680	$2,540	$5,550	$5,410	$5,220
6	2	$2,870	$2,930	$2,680	$2,540	$5,550	$5,410	$5,220
7	3	$2,870	$2,930	$2,680	$2,540	$5,550	$5,410	$5,220
8	4	$2,870	$2,930	$2,680	$2,540	$5,550	$5,410	$5,220
9	5	$2,870	$2,930	$2,680		$5,550	$2,870	$2,680
10	6	$2,870	$2,930			$2,870	$2,870	
11	7		$2,930					
12	8		$2,930					
13	9		$2,930					
14	Valor VP	$861.47	-$1,019.26	$983.78	$1,251.65	$1,845.24	$2,113.11	$2,235.42
15								

Figura **17.2** Selección con base en hoja de cálculo de propuestas independientes can vida diferente, ejemplo 17.2.

En realidad, es fácil demostrar por qué es correcta la evaluación VP utilizando la ecuación [17.1] para propuestas de vida diferente. Remítase a la figura 17.3 que utiliza la presentación general de un paquete de dos propuestas para ilustración. Supóngase que cada paquete tiene los mismos flujos de efectivo netos cada año, de manera que se puede utilizar el factor *P/A* para el cálculo VP. Se debe definir n_L como la vida de la propuesta de vida más larga. Al final de cada proyecto de vida más corta en el paquete, éste tiene un valor futuro total de $FEN_j(F/A, \text{TMAR}, n_j)$ como se ha determinado para cada proyecto. Ahora, se debe suponer una reinversión entre el año $n_j + 1$ hasta el año n_L (es un total de $n_L - n_j$ años) a la TMAR. El supuesto del retorno a la TMAR es importante; este enfoque VP no necesariamente selecciona las propuestas correctas si el retorno no se calcula a la TMAR. Los resultados son las dos flechas de valor futuro en el año n_L en la figura 17.3. Finalmente, se debe calcular el valor VP del paquete en el año inicial. En la figura 17.3, éste es el paquete VP = $VP_A + VP_B$. En forma general, el valor presente del paquetej es:

$$VP_j = FEN_j\,(F/A, \text{TMAR}, n_j)(F/P, \text{TMAR}, n_L - n_j)(P/A, \text{TMAR}, n_L) \qquad [17.2]$$

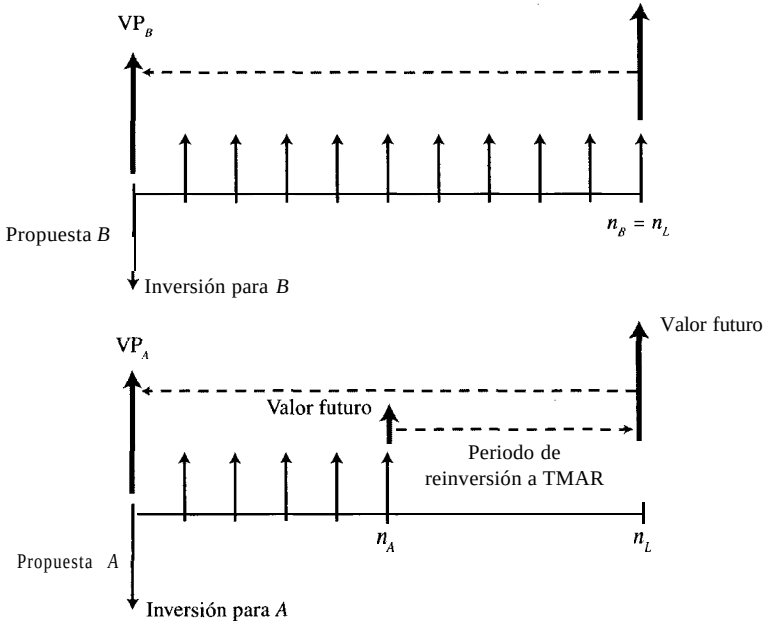


Figura 17.3 **Flujos de efectivo representativos utilizados a fin de calcular VP para un paquete independiente de dos propuestas con vidas diferentes utilizando la ecuación [17.1].**

Ahora se sustituye el símbolo i para la TMAR y se utilizan las fórmulas de factores (contracarátula interna) para simplificar a:

$$VP_j = FEN_j \frac{(1+i)^{n_j}-1}{i} (1+i)^{n_L - n_j} \frac{1}{(1+i)^{n_L}}$$

$$= FEN_j \left[\frac{(1+i)^{n_j}-1}{i(1+i)^{n_j}} \right] \qquad [17.3]$$

$$= FEN_j (P/A, i, n_j)$$

Puesto que la expresión en corchetes en la ecuación [17.31 es el factor $(P/A,i,n_j)$, el cálculo del VP_j de cada paquete durante n_j años supone reinversión a la TMAR de todos los flujos de efectivo netos positivos hasta completar la propuesta de vida más larga en el año n_L.

Para demostrar numéricamente, se debe considerar el paquetej = 7 en el ejemplo 17.2. La evaluación está en la tabla 17.3 y el flujo de efectivo neto se ilustra en la figura 17.4. Al valor futuro de 15% en el año 9, la vida del paquete de mayor vida, es:

$$F = 5220(F/A,15\%,4)\,(F/P,15\%,5) + 2680(P/F,15\%,4) = \$57,111.36$$

El valor presente en el momento de la inversión inicial es:

$$VP = -14{,}000 + 57{,}111.36(P/F,15\%,9) = \$2236$$

Al permitir un ligero error de aproximación, se encuentra que el valor VP es el mismo que VP, en la tabla 17.3 y la figura 17.2, lo cual demuestra el supuesto de reinversión en la ecuación [17.3]. Entonces, ciertamente, no es necesario utilizar el MCM de paquetes de proyectos independientes para resolver un problema de elaboración del presupuesto de gastos de capital, siempre y cuando la compañía sea capaz de (o decida) reinvertir todos los flujos de efectivo netos positivos a la misma TMAR utilizada para seleccionar a partir de las

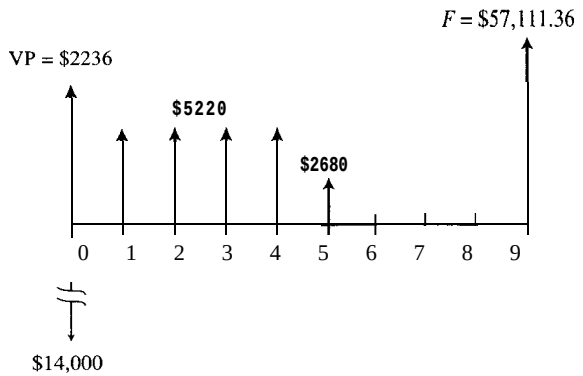


Figura 17.4 **Inversión inicial y flujos de efectivo para el paquete 7, propuestas C y D, ejemplo 17.2.**

propuestas corrientes. De no ser éste el caso, debe realizarse el análisis VP utilizando el *MCM de todas las vidas de las propuestas.*

La selección de propuestas puede lograrse igualmente bien utilizando el procedimiento *de tasa de retorno incrementa&* detallado en la sección 8.6. De manera procedimental, una vez se desarrollan todos los paquetes factibles, éstos se ordenan por inversión inicial. El paquete de no hacer nada siempre es el primero en la lista. Es necesario determinar la tasa de retorno incrementa1 i^* sobre el primer paquete relativo al paquete de no hacer nada y el retorno para cada inversión incrementa1 y la secuencia del flujo de efectivo neto incrementa1 en todos los demás paquetes. Si cualquier paquete tiene un retorno incremental menor que la TMAR, éste deja de ser considerado. El último incremento justificado indica el mejor paquete. Este enfoque producirá la misma respuesta que el procedimiento del valor presente.

Hay diversas formas incorrectas de aplicar el método de la tasa de retorno al problema de elaboración del presupuesto de gastos de capital, pero este procedimiento de análisis incrementa1 de paquetes mutuamente excluyentes asegura un resultado correcto, que es el mismo de la selección VP. Los textos avanzados y los artículos de revistas actuales ofrecen más detalles sobre el método de la tasa de retorno incrementa1 y sus usos.

Problemas 17.5 a 17.11

17.4 FORMULACIÓN DE PROBLEMAS EN LA ELABORACIÓN DEL PRESUPUESTO DE GASTOS DE CAPITAL UTILIZANDO PROGRAMACIÓN LINEAL (SECCIÓN OPCIONAL)

Si el lector ha estudiado las bases de la investigación de operaciones o la programación matemática en otro curso, puede estar interesado en aprender la forma de plantear el problema de elaboración del presupuesto de gastos de capital básico en la forma de un modelo de programación lineal. El problema se formula de hecho utilizando un modelo de programación lineal de enteros (PLE) , que significa simplemente que todas las relaciones son lineales y que la variable desconocida, x, puede tomar sólo valores enteros. En efecto, en este caso, las variables pueden tomar solamente los valores 0 ó 1, lo cual hace de éste un caso especial denominado modelo PLE 0 ó 1. A continuación se formula el modelo en palabras.

Maximizar: Suma del VP de los flujos de efectivo netos de propuestas independientes.

Restricciones:

- Restricción de inversión de capital, es decir, que la suma de las inversiones iniciales de las propuestas independientes no debe exceder un límite específico.
- Cada propuesta se selecciona completamente o no se selecciona del todo.

Para la formulación matemática, se debe definir b como el límite de inversión de capital, igual que antes, y permitir que x_k (k = 1 hasta m propuestas) sean las variables que serán

determinadas. Si $x_k = 1$, la propuesta k se selecciona completamente; si $x_k = 0$, la propuesta k no se selecciona. Obsérvese que el subíndice k representa cada *propuesta independiente,* no un paquete mutuamente excluyente.

Si se hace referencia a la suma del VP de los flujos de efectivo netos como Z, el PLE o la formulación de programación matemática es:

Maximizar: $$\sum_{k=1}^{k=m} \mathrm{VP}_k x_k = z$$

Restricciones: $$\sum_{k=1}^{k=m} \mathrm{FEN}_{k0}\, x_k \leq b \qquad [17.4]$$

$$x_k = 0 \text{ ó } 1 \qquad \text{para } k = 1, 2, \ldots, m \text{ propuestas}$$

El valor presente de cada propuesta, VP_k, se calcula utilizando la ecuación [17.1] a una TMAR = i. Es decir,

$$\mathrm{VP}_k = \text{VP de los flujos de efectivo netos propuestos para } n_k \text{ años}$$

$$= \sum_{t=1}^{t=n_k} \mathrm{FEN}_{kt}(P/F,i,t) - \mathrm{FEN}_{k0} \qquad [17.5]$$

La restricción de que cada $x_k = 0$ ó 1 es la restricción de indivisibilidad de la propuesta. Es lo que hace que ésta sea una formulación PLE de 0 ó 1. La solución se logra mejor mediante un paquete de software de programación lineal que considera el modelo PLE. Sin embargo, es posible desarrollar la formulación PLE y entender cómo funciona la selección de la propuesta, como se ilustra en el siguiente ejemplo.

Ejemplo 17.3

Para el ejemplo 17.2, (*a*) formule el problema de elaboración del presupuesto de gastos de capital utilizando el modelo de programación matemática presentado en la ecuación [17.4] y (*b*) inserte la solución (seleccione las propuestas *C* y *D*) en el modelo para verificar que efectivamente éste maximiza el valor presente.

Solución

(a) Defina el subíndice $k = 1$ hasta 4 para las cuatro propuestas *A* hasta *D*, respectivamente, y utilice $b = \$20{,}000$ en el modelo general de la ecuación [17.4].

Maximizar: $$\sum_{k=1}^{k=4} \mathrm{VP}_k x_k = Z$$

Restricciones: $$\sum_{k=1}^{k=4} \mathrm{FEN}_{k0}\, x_k \leq b$$

$$x_k = 0 \text{ ó } 1 \qquad \text{para } k = 1 \text{ hasta } 4$$

Calcule el VP_k para los flujos de efectivo netos estimados utilizando i = 15% y la ecuación [17.5].

Propuesta k	Flujo de efectivo neto FEN_{kt}	Vida, n_k	Factor, $(P/A,15\%,n_k)$	Inversión inicial, FEN_{k0}	Propuesta VP, VP_k
A	$2,870	6	3.7845	$10,000	$ 861.52
B	2,930	9	4.7716	15,000	–1,019.21
C	2,680	5	3.3522	8,000	983.90
D	2,540	4	2.8550	6,000	1,251.70

Ahora, sustituya los valores VP_k para cada propuesta en el modelo y coloque las inversiones en la limitante de presupuesto. Se tiene la formulación PLE 0 ó 1 completa.

Maximizar: $861.52x_1 - 1019.21x_2 + 983.90x_3 + 1251.70x_4 = Z$

Restricciones: $10{,}000x_1 + 15{,}000x_2 + 8000x_3 + 6000x_4 < 20{,}000$

x_1, x_2, x_3 y x_4 = 0 ó 1

(b) La conclusión del ejemplo 17.2 —seleccionar propuestas *C* y *D*— se escribe como:

$$x_1 = 0 \qquad x_2 = 0 \qquad x_3 = 1 \qquad x_4 = 1$$

para un valor VP de $2235.60. Hay valores VP mayores, pero ninguno menor de $20,000 para la inversión total. De modo que esta solución maximiza el valor de Z a la vez que satisface las restricciones sobre las variables *b* y *x*.

Problemas 17.12 a '17.15

RESUMEN DEL CAPÍTULO

El capital siempre es un recurso escaso y debe racionarse entre diversas propuestas que compiten utilizando criterios específicos económicos y no económicos. La elaboración del presupuesto de gastos de capital involucra proyectos propuestos, cada uno con una inversión inicial y flujos de efectivo estimados durante la vida del proyecto. Las vidas entre propuestas pueden ser iguales o diferentes. El problema fundamental de la elaboración del presupuesto de gastos de capital tiene algunas características específicas (figura 17.1).

- Se hace una selección entre propuestas independientes.
- Cada propuesta debe seleccionarse completamente o no debe hacerse.
- El objetivo es la maximización del valor presente de los flujos de efectivo.
- La inversión inicial total está limitada a un monto específico (presupuesto de gastos de capital).

Por lo común, el valor presente se utiliza para la evaluación, pero es necesario primero para formular las propuestas en paquetes mutuamente excluyentes, incluyendo el paquete de no hacer nada. La inversión inicial para cada paquete no puede exceder el límite del presupuesto de gastos de capital. Hay un máximo de 2” paquetes para ***m*** propuestas, pero, dependiendo de cuánto capital haya disponible, algunos paquetes pueden exceder la limitante de inversión. Se debe calcular el valor presente de cada paquete y seleccionar un paquete con el valor presente más grande. Esto indica las propuestas, a las cuales se deben destinar fondos, siempre que no se impongan otras condiciones.

Este capítulo concluye con una sección opcional sobre la formulación del problema de elaboración del presupuesto de gastos de capital utilizando el modelo de programación lineal. De manera específica, el modelo de programación lineal de enteros 0 ó 1 permite el uso de estimaciones de propuestas directamente para formular el problema; es decir, no es preciso desarrollar paquetes mutuamente excluyentes.

PROBLEMAS

17.1 Describa las diferencias y semejanzas entre la toma de decisiones para alternativas mutuamente excluyentes y para propuestas independientes. Dé un ejemplo de cada tipo de situación de toma de decisiones a partir de su propia experiencia.

17.2 *(a)* Determine cuál de las siguientes propuestas independientes debe ser seleccionada para inversión si hay $30,000 disponibles y la TMAR ajustada por inflación es 10% anual. Utilice el método de valor presente para tomar su decisión.

Propuesta	Inversión inicial	Flujo de efectivo neto	Vida, años
A	$10,000	*$3,950*	8
B	12,000	*2,400*	*8*
C	*18,000*	*5,750*	*8*
D	*22,000*	*3,530*	*8*
E	*32,000*	*8,200*	*8*

(b) Si éstas fueran alternativas mutuamente excluyentes, ¿cómo realizaría usted el análisis de valor presente? ¿Cuál alternativa sería seleccionada?

17.3 El fondo de capital para una nueva inversión en The Systems Corporation está limitado a $100,000 para el próximo año. Seleccione cualquiera o todas las propuestas siguientes si la junta directiva establece una TMAR del 15%.

Propuesta	Inversión inicial	Flujo de efectivo neto anual	Vida, años	Valor de salvamento
1	$25,000	$6,000	4	$4,000
II	30,000	9,000	4	-1,000
III	50,000	15,000	4	20,000

17.4 El gerente de un fondo de pensiones debe determinar la forma de invertir un total de $100,000 en las siguientes propuestas independientes. Utilice un análisis VP basado en hoja de cálculo y un requisito de retorno del 15% para tomar la decisión desde una perspectiva puramente económica.

Propuesta	Inversión inicial	Flujo de efectivo neto anual	Vida, años	Valor de salvamento
A	$25,000	$6,000	4	$4,000
B	20,000	9,000	4	0
C	50,000	15,000	4	20,000

17.5 Resuelva el problema 17.2 utilizando un sistema de hoja de cálculo. Conserve el límite de la inversión total de $30,000 pero utilice el hecho de que estimaciones adicionales han mostrado que las vidas de las propuestas son diferentes entre sí, de la siguiente manera. ¿Es la selección de las propuestas igual que aquella para vidas iguales?

Propuesta	*A*	*B*	*C*	*D*	*E*
Vida, años	1 3	8	5	12	8

17.6 La gerencia de East-West Music Productions ha decidido que tiene fondos de capital para invertir en tres propuestas independientes entre cuatro posibles. Cada propuesta tiene una inversión inicial de $10,000 y el valor presente del 18% que se muestra a continuación. Seleccione las tres propuestas que ofrecen la mejor oportunidad de inversión.

Propuesta	Vida, años	Propuesta VP al 18 %
1	13	$ -1,820
2	5	375
3	10	1,820
4	8	25

17.7 Utilice el procedimiento del valor presente para resolver el siguiente problema de elaboración del presupuesto de gastos de capital: Seleccione hasta tres de las cuatro propuestas siguientes si la TMAR corriente después de impuestos es 10% y el presupuesto de gastos de capital disponible es *(a)* $16,000 y *(b)* $24,000. El último año en el cual se presenta el valor FEN después de impuestos indica la estimación de la vida de la propuesta. Observe que los patrones FEN varían considerablemente entre una propuesta y otra.

Propuesta	Inversión	FEN después de impuestos 1	2	3	4	5
1	$ 6,000	$1,000	$1,700	$2,400	$ 3,100	$ 3,800
2	10,000	500	500	500	500	10,500
3	8,000	5,000	5,000	2,000		
4	10,000	0	0	0	15,000	

17.8 En el contexto de las cuatro propuestas del problema 17.7, utilice las propuestas 3 y 4 para demostrar numéricamente que no es necesario igualar el periodo de evaluación para tomar la decisión correcta con el análisis VP de propuestas independientes de vidas diferentes, si se supone la reinversión a una TMAR (10% en este caso) durante la vida del paquete de vida más larga.

17.9 Trabaje nuevamente el ejemplo 17.1 considerando la tasa de retorno sobre los flujos de efectivo netos incrementales.

17.10 Utilice *(a)* el método de tasa de retorno y *(b)* el método de valor presente para resolver el siguiente problema de elaboración del presupuesto de gastos de capital para un límite presupuesta1 de $5000 y una TMAR del 14%. Usted puede desear utilizar su sistema de hoja de cálculo para determinar los valores i^* y VP una vez se formulan los paquetes mutuamente excluyentes.

Propuesta	Inversión reauerida	Flujo de efectivo neto estimado	Vida esperada, años
1	$3,000	$1,000	5
2	4,500	1,800	5
3	2,000	900	5

17.11 Utilice un análisis de tasa de retorno para seleccionar a partir de las propuestas independientes planteadas en el problema 17.3 recurriendo a un criterio de retorno mínimo de TMAR = 15%.

17.12 Determine el problema de elaboración del presupuesto de gastos de capital para el ejemplo 17.1 utilizando programación lineal de enteros. Resuelva el problema manualmente o utilizando un paquete de software cerrado de programación matemática.

17.13 Determine la formulación de programación lineal para el problema 17.2*(a)*.

17.14 *(a)* Utilice la información proporcionada en el problema 17.3 para desarrollar el modelo de programación lineal de enteros que resolverá el problema de elaboración del presupuesto de gastos de capital. *(b)* ¿Qué cambio es necesario en la formulación del modelo si la gerencia ha decidido permitir la inversión parcial en las propuestas, suponiendo que los flujos de efectivo también pueden ser fraccionados?

17.15 Prepare el modelo de programación matemática y los valores de solución para las variables x y el valor de Z para el problema 17.7.

capítulo

18

Determinación de una tasa mínima atractiva de retorno

¿Proyecto arriesgado o no?

Hasta ahora la tasa mínima atractiva de retorno (TMAR) para la evaluación de alternativas y de propuestas ha sido dada. En este capítulo se desarrolla más sobre la TMAR y sobre cómo determinar su valor utilizando estimaciones del costo real (en términos de la tasa de interés) de los fondos de capital empleados por la corporación para sus operaciones de proyectos, inversiones de capital y otras actividades. Además se analizan algunas de las razones fundamentales para que la TMAR varíe en el tiempo y para diferentes tipos de alternativas.

En este capítulo se incluyen más elementos básicos del financiamiento con deuda y patrimonio introducidos en la sección 15.1. Se abordan las ventajas de cada tipo de financiación, por qué es importante que haya equilibrio entre la financiación interna y externa, cómo contribuye cada tipo de financiación al costo global del capital y cuál es el impacto que éste causa es la TMAR. Asimismo se examinará el análisis después de impuestos y la forma en que el interés pagado sobre los préstamos y los bonos es importante, dado que en EE.UU. es deducible de impuestos.

El costo del capital es una estimación compleja desarrollada separadamente para los fondos financiados con deuda y con patrimonio y luego combinados para determinar un costo promedio ponderado de capital (CPPC). Luego, el CPPC se traduce en la TMAR. Algunos aspectos del riesgo de proyectos se analizan en este capítulo y en los siguientes.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Propósito: Estimar el costo promedio ponderado de capital de deuda y de patrimonio y establecer una TMAR relativa a ésta.

Costo del capital y TMAR

Deuda-patrimonio y costo del capital

Capital de deuda

Capital de patrimonio

Variación de la TMAR

Determinar la TMAR

Mezclas D-P altas

Este capítulo ayudará al lector a:

1. Entender el costo del capital y su relación con la TMAR.
2. Entender la mezcla deuda-patrimonio (D-P) y calcular el costo promedio ponderado de capital (CPPC).
3. Estimar el costo del capital de deuda.
4. Estimar el costo del capital de patrimonio.
5. Expresar algunas razones para la variación de la TMAR.
6. Determinar una TMAR considerando las fuentes de financiamiento de capital y otros factores.
7. Explicar la relación del riesgo de altas mezclas de deuda-patrimonio.

18.1 RELACIÓN ENTRE COSTO DEL CAPITAL Y TMAR

Para determinar una TMAR realista, el costo de cada tipo de financiamiento de capital se calcula inicialmente en forma separada y luego la porción de la fuente de deuda y la de patrimonio se ponderan con el fin de estimar la tasa de interés promedio pagada por el capital de inversión disponible. Este porcentaje se denomina *costo del capital.* La TMAR se iguala después a este costo y algunas veces se establece por encima dependiendo del riesgo percibido inherente al área donde el capital puede ser invertido, la *salud financiera* de la corporación y muchos otros factores activos al determinar una TMAR. De no establecer una TMAR específica como guía mediante la cual las alternativas se aceptan o se rechazan, se programa efectivamente una TMAR *de facto* mediante estimaciones del flujo de efectivo neto del proyecto y límites sobre los fondos de capital, como se analizó en el capítulo 17 sobre elaboración del presupuesto de gastos de capital. Es decir, la TMAR es, en realidad, el costo de oportunidad, el cual es la i^* del *primer proyecto rechazado debido a fondos de capital limitados.* Es necesario leer nuevamente la sección 17.1 para revisar la interpretación del costo de oportunidad.

Para entender el costo del capital, se deben revisar primero las dos fuentes principales del capital corporativo introducidas en la sección 15.1.

La **financiación con deuda** representa la obtención de préstamos por fuera de los recursos de la compañía, debiendo pagar el principal a una tasa de interés determinada de acuerdo con una programación de tiempo fijada. La financiación con deuda incluye el endeudamiento mediante *bonos, préstamos e hipotecas.* El prestamista no incurre en riesgo directo relacionado con el rembolso del principal y los intereses, ni comparte las utilidades obtenidas por el uso de los fondos. La cantidad de la financiación con deuda vigente está indicada en la sección de obligaciones del balance general corporativo. (De ser necesario, consúltese en el Apéndice B una revisión del balance general).

La **financiación con patrimonio** representa el uso del dinero corporativo conformado por los fondos de los propietarios y las ganancias conservadas. Los fondos de los propietarios se clasifican como recaudos de ventas de acciones comunes y preferenciales en el caso de una corporación pública o capital de los propietarios en el caso de una compañía privada (que no emite acciones). Las ganancias conservadas son fondos anteriormente conservados en la corporación para inversión de capital. El monto del patrimonio está indicado en la sección del valor neto del balance general de la corporación.

Para ilustrar la relación entre costo del capital y TMAR, suponga que un proyecto grande de sistematización será financiado completamente mediante una emisión de bonos de $5,000,000 (100% financiado con deuda) y que la tasa de dividendos sobre los bonos es del 8%. Por consiguiente, el costo del capital de deuda es del 8%, como se muestra en la figura 18.1. Este 8% es la TMAR fundamental. Sólo de ser necesario debe la gerencia aumentar dicha TMAR en incrementos que reflejan su deseo por un mayor retorno y su percepción de riesgo. Por ejemplo, la gerencia puede agregar a esta TMAR un monto que considera necesario para todas las inversiones o compromisos de capital en una área específica. Suponga que esta cantidad es del 2%, lo cual aumenta con el retorno esperado al 10% (figura 18.1).

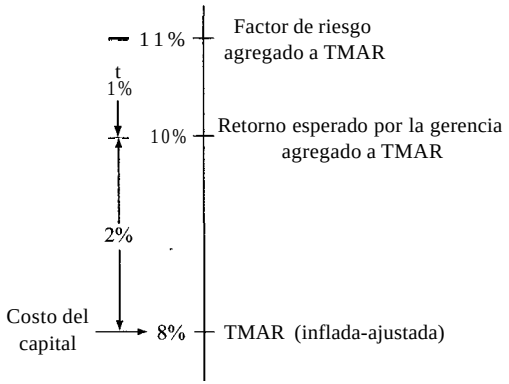


Figura 18.1 Relación fundamental entre el costo del capital y la TMAR.

También, si se considera que el riesgo asociado con esta inversión del sistema de cómputo es lo suficientemente sustancial para justificar un retorno adicional del 1 %, la TMAR será ahora del ll %.

El enfoque recomendado consiste en utilizar el costo del capital, 8% en este ejemplo, como la TMAR, y calcular el valor i^* de la alternativa, utilizando los flujos de efectivo netos estimados durante la vida esperada. Suponga que se estima que la alternativa del sistema de cómputo proporcionaría un retorno del ll %. Entonces, debe considerarse cualquier retorno anticipado y factores de riesgo a fin de determinar si el 3% por encima de la TMAR de 8% es suficiente para justificar la inversión del capital. Después de estas consideraciones, si el proyecto es rechazado, la TMAR efectiva es ahora 11%. Este es el concepto de costo de oportunidad analizado varias veces anteriormente: para esta alternativa de sistema de cómputo, la i^* del proyecto rechazado ha establecido como TMAR real 11% y no 8%.

Problemas 18.1 a 18.3

18.2 MEZCLA DEUDA-PATRIMONIO Y COSTO PROMEDIO PONDERADO DE CAPITAL

La *mezcla deuda-patrimonio (D-P)* identifica los porcentajes de financiamiento con deuda y con patrimonio para una corporación. Una compañía con una mezcla 40-60 D-P tiene el 40% de su capital originado en fuentes de capital de deuda (bonos, préstamos e hipotecas) y el 60% derivado de fuentes de patrimonio (acciones y ganancias conservadas).

La mayoría de los proyectos obtiene los fondos a partir de la combinación de capital de deuda y de patrimonio dispuestos específicamente para el proyecto u obtenidos a partir de un *grupo de capital* corporativo. El *costopromedioponderado de capital (CPPC)* del grupo

se estima mediante fracciones relativas (o porcentajes) de las fuentes de deuda y de patrimonio. Si se conocen las fracciones en forma exacta, se utilizan para estimar el CPPC; de otra forma se utilizan fracciones históricas para cada fuente en la relación:

$$\text{CPPC} = (\text{fracción de patrimonio})(\text{costo del capital patrimonial}) + (\text{fracción de deuda})(\text{costo del capital de deuda}) \quad [18.1]$$

Los dos términos de costo están expresados como tasas de interés porcentuales.

Puesto que prácticamente todas las corporaciones públicas tienen una mezcla de fuentes de capital, el CPPC es un valor entre los costos del capital de deuda y de patrimonio. Si se conoce la fracción de cada tipo de financiamiento con patrimonio -acciones comunes, acciones preferenciales y ganancias conservadas- la ecuación [18. 1] se amplía para incluir cada componente del patrimonio.

$$\text{CPPC} = (\text{fracción de acciones comunes})(\text{costo del capital en acciones comunes}) + (\text{fracción de acciones preferenciales})(\text{costo del capital en acciones preferenciales}) + (\text{fracción de ganancias conservadas})(\text{costo del capital en ganancias conservadas}) + (\text{fracción de deuda})(\text{costo del capital de deuda}) \quad [18.2]$$

El valor CPPC puede calcularse utilizando valores antes o después de impuestos para el costo del capital; sin embargo, el uso del método después de impuestos es el correcto, ya que el financiamiento con deuda tiene una clara ventaja tributaria.

La figura 18.2 indica la forma usual de las curvas del costo del capital. Si el 100% del capital se obtiene del patrimonio o de fuentes de deuda, la CPPC iguala el costo de capital

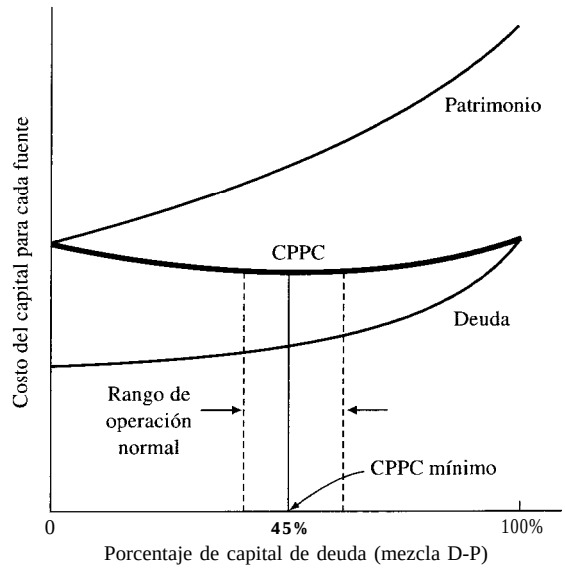


Figura 18.2 Forma general de las diferentes curvas del costo del capital.

de las fuentes de los fondos. Prácticamente, en cualquier programa de capitalización, siempre hay una mezcla de fuentes de capital involucradas. Como ilustración, la figura 18.2 indica un CPPC mínimo para un capital de deuda de alrededor del 45%. La mayoría de las firmas operan dentro de un rango de mezclas D-P. Por ejemplo, un rango de 30% a 50% de financiamiento con deuda para algunas compañías puede ser muy aceptable tratándose de prestamistas sin incrementos en el riesgo o en la TMAR. Sin embargo, otra compañía puede ser considerada "de alto riesgo" solamente con el 20% de capital de deuda. Se requiere conocimiento y confianza en las capacidades. de una gerencia y conocimiento de los proyectos actuales, para determinar un rango de operación razonable para la mezcla D-P de **una** compañía particular.

Ejemplo 18.1

Un nuevo programa de ingeniería genética requerirá $1 millón de capital. El principal funcionario financiero (PFF) ha estimado las siguientes cantidades de financiación a las tasas de interés indicadas después de impuestos:

Ventas de acciones comunes	$500,000 al 13.7%
Uso de ganancias conservadas	$200,000 al 8.9%
Financiamiento con deuda mediante bonos	$300,000 al 7.5%

Históricamente, esta compañía ha financiado proyectos utilizando la mezcla D-P del 40% a partir de fuentes de deuda que cuestan 7.5%, y 60% a partir de fuentes de patrimonio que cuestan 10.0%. Compare el valor CPPC histórico con el de este programa de genética actual.

Solución

Para estimar el CPPC histórico se utiliza la ecuación [18.11.

$$CPPC = 0.6(10) + 0.4(7.5) = 9.0\%$$

Para el programa actual, el financiamiento con patrimonio está compuesto del 50% de acciones comunes ($500,000 de $1.0 millón) y 20% de utilidades retenidas, con el 30% restante de fuentes de deuda. El programa CPPC de la ecuación [18.2] es:

$$CPPC = \text{porción de acciones} + \text{porción de ganancias retenidas} + \text{porción de deuda}$$
$$= 0.5(13.7) + 0.2(8.9) + 0.3(7.5) = 10.88\%$$

Se estima que el programa actual tiene un CPPC más alto del experimentado históricamente (10.88% *versus* 9.0).

Las estimaciones del costo del capital después o antes de impuestos pueden hacerse utilizando la tasa impositiva, T, en la relación:

$$\text{Costo después de impuestos} = (\text{costo antes de impuestos})\,(1 - T)$$

Tal relación puede ser utilizada para estimar el costo del capital patrimonial o el costo de deuda en forma separada o para la tasa CPPC.

Problemas 18.4 a 18.8

18.3 COSTO DEL CAPITAL DE DEUDA

El financiamiento con deuda incluye la obtención de fondos mediante bonos, préstamos e hipotecas. El dividendo o interés pagado es deducible de impuestos, de manera que éste reduce el ingreso gravable y, por consiguiente, reduce los impuestos federales de EE.UU., como se analizó en el capítulo 15. Las estimaciones del flujo de efectivo neto anual (FEN) después de impuestos se utilizan para estimar el valor de i^*, que es el costo del capital de deuda. (Utilice la función de la tasa interna de retorno (TIR) en el sistema de hoja de cálculo para determinar i^*).

Ejemplo 18.2
(Hoja de cálculo)

Un capital de deuda total de $500,000 se obtendrá emitiendo quinientos bonos de $1000 a 10 años, al 8% anual. Si la tasa impositiva efectiva de la compañía es del 50% y los bonos tienen un descuento del 2% para una venta rápida, calcule el costo del capital de deuda *(a)* antes de impuestos y *(b)* después de impuestos desde la perspectiva de la compañía.

Solución

(a) El dividendo anual de los bonos es $1000 (0.08) = $80 y el precio de venta con descuento del 2% es de $980 ahora. Utilizando la perspectiva de la compañía, encuentre la i^* a la cual:

$$0 = 980 - 80(P/A, i^*, 10) - 1000(P/F, i^*, 10)$$

El costo del capital de deuda antes de impuestos es de $i^* = 8.3\%$, que es ligeramente más alto que el dividendo del 8%, debido al descuento de ventas del 2%.

(b) Con la concesión de reducir impuestos deduciendo el interés sobre el dinero prestado, se obtiene un ahorro de impuestos de $80(0.5) = $40 por año. El dividendo efectivo de los bonos que debe sustituirse en la ecuación en la parte *(a)* para i^* es ahora $80 – $40 = $40. Al resolver para i^* después de impuestos se reduce el costo después de impuestos del capital de deuda en cerca de la mitad a 4.27%.

Comentario

La figura 18.3 presenta una solución de hoja de cálculo a este ejemplo, para el análisis antes de impuestos (columna B) y el análisis después de impuestos (columna C).

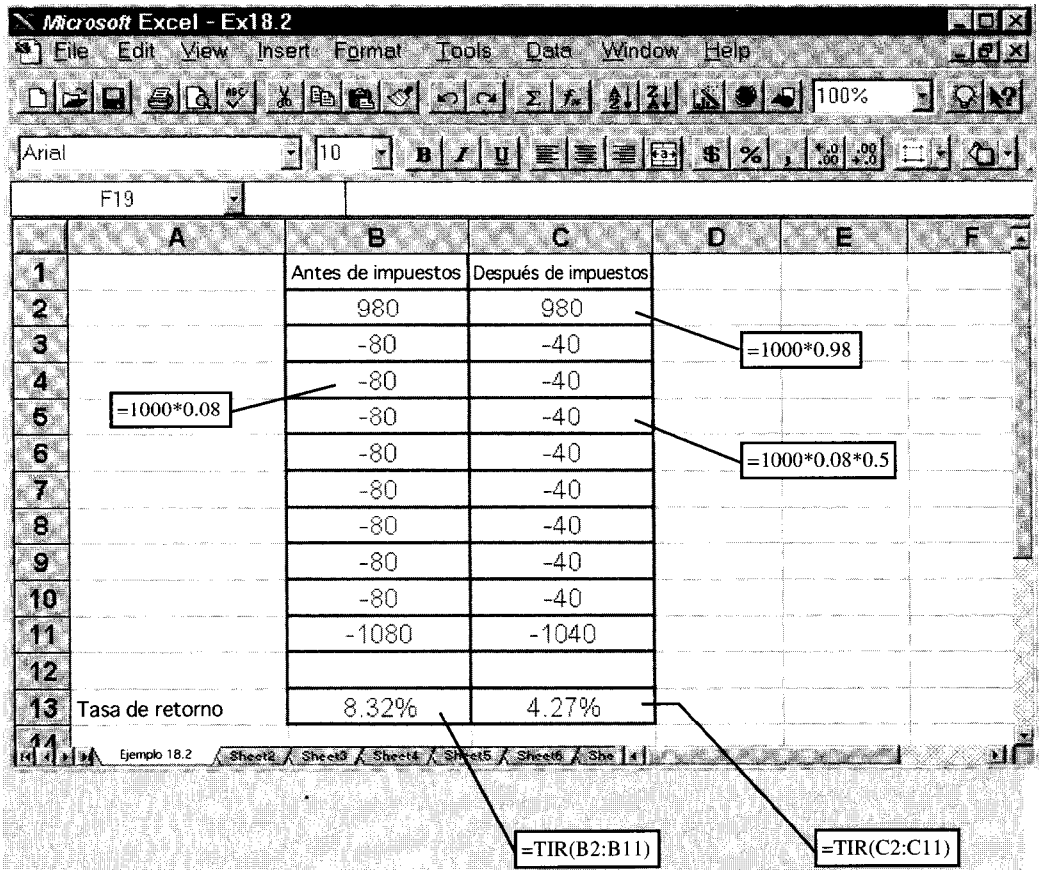


Figura 18.3 Solución de hoja de cálculo para el ejemplo 18.2.

Ejemplo 18.3

La firma Roundtree Company piensa comprar un activo eon una vida de 10 años por $20,000. Los dueños de la compañía han decidido aportar $10,000 ahora y obtener en préstamo $10,000 a una tasa de interés del 6% sobre el saldo no pagado. El esquema de rembolso simplificado será $600 en intereses cada año pagando todo el principal de $10,000 en el año 10. ¿Cuál es el costo después de impuestos del capital de deuda si la tasa de interés efectiva es del 50%?

Solución

La salida de efectivo para intereses sobre el préstamo de $10,000 incluye una cuantía anual deducible de impuestos de 0.5($600) = $300 y el rembolso del préstamo de $10,000 en el año 10. Se ha desarrollado la siguiente relación para estimar un costo del capital de deuda del 3.0%.

$$0 = 10{,}000 - 300(P/A, i^*, 10) - 10{,}000(P/F, i^*, 10)$$

Comentario

Observe que el interés anual del 6% sobre el préstamo de $10,000 no es el CPPC porque el 6% se paga solamente sobre los fondos prestados y el 50% del capital proviene de financiamiento con patrimonio. Tampoco el CPPC es el 3% determinado aquí, puesto que éste es sólo el costo del capital de deuda.

Problemas 18.9 a 18.12

18.4 COSTO DEL CAPITAL PATRIMONIAL

Generalmente, el capital patrimonial se obtiene de las siguientes fuentes:

Venta de acciones preferenciales
Venta de acciones comunes
Uso de utilidades conservadas

El costo de cada tipo de financiación se estima en forma separada y se ingresa al cálculo del CPPC. En este aparte se presenta un resumen de la forma comúnmente aceptada para estimar el costo del capital de cada fuente. Hay métodos adicionales para estimar el costo del capital patrimonial mediante acciones comunes.

La emisión de acciones ***preferenciales*** conlleva un compromiso de pagar un dividendo establecido anualmente. El costo del capital es el porcentaje de dividendos establecido, por ejemplo, 10%, o la cantidad del dividendo dividido por el precio de las acciones, es decir, un dividendo de $20 pagado sobre una acción de $200 es un costo del capital patrimonial del 10%. Las acciones preferenciales pueden venderse con un descuento para agilizar la venta, en cuyo caso los recaudos reales de las acciones deben ser utilizados como denominador. Por ejemplo, si unas acciones preferenciales de dividendos del 10% con un valor de $200 se venden con un descuento del 5% para $190 por acción, hay un costo del capital patrimonial de 10%/0.95 = 10.53%. Este valor también puede calcularse como ($20/$190) X 100% = 10.53%.

La estimación del costo del capital patrimonial para ***acciones comunes*** es más complicada. Los dividendos pagados no son una indicación verdadera de lo que realmente costará la emisión de acciones a la corporación en el futuro. En general, se utiliza un avalúo para estimar el costo. Si R_e es el costo del capital patrimonial (en forma decimal):

$$R_e = \frac{\text{dividendo del primer año}}{\text{precio de acciones}} + \text{tasa de crecimiento esperada de los dividendos}$$

$$= \frac{DV_1}{P} + g \qquad [18.3]$$

La tasa de crecimiento g es una estimación del retorno que los accionistas esperan recibir por la posesión de acciones en la compañía. Expresado en otra forma, es la tasa compuesta de crecimiento sobre los dividendos que la compañía considera que se requiere para atraer a los accionistas. Por ejemplo, suponga que una corporación multinacional piensa obtener

capital a través de su subsidiaria en EE.UU. para una nueva planta en Suramérica vendiendo acciones comunes por valor de $2,500,000, a $20 cada una. Si se está planeando un 5% o un dividendo de $1 durante el primer año y una apreciación de 4% anual se anticipa para dividendos futuros, el costo del capital para esta emisión de acciones comunes obtenido de la ecuación [18.3] es del 9%.

$$R_e = \frac{1}{20} + 0.04 = 0.09$$

En general, el costo de las ganancias *conservadas* del capital patrimonial, se iguala al costo de las acciones comunes, puesto que son los accionistas quienes obtendrán los retornos que haya de proyectos en los cuales se invierten las utilidades conservadas.

Una vez estimado el costo del capital para todas las fuentes de patrimonio planeadas, se calcula el CPPC mediante la ecuación [18.2]. Los dividendos pagados sobre acciones preferenciales y comunes no son deducibles de impuestos.

Un segundo método opcional para estimar el costo del capital de acciones comunes utiliza el *modelo defijación de precios de activos de capital (MPAC)* en lugar de la ecuación [18.31. Debido alas fluctuaciones en los precios de las acciones y al mayor retorno demandado por algunas acciones de la corporación en comparación con otras, esta técnica de valuación ha ganado popularidad. El costo del capital patrimonial proveniente de acciones comunes, R_e, utilizando MPAC es:

R_e = retorno libre de riesgo + prima sobre el retorno libre de riesgo

$$= R_f + \beta(R_m - R_f) \qquad [18.4]$$

donde β = volatilidad de las acciones de la compañía con relación a otras acciones en el mercado (β = 1 .O es la norma)

R_m = retorno sobre acciones en un portafolio del mercado definido medido mediante un índice prestablecido.

En general, el término R_f en la ecuación [18.41, es la tasa de referencia de bonos del Tesoro de EE.UU., puesto que ésta se considera una 'inversión segura'. El término $(R, - R_f)$ es la prima pagada por encima de una tasa segura o libre de riesgo. El coeficiente β (beta) indica la forma como se espera que las acciones varíen en comparación con un portafolio seleccionado de acciones en la misma área de mercado general, el cual, con frecuencia es el índice de 500 acciones de Standard and Poor. Si $\beta < 1.0$, las acciones son menos volátiles, de manera que la prima resultante puede ser menor; cuando $\beta > 1.0$, se esperan mayores movimientos de precios, de modo que la prima es aumentada.

Títulos valores es un término que identifica una acción, bono u otro instrumento utilizado para desarrollar capital. En la figura 18.4 se representa gráficamente la línea de títulos valores del mercado, que es un ajuste lineal mediante análisis de regresión para indicar el retorno esperado para diferentes valores de β. Cuando $\beta = 0$, el retorno libre de riesgo R_f es aceptable (sin prima). A medida que β aumenta, el requerimiento de un retorno con prima crece. Los valores de beta se publican periódicamente para la mayoría de las corporaciones emisoras de acciones. Una vez terminado, este costo estimado del capital patrimonial puede incluirse en el cálculo CPPC en la ecuación [18.21

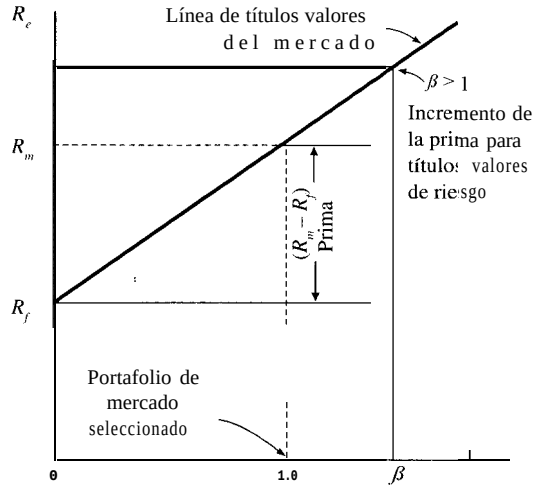


Figura 18.4 Retorno esperado sobre emisión de acciones comunes utilizando MPAC.

Ejemplo 18.4

MegaComputers piensa desarrollar y mercadear nueva tecnología de software. La emisión de acciones comunes es una posibilidad si el costo del capital patrimonial está por debajo del 15%. MegaComputers, que tiene un valor beta histórico de 1.7, utiliza MPAC para determinar la prima de sus acciones comparada con otras corporaciones de software públicas. La línea de títulos valores del mercado indica que es deseable una prima del 5% por encima de la tasa libre de riesgo. Si los bonos del Tesoro de EE.UU. están pagando el 7%, estime el costo de las acciones comunes de capital.

Solución

La prima del 5% representa el término $(R_m - R_f)$ en la ecuación [18.4]. Entonces,

$$R_e = 7.0 + 1.7(5.0) = 15.5\%$$

Dado que este costo excede ligeramente el 15%, es posible que MegaComputers deba utilizar alguna mezcla de financiamiento con deuda y con patrimonio para el nuevo proyecto de inversión.

Problemas 18.13 a 18.18

18.5 VARIACIONES EN TMAR

Antes de leer esta sección, sería conveniente regresar a la figura 1.6, donde se introdujo TMAR por primera vez, denominada también la tasa obstáculo para el proyecto. Como se mencionó anteriormente, la TMAR se determina en términos relativos al costo del capital. Sin embargo, la determinación de TMAR no es un proceso muy exacto, ya que la mezcla de capital de deuda y patrimonio cambia con el tiempo y de un proyecto a otro. Aun, en todos los casos debe establecerse alguna TMAR para compararla con la TR de proyectos estimados.

Asimismo, la TMAR no es un valor invariable establecido para toda la corporación, más bien, se ve alterada por diferentes oportunidades y tipos de proyectos. Por ejemplo, una corporación puede utilizar una TMAR del 10% para activos depreciables y una TMAR del 20% para inversiones de diversificación, tales como la compra de compañías más pequeñas, tierra, etc.

La TMAR varía de un proyecto a otro y a través del tiempo debido a factores tales como los siguientes:

Riesgo del proyecto. Donde hay más riesgo (percibido o real) asociado con una área de proyectos propuestos, la tendencia es fijar una TMAR más alta. Esta es estimulada por el alto costo del capital de deuda comúnmente experimentado al obtener préstamos para proyectos considerados de alto riesgo, lo cual en general, significa que hay preocupación porque el proyecto de inversión no pueda realizar por completo sus requisitos de ingresos proyectados.

Oportunidad de inversión. Si la gerencia ha decidido diversificar o invertir en cierta área, la TMAR puede reducirse para estimular la inversión con la esperanza de recuperar el ingreso o utilidad perdidos en otras áreas. Esta reacción común a la oportunidad de inversión puede crear gran confusión cuando los parámetros desarrollados en textos como éste son aplicados estrictamente en un estudio de economía. La flexibilidad resulta muy importante.

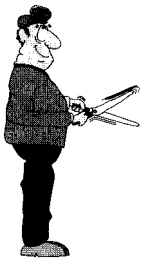
Estructura tributaria. Si los impuestos corporativos están aumentando (debido a mayores utilidades, ganancias de capital, impuestos locales, etc.), hay presión para aumentar la TMAR. El uso de un análisis después de impuestos puede ayudar a eliminar esta razón para una TMAR fluctuante, puesto que los gastos que acompañan el negocio tenderán a reducir los impuestos y, por consiguiente, a reducir los costos después de impuestos.

Capital limitado. A medida que el capital de deuda y de patrimonio se limitan, la TMAR aumenta y la gerencia empieza a mirar de cerca la vida del proyecto. A medida que la demanda por capital limitado excede la oferta (elaboración del presupuesto de gastos de capital), es posible que la TMAR tienda a ser fijada a un nivel más alto. El costo de oportunidad juega un gran papel al determinar la TMAR realmente utilizada para tomar decisiones de aceptación y de rechazo.

Tasas del mercado en otras corporaciones. Si las tasas aumentan en otras firmas con las cuales se hacen comparaciones, una compañía puede aumentar su TMAR en respuesta. Con frecuencia, estas variaciones están basadas en cambios en las tasas de interés del mercado, que ocasionan un impacto directo sobre el costo del capital. Si se considera al gobierno como una 'corporación', una norma usual son las tasas actuales cobradas por una agencia gubernamental particular.

Ejemplo 18.5

Shaun, quien posee un pequeño negocio de servicios residenciales de jardinería, piensa comprar cierto equipo nuevo. Ha ido a su banco regular a fin de solicitar un préstamo para equipo como empresa



pequeña. Identifique algunos factores que podrían cambiar la TMAR que el banco esperaría de la compañía de Shaun. Base los comentarios en los cinco factores mencionados en esta sección e indique la dirección posible del cambio de la TMAR.

Solución

Entre las muchas consideraciones, algunas habituales son:

Riesgo **del proyecto.** La TMAR puede ser aumentada si ha habido una grave sequía en el área durante los 2 últimos años, reduciendo así la necesidad de los servicios de Shaun. La capacidad de generación de ingresos se encuentra en riesgo bajo esta situación.

Oportunidad. La TMAR aumenta si, por ejemplo, otras firmas que ofrecen servicios similares han solicitado préstamos en el mismo banco durante los últimos 6 meses.

Impuestos. Si la comunidad local acabara de eliminar los servicios personales y de viviendas de la lista de renglones sujetos a impuestos sobre las ventas, Shaun necesitaría menos ingresos, entonces la TMAR sería reducida ligeramente.

Limitación de capital. Si el resto del equipo de propiedad de la compañía de Shaun fuera comprado con sus fondos propios y no hubiera préstamos vigentes, aunque no hubiera capital patrimonial adicional disponible, la TMAR tendería a ser más baja ahora para considerar el capital de deuda.

Tasas del mercado. Si el banco local de Shaun obtiene sus recursos de crédito para pequeñas empresas de un gran banco regional y la tasa del mercado para el banco local acabara de ser aumentada en forma sustancial, la TMAR aumentaría debido auna situación de ***dinero*** *más restrictiva* ocasionada por la mayor tasa del mercado.

Problemas 18.19 y 18.20

18.6 ESTABLECIMIENTO DE UN VALOR TMAR PARA LA TOMA DE DECISIONES

Un estudio de ingeniería económica correctamente realizado utiliza una TMAR igual al costo del capital comprometido con la alternativa. Si los fondos propios de la corporación se utilizan de manera exclusiva, el costo del capital patrimonial debe ser la tasa de interés TMAR. Si se aplica una combinación de capital de deuda y de patrimonio, la CPPC calculada debería ser la TMAR. También, los riesgos asociados con una alternativa deberían ser considerados por separado a partir de la determinación de la TMAR con cálculos para la medida de valor bajo riesgo, como se analizará en el capítulo 20. Todo esto conduce al parámetro de que la TMAR no debe ser aumentada arbitrariamente para contener los diversos tipos de riesgo asociados con las estimaciones del flujo de efectivo. Sin embargo, con frecuencia la TMAR se fija por encima del CPPC o del costo del capital relevante porque la *gerencia trata de contener el riesgo aumentando la TMAR.*

La terminología y las definiciones desarrolladas en este capítulo y en capítulos anteriores se utilizarán a fin de identificar los lineamientos generales para establecer los valores TMAR con base en patrimonio, deuda y combinaciones de las dos fuentes de capital.

i_e = tasa de interés asociada con los fondos propios de la corporación (éste el costo del capital patrimonial o el retorno sobre fondos de patrimonio disponibles y en el grupo de inversión)

i_d = costo del capital de deuda a partir de todas las fuentes

CPPC = costo promedio ponderado del capital después de impuestos

Es usual que $i_d > i_e$ porque cuesta más utilizar los fondos de alguien que los propios. Sin embargo, éste puede no ser el caso si, dependiendo de la oportunidad, el capital de deuda es más barato que el costo estimado de adquirir fondos de patrimonio, véase el ejemplo 18.1. **Es** posible tomar una determinación bastante compleja de la TMAR (sin consideraciones de riesgo), pero el enfoque simple es establecer la *TMAR entre* i_e y *CPPC.* Las situaciones siguientes describen la forma de establecer la TMAR en forma más precisa para la mayoría de los entornos *de capital-disponible y capital-limitado* que se puedan experimentar.

Capital disponible. Éste describe la situación cuando una alternativa mutuamente excluyente *debe* ser seleccionada entre dos o más, o cuando pueden aceptarse propuestas independientes con $i^* \geq TMAR$ sin una adherencia estricta al presupuesto de capital.

- Si los acuerdos de financiación se conocen específicamente, se debe utilizar TMAR = i_e. (El costo del capital de deuda se conoce con especificidad aquí, de manera que éste no se considera de nuevo al determinar la TMAR).
- Si se desconocen las particularidades de la financiación y/o la financiación procede de una combinación de capital de patrimonio y de deuda, se debe utilizar TMAR = CPPC.

Capital limitado. Éste describe la situación en la cual existe un límite de inversión estricto para la selección de alternativas mutuamente excluyentes o cuando se prepara un presupuesto de capital para la selección de propuestas independientes (capítulo 17).

- Si solamente hay fondos de propiedad de la corporación (patrimonio) comprometidos, se debe utilizar TMAR = i_e.
- Si se requiere una combinación de deuda y patrimonio, se debe utilizar TMAR = CPPC.

Por supuesto, los valores TMAR entre estos límites guía están determinados con base en las circunstancias actuales. Si se utiliza el enfoque simple, es decir, $i_e \leq$ TMAR $\leq$ CPPC es establecido como rango operacional, entonces los factores no económicos, incluyendo el riesgo del proyecto, se consideran separadamente a medida que se realiza cada estudio de economía.

Como se indicó en la sección 18.1, la presión para asignar riesgo a la TMAR es fuerte en la práctica y con frecuencia se utiliza algún multiplicador por el valor relevante del costo del capital, como TMAR = 1.1 (CPPC) o TMAR = 1.8 *(i,).* Nuevamente, éste no es un método recomendado puesto que compromete la precisión y el esfuerzo realizado para determinar cuánto cuesta en realidad el capital. Pero, permanece el hecho de que algunos gerentes

encuentran en ésta una base conveniente para decisiones, sin hacer análisis adicional bajo el riesgo de las estimaciones del flujo de efectivo *(véase* más al respecto en el capítulo 20).

Ejemplo 18.6

La firma Bring-Wum Enterprises tiene dos alternativas mutuamente excluyentes *A* y *B* con valores TIR inerementafes de i^*_A = 9.2% e i^*_B = 5.9%. El escenario de financiación no ha sido defmido aún, pero será uno de los siguientes: El plan 1 utilizará todos los fondos patrimoniales, que actualmente están ganando alrededor del 8% para la corporación. El plan 2 utilizara fondos del grupo de capital corporativo que tiene un 25% de capital de deuda que cuesta 14.5% y el resto de los mismos fondos patrimoniales mencionados arriba. El capital de deuda es actualmente alto porque la compañía no ha obtenido su ingreso proyectado sobre las acciones comunes durante los últimos cinco trimestres y los bancos han aumentado fa tasa de prestamos para Bring-Wum.

Tome la decisión económica sobre la alternativa *A versus B* bajo cada escenario de financiación,

Solución

Hay capital disponible para una de las cuatro alternativas mutuamente excluyenies. Para el plan 1, 100% de patrimonio, ta financiación se conoce específicamente, de manera que el costo del capital patrimonial es la TMAR, es decir, TMAR = i_e = 8%. Sólo la alternativa *A* es aceptable; la alternativa *B* no lo es puesto que el retorno estimado del 5.9% no excede esta TMAR.

Bajo la financiación del plan 2, con la mezcla D-P de 25-75,

$$\text{CPPC} = 0.25(14.5) + (0.75(8.0) = 9.625\%$$

Ahora ninguna alternativa es aceptable dado que ambos valores i^* son menores que la TMAR = CPPC = 9.625%. La alternativa seleccionada sella no hacer nada, a menos que sea preciso seleccionar una alternativa absolutamente en cuyo caso también deben considerarse factores no económicos. Es probable que la alternativa *A* sea más favorable puesto que produce 9.2%.

Comentario

Sí el valor de las acciones es la cousideración principal, sólo se utiliza i_e para la TMAR, aun si la financiación incluye específicamente el financiamiento con deuda. Síempre y cuando la compañía no tenga una fuerte carga de deuda, ésta es una buena forma de medir el retorno sobre el patrimonio estimado para flujos de efectivo netos después de impuestos. El análisis en este ejemplo no cambiaría. Sin embargo, si el plan 1 para financiación específica incluyera algún Porcentaje de capítal de deuda, el costo del 8% del capital patrimonial aún sena la TMAR establecida.

Problemas 18.21 y 18.22

18.7 EFECTO DE LA MEZCLA DEUDA-PATRIMONIO SOBRE EL RIESGO DE INVERSIÓN

En la sección 18.2 se introdujo la mezcla D-P. A medida que la proporción de capital de deuda aumenta, el costo calculado del capital disminuye con base en las ventajas tributarias del capital de deuda. *Sin embargo, el apalancamiento ofrecido porporcentajes más altos de deuda-capital aumentan los riesgos tomados por la compañía.* Entonces, la financiación

adicional mediante fuentes de deuda (o de patrimonio) se hace más difícil de justificar y la corporación puede quedar en una situación en la cual posee una porción cada vez menor de sí misma. La incapacidad de obtener capital de operaciones y de inversión significa una dificultad creciente para la compañía y sus proyectos. Por tanto, es importante que exista un equilibrio razonable entre el financiamiento con deuda y con patrimonio para la salud financiera de una corporación. El ejemplo 18.7 ilustra las desventajas de las mezclas D-P desequilibradas.

Ejemplo 18.7

Tres compañías propietarias de bancos tienen las siguientes cuantías de capital de deuda y patrimonial y las mezclas D-P resultantes. Suponga que todo el capital patrimonial está en forma de acciones comunes.

	Fuente de financiación de capital		
Banco	**Deuda ($ millones)**	**Patrimonio ($ millones)**	**Mezcla D-P (%–%)**
First National	10	40	20-80
United	20	20	50-50
Mercantile	40	10	80-20

Suponga que las recaudos anuales son $15 millones para cada banco y que, después de considerar el interés sobre la deuda, las utilidades netas son $14.4, $13.4 y $10.0 millones para los tres bancos, respectivamente. Calcule el retorno sobre las acciones comunes para cada banco y comente sobre los retornos para las diferentes mezclas D-P.

Solución

Fara cada banco, divida la utilidad neta por el valor de las acciones para calcular el retorno de las acciones comunes,

First National: Retorno = $\frac{14.4}{40} = 0.36$ (36%)

United: Retorno = $\frac{13.4}{20} = 0.67$ (67%)

Mercantile: Retorno = $\frac{10.0}{10} = 1.00$ (100%)

Como se esperaba, el retorno para el Banco Mercantile altamente apalancado es el más alto por gran margen,' sin embargo, sólo el 20% del banco está en manos de propietarios. El retorno es excelente, pero el riesgo asociado can este banco es alto comparado con el First National, donde la mezcla D-P es solamente 20% deuda.

El uso de grandes porcentajes de financiamiento con deuda *aumenta en gran medida el riesgo* en el cual incurren los prestamistas y propietarios de acciones. La confianza en la corporación resulta en general pobre, sin importar qué tan grande sea el retorno de corto plazo sobre las acciones.

El apalancamiento de grandes mezclas D-P aumentan el retorno sobre el *capital patrimonial,* como se muestra en ejemplos anteriores; pero esto también puede funcionar

en contra del propietario o del inversionista de fondos. Una pequeña disminución porcentual en el valor de los activos afectará negativamente una inversión con un alto apalancamiento de deuda mucho más que una con poco o ningún apalancamiento. El ejemplo 18.8 ilustra este hecho. Esta es también la respuesta correcta a la pregunta planteada al ejemplo adicional 15.8, donde se le pide explicar por qué una situación de alto apalancamiento con capital de deuda no es financieramente saludable.

Ejemplo 18.8

Dos empresarios colocaron $10,000 cada uno en inversiones diferentes. Marylynn invirtió $10,000 en acciones de minería de plata y Carla apalancó los $10,000 comprando una residencia de $100,000 que será utilizada como propiedad en arriendo. Calcule el valor resultante de $10,000 en capital patrimonial si hay una disminución del 5% en el valor de las acciones y de la residencia. Haga lo mismo para un incremento del 5%. Ignore cualquier consideración de dividendos, ingresos o de impuestos,

Solución

El valor de las acciones de minería disminuye en 10,000(0.05) = $500 y el valor de la casa se reduce en 100,000(0.05) = $5000. El efecto sobre la inversión es una reducción en el monto de los fondos de patrimonio ahora disponibles, si la inversión se vende.

Pérdida de Marylynn: $\frac{500}{10,000} = 0.05 \ (5\%)$

Pérdida de Carla: $\frac{5000}{10,000} = 0.50 \ (50\%)$

El apalancamiento de 10 a 1 de Carla le da una disminución del 50% en su posición patrimonial, mientras que el apalancamiento de 1 a 1 produce una reducción del 5% para Marylynn.

Lo opuesto es correcto para un aumento del 5%; Carla se beneficiaría con una ganancia del 50% sobre sus $10,000, mientras que el apalancamiento de 1- 1 ofrecería a Marylynn solamente una ganancia del 5%. El mayor apalancamiento contiene un riesgo mucho mayor, ya que ofrece un *retorna mucho* más *alto por un aumento* en el valor de la inversión y una *pérdida mucho mayor por una disminución* en el valor de la inversión.

Ejemplo adicional 18.9
Problemas 18.23 a 18.28

EJEMPLO ADICIONAL

Ejemplo 18.9

FINANCIAMIENTO CON DEUDA Y PATRIMONIO, SECCIÓN 18.7 Una corporación de pizzas piensa comprar 15 camiones de reparto por un total de $15,000. Cada camión será depreciado en 10 años con un VS = $1000 utilizando el método clásico en linea recta. El financiamiento con deuda del 50% del capital y 100% de financiamiento con patrimonio son fuentes posibles de los $150,000.

El financiamiento con patrimonio exige la venta de acciones comunes de $15 la anidad. Se espera que el primer dividendo sea $0.50 por acción y se ha anticipado una tasa de crecimiento del dividendo del 5%.

Para el financiamiento con deuda se ha tomado un préstamo por $75,000. Los términos del préstamo serán 10 años al 8% compuesto anualmente con pagos iguales al final del año.

La TMAR se determina para igualar el costo del capital patrimonial, o el CPPC si se combinan el capital de deuda y el patrimonial. Si se espera que el FEAI sea $30,000 *anualmente* y se aplica una tasa impositiva efectiva del 35%, utilice un análisis después de impuestos para determinar cuál método de financiación ofrece un mejor retorno relativo a la TMAR: 100% patrimonio o 50% deuda.

Solución

100% financiamiento con. patrimonio

Utilice la ecuación [18.31 para estimar el costo del capital patrimonial.

$$R_e = \frac{0.5}{15} + 0.05 = 0.0833 \ (8.3\%)$$

Debido a que no hay una ventaja tributaria para el financiamiento con patrimonio y a que la fuente de. fmanciación se conoce específicamente, la TMAR se plantea al costo de patrimonio de 8.3%.

Ahora, calcule las estimaciones FEN después de impuestos y el retorno. La depreciación en línea recta para los 10 camiones es $13,500 anualmente. Los impuestos y las estimaciones FEN anuales son:

$$\text{Impuestos} = 0.35(\text{IG}) = 0.35(30{,}000 - 13{,}500) = \$5775$$

$$\text{FEN} = \text{FEAI} - \text{impuestos} = 30{,}000 - 5775 = \$24{,}225$$

El retorno se determina a partir de la ecuación para el costo anual.

$$0 = -150{,}00\ (A/P, i^*, 10) + 15{,}000(A/F, i^*, 10) + 24{,}225$$

La i^* es 10.7%, la cual excede la TMAR del 8.3%; el financiamiento con patrimonio cumple el criterio TMAR.

Financiamiento 50% deuda-50% patrimonio

Encuentre el costo del capital promedio ponderado para la mezcla D-P 50-50. El costo de patrimonio es 8.3% como se calculó arriba. Para el préstamo de $75,000 a 10 años, se supone una reducción uniforme del principal a la tasa de $7500 anualmente. (Este supuesto se aplica sólo con fines de simplificación. El interés compuesto es la contribución real al cambio en la reducción del principal cada año). El pago anual es:

$$75{,}000(A/P, 8\%, 10) = \$11{,}177$$

La ventaja de impuestos anuales de pagar el interés se estima como:

$$(\text{Pago} - \text{porción del principal})\ (\text{Tasa impositiva}) = \text{interés}\ (T)$$

$$(11{,}177 - 7500)(0.35) = 3677\text{f}0.35 = \$1287$$

El costo del capital de deuda es $i^* = 5.4\%$ de la relación VA:

$$0 = 75{,}000(A/P, i^*, 10) - (11{,}177 - 1287)$$

El CPPC de la ecuación [18.1] es:

$$CPPC = 0.5(8.3) + 0.5(5.4) = 6.85\%$$

La TMAR es fijada en el CPPC de 6.85%.

Para calcular el retorno sobre los $75,000 de capital patrimonial en la mezcla D-P de 50-50, determine primero el FEN anual.

$$\text{Impuestos} = \text{IG (tasa impositiva)} = (30{,}000 - 13{,}500 - 3677)(0.35) = \$4488$$

$$\text{FEN} = \text{FEAI} - (\text{principal} + \text{interés}) - \text{impuestos}$$

$$= 30{,}000 - 11{,}177 - 4488 = \$14{,}335$$

El retorno para la mezcla D–P 50-50 es $i^* = 15.2\%$ utilizando el valor FEN por encima en la relación VA.

$$0 = -75{,}000(A/P, i^*, 10) + 15{,}000(A/F, i^*, 10) + 14{,}335$$

El retorno de 15.2% es aceptable puesto que éste excede significativamente TMAR = CPPC= 6.85%.

Ambos escenarios de financiación son aceptables, pero el retorno sobre el capital patrimonial excede la TMAR dc manera más significativa para la mezcla D-P 50-50 sobre el capital patrimonial de $75,000.

Comentario

El uso del financiamiento con deuda en un 50% aumentó el retorno esperado sobre el capital patrimonial en 4.5% (15.2 *versus* 10.7) y disminuyó el requisito TMAR en cerca de 1.5% (8.3 *versus* 6.85%). Sin embargo, el riesgo es ligeramente mayor debido a los pagos del préstamo incurridos a través del financiamiento con deuda.

RESUMEN DEL CAPÍTULO

La mezcla del costo del capital de deuda y de patrimonio se combina para estimar el costo promedio ponderado del capital (CPPC), el cual se encuentra numéricamente entre los costos de cada fuente al ser calculados por separado. El financiamiento con deuda proporciona una ventaja de impuestos federales sobre los intereses del préstamo y los dividendos del bono. No hay una ventaja tributaria corporativa de EE.UU. directa para utilizar capital patrimonial.

Con frecuencia la estimación del costo de financiamiento con patrimonio, es más compleja que la del costo de financiamiento con deuda. Los fondos de patrimonio provienen de tres fuentes: acciones preferenciales, acciones comunes y ganancias conservadas. El costo de las acciones comunes de capital puede estimarse mediante un método entre muchos. En este capítulo se resumen dos de ellos: el método de valuación y el modelo MPAC, el cual tiene en cuenta el mercado de títulos valores y su variación.

La TMAR variará por diversas razones: riesgo, oportunidad de inversión, impuestos, limitación de capital y tasas del mercado. El riesgo del proyecto es importante pero no debe considerarse directamente al determinar la TMAR. Las fuentes de obtención de fondos y las

limitaciones de capital ayudan a determinar la TMAR, en general, establecida entre el costo del capital patrimonial y la CPPC.

Para compañías con alto apalancamiento, donde el porcentaje de deuda es grande, es más difícil obtener nuevo capital de deuda de los prestamistas. También, es más arriesgado comprometer los fondos patrimoniales limitados de la corporación. Una alta mezcla D-P hace que una compañía y sus proyectos tengan mayor riesgo.

PROBLEMAS

18.1 El señor Richards, propietario de una franquicia de un restaurante de comida rápida, estima su costo del capital nuevo en 9%. Ha establecido el 12% anual como su criterio TMAR para decidir sobre un nuevo sistema integrado de toma de pedidos, registro e inventario automatizado. *(a)* ¿Qué retorno espera él sobre el capital de inversión? *(b)* La señora Ríchards considera necesario que los proyectos de inversión de alto riesgo ganen el 3% sobre su costo del capital adicional aun retorno del 5%. ¿Qué TMAR recomienda ella utilizar en esta misma evaluación, si su proyecto es considerado neutral en cuanto al riesgo? ¿Arriesgado? *(c)* ¿Cuál es la TMAR recomendada en esta situación, con base en lo que usted ha descubierto en este capítulo? ¿Cómo deben los Richards considerar los factores requeridos de retorno y de riesgo percibido al evaluar este proyecto de capital?

18.2 Determine si cada uno de los siguientes casos involucra financiamiento con deuda o con patrimonio:

(a) Préstamo de corto plazo de $8000 de un banco.

(b) $5000 tomados de la cuenta de un copropietario para pagar una factura de la compañía.

(c) Emisión de bonos por $150,000.

(d) Emisión de acciones preferenciales por valor de $355,000.

(e) Jane obtiene un préstamo de $50,000 de su hermano al 3% de interés para manejar su negocio. El hermano no es copropietario de la compañía.

18.3 A continuación se enumeran paquetes para las tres propuestas independientes para las cuales se ha estimado el VP e i^*. *(a)* Seleccione los proyectos aceptables si el límite de presupuesto de capital es $40,000 y la TMAR es el costo del capital, que es del 9%. ***(b)*** ¿Cuál es la TMAR efectiva para esta situación utilizando el concepto del costo de oportunidad?

		Medida de valor	
Paquete propuesto	**Inversión inicial, $**	**VP @ 9%, $**	**Incremental i^*, %**
1	10,000	**3,000**	10.5
2	**25,000**	**-2,500**	**7.3**
1,2	**35,000**	**500**	**9.3**
3	**40,000**	**1,800**	**9.9**

18.4 Randy y Jennifer piensan comprar un nuevo automóvil por un costo total de $22,000. Ellos piensan utilizar $10,000 de sus fondos propios, los cuales obtendrán vendiendo algunas acciones comunes cuya tasa de retorno promedio es del 12% anual. El resto del precio de compra se obtendrá en préstamo al 8.6% anual de su fondo de crédito. Determine la mezcla D-P y CPPC que tendrá esta pareja en la compra de su auto.

18.5 Una gran compañía, Ben Products, piensa comprar un pequeño negocio que ha sido su proveedor durante muchos años. Se ha acordado un precio de compra de $780,000. Ben Products compradora no sabe exactamente cómo financiar la compra para obtener un CPPC tan bajo como el de otros proyectos. El CPPC es actualmente del 10%.

(a) Hay dos posibilidades disponibles de financiación. La primera exige que Ben invierta 50% de los fondos patrimoniales al 8% y preste el saldo al ll % anual. La segunda posibilidad exige solamente fondos patrimoniales del 25% y el saldo prestado al 9%. ¿Cuál enfoque arrojará en el menor costo del capital global?

(b) El comité de financiación de Ben Products acaba de decidir que el CPPC para la compra no debe exceder el promedio histórico del 10% anual. ¿Cuáles son los costos máximos del capital de deuda en el cual puede incurrirse para cada uno de los enfoques esbozados en la parte (a)?

18.6 Mariposa Pizza, S.A., tiene la intención de conseguir $100 millones de capital nuevo con fondos patrimoniales en un 40% y financiamiento con deuda en un 60%. Se han estimado los siguientes porcentajes y tasas. Calcule el CPPC.

Capital patrimonial: 40% 0 $40 millones

Venta de acciones comunes: 25% al ll .5%

Uso de utilidades conservadas: 75% al 9.0%

Capital de deuda: 60% o $60 millones

Préstamos de corto plazo: 50% al 13.5%

Bonos de largo plazo: 50% al 9.0%

18.7 Un amigo empleado en el departamento financiero de una gran corporación en la cual usted posee acciones comunes le dice que su compañía reportó un CPPC del 12.5% a los auditores bancarios. Las acciones comunes que usted posee han promediado un retorno total del 10% anual durante los últimos 5 años. La corporación establece en su informe anual que utiliza el 62% de sus propios fondos para proyectos de capitalización. ¿Cuál es su mejor estimación del costo del capital de deuda?

18.8 Georgia, una estimadora de costos de Sam-Young Aerospace, desea conocer la mezcla deuda-patrimonio a la cual es muy probable que el CPPC sea el valor más bajo posible. Ella ha reunido la siguiente información para proyectos actuales intensivos en capital. (a) Represente gráficamente las curvas para deuda, patrimonio y los costos promedio ponderados de capital. (b) ¿Cuál mezcla de deuda-patrimonio parece ofrecer históricamente los valores CPPC más bajos?

	Capital patrimonial		Capital de deuda	
Proyecto	**Porcentaje**	**Tasa**	**Porcentaje**	**Tasa**
1	80%	4.5%	20%	5.5%
2	66	12.7	34	5.5
3	56	10.9	44	8.2
4	35	9.3	65	9.8
5	20	10.0	80	13.8
6	100	13.2		

18.9 Un fabricante de automóviles exige la inyección de $2 millones de nuevo capital de deuda. Si vende, a una gran firma comisionista de bolsa, bonos de 12 años que pagan el 8% semestralmente, con un descuento del 4%, *(a)* determine el valor nominal total de los bonos requeridos para proporcionar los $2 millones y *(b)* calcule el costo del capital de deuda después de impuestos si $T_e = 50\%$.

18.10 La firma Barely Suits debe obtener $500,000. Se han esbozado dos métodos de financiamiento con deuda. El primero es obtener la totalidad en préstamo de un banco. La compañía pagará un 8% compuesto efectivo anual al banco durante 8 años. El principal sobre el préstamo será reducido uniformemente durante los 8 anos, destinando el monto restante de cada pago anual al pago de intereses. El segundo método es emitir quinientos bonos de $1000 a 10 años, los cuales exigen un pago de dividendos anuales del 6%. *(a)* ¿Cuál método de financiación recomendaría usted si se considera una tasa de interés efectiva del 40%? *(b)* ¿Es igual la respuesta si se realiza un análisis antes de impuestos? ¿Por qué?

18.11 Harold es un recién graduado que trabaja para Skim Milk Dairy. Su jefe le dice que está pensando comprar un nuevo equipo de control ambiental por valor de $75,000. El equipo durará 5 años y tiene un valor de salvamento de $15,000. La compañía tiene $25,000 en fondos patrimoniales y espera obtener en préstamo el valor restante durante el periodo de 5 años con una reducción uniforme en el principal cada año. Se espera que el equipo aumente el flujo de efectivo antes de impuestos en $18,000 anualmente. Para fines del análisis, el modelo de depreciación es clásico en línea recta y se aplica una tasa impositiva efectiva del 50%. El jefe de Harold, quien estima que los impuestos incrementales con el préstamo serán de $1500 anuales, le pide *(a)* estimar la tasa de interés establecida sobre el préstamo y *(b)* estimar la tasa de interés efectiva sobre el préstamo después de impuestos. Suponga que la TMAR actual antes de impuestos es del 10% anual. Ayude a Harold a desarrollar sus respuestas.

18.12 Un consultor de impuestos está trabajando con una firma internacional, que puede comprometer sus propios fondos en un gran proyecto de capitalización a un costo después de impuestos del 5.5% anual, o que puede obtener en préstamo de fuentes extranjeras a través de la emisión de bonos a 20 años por valor de $5 millones que pagan dividendos anuales del 10% semestralmente. Si la tasa impositiva efectiva es del 40%, ¿cuál fuente debe determinar el consultor como la que tiene el costo del capital más bajo?

18.13 Las acciones comunes para HiRiz Constructors pueden evaluarse utilizando el método de dividendos o el MPAC. El año pasado, primer año de dividendos, las acciones pagaron $0.75 la unidad sobre un precio promedio de $11 .50 sobre la Bolsa de Nueva York. La gerencia espera aumentar la tasa de dividendos al 3% anual. Las acciones de HiRiz tienen una volatilidad de 1.3, más alta que la norma. Si las inversiones seguras están retornando el 7.5% y la tasa de crecimiento del 3% sobre las acciones comunes es también la prima sobre las inversiones libres de riesgo que HiRiz piensa pagar, compare el costo del capital patrimonial utilizando las dos estimaciones.

18.14 Describa las diferencias fundamentales en los dos enfoques para estimar el costo del capital en acciones comunes abordado en la sección 18.4.

18.15 El presidente de una corporación Fortune 500 espera utilizar una mezcla deuda-patrimonio del 40-60 para financiar un proyecto de $5 millones. El costo después de impuestos del capital de deuda es de 9.5%, pero el capital patrimonial exige la venta de acciones preferenciales y comunes, y compromete las ganancias conservadas. Utilice la siguiente información a fin de determinar el CPPC para el proyecto. Todos los valores en dólares se dan por acción.

Acciones preferenciales: $1 milón para vender.

Valor nominal = $30
Precio de venta = $27.60
Tasa de dividendos = 8% anual

Acciones comunes: 50,000 acciones para vender.

Precio = $20
Dividendo inicial = $0.40
Crecimiento de dividendos = 5% anualmente

Ganancias conservadas: Iguales al costo del capital en acciones comunes.

18.16 Los Murrays, propietarios de una tienda de conveniencias, piensan construir una lavandería al lado de lo que actualmente es una área de almacenamiento. Ellos utilizarán financiamiento con patrimonio en un 100%. Costará $22,000 construir la instalación. La depreciación durante una vida de 15 anos será en línea recta clásica con VS = $7000. Los Murray tienen los fondos invertidos en la actualidad y obtienen un 10% al año. Si se espera que el flujo de efectivo anual incrementa1 antes de impuestos sea de $5000 y la tasa impositiva efectiva es 48%, ¿se está proyectando una inversión rentable?

18.17 Un hombre desea comprar madera ahora por $600 con el fin de ahorrar un total del 25% durante los próximos 6 meses a medida que los precios aumentan, pero no sabe cómo financiar la compra. Los planes de financiación que ha desarrollado son:

Plan l-Todo patrimonio: Tomar $600 de la cuenta de ahorros ahora y retornar $125 mensualmente a ésta a medida que haya disponibilidad. Dicha cuenta paga un 6% anual compuesto trimestralmente.

Plan 2—Todo deuda: Obtener $600 en préstamo ahora de un fondo de crédito a un 1% efectivo mensual y rembolsar el préstamo depositando $103.54

mensualmente durante 6 meses. Luego, depositar la diferencia entre el pago y la cuantía ahorrada cada mes en la cuenta de ahorros al 6% anual compuesto trimestralmente.

Plan 3—50% deuda-50% patrimonio: Utilizar $300 de la cuenta de ahorros y obtener en préstamo $300 al 1% mensual y rembolsar a un ritmo de $51.77 mensuales durante 6 meses. Nuevamente, la diferencia entre los pagos y los ahorros sería depositada al 6% anual compuesto trimestralmente.

Realice un análisis antes de impuestos para determinar cuál plan de financiación tiene el menor costo del capital.

18.18 La firma Holistic Drug Co. tiene un total de 153,000 acciones comunes en circulación a un precio del mercado de $28 por acción. Se ha incurrido en un costo del capital patrimonial antes de impuestos del 24% mediante estas acciones, las cuales proporcionan el 50% de los fondos de los compromisos de la compañía. Las inversiones restantes se fínancian mediante bonos y préstamos de corto plazo. Se sabe que el 30% del capital de deuda proviene de bonos de $10,000 a 15 años, al 6% anual, por valor de $1,285,000, cuya venta se hizo con un descuento del 2%. El 70% restante de capital de deuda proviene de préstamos rembolsados al 17.3% antes de impuestos. Si la tasa impositiva efectiva sobre la renta es del 48%, determine el promedio ponderado del costo del capital *(a)* antes de impuestos y *(b)* después de impuestos.

18.19 ¿Debe cada uno de los siguientes casos tender a aumentar, reducir o no alterar la TMAR utilizada para tomar la decisión de inversión en un proyecto de capital propuesto? Explique su respuesta.

(a) Se contempla una inversión en una cadena de tiendas de comida rápida, pero el presidente de la compañía está muy receloso de emprender ese proyecto debido a la fuerte competencia en esta área de negocios.

(b) La firma Finished Nail Construction construyó una casa de apartamentos de 250 unidades hace 3 años y aún conserva la propiedad. Debido al riesgo, cuando el proyecto fue emprendido, se requirió un retorno el 12% anual; sin embargo, debido a los resultados favorables la gerencia piensa que es más seguro que otros tipos de inversiones.

(c) Los impuestos sobre la renta y sobre negocios han aumentado en un promedio del 4% anual durante los últimos 3 años.

(d) La protección del gobierno federal acaba de ser anunciada para productos manufacturados que son amenazados por la competencia de firmas internacionales, los cuales reciben subsidios de sus gobiernos nacionales.

18.20 Cada persona tiene impresiones diferentes de riesgo y formas diferentes de determinar si una oportunidad es financieramente arriesgada o segura. Describa, de la mejor manera, la forma como usted personalmente distinguiría entre oportunidades de inversión arriesgadas y seguras.

Ahora, suponga que tiene $1000 para invertir en algún proyecto. Enumere dos oportunidades de proyectos en los cuales usted podría invertir los $1000. Una de las oportunidades debe ser un ejemplo de lo que usted considera un proyecto arriesgado; la segunda debe ser un proyecto seguro.

18.21 Para los siguientes problemas e información, seleccione la TMAR utilizando los parámetros de la sección 18.6 y tome la decisión económica.

(a) El problema 15.19 *(a)* donde hay capital disponible y el retorno sobre el capital patrimonial es 30% en este momento.

(b) El problema 17.11, si el capital se genera utilizando el 70% de fuentes de deuda al 7% y el 30% de fuentes de patrimonio al 5.3%.

18.22 Un punto de vista de los requisitos impuestos por el gobierno sobre los negocios y la industria en las áreas de seguridad laboral, protección ambiental, control de ruido, etc., plantea que su cumplimiento tiende a disminuir el retorno y/o incremento del costo del capital para la corporación. Estos requisitos no pueden evaluarse como alternativas de ingeniería económica regulares. *(a)* Dé su opinión sobre dicho enfoque y describa un requisito impuesto por el gobierno en la industria, que pueda sustentar su opinión. *(b)* Utilice su conocimiento de análisis de ingeniería económica para explicar la manera como una compañía debe evaluar económicamente la forma en la cual debe cumplir con las regulaciones impuestas.

18.23 ¿Por qué no es saludable que una corporación mantenga una mezcla D-P muy alta durante un largo periodo de tiempo?

18.24 Fairmont Industries utiliza principalmente el financiamiento con patrimonio en un 100%. Se presenta ahora una buena oportunidad que requerirá $250,000 en capital. El propietario de Fairmont puede proveer el dinero de inversiones personales, que actualmente devengan un promedio del $8\frac{1}{2}\%$ anual. El flujo de efectivo neto anual después de impuestos se estima en $30,000 durante los próximos 15 años. La tasa impositiva efectiva es 50%.

En forma alternativa, puede prestarse el 60% de la cantidad requerida al 5% compuesto anualmente durante 15 años. Se supone que el principal se reduce uniformemente y se paga un interés anual promedio. Si la TMAR es el CPPC, determine cuál plan es mejor.

18.25 Suzanne tiene tres planes para obtener $50,000 para su compañía.

Tipo de financiación	**Plan 1**	2	3
Patrimonio	90	60	20
Deuda	10	40	80

Actualmente, el costo antes de impuestos para el capital patrimonial es del 10% y para el capital de deuda es 12%. Si se espera que el proyecto produzca un flujo de

efectivo neto anual de $10,000 durante 5 años, elabore un análisis antes de impuestos a fin de determinar el retorno para cada plan e identificar aquellos que son económicamente aceptables si la TMAR es *(a)* el costo del capital patrimonial, *(b)* el CPPC, y *(c)* 1.5 veces el CPPC, lo cual es un esfuerzo para considerar el riesgo esperado de este proyecto.

18.26 Westfall Mattresses tiene la oportunidad de invertir $100,000 en un nuevo estilo de colchones. La financiación se dividirá entre ventas de acciones comunes ($75,000) y un préstamo con una tasa de interés del 8% después de impuestos. El FEN anual estimado después de impuestos es de $18,900 durante los próximos 7 años. La tasa impositiva efectiva es 50% y no hay activos depreciables involucrados.

Westfall utiliza el modelo de fijación de precios de activos de capital para la valuación de sus acciones comunes. El análisis reciente muestra que éste tiene un grado de volatilidad de 0.85 y está pagando una prima del 5% de dividendos de acciones comunes. A nivel nacional, la inversión más segura está pagando actualmente el 8% anual. ¿Es el proyecto financieramente atractivo si Westfall utiliza como TMAR su *(a)* costo del capital patrimonial)? *(b)* CPPC?

18.27 La siguiente información ha sido publicada por dos compañías. La capitalización total es el valor de todos los activos para los cuales la corporación ha obtenido inversión de capital en el pasado.

Corporación	**Capitalización ($ en millones)**	**Porcentaje capital de deuda**
A	*2.5*	*28*
B	*1.6*	*70*

(a) ¿Qué monto de la capitalización total proviene de fuentes de deuda para cada corporación?

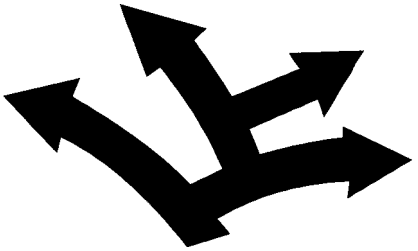
(b) Si ocurre un problema grave en cada corporación y la capitalización total de la firma se reduce en un 15%, calcule las nuevas mezclas D-P (Recuerde que la cantidad de la deuda permanecerá constante aunque el valor total de los activos en la firma disminuya).

18.28 Trace nuevamente las curvas de deuda, patrimonio y CPPC en la figura 18.2 bajo la condición de que ha habido una mezcla D-P alta durante algún tiempo. Las mezclas D-P altas hacen que el costo de la deuda aumente sustancialmente, haciendo más difícil la obtención de fondos de patrimonio, de manera que el costo del capital de patrimonio también aumenta. Explique a través de su gráfica y palabras la forma como el punto CPPC mínimo se moverá hacia mezclas D-P históricamente altas con relación a las mezclas D-P bajas.

capítulo

19

Análisis de sensibilidad y decisiones de valor esperado



En este capítulo se incluyen tres temas diferentes, pero relacionados sobre selección de alternativas. Puesto que las secciones se desarrollan naturalmente sobre las anteriores, el lector puede incluir todo el material que sea de su interés y de acuerdo con el tiempo que tenga para dedicarle. Las primeras tres secciones amplían nuestra capacidad para realizar un *análisis de sensibilidad* para una estimación 0 alternativa completa. Las secciones 19.4 y 19.5 proporcionan una base elemental de cálculos de *valor esperado* para las secuencias del flujo de efectivo.

Después de esta muy breve introducción a la probabilidad y al cálculo de un valor esperado, se analiza un segundo método para considerar la variación y el riesgo. Éste es el desarrollo y *uso* de un *árbol de decisiones* para tomar una serie de decisiones que consideran múltiples alternativas con resultados económicos y probabilidades estimadas.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Propósito: Realizar un análisis de sensibilidad sobre uno o más parámetros utilizando una medida de valor seleccionada y desarrollar un árbol de decisiones para determinar el camino más económico entre las diversas alternativas relacionadas.

Este capítulo ayudará al lector a:

Enfoque	1. Entender el enfoque aplicado al análisis de sensibilidad.
Sensibilidad de parámetros	2. Utilizar una medida de valor particular para explicar la sensibilidad de uno o más parámetros.
Tres estimaciones	3. Seleccionar la alternativa más económica utilizando tres valores para una estimación.
Valor esperado	4. Calcular el valor esperado de una variable.
Valor esperado del flujo de efectivo	5. Determinar la viabilidad de una alternativa utilizando valores esperados de los flujos de efectivo.
Árbol de decisiones	6. Construir un árbol de decisiones y resolverlo para el mejor camino de decisión.

19.1 ENFOQUE DEL ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD

El análisis económico utiliza estimaciones de sucesos futuros para ayudar a quienes toman decisiones. Dado que las estimaciones futuras siempre tienen alguna medida de error, hay imprecisión en las proyecciones económicas. El efecto de la variación puede determinarse mediante el análisis de sensibilidad. Algunos de los parámetros o factores comunes para hallar la sensibilidad son la TMAR, las tasas de interés, las estimaciones de vida, los periodos de recuperación para fines tributarios, todo tipo de costos, ventas y muchos otros factores. Generalmente, se varía un factor a la vez y se supone que hay independencia con otros factores. Este supuesto no es correcto por completo en situaciones del mundo real, pero es práctico puesto que en general no es posible para considerar en forma precisa las dependencias reales.

El análisis de sensibilidad, en sí mismo es un estudio realizado en general en unión con el estudio de ingeniería económica; determina la forma como una medida de valor —VP, VA, TR o B/C— y la alternativa seleccionada se verán alteradas si un factor particular o parámetro varía dentro de un rango establecido de valores. En este capítulo se utiliza el término parámetro, no factor. Por ejemplo, la variación en un parámetro como la TMAR no alteraría la decisión de seleccionar una alternativa cuando todas las alternativas comparadas retornan más de la TMAR; así, la decisión es relativamente insensible a dicho parámetro. Sin embargo, la variación en el valor de n puede indicar que la selección de alternativas es muy sensible a la estimación de la vida del activo.

Generalmente, las variaciones en la vida, en los costos anuales y recaudos resultan de variaciones en el precio de venta, de operación a diferentes niveles de capacidad, de la inflación, etc. Por ejemplo, si un nivel de operación del 90% de la capacidad de sillas de una aerolínea se compara con el 50% en una ruta internacional nueva, el costo de operación y el recaudo por milla de pasajero aumentará, pero es probable que la vida anticipada disminuya solo ligeramente. De ordinario, para aprender cómo afecta el análisis económico la incertidumbre de las estimaciones, se estudian diversos parámetros importantes.

La grafícación del VP, VA o TR *versus* el (los) parámetro(s) estudiado(s) es muy útil. Dos alternativas pueden compararse con respecto a un parámetro dado y calcularse el punto de equilibrio. Éste es un valor al cual las dos alternativas son equivalentes en términos económicos. Sin embargo, el diagrama del punto de equilibrio comúnmente representa sólo un parámetro por diagrama. Por tanto, se construyen diversos diagramas y se supone la independencia de cada parámetro. (En la sección siguiente se abordará cómo representar gráficamente diversos parámetros en una tabla de sensibilidad). En usos anteriores del análisis del punto de equilibrio, se calculó la medida de valor para dos valores de un parámetro solamente y se conectaron los puntos con una línea recta. No obstante, si los resultados son sensibles al valor de un parámetro, deben utilizarse diversos puntos intermedios para evaluar mejor la sensibilidad, en especial si las relaciones no son lineales.

Cuando se estudian diversos parámetros, un estudio de sensibilidad puede resultar bastante complejo. Éste puede realizarse utilizando un parámetro a la vez mediante un sistema de hoja de cálculo, un programa de computador preparado especialmente, o cálculos manuales. El computador facilita la comparación de múltiples parámetros y múltiples medidas de valor y el software puede representar gráficamente de manera rápida los resultados.

18.2 DETERMINACIÓN DE SENSIBILIDAD DE ESTIMACIONES DE PARÁMETROS

Al realizar un estudio de análisis de sensibilidad se puede seguir este procedimiento general, cuyos pasos son:

1. Determine cuál parámetro o parámetros de interés podrían variar con respecto al valor estimado más probable.
2. Seleccione el rango probable de variación y su incremento para cada parámetro.
3. Seleccione la medida de valor que será calculada.
4. Calcule los resultados para cada parámetro utilizando la medida de valor como base.
5. Para interpretar mejor los resultados, ilustre gráficamente el parámetro *versus* la medida de valor.

Este procedimiento del análisis de sensibilidad debe indicar cuáles parámetros justifican un estudio más detenido o requieren la consecución de información adicional. Cuando hay dos alternativas o más, es mejor utilizar una medida de valor de tipo monetario (VP o VA) en el paso 3. Si se utiliza la TR, se requieren esfuerzos adicionales de análisis incrementa1 entre alternativas. El ejemplo 19.1 ilustra el análisis de sensibilidad para un proyecto.

Ejemplo 19.1

La firma Flavored Rice, Inc., está considerando la compra de un nuevo activo para el manejo automatizado del arroz. Las estimaciones más probables son un costo inicial de $80,000, valor de salvamento de cero y una relación de flujo de efectivo antes de impuestos de la forma FEN = $27,000 – 2000*t* anual ($t = 1, 2, \ldots, n$). La TMAR de la compañía varía entre el 10% y el 25% anual para los tipos diferentes de inversiones en activos. La vida económica de maquinaria similar varía entre 8 y 12 años. Evalúe la sensibilidad de VP y VA variando *(a)* el parámetro TMAR, a la vez que supone un valor *n* constante de 10 años y *(b)* el parámetro *n*, mientras la TMAR es constante al 15% anual.

Solución

(a) Siga el procedimiento anterior.

Paso 1. La TMAR, *i*, es el parámetro de interés.

Paso 2. Seleccione incrementos del 5% para evaluar la sensibilidad a la TMAR; el rango para *i es* del 10% al 25%.

Paso 3. Las medidas de valor son VP y VA.

Paso 4. Establezca las relaciones VP y VA. Por ejemplo, para $i = 10\%$, utilice valores *k* de 1 a 10 para el flujo de efectivo.

$$VP = -80{,}000 + 25{,}000(P/A,10\%,10) - 2000(P/G,10\%,10)$$

$$= \$27{,}830$$

$$VA = P(A/P, 10\%,10) = \$4529$$

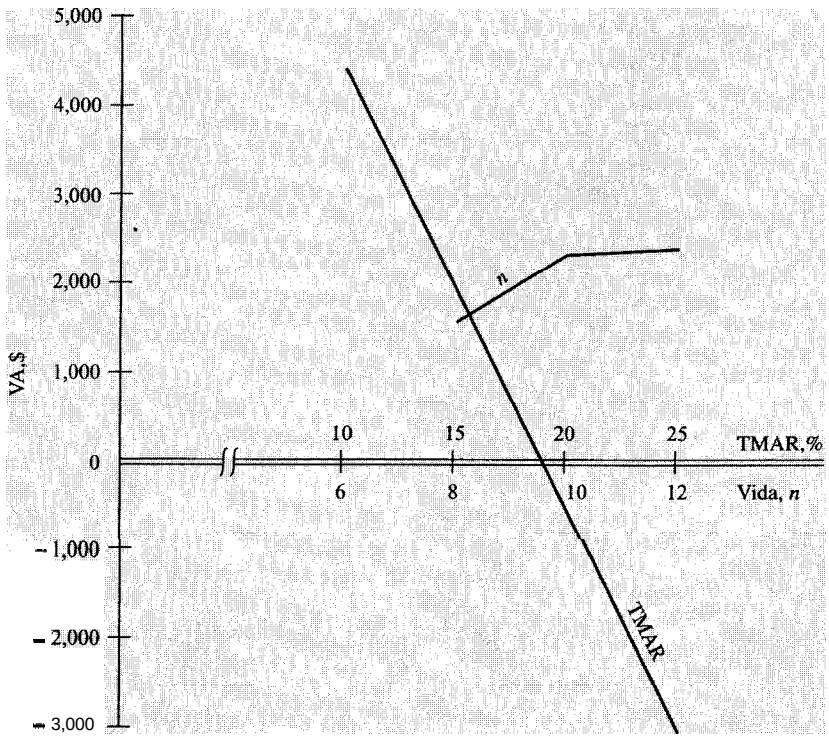
Las medidas de valor para los cuatro valores *i* en intervalos del 5% son:

i	VP	VA
10%	$ 27,830	$ 4,529
15	11,512	2,294
20	-962	-229
25	-10,711	-3,000

Paso 5. En la figura 19.1 se muestra una gráfica de la TMAR *versus* el VA, La pendiente negativa pronunciada indica que la decisión de aceptar la propuesta con base en VA es bastante sensible a variaciones en la TMAR. Si se establece la TMAR en el extremo superior del rango, la inversión no es atractiva.

(b) **Paso 1.** El parámetro es la vida *n* del activo.

Paso 2. Seleccione incrementos de 2 años para evaluar fa sensibilidad a *n* durante el rango de 8 a 12 años.



Figuro 19.1 Gráfica de sensibilidad de VA a la TMAR y variación de la vida, ejemplo 19.1.

Paso 3. Las medidas de valor son VP y VA.

Paso 4. Establezca las mismas relaciones VP y VA que en la parte *(a)* para i = 15%. Los resultados de las medidas de valor son:

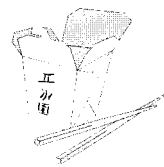
n	VP	VA
8	$ 7,221	$ 1,609
10	11,511	2,294
12	‘13,145	2,425

Paso 5. La figura 19.1 presenta una gráfica no lineal de VA ***versus n.*** Ésta es una forma característica para el análisis de sensibilidad de un valor n. Comoquiera que las medidas VP y VA son positivas para todos los valores de n, la decisión de invertir no se ve afectada en forma sustancial por la vida estimada.

Comentario

Observe que en la parte *(b)*, la curva VA parece nivelarse por encima de n = 10. Esta insensibilidad a cambios en el flujo de efectivo en el futuro distante es un rasgo esperado, porque al descontar al tiempo 0, los valores VP o VA se hacen menores a medida que n aumenta.

Ejemplo 19.1
(Hoja de cálculo)



La firma Flavored Rice, Inc., está considerando la compra de un nuevo activo para el manejo automatizado del arroz. Las estimaciones más probables son un costo inicial de $80,000, valor de salvamento cero y una relación de flujo de efectivo antes de impuestos de la forma FEAI = $27,000 – 2000$t$ anualmente (t = 1, 2, . . .n). La TMAR para la compañía varía del 10% al 25% para tipos diferentes de inversiones en activos. La vida económica de maquinaria similar varía entre 8 y 12 anos.

Utilice una hoja de cálculo para evaluar la sensibilidad de VP variando el parámetro TMAR. a la vez que supone un valor n constante de 10 años y variando el paráme tro n, mientras aue la TMAR es constante al 15% anual.

Solución

La figura 19.2 presenta dos hojas de cálculo para las partes *(a)* y *(b) y* las gráficas correspondientes de VP *versus i* (n ñjo) y VP *versus n* (i fijo). Si se dividen todos los valores por $1000 de manera que no son necesarias marcaciones para los ceros, la relación general para los valores del flujo de efectivo en el año t, FE_t, es:

$$FE_t = \begin{cases} -80 & t = 0 \\ +27 - 2t & t = 1, \ldots \end{cases}$$

La hoja de cálculo fue creada para calcular VP para valores i de el 10% al 25% y valores n desde 8 hasta 12 años. Las funciones de las muestras en las celdas de la hoja de cálculo se detallan en la figura 19.2 para calcular el VP [o el valor presente neto (VPN)]. Como en el ejemplo anterior, VP es muy sensible a i, pero no es muy sensible a las variaciones en n.

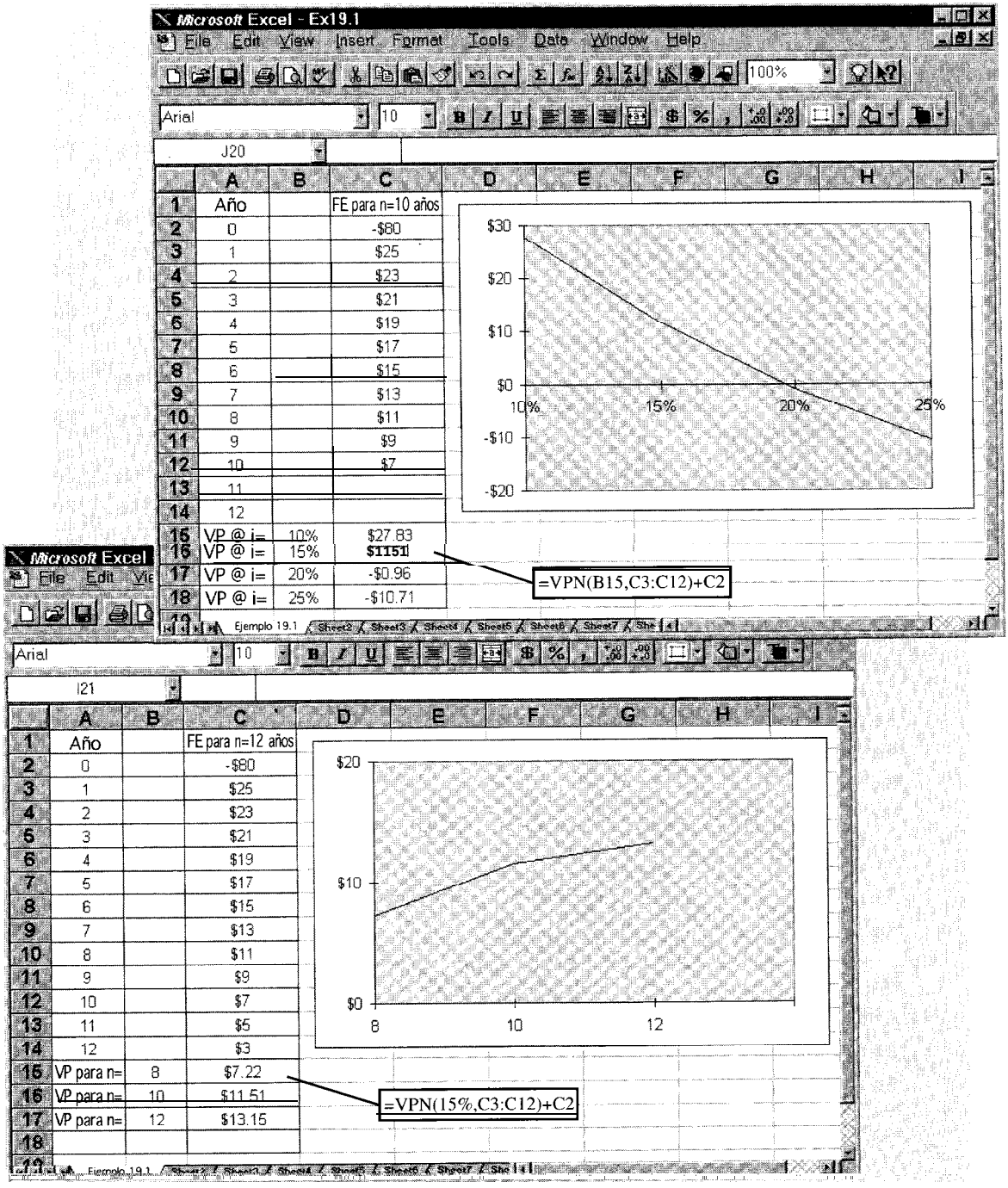


Figura 19.2 Enfoque de hoja de cálculo para evaluar la sensibilidad del valor presente a los parámetros TMAR y *n*, ejemplo 19.1 (hoja de cálculo).

Cuando se considera la sensibilidad de *diversos* **parámetros** para *una alternativa* utilizando una *sola medida de valor, es* útil elaborar gráficas del cambio porcentual para cada parámetro *versus* la medida de valor. La figura 19.3 ilustra la TR *versus* seis parámetros diferentes para una alternativa. La variación en cada parámetro se indica como una desviación porcentual de la estimación más probable en el eje horizontal. Para utilizar la gráfica se puede seleccionar un parámetro. Si la curva de respuesta TR es plana y se acerca a horizontal en el rango de la variación total graficada, hay poca sensibilidad de TR al parámetro. Ésta es la conclusión para el costo indirecto en la figura 19.3. Por otra parte, TR es muy sensible al precio de venta. Una reducción del 30% del precio esperado de ventas disminuye la TR del 20% al – 10% aproximadamente, mientras que un incremento del 10% en el precio la aumenta a cerca del 30%.

Si se comparan dos *alternativas* y se busca la sensibilidad a *un parámetro,* la gráfica puede mostrar resultados marcadamente no lineales. Observe la forma general de las gráficas de sensibilidad en la figura 19.4. Las curvas se muestran como segmentos lineales entre

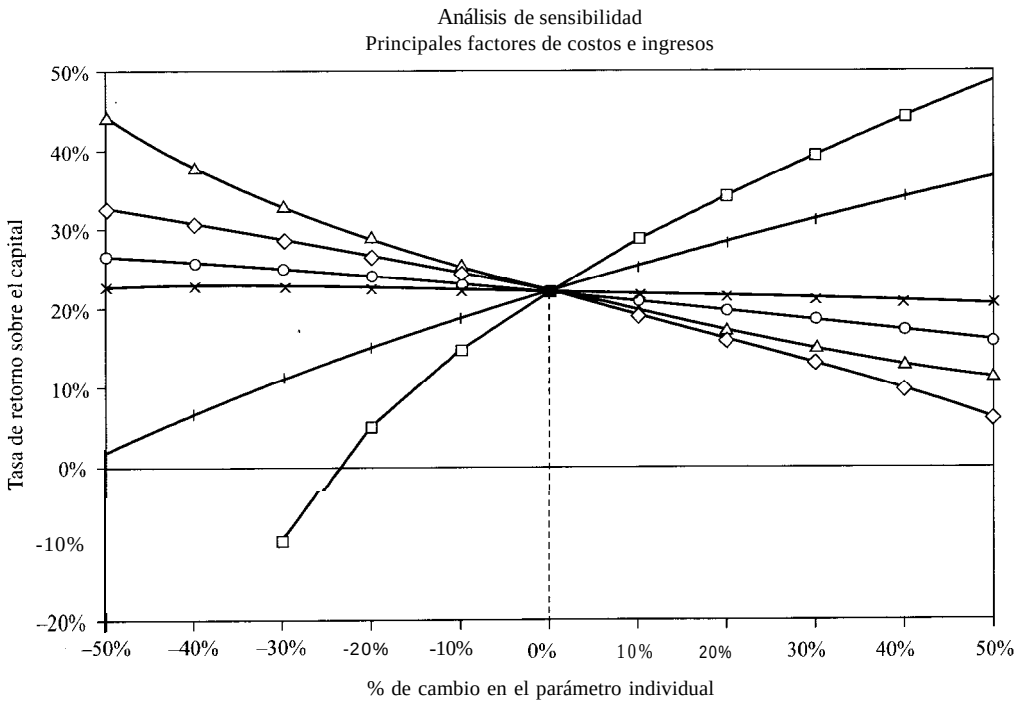


Figura **19.3 Gráfica del análisis de sensibilidad de variación porcentual de la estimación más probable.**
FUENTE: J. R. Heizer, "Sensitivity Analysis for Business Planning", Apéndice D: *Engineering* Econorny de L. T. Blank ond A. J. Tarquin, New York, McGraw-Hill, 3a ed., 1989.

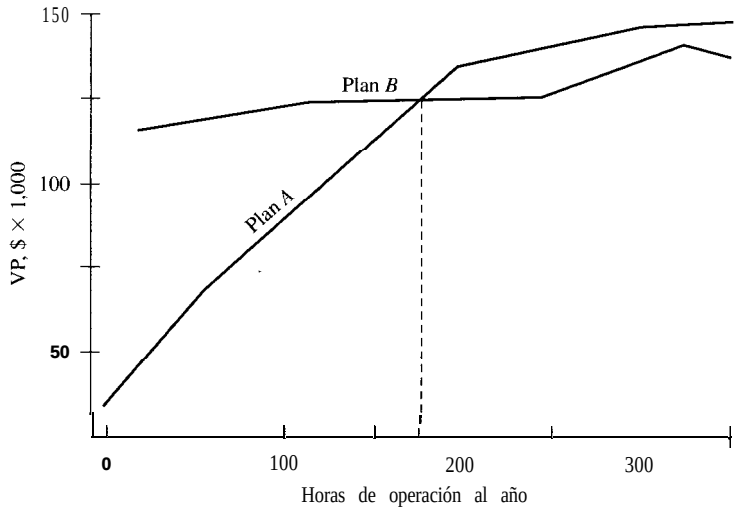


Figura 19.4 Sensibilidad de la muestra VP a horas de operación para dos alternativas.

puntos de cálculo específicos. No se realizarán los cálculos reales en este caso. La gráfica indica que el VP de cada plan es una función no lineal de las horas de operación. El plan *A* es muy sensible en el rango de 0 a 200 horas, pero es comparativamente insensible por encima de 200 horas. El plan *B* es más atractivo debido a su insensibilidad relativa, siempre que ambos planes *A* y *B* se justifiquen, es decir, la medida de valor seleccionada indica la justificación económica. Este hecho indica la necesidad de representar gráficamente los parámetros *versus* la medida de valor en puntos intermedios más frecuentes para entender mejor la naturaleza de la sensibilidad.

Ejemplo adicional 19.8
Problemas 19.1 a 19.16

19.3 ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD UTILIZANDO TRES ESTIMACIONES

Es posible examinar a cabalidad las ventajas y desventajas económicas entre dos alternativas o más tomando en préstamo, del campo de la programación de proyectos, el concepto de elaborar tres estimaciones para cada parámetro: *una estimación pesimista, una muy probable y una optimista.* El lector debe darse cuenta de que, dependiendo de la naturaleza de un parámetro, la estimación pesimista puede ser el valor más bajo (la vida de la alternativa es un ejemplo) o el valor más grande (como el costo inicial de un activo).

Este enfoque nos permite estudiar la sensibilidad de la selección de las medidas de valor y de las alternativas dentro de un rango prestablecido de variación para cada parámetro. En

general, cuando se calcula la medida de valor para un parámetro o alternativa particular se utiliza la estimación más probable para todos los demás parámetros. Este enfoque, esencialmente el mismo del análisis de un parámetro a la vez de la sección 19.2, se ilustra mediante el ejemplo siguiente.

Ejemplo 19.2

Usted es un ingeniero que está evaluando tres alternativas para las cuales un equipo de gerencia ha hecho tres estimaciones de estrategia, una pesimista (P), una muy probable (MP) y una optimista (0), para la vida, el valor de salvamento y los costos anuales de operación. Las estimaciones se presentan en la tabla 19.1 a un nivel de alternativa por alternativa. Por ejemplo, la alternativa *B* tiene estimaciones pesimistas de VS = $500, CAO = $4000 y n = 2 años. Los costos iniciales se conocen, de manera que ellos tienen el mismo valor para todas las estrategias. Realice un análisis de sensibilidad para tratar de determinar la alternativa más económica utilizando el análisis VA y una TMAR del 12%.

Tabla 19.1 ◦ Alternativas que compiten con base en tres estimaciones hechas para los parámetros de valor de salvamento, CAO y vida

Estrategia		costo inicial, $	Valor de salvamento,$	CAO, $	Vida, n años
Alternativa A					
P		-20,000	0	-11,000	3
Estrategia	MP	***-20,000***	***0***	***-9,000***	***5***
0		-20,000	***0***	***-5,000***	***8***
Alternativa B					
P		-15,000	500	-4,000	2
Estrategia	MP	-15,000	1,000	***-3,500***	***4***
0		-15,000	***2,000***	***-2,000***	***7***
Alternativa C					
P		-30,000	3,000	-8,000	3
Estrategia	M P	-30,000	3,000	-7,400	7
0		-30,000	3,000	-3,500	9

Solución

Para la descripción de cada alternativa en la tabla 19.1, se calcula el VA de los costos. Por ejemplo, la relación VA para la estimación pesimista de la alternativa *A es:*

$$VA = -20{,}000(A/P, 12\%, 3) - 11{,}000 = \$-19{,}327$$

Como en la mayoría de los estudios de sensibilidad, una hoja de cálculo que utiliza los valores de los parámetros P, MP y 0 reducirá significativamente el tiempo de cálculo.

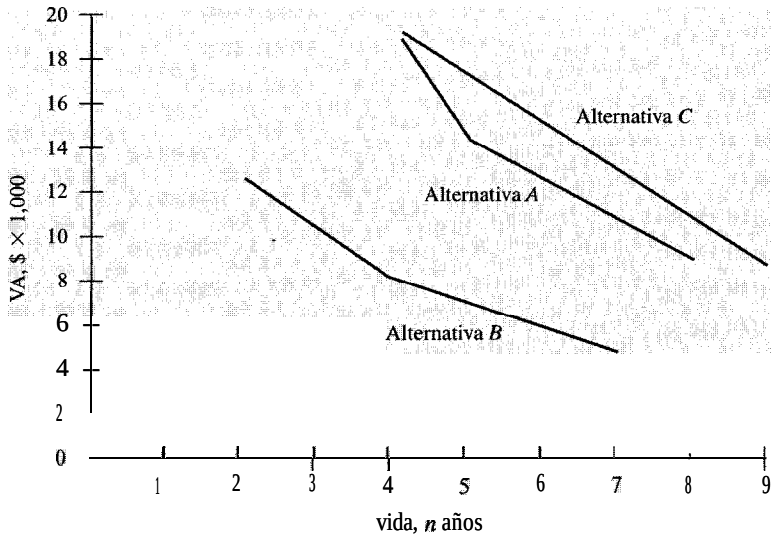


Figura 19.5 **Gráfica de los valores VA para diferentes estimaciones de vidas, ejemplo 19.2.**

La tabla 19.2 presenta todos los valores VA. La figura 19.5 es una gráfica de VA *versus* las tres estimaciones de vida para cada alternativa. Puesto que el costo VA calculado **utilizando** las estimaciones MP para la alternativa *B* ($-8229) es económicamente mejor aún que el valor VA optimista para las alternativas *A* y *C*, es claro que la alternativa *B* se ve favorecida.

Comentario

Aunque la alternativa que debe ser seleccionada en este ejemplo es bastante obvia, normalmente éste no es el caso. Por ejemplo, en la tabla 19.2 (omitiendo los signos menos), si la alternativa *B* pesimista del costo anual equivalente fuera mucho más alta, por ejemplo, $21,000 anual (en lugar de $12,640) y los costos VA optimistas para las alternativas *A* y *C* fueran menores que para *B* ($5089), la selección de *B* no es clara o correcta. En este caso, sería necesario seleccionar un conjunto de las estimaciones (P, MP u 0) sobre el cual se basa la decisión. En forma alternativa, las diferentes estimaciones pueden utilizarse en un análisis de valor esperado, introducido en la siguiente sección.

Tabla 19.2 Valores anuales, ejemplo 19.2

	Valores VA alternativos		
Estrategia	*A*	*B*	*c*
P	$19,327	**$-12,640**	$-19,601
MP	-14,548	**-8,229**	**-13,276**
0	**-9,026**	*-5,089*	*-8,927*

Problemas 19.17 a 19.21

19.4 VARIABILIDAD ECONÓMICA Y EL VALOR ESPERADO

Los ingenieros y analistas económicos deben tratar con estimaciones sobre un *futuro* incierto dependiendo en una forma apropiada de información pasada, de existir ésta. El uso de la probabilidad y de sus cálculos básicos por el economista ingeniero no son tan comunes como deberían ser. La razón para ello no radica en que los cálculos sean difíciles de realizar o de entender sino que las probabilidades realistas asociadas con las estimaciones del flujo de efectivo son difíciles de hacer. Para evaluar la deseabilidad de una alternativa, con frecuencia la experiencia y el juicio pueden ser utilizados conjuntamente con las probabilidades y los valores esperados.

El *valor esperado* puede interpretarse como un promedio de largo plazo observable si el proyecto se repite muchas veces. Dado que una alternativa particular es evaluada o implementada sólo una vez, resulta una *estimación puntual* del valor esperado. Sin embargo, aun para una sola ocurrencia, el valor esperado es un número significativo que se debe conocer y utilizar.

El valor esperado E(X) se calcula mediante la relación:

$$E(X) = \sum_{i=1}^{i=m} X_i P(X_i) \qquad [19.1]$$

donde X_i = valor de la variable X para i desde 1 hasta m valores diferentes
$P(X_i)$ = probabilidad de que ocurra un valor específico de X

Las probabilidades siempre están expresadas correctamente en forma decimal, pero de ordinario se habla de ellas en porcentajes y con frecuencia se hace referencia a ellas como *chances;* por ejemplo, las posibilidades *son alrededor del* 10%. Al ubicar el valor de la probabilidad en la ecuación [19.11 o cualquier otra relación es necesario asegurarse de utilizar el equivalente decimal del 10%, es decir, 0.1. En todas las ecuaciones de probabilidad los valores $P(X_i)$ para una variable X deben totalizar 1 .O.

$$\sum_{i=1}^{i=m} P(X_i) = 1.0$$

Comúnmente se omitirá el subíndice i que acompaña la X para fines de simplicidad.

Si X representa los flujos de efectivo estimados, algunos serán positivos y algunos negativos. Si una secuencia del flujo de efectivo incluye ingresos y costos y se calcula el valor presente a la TMAR, el resultado es el valor esperado de los flujos de efectivo descontados, *E* (VP) . Si el valor esperado es negativo, se espera que el resultado global sea una salida de efectivo. Por ejemplo, si E(VP) = $ -1500, esto indica una propuesta que no se espera que retorne la TMAR.

Ejemplo 19.3

Usted espera ser mencionado en el testamento de su tío favorito y cree que haya una posibilidad del 50% de recibir $5000 y una posibilidad del 45% de $50,000. Además considera que hay una pequeña posibilidad (5%) de no recibir herencia alguna. Calcule la herencia esperada.

Solución

Sea X los valores de la herencia en dólares y sea $P(X)$ las probabilidades asociadas. La herencia estimada utilizando la ecuación [19.11 es $25,000 coa base en sus estimaciones actuales.

$$E(X) = 5000(0.5) + 50,000(0.45) + 0(0.05) = \$25,000$$

Se incluye la posibilidad de que 'no haya herencia': ya que esto hace que los valores de probabilidad sumen 1 .O, con lo cual se completan los cálculos.

Problemas 19.22 a 19.27

19.5 CÁLCULOS DE VALOR ESPERADO PARA ALTERNATIVAS

El cálculo de valor esperado $E(X)$ se utiliza en una diversidad de formas. Dos formas son: (1) preparar información que será incorporada en un análisis más completo de ingeniería económica y (2) evaluar la viabilidad esperada de una alternativa formulada completamente. El ejemplo 19.4 ilustra la primera situación y el ejemplo 19.5 determina el VP cuando se estiman la secuencia del flujo de efectivo y las probabilidades para un activo.

Ejemplo 19.4

Una empresa de energía eléctrica está experimentando dificultades en la obtención de gas natural para la generación de electricidad. Los combustibles diferentes del gas natural se compran con un costo extra, el cual se transfiere a la base de usuarios. Los gastos de combustibles totales mensuales están promediando ahora $7,750,000. Un ingeniero de esta empresa de servicio para la ciudad ha calculado el ingreso promedio de los últimos 24 meses utilizando tres situaciones de mezcla de combustible, a saber, totalmente cargado de gas, menos del 30% de otros combustibles comprados y el 30% o más de otros combustibles. La tabla 19.3 indica el número de meses que se presentó cada situación de mezcla de combustible. ¿Puede esperar la empresa de energía cubrir los gastos mensuales futuros con base en información de 24 meses, si continúa un patrón similar de mezcla de combustible?

Tabla 19.3 Información de ingresos y de mezcla de combustible, ejemplo 19.4

Situación de mezcla de combustible	Meses en los pasados 24	Ingreso promedio, $ por mes
Cargado de gas	12	5,270,000
< 30% otros	6	7,850,000
≥ 30% otros	6	12,130,000

Solución

Utilizando los 24 meses de información, se estima una probabilidad para cada mezcla de combustible.

Situación de mezcla de combustible	Probabilidad de ocurrencia
Cargado de gas	12124 = 0.50
< 30% otros	6/24 = 0.25
≥ 30% otros	6124 = 0.25

La variable X representa el ingreso mensual promedio. Utilice la ecuación [19.1] para determinar el ingreso esperado mensual.

$$E\,(\text{ingreso}) = 5{,}270{,}000(0.50) + 7{,}850{,}000(0.25) + 12{,}130{,}000(0.25)$$
$$= 7{,}630{,}000$$

Con gastos que promedian $7,750,000, el faltante de ingresos mensual promedio es de $7,750,000 – 7,630,000 = $120,000. Para lograr equilibrio deben generarse otras fuentes de ingresos, o, solamente de ser necesario, pueden transferirse los costos adicionales a la base de usuarios en forma de un incremento en las tarifas.

Ejemplo 19.5

La firma Tule Company tiene una inversión sustancial en equipo de paginación automática. Una nueva pieza del equipo cuesta $5000 y tiene una vida de 3 arios. Los flujos de efectivo anuales estimados aparecen en la tabla 19.4 dependiendo de las condiciones económicas clasificadas como de recesión, estables o en expansión. Se estima la probabilidad de que cada una de las condiciones económicas prevalecerá durante el periodo de 3 años. Aplique el análisis de valor esperado y de VP para determinar si el equipo debe comprarse. Utilice una TMAR = 15%.

Tabla 19.4 Flujo de efectivo del equipo y probabilidades, ejemplo 19.5

	Condición económica		
Año	Recesión (Prob. = 0.2)	Estable (Prob. = 0.6)	En expansión (Prob. = 0.2)
	Estimaciones del flujo de efectivo anual, $		
0	$–5000	$–5000	$–5000
1	+2500	+2000	+2000
2	+2000	+2000	+3000
3	+1000	+2000	43500

Solución

Determine primero el VP de los flujos de efectivo en la tabla 19.4 para cada condición económica y luego calcule E(VP) mediante la ecuación [19.1]. Defina los subíndices R para la economía en recesión, S para la estable y E para la economía en expansión. Los valores VP para los tres escenarios son:

$$\begin{aligned} VP_R &= -5000 + 2500(P/F,15\%,1) + 2000(P/F,15\%,2) + 1000(P/F,15\%,3) \\ &= -5000 + 4344 = \$-656 \\ VP_S &= -5000 + 4566 = \$-434 \\ VP_E &= -5000 + 6309 = \$+1309 \end{aligned}$$

Solamente en una economía en expansión los flujos de efectivo retornarán el 15% y justificarán la inversión. El valor presente esperado es:

$$\begin{aligned} E(VP) &= \sum_{j=R,S,E} VP_j[P(j)] \\ &= -656(0.2) - 434(0.6) + 1309(0.2) \\ &= \$-130 \end{aligned}$$

Al 15% $E(VP) < 0$, de modo que el equipo de paginación no se justifica utilizando el análisis del valor esperado.

Comentario

Es correcto calcular el E (flujo de efectivo, FE) para cada año y luego determinar el VP de la serie E (flujo de efectivo), porque el cálculo del VP es una función lineal de los flujos de efectivo. El cálculo de E (flujo de efectivo) primero puede ser más fácil en el sentido de que reduce el número de cálculos de VP. En este ejemplo, calcule E (FE_t) para cada año $t = 0, 1, 2, 3$ según la tabla 19.4. Luego, determine el valor presente, el cual es E(VP).

$$\begin{aligned} E(FE_0) &= \$-5000 \\ E(FE_1) &= 2500(0.2) + 2000(0.6) + 2000(0.2) = \$2100 \\ E(FE_2) &= \$2200 \\ E(FE_3) &= \$2100 \\ E(VP) &= -5000 + 2100(P/F,15\%,1) + 2200(P/F,15\%,2) + 2100(P/F,15\%,3) \\ &= \$-130 \end{aligned}$$

Ejemplo adicional 19.9
Problemas 19.28 a 19.33

19.6 SELECCIÓN DE ALTERNATIVAS UTILIZANDO ÁRBOLES DE DECISIÓN

La evaluación de alternativas puede requerir una serie de decisiones en las cuales el resultado de una etapa es importante para la siguiente etapa en la toma de decisiones. Cuando es

posible definir claramente cada alternativa económica *y se* desea *considerar explícitamente el riesgo,* es útil realizar la evaluación utilizando un *árbol de decisiones,* el cual incluye:

- Más de una etapa de selección de alternativas.
- La selección de una alternativa en una etapa conduce a otra etapa.
- Resultados esperados de una decisión en cada etapa.
- Estimaciones de probabilidad para cada resultado.
- Estimaciones del valor económico (costo o ingreso) para cada resultado.
- Medida del valor como criterio de selección, tal como $E(\text{VP})$

El árbol de decisiones se construye de izquierda a derecha e incluye cada decisión y resultado posible. Un cuadrado representa un *nodo de decisiones* y las alternativas posibles se indican en las *rumas* que salen del nodo de decisión (figura 19.6*a*). Un círculo representa un *nodo de probabilidad* con resultados posibles y probabilidades estimadas en las ramas (figura 19.6*b*). Dado que los resultados siempre siguen a las decisiones, se obtiene la estructura en forma de árbol de la figura 19.6*c* a medida que se define la situación completa.

Generalmente, cada rama de un árbol de decisión tiene algún valor económico asociado en términos de costos o de ingresos o beneficios (al cual se hace referencia frecuentemente como *reintegro).* Estos flujos de efectivo están expresados en términos de valores VP, VA o VF y se muestran a la derecha de cada rama de resultados finales. Los valores del flujo de

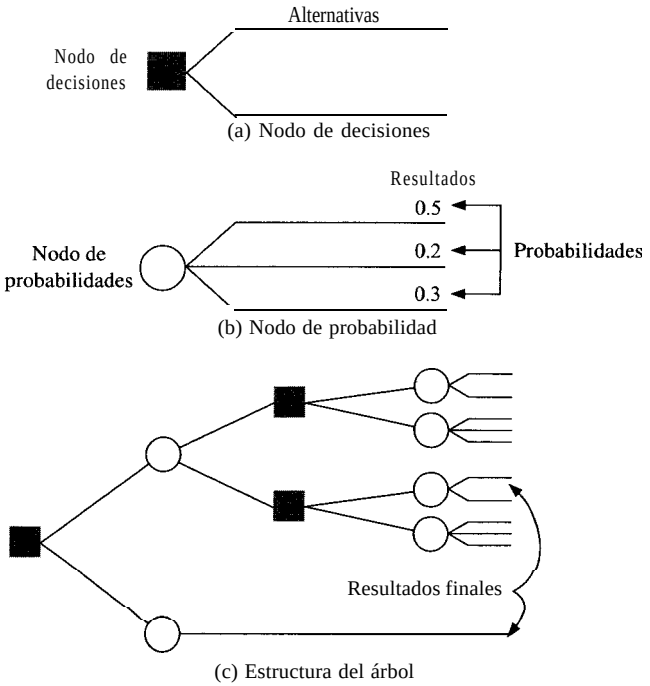


Figura 19.6 Nodos de decisiones y de probabilidad utilizados para construir un árbol de decisiones.

efectivo y de probabilidad en cada rama de resultados se utilizan para calcular el valor económico esperado de cada rama de decisión. Este proceso, llamado ***solución del árbol o desdoblamiento,*** se explica después del ejemplo 19.6, el cual ilustra la construcción de un árbol de decisiones.

Ejemplo 19.6

Jerry Hill es presidente y ejecutivo principal de una firma estadounidense de procesamiento de alimentos, Hill Products and Services. Recientemente, fue contactado por una gran cadena de supermercados con sede en Indonesia, que desea el mercadeo dentro del país de su propia marea de cenas congeladas. bajas en grasa, con calorías que varían dentro de un rango medio, de mucho sabor, para ser calentadas en microondas. La oferta hecha a Jerry por la corporación del supermercado exige que se tome una serie de decisiones, ahora y dentro de 2 años. La decisión actual comprende dos alternativas: (1) *Arrendar* las instalaciones de la cadena de supermercados, que se había acordado convertir en una instalación de procesamiento actual para ***uso*** inmediato por parte de la compañía de Jerry, o ***(2) construir y adquirir*** una instalación de procesamiento y empaque en Indonesia, Los resultados posibles de esta primera etapa de decisión son un buen o mal mercado dependiendo de la respuesta del público.

Las alternativas de decisión, 2 años a partir de ahora, dependen de la decisión de arrendar o adquirir que se tome ahora. Si Hill ***decide arrendar,*** una buena respuesta del mercado significa que las alternativas de decisión futuras son producir al doble del volumen, a igual volumen o a la mitad del volumen original. Ésta será una decisión mutua entre la cadena de supermercados y la compañía de Jerry. Una respuesta mala del mercado indicará la mitad del nivel de producción, o el retiro completo del mercado de Indonesia. Los resultados para decisiones futuras son, nuevamente, buenas y malas respuestas del mercado.

Como acordó la compañía del supermercado, la decisión actual Para Jerry ***de adquirirla*** instalación le permitirá fijar el nivel de producción dentro de 2 años. Si la respuesta del memada es buena, las alternativas de decisión son cuatro veces o el doble de los niveles originales. La reacción a una mala respuesta del mercado será la producción al mismo nivel o ninguna producción.

Construya el árbol de decisiones y resultados para Hill Products and Services.

Solución

Identifique los nodos y las ramas de decisión iniciales y luego desarrolle el árbol utilizando las ramas y los resultados de mercado bueno y malo para cada decisión. La figura f9.7 detalla la primera etapa de decisión (D1) y las ramas de resultados.

Decisión ahora:
- Llámela DI
- Alternativas: arrendar (L) y adquirir (O)
- Resultados: buenos y malos mercados

Selección de decisiones dentro de 2 años:
- Llámelas D2 hasta D5
- Resultados: buen mercado, mal mercado y fuera del negocio

Selección de niveles de producción para D2 hasta D5:
- Cuadruplique la producción (4X); duplique la producción (2X); nivel de producción (1 X); la mitad de la producción (0.5 x); suspenda la producción (OX)

Las alternativas para futuros niveles de producción (D2 hasta D5) se agregan al árbol seguidas de las buenas y malas respuestas del mercado (figura 19.7). Si se toma la decisión de suspender la producción

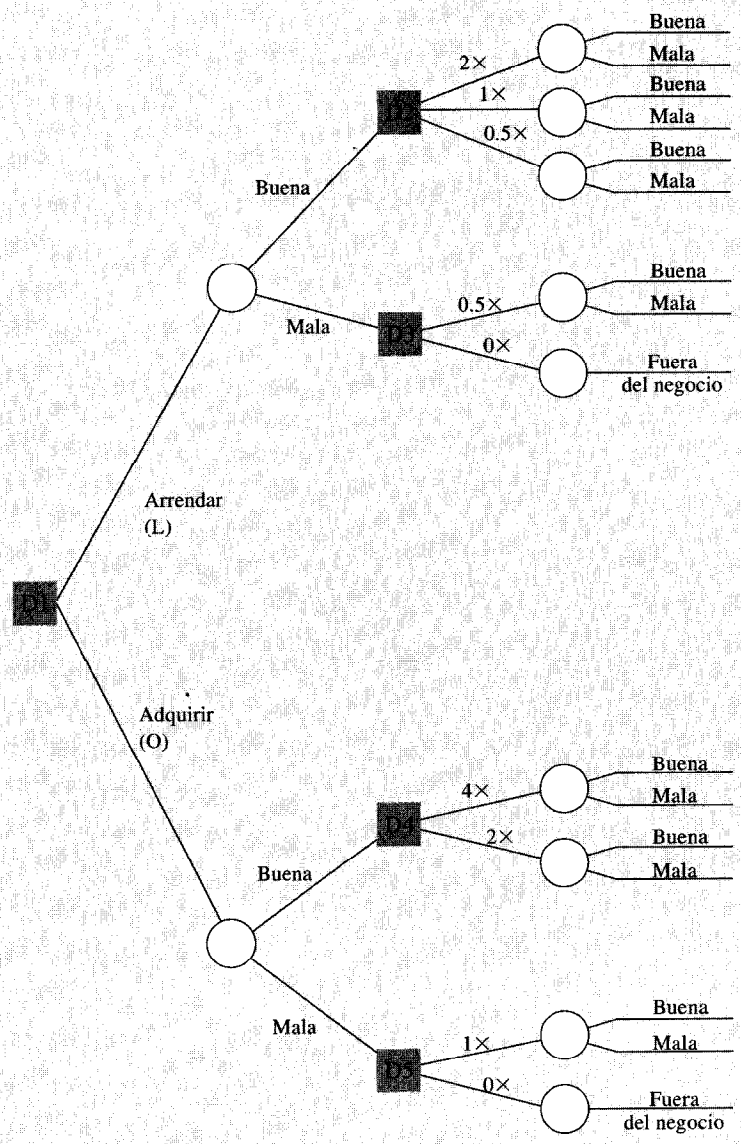


Figura 19.7 Árbol de decisión de dos etapas que identifica alternativas de decisión y resultados posibles.

(OX} en D3 o D5, el único resultado es salir del negocio. Con esto se termina el árbol de decisiones en la forma presentada en la figura 19.7, denominado árbol en dos etapas, puesto que hay dos puntos de decisión.

El tamaño del árbol crece rápidamente. Un árbol apenas con 10 nodos de decisión puede tener cientos de resultados finales. El análisis computarizado para resolver el árbol y seleccionar el mejor camino de decisión resulta muy pronto esencial.

Para utilizar el árbol de decisiones a fin de evaluar y seleccionar alternativas, es preciso estimar la siguiente información adicional para cada rama:

- Probabilidad estimada de que cada resultado pueda ocurrir. Estas probabilidades deben sumar 1 .O para cada conjunto de resultados (ramas) que resultan de una decisión.
- Información económica para cada alternativa de decisión y resultado posible, tal como, inversión inicial y flujos de efectivo anuales.

Las decisiones se toman a partir de la estimación de probabilidad y la estimación del valor económico para cada rama de resultados. De ordinario se utiliza el valor presente en los cálculos de valor esperado del tipo de la ecuación [19.11. El procedimiento general para resolver el árbol mediante análisis VP es:

1. Empiece en la parte superior derecha del árbol. Determinar el valor VP para cada rama de resultado considerando el valor del dinero en el tiempo.
2. Calcule el valor esperado para cada alternativa de decisión.

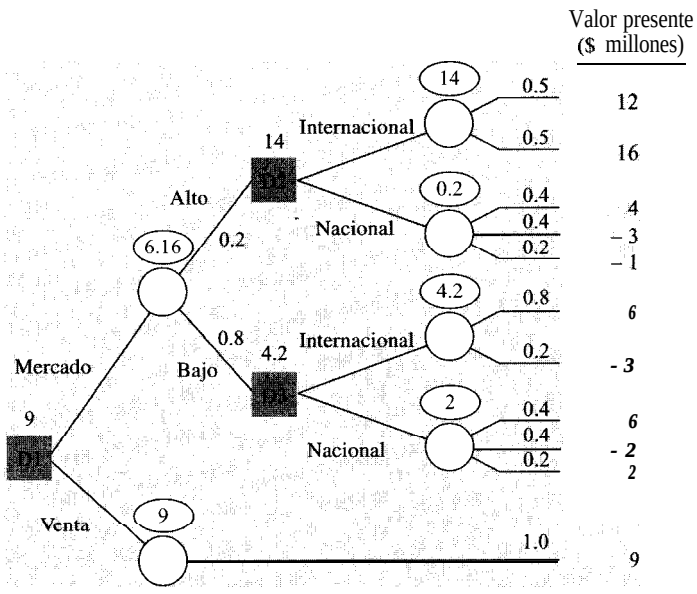
$$E(\text{decisión}) = \sum (\text{estimación de resultado})\ P\ (\text{resultado}) \qquad [19.2]$$

   donde la sumatoria incluye todos los resultados posibles para cada alternativa de decisión.
3. En cada nodo de decisión, seleccione el mejor valor E (de decisión), el costo mínimo para una situación de costos solamente, o el reintegro máximo si se estiman los ingresos y los costos.
4. Continúe moviéndose a la izquierda del árbol hacia la decisión de las raíces con el fin de seleccionar la mejor alternativa.
5. Trace el mejor camino de decisiones de regreso a través del árbol.

El siguiente ejemplo ilustra este procedimiento.

Ejemplo 19.7

Se requiere una decisión bien sea para mercadear o para vender un nuevo invento. Si el producto es mercadeado, la siguiente decisión es hacerlo a nivel internacional o nacional. Suponga que los detalles de las ramas de resultados producen el árbol de decisiones de la figura 19.8. Para cada resultado se indican las probabilidades y el VP de los costos y beneficos (reintegro en $ millones). Determine la mejor decisión en el nodo de decisiones DI.



0 **son valores** esperados para cada alternativa de decisión

Figura 19.8 **Solución de un árbol de decisiones con valores presentes establecidos.**

Solución

Utilice el procedimiento anterior para determinar que la alternativa de decisión D1, de vender el invento, debe maximizar el reintegro.

1. En este ejemplo se ofrece el valor presente del reintegro.
2. Calcule el reintegro VP esperado para alternativas de los nodos D2 y D3 utilizando la ecuación [19.21. En la figura 19.8, a la derecha del nodo de decisión D2, los valores esperados de 14 y 0.2 en óvalos se determinan como:

$$E \text{ (decisión internacional)} = 12(0.5) + 16(0.5) = 14$$

$$E \text{ (decisión nacional)} = 4(0.4) - 3(0.4) - 1(0.2) = 0.2$$

Los reintegros VP esperados de 4.2 y 2 para D3 se calculan en forma similar.

3. Seleccione el reintegro esperado más grande en cada nodo de decisión. Éstos son 14 (internacional) en D2, y 4.2 (internacional) en D3.
4. Calcule el reintegro esperado para las dos ramas D 1.

$$E \text{ (decisión de mercado)} = 14(0.2) + 4.2(0.8) = 6.16$$

$$E \text{ (decisión de vender)} = 9(1.0) = 9$$

El valor esperado para la decisión de vender es simple puesto que el único resultado tiene un reintegro de 9. La alternativa nodal D1 de vender genera el reintegro esperado más grande de 9.

5. El camino de reintegro VP esperado más grande es seleccionar la rama de venta en D1 para obtener $9,000,000 garantizado.

Problemas 19.34 a 19.41

EJEMPLOS ADICIONALES

Ejemplo 19.8

SENSIBILIDAD DE DOS ALTERNATNAS, SECCIÓN 19.2 La ciudad de Blarney tiene un corredor de 0.3 millas de autopistas de tráfico pesado para repavimentar. La firma Ajax Construction Company ofrece dos métodos para hacerlo. El primero es una superficie de concreto por un costo de $150,000 y un cargo de mantenimiento anual de $1000.

El segundo método es una cobertura de asfalto con un costo inicial de $100,000 y un cargo de servicio anual de $2000. Sin embargo, Ajax también exigiría que cada tercer año la autopista fuera retocada con un costo de $7500.

La ciudad utiliza una TMAR igual ala tasa de interés sobre bonos de ingresos, 6% en este caso. *(a)* Determine el número de años de equilibrio para los dos métodos. Si la ciudad espera que la interestatal remplace este tramo de autopista en 20 años, ¿cuál método debe seleccionarse? *(b)* Si el costo de retoque aumenta en $500 cada 0.1 milla cada 3 años, ¿es la decisión sensible a este costo?

Solución

(a) Prepare las ecuaciones VA y determine el valor n de equilibrio.

$$\text{VA del concreto} = \text{VA de asfalto}$$

$$-150{,}000(A/P,6\%,n) - 1000 = -100{,}000(A/P,6\%,n) - 2000$$

$$-7500\left[\sum_j (P/F,6\%,j)\right](A/P,6\%,n)$$

dondej = 3, 6, 9, ...n. Esta relación se rescribe como:

$$-50{,}000(A/P,6\%,n) + 1000 + 7500\left[\sum_j (P/F,6\%,j)\right](A/P,6\%,n) = 0 \qquad [19.3]$$

Un valor de n = 39.6 satisface la ecuación, de manera que se requiere una vida de 40 años aproximadamente para lograr un equilibrio al 6%. Si se tiene en cuenta que la carretera se requiere sólo durante 20 años, debe construirse la superficie de asfalto.

(b) El costo total de retoque aumentará en $1500 cada 3 años. La ecuación [19.3] es ahora:

$$-50{,}000(A/P,6\%,n) + 1000 + \sum_{j}\left[7500 + 1500\,\frac{j-3}{3}\,(P/F,6\%,j)\right](A/P,6\%,n) = 0$$

donde $j = 3, 6, 9, \ldots, n$. El punto de equilibrio es aproximadamente 2 1 anos, lo cual favorece aún la superficie del asfalto pero sólo en un margen de 1 año. La decisión es técnicamente insensible al incremento establecido en el costo estimado del retoque de $500 por 0.1 de milla. Sin embargo, factores intangibles podrían alterar la decisión, como siempre.

Ejemplo 19.9

VALORES ESPERADOS PARA UNA PROPUESTA, SECCIÓN 19.5 La firma Holdar-XS Construction Company piensa construir un complejo de apartamentos cerca al borde de una colina parcialmente nivelada. El soporte para la tierra a un lado del complejo debe asegurar que no ocurrirá daño o perjuicio a los edificios u ocupantes durante la estación lluviosa. La cantidad de lluvia experimentada en un momento de tiempo puede causar potencialmente cuantías variables de daño. En la tabla 19.5 se detalla la probabilidad de ciertas lluvias (en pulgadas) dentro de un periodo de unas pocas horas y el costo inicial para construir una pared de apoyo que asegure protección cuando se presente la cantidad correspondiente de lluvia. La construcción de la pared de apoyo será financiada por un préstamo a 30 años con rembolso al 9% de interés compuesto anual.

Los registros indican que ha ocurrido un promedio de $20,000 en daños durante las fuertes lluvias para complejos similares. Sin tener en cuenta intangibles importantes de seguridad humana, requisitos de seguro e impuestos sobre la renta, determine cuánto se debe gastar en la pared de soporte, Suponga que para construir la pared se establece la TMAR al costo del capital de deuda, es decir, 9%.

Tabla 19.5 Costo de lluvias y de pared de apoyo, ejemplo 19.9

Lluvia, en pulgadas	Probabilidad de que ocurran mayores lluvias	Costo de la pared de apoyo, $
2.0	0.3	10,000
2.5	0.1	15,000
3.0	0.05	22,000
3.5	0.01	30,000
4.0	0.005	42,000

Solución

Utilice un análisis VA para encontrar el plan más económico. Inicialmente, determine la relación VA para el pago del préstamo y el costo esperado del daño para cada nivel de lluvia. Se utiliza la cifra de

$20,000, ya que ésta representa la mejor experiencia disponible del costo de los daños.

VA = rembolso del préstamo anual + costo esperado de los daños anuales

= costo de la pared (*A/P*,9%,30) + (-20,000) (probabilidad de mayores lluvias)

Para ilustración, el VA a 3.0 pulgadas es:

$$VA = -22{,}000\ (A/P,9\%,30) - 20{,}000(0.05) = \$-3141$$

Los valores VA resultantes en la tabla- 19.6 indican que la seleeeión más económica es la pared de $30,000 para protección contra un aguacero de 3.5 pulgadas. La pared de $22,000 para una lluvia de. 3.0 pulgadas está en un segundo lugar cercano.

Tabla 19.6 Valor anual para diferentes paredes de apoyo

Lluvia, en pulgadas	Pared de apoyo, costa, $	Costo anual de préstamo, $	Daño anual esperado,$	VA, $
2.0	-10,000	-973	-6,000	-6,973
2.5	-15,000	-1,460	-2,000	-3,460
3.0	-22,000	-2,141	-1,000	-3,141
3.5	-30,000	-2,920	-200	-3,120
4.0	-42,000	-4,088	-100	-4,188

Comentario

Cuando la gente se encuentra potencialmente en peligro se incluye a menudo un gran factor de seguridad. Entonces, en la toma de decisiones no se utilizan sólo los resultados del análisis económico. Al construir para proteger en un grado mayor que el realmente requerido en promedio, las probabilidades de daños se reducen y los costos reales se aumentan.

RESUMEN DEL CAPÍTULO

En este capítulo, el énfasis está en determinar la sensibilidad de una selección entre alternativas a la variación en uno o más parámetros o factores que utilizan una medida de valor específica. Cuando se comparan dos alternativas, se calcula y se representa gráficamente la medida de valor para valores diferentes del parámetro a fin de determinar cuándo es mejor cada alternativa.

Cuando se espera que diversos parámetros varíen durante un rango predecible, puede representarse gráficamente la medida de valor *versus* cada parámetro en términos de una variación porcentual de la estimación más probable. Esto indica a simple vista dónde es

insensible la decisión a un parámetro (graficación horizontal aproximada) y dónde hay una alta sensibilidad (pendientes más grandes y graficación no lineal). También, pueden utilizarse tres estimaciones para un parámetro -muy probable, pesimista y optimista- a fin de determinar cuál alternativa entre muchas es mejor. En todos estos análisis se supone que existe independencia entre los parámetros.

La combinación de estimaciones y de probabilidad permite calcular el valor esperado o el promedio anticipado de largo plazo. La relación de valor esperado simple:

$$E(X) = \sum XP(X)$$

puede utilizarse para calcular montos tales como ***E*** (ingreso), E(costo), ***E*** (flujo de efectivo), E(VP) y ***E(i)*** para toda la secuencia del flujo de efectivo de una alternativa.

Los árboles de decisiones se emplean para tomar una serie de selecciones entre alternativas. Ésta es una forma de tener en cuenta explícitamente el riesgo. Es necesario hacer diversos tipos de estimaciones para un árbol de decisiones: resultados para cada decisión posible, flujos de efectivo y probabilidades. Los cálculos de valor esperado se reúnen con cálculos de medidas de valor para resolver el árbol y trazar el mejor camino de decisión.

ESTUDIO DE CASO #7, CAPÍTULO 19: ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD DE PLANES DE SUMINISTRO DE AGUA

Introducción

Uno de los servicios básicos proporcionados por los gobiernos municipales es el suministro confiable y seguro de agua. A medida que las ciudades crecen y extienden sus límites a las áreas periféricas, con frecuencia heredan sistemas de agua que no fueron construidos de acuerdo con los códigos de la ciudad. Algunas veces, el mejoramiento de estos sistemas es más costoso que instalar uno correctamente desde el principio. Para evitar tales problemas, los funcionarios de la ciudad que piensan hacia el futuro instalan en ocasiones sistemas de agua que sobrepasan los límites existentes de la ciudad anticipándose al crecimiento futuro. Este estudio de caso fue extraído de un plan de manejo de agua y de aguas residuales alo largo del país y está limitado solamente a algunas de las alternativas de suministro de agua.

Procedimiento

Entre una docena de planes sugeridos, cinco métodos fueron desarrollados por un comité ejecutivo como formas alternativas para proporcionar agua al área de estudio. Estos métodos fueron sometidos entonces a una evaluación preliminar para identificar las alternativas más prometedoras. En la calificación inicial se utilizaron seis factores:

capacidad para atender el área, costos relativos, factibilidad de ingeniería, aspectos institucionales, consideraciones ambientales y requisito de tiempo de entrega. Cada factor llevó la misma ponderación y tuvo valores que oscilaron entre 1 y 5, siendo 5 el mejor. Después de haber identificado las tres alternativas principales, cada una estuvo sujeta a una evaluación económica detallada para seleccionar la mejor de ellas. Estas evaluaciones detalladas incluyeron una estimación del costo de capital de cada alternativa amortizado en 20 años a un interés del 8% anual y los costos anuales de mantenimiento y operación (M&O). El costo anual (un valor VA) fue dividido luego por la población atendida para llegar al costo mensual por vivienda.

Resultados de la búsqueda preliminar

La tabla EC7.1 presenta los resultados de la búsqueda utilizando seis factores de calificación en una escala de 1 a 5. Se determinó que las alternativas 1A, 3 y 4 fueron las tres mejores y fueron seleccionadas para posterior evaluación.

Estimaciones detalladas de costos para alternativas selectas

Alternativa 1A

Costo de capital	
Tierra con servicio de agua: 1720 hectáreas	
@ $5000 por hectárea	$ 8,600,000
Planta de tratamiento principal	2,560,000
Estación de reinyección en la planta	221,425
Represa en la estación de reinyección	50,325
costo del lugar	40,260
Línea de transmisión desde el río	3,020,000
Derecho de vía, línea de transmisión	25,350
Lechos de filtración	2,093,500
Tubería para lechos de filtración	60,400
Pozos de producción	5 10,000
Sistema de recolección del campo	77,000
Sistema de distribución	1,450,000
Sistema de distribución adicional	3,784,800
Represas	250,000
Lugar de represas, tierra y desarrollo	17,000
Subtotal	22,758,060
Ingeniería y contingencias	5,641,940
Costo de capital total	$28,400,000

Tabla EC7.1 Resultados de calificación utilizando seis factores para cada alternativa, estudio de caso # 7

		Factores de calificación						
Nombre de alternativa	**Descripción**	**Capacidad de suministro de área**	**Costo relativo**	**Factibilidad de ingeniería**	**Aspectos institucionales**	**Consideraciones ambientales**	**Requisito de tiempo de entrega**	**Total**
1A	Recibir agua de la ciudad y recargar pozos	5	4	3	4	5	3	24
3	Planta conjunta de ciudad y del condado	5	4	4	3	4	3	23
4	Planta de tratamiento del condado	4	4	3	3	4	3	21
8	Agua del suelo	1	2	1	1	3	4	12
12	Desarrollo de agua militar	5	5	4	1	3	1	19

Costos anuales de mantenimiento y operación	
Bombeo de 9,812,610 KWH por año	
@ $0.08 por KWH	$785,009
Costo de operación fijo	180,520
Costo de operación variable	46,730
Impuestos para derechos de agua	48,160
Total costos de M & O anuales	$1,060,419

$$\text{Costos anuales totales} = \text{costo de capital amortizado} + \text{costo de M \& O}$$
$$= 28{,}400{,}000(A/P,8\%,20) + 1{,}060{,}419$$
$$= 2{,}892{,}540 + 1{,}060{,}419$$
$$= \$3{,}952{,}959$$

El costo promedio mensual por vivienda para atender el 95% de 4980 viviendas es:

$$\text{Costo por vivienda} = (3{,}952{,}959)\frac{1}{12}\frac{1}{4980}\frac{1}{0.95}$$
$$= \$69.63 \text{ por mes}$$

Alternativa 3

Costo de capital total	= $29,600,000
Costo M & O anual total	= $867,119
Costo anual total	= $3,881,879
Costo por vivienda	= $68.38 por mes

Alternativa 4

Costo de capital total	= $29,000,000
Costo M & O anual total	= $1,063,449
Costo anual total	= 29,000,000 $(A/P,8\%,20)$ + 1,063,449
	= $4,017,099
Costo por vivienda	$= (4{,}017{,}099)\frac{1}{12}\frac{1}{4980}\frac{1}{0.95}$
	= $70.76 por mes

Conclusión

Con base en el costo por vivienda mensual más bajo, la alternativa 3 (una planta conjunta para la ciudad y el condado) es la más atractiva.

Preguntas para considerar

1. Si el factor de consideraciones ambientales era dar una ponderación del doble de cualquiera de los cinco factores restantes, ¿cuál sería su ponderación porcentual?
2. Si los factores capacidad de suministro del área y costo relativo pesaran 20% y los cuatro factores restantes 15% cada uno, ¿cuáles alternativas serían calificadas dentro de las tres primeras?
3. ¿En cuánto tendría que disminuir el costo de capital de la alternativa 4 con el fin de hacerla más atractiva que la alternativa 3?
4. Si la alternativa 1A atendiera el 100% de las viviendas en lugar del 95%, ¿en cuánto tendría que disminuir el costo mensual por vivienda?

ESTUDIO DE CASO # 8, CAPÍTULO 19: SELECCIÓN ENTRE ALTERNATIVAS SECUENCIALES UTILIZANDO UN ÁRBOL DE DECISIONES

Jerry Hill, presidente de Hill Products and Services, ha pedido a un equipo de tres colegas, incluyéndolo a usted, para responder las preguntas sobre si es preferible arrendar o adquirir un edificio, situación planteada en el ejemplo 19.6. En una breve reunión con su equipo, Jerry está a punto de presentar la visión del ejecutivo principal de las opciones descritas en el árbol de decisiones de la figura 19.7.

En una reunión a las 2:00, el jueves, después de algunos comentarios introductorios, el señor Hill dice: "Suponga que el contrato de arrendamiento con los indonesios costará por lo menos $175,000 anualmente durante 4 años. Si durante los años 3 y 4, no se producen alimentos aún se incurre en el costo de arriendo. La decisión de construir y adquirir costará aproximadamente $800,000 por la inversión inicial en un edificio cuyo valor de mercado estimado será de cerca de $400,000 después de 4 años". Jerry dice: "Si se toma la decisión de suspender la producción (0 ×) durante los años 3 y 4 el edificio no se venderá de inmediato".

Jerry también proporciona un volante (*véase* la tabla EC8.1), sin análisis, de las conclusiones de su personal sobre el ingreso y las estimaciones de probabilidad para el árbol en la figura 19.7 (nodos de decisión D1 hasta D5).

Hill Products and Services utiliza rutinariamente una TMAR del 15% y análisis VP para sus decisiones importantes. Emplee los resultados de discusión de su grupo, las técnicas de análisis de ingeniería económica y un enfoque de árbol de decisiones para determinar si la opción de arrendar o adquirir es mejor ahora y para establecer el nivel planeado de producción durante los años 3 y 4 utilizando las estimaciones proporcionadas por Jerry.

Si le solicitan hacerlo, prepare una presentación de 5 a 10 minutos del enfoque de su equipo y unas conclusiones para ser estudiadas en una reunión de clase.

Tabla EC8.1 Decisiones y resultados de Jerry Hill, estudio de caso # 8

Decisión D1	Estimación	Resultados: años 1 y 2	
Alquilar o comprar		Bueno	Malo
	Ingresos	$300,000	$150,000
	Probabilidad	0.6	0.4

Decisión D2	Estimación	Resultados: años 3 y 4	
2×		Bueno	Malo
	Ingresos	$600,000	$300,000
	Probabilidad	0.8	0.2
1×		Bueno	Malo
	Ingresos	$300,000	$150,000
	Probabilidad	0.8	0.2
0.5×		Bueno	Malo
	Ingresos	$150,000	$75,000
	Probabilidad	0.2	0.8

Decisión D3	Estimación	Resultados: Años 3 y 4	
0.5×		Bueno	Malo
	Ingresos	$150,000	$75,000
	Probabilidad	0.5	0.5
0×		Fuera del negocio	
	Ingresos	0	
	Probabilidad	1.0	

Decisión D4	Estimación	Resultados: años 3 y 4	
4×		Bueno	Malo
	Ingresos	$1,200,000	$600,000
	Probabilidad	0.8	0.2
2X		Bueno	Malo
	Ingresos	$600,000	$300,000
	Probabilidad	0.8	0.2

Decisión D5	Estimación	Resultados: años 3 y 4	
1×		Bueno	Malo
	Ingresos	$300,000	$150,000
	Probabilidad	0.5	0.5
ox		Fuera del negocio	
	Ingresos	0	
	Probabilidad	1.0	

PROBLEMAS

Nota: Una vez que usted ha desarrollado las relaciones de ingeniería económica para un problema, puede ser ventajoso utilizar su sistema de hoja de cálculo a fin de determinar la medida de valor para la secuencia del flujo de efectivo resultante. Esto reducirá significativamente el tiempo requerido para realizar los cálculos y representar gráficamente los resultados de sensibilidad.

19.1 La firma Metal Recyclers necesita comprar un nuevo mecanismo magnético de recolección para mover metal de desecho alrededor del patio. El mecanismo completo costará $62,000 y tendrá una vida de 8 años y un valor de salvamento de $1500. El mantenimiento anual, el combustible y los costos generales se estiman en $0.50 por tonelada métrica movida. El costo laboral será $8 por hora para los salarios regulares y $12 para el tiempo adicional. Es posible mover un total de 25 toneladas en un periodo de 8 horas. El patio de salvamento ha manejado en el pasado cualquier volumen entre 10 y 30 toneladas de desecho diarias. Si la compañía utiliza una TMAR del 10%, represente gráficamente la sensibilidad del valor presente del costo anual de volumen movido. Suponga que se paga al operador 200 días de trabajo al año. Utilice un incremento de 5 toneladas métricas para la gráfica.

19.2 Un equipo alternativo está siendo evaluado en términos económicos por tres ingenieros separadamente. El costo inicial será $77,000, y se estiman 6 años de vida con un valor de salvamento de $10,000. Los ingenieros están en desacuerdo, sin embargo, sobre el ingreso nuevo estimado (ingreso bruto) que generará el equipo. El ingeniero Joe ha hecho una estimación de $14,000 al año. La ingeniera Jane determina que éste es muy bajo y estima $16,000, mientras que el ingeniero Carlos estima $18,000 por año. Si la TMAR antes de impuestos es del 8%, utilice VP como la medida de valor para determinar si estas diferentes estimaciones cambiarán la decisión de comprar el equipo.

19.3 Realice el mismo análisis del problema 19.2, excepto que haga una consideración después de impuestos utilizando la depreciación SMARC y una tasa impositiva efectiva del 40%. Utilice gastos anuales estimados de $1000 y una TMAR efectiva después de impuestos calculada a partir de la tasa antes de impuestos, del 8%.

19.4 Una compañía manufacturera situada en el campo necesita 1000 metros cuadrados de espacio de almacenamiento durante 3 años. Una opción es la compra de la tierra por $8000 y la construcción de un edificio de metal temporal a razón de $70 por metro cuadrado. El presidente espera vender la tierra por $9000 y el edificio por $12,000 dentro de 3 anos. Otra opción es arrendar espacio por $1.50 el metro cuadrado por mes pagadero al principio de cada año. La TMAR del presidente de la compañía es 20%.

Utilice un análisis de valor presente entre construir y arrendar espacio de almacenamiento para determinar la sensibilidad de la decisión a las siguientes situaciones: *(a)* los costos de construcción aumentan 10% y los costos de arrendamiento disminuyen a $1.25 el metro cuadrado por mes; (b) los costos de arriendo se mantienen en $1.50 por metro cuadrado al mes, pero los costos de construcción varían desde $50 hasta $90 por metro cuadrado.

19.5 Para la siguiente información, represente gráficamente la sensibilidad de la tasa de retorno a la cuantía del gradiente de ingresos sólo para valores entre $500 y $1500. Si la compañía deseara un retorno de por lo menos 20% al año, ¿afectaría esta variación en el gradiente de ingresos la decisión de comprar el camión?

Camión: $P = \$74,000$; n = 10 años; VS = $15,000

Gastos: $36,000 primer año, aumentando $3000 por año de allí en adelante

Ingresos: $66,000 el primer año, disminuyendo $1000 anualmente de allí en adelante

19.6 Considere los dos sistemas de aire acondicionado detallados a continuación.

	Sistema 1	Sistema 2
Costo inicial, $	10,000	17,000
Costo anual de operación, $	600	150
Valor de salvamento, $	100	− 300
Costo de un nuevo compresor y motor en la mitad de la vida, $	1,750	3,000
Vida, años	8	12

Utilice un análisis VA para determinar la sensibilidad de la decisión económica a **los** valores TMAR de 4, 6, 8 y 10%. Represente gráficamente la curva de sensibilidad de VA a la TMAR para cada alternativa del sistema de aire acondicionado.

19.7 Lea nuevamente el problema 19.6. Si la TMAR es 10%, elabore una gráfica del VA para cada sistema de los valores de vida estimados desde 4 hasta 8 años para el sistema 1 y de 6 a 12 años para el sistema 2. Suponga que los valores de salvamento y los costos anuales ‘de operación conservan las cantidades estimadas para cada valor de vida. Además, suponga que el compresor y el motor se remplazan en la mitad de la vida. Represente gráficamente VA para un número par de años. ¿Cuál VA es más sensible a una estimación de vida variable?

19.8 Bonnie y John Bickers, residentes de una área urbana, piensan tentativamente comprar un lugar en el bosque para descansar durante los fines de semana. Como alternativa, ellos han pensado comprar un remolque de viaje y un vehículo de cuatro ruedas para halar el remolque durante las vacaciones. Los Bickers han encontrado una extensión de 5 acres con una casa pequeña a 25 millas de su casa. Les costará $130,000 y estiman que pueden vender el lugar por $145,000 dentro de 10 años cuando sus hijos crezcan. Los costos de seguro y mantenimiento se estiman en $1500 por año, pero se espera que este lugar de fin de semana permita a la familia ahorrar $150 por cada día que no se sale de viaje. La pareja estima que, aunque la cabaña se encuentra sólo a 25 millas de la casa, tendrán que viajar 50 millas diarias cuando estén en la cabaña, mientras trabajan en ella y visitan vecinos y eventos locales. En promedio, su automóvil recorre 30 millas por galón de gasolina.

La combinación de remolque y vehículo costaría $75,000 y podría venderse por $20,000 dentro de 10 años. Los costos de seguro y de operación promediarán $1750

por año, pero se espera que esta alternativa ahorre $125 por día de vacación. En vacaciones normales, los Bickers viajan 300 millas cada día. El recorrido en millas por galón para el vehículo y el remolque se estiman en un 60% del auto de la familia. Suponga que los costos de gasolina son $1.20 por galón en EE.UU. El dinero destinado para dicha compra está invertido actualmente y gana un promedio del 10% por año.

(a) Calcule el número de equilibrio de días por año para los dos planes.

(b) Elabore una gráfica de la sensibilidad de VA para cada plan si el tiempo de vacaciones de los Bickers en el pasado ha variado en un rango desde 10 hasta 22 días por año. Utilice aumentos de 4 días.

19.9 Para el problema 19.8, determine la sensibilidad del punto de equilibrio al costo de la alternativa remolque y vehículo. Los Bickers han obtenido cotizaciones de diferentes distribuidores que varían dentro de un rango de $60,000 a $100,000.

19.10 *(a)* Calcule manualmente y elabore una gráfica de la sensibilidad de la tasa de retorno *versus* la vida de un bono de $50,000 al 5% que se ofrece por $43,500 con pago de intereses trimestrales sobre el mismo. Considere vidas de 10, 12, 15, 18 y 20 años para el bono. *(b)* Utilice el análisis de hoja de cálculo para resolver este problema.

19.11 Se le ha ofrecido a Leona una oportunidad de inversión que requerirá un desembolso de efectivo de $30,000 ahora para una entrada de efectivo de $3500 por cada año de inversión. Sin embargo, ella debe determinar ahora el número de años que piensa conservar la inversión. Adicionalmente, si la inversión se conserva durante 6 años, se devolverá $25,000 a los inversionistas, pero después de 10 años se anticipa que el retorno será solamente $15,000 y después de 12 años se estima que será $8000. Si actualmente el dinero tiene un valor del 8% anual, ¿es la decisión sensible al periodo de retención?

19.12 Determine la sensibilidad de la vida de servicio económico del problema 10.26, partes *(a)* y *(b)*, al gradiente de costos. Investigue los valores de gradiente de $60 a $140 en incrementos de $20 y represente gráficamente los resultados en la misma gráfica. Se recomienda el análisis de hoja de cálculo. Utilice i = 5% anual.

19.13 Para los planes *A* y *B* elabore la gráfica de sensibilidad de los valores VP al 20% anual para el rango -50% a + 100% de las siguientes estimaciones puntuales para cada uno de los factores: *(a)* costo inicial, *(b)* CAO y *(c)* ingreso anual.

	Plan *A*	**Plan *B***
Costo inicial, $	500,000	375,000
CAO, $	75,000	80,000
Ingreso anual, $	150,000	130,000
Valor de salvamento, $	50,000	37,000
Vida esperada, años	5	5

19.14 Utilice un sistema de hoja de cálculo para determinar y representar mediante gráfica la sensibilidad de la tasa de retorno a un cambio de ± 25% en *(a)* el precio de compra y *(b)* el precio de venta para la siguiente inversión. Una familia compró una casa vieja por $25,000 con el plan de realizar mejoras importantes y venderla con una utilidad. Los gastos de mejoramiento fueron $5000 el primer año, $1000 el segundo año y $800 el tercer año. Ellos pagaron impuestos de $500 anualmente y vendieron la casa después de 3 años por $35,000.

19.15 Para las estimaciones del proceso *M* sitúe en una gráfica la sensibilidad de VA para el siguiente rango de cada factor.

Factor	**Rango**
Costo inicial	*-30%* a + 100%
CAO	*-30%* a +30%
Ingreso anual	-50% a +25%

Proceso *M*	**Estimación**
Costo inicial, $	80,000
Valor de salvamento, $	10,000
Vida, años	10
CAO, $	15,000
Ingreso anual, $	***39,000***

19.16 Represente mediante gráfica la sensibilidad de lo que usted debería estar dispuesto a pagar ahora por un bono de $10,000 al 9% con vencimiento a 10 años si hay un cambio de ±30% en *(a)* el precio de compra, *(b)* la tasa de dividendos o *(c)* su tasa de retorno nominal deseada, que es del 8% anual compuesto semestralmente. Los dividendos del bono se pagan cada semestre.

19.17 Un ingeniero debe decidir entre dos formas de bombear concreto a los pisos superiores de un edificio de oficinas de siete pisos que va a ser construido. El plan 1 exige la compra de equipo por $6000, cuya operación cuesta entre $0.40 y $0.75, con un costo muy probable de $0.50 por tonelada métrica. El activo puede bombear 100 toneladas métricas diarias. Si se compra, el activo durará 5 años, no tendrá valor de salvamento y será utilizado entre 50 y 100 días al año. El plan 2 es una opción de arriendo de equipo y se espera que cueste a la compañía $2500 anuales para un equipo con una estimación de costos baja de $1800 y una alta de $3200 anualmente. Además, se incurrirá en un costo laboral extra de $5 por hora para manejar el equipo arrendado. Represente mediante gráfica el VA de cada plan *versus* el costo de operación anual total o costo de arriendo al $i = 12\%$. ¿Cuál plan debe recomendar el ingeniero si la estimación más probable de uso es *(a)* 50 días al año? *(b)* 100 días al año?

19.18 Puede comprarse una máquina nueva o una usada. Los costos estimados son:

	Máquina nueva	Máquina usada
Costo inicial, $	44,000	23,000
Costo anual de operación, $	7,000	9,000
Costo de reparación anual, $	210	350
Mantenimiento cada 2 años, $	—	1,900
Mantenimiento cada 5 años, $	2,500	
Valor de salvamento, $	4,000	3,000
Vida. años	15	8

El tiempo de mantenimiento puede variar entre 2 y 4 años para la máquina usada y entre 4 y 6 años para la máquina nueva. Represente gráficamente los valores VA para las tres estimaciones en i = 18% y determine si éstas alterarán la decisión de cuál máquina comprar.

19.19 Una planta empacadora de carne debe decidir entre dos formas de enfriar jamones cocinados. Mediante atomizador se enfrían a 30°C utilizando aproximadamente 80 litros de agua para cada jamón. El método de inmersión utiliza sólo 16 litros por cada jamón, pero se estima un costo inicial extra por equipo de $2000 y costos de mantenimiento extra de $100 anuales durante la vida de 10 años. Se cocinan diez millones de jamones por año y el agua cuesta $0.12 por 1000 litros. Otro costo es $0.04 por 1000 litros para tratamiento de agua residual. La TMAR es 15% anual.

Si se selecciona el método de atomizador, la cantidad de agua utilizada puede variar de un valor optimista de 60 litros a un valor pesimista de 120 litros siendo 80 litros la cantidad más probable. La técnica de inmersión siempre utiliza 16 litros por jamón. ¿Cómo afectará la decisión económica este uso variable del agua para el método de atomizador?

19.20 Cuando la economía de un país se está expandiendo, la firma AB Investment Company es optimista y espera una TMAR del 15% para las nuevas inversiones. Sin embargo, en una economía en recesión el retorno esperado es del 8%. Normalmente se requiere un retorno del 10%. Una economía en expansión hace que la estimación de vida de los activos se reduzca en cerca del 20% y una economía en recesión hace que los valores de n aumenten alrededor del 10%. Elabore gráfica de la sensibilidad del valor presente *versus* *(a)* la TMAR y *(b)* los valores de las vidas para los dos planes detallados a continuación utilizando las estimaciones más probables para los demás factores. *(c)* Considerando todos sus análisis, ¿bajo cuál escenario, de existir, debe rechazarse el plan M o el plan Q?

	Plan M	Plan Q
Inversión inicial, $	-100,000	-110,000
FEN anual, $	+15,000	+19,000
Vida, años	20	20

19.21 Como tarea *de equipo, dos o tres estudiantes* pueden utilizar el mismo escenario de estimaciones descrito en el problema 19.20, pero como datos utilice las estimaciones siguientes para los planes *A* y *B*. Esté preparado para analizar sus respuestas y conclusiones en clase.

		Plan *B*	
	Plan *A*	**Activo 1**	**Activo 2**
Costo inicial, $	10,000	30,000	5,000
Costo anual de operación, $	500	100	200
Valor de salvamento, $	1,000	5,000	-200
Vida estimada, años	40	40	20

19.22 El padre de Lowell está perforando dos pozos de petróleo. La tasa del flujo estimada en barriles por día y las probabilidades que Lowell ha registrado, con base en diversas conversaciones, se enumeran a continuación. Calcule la tasa flujo esperada para cada pozo. Comente sobre el tamaño relativo de las estimaciones de probabilidad de Lowell para las tres tasas flujo estimadas.

	Flujo esperado, Barriles/día		
	100	200	300
Pozo #1	0.15	0.75	0.10
Pozo #2	0.45	0.10	0.45

19.23 Usted debe hacer una tarea para su curso de ingeniería económica. Les pregunta a cuatro personas diferentes en su clase cuánto les tomó terminar la tarea. Sus estimaciones, en minutos, son: 2, 20, 30 y 120. *(a)* Si usted da igual peso a cada una de sus respuestas con el fin de estimar su propio tiempo, ¿cuál es el tiempo esperado para que usted termine la tarea? *(b)* Si usted ignora completamente los tiempos más cortos y los más largos por no creer en ellos, estime su tiempo esperado de terminación. ¿Parecían las dos estimaciones extremas cambiar de manera significativa el valor esperado?

19.24 La variable Y se define como 2” para $n = 1, 2, 3, 4$ con probabilidades de 0.3, 0.4, 0.233, 0.067, respectivamente. Determine el valor esperado de Y.

19.25 Se espera que el valor CAO para una alternativa sea uno de dos valores. Su socia de oficina le dijo que el valor alto es $2800 anuales. Si sus cálculos muestran una probabilidad de 0.75 para el valor alto y un valor esperado CAO de $2575, ¿cuál es el valor CAO bajo utilizado en el cálculo del valor CAO promedio?

19.26 Un total de 28 propuestas diferentes fueron evaluadas por su departamento durante el año pasado. Las estimaciones de tasa de retorno se resumen a continuación con los

valores i^* aproximados al entero más cercano. Si todas las propuestas fueran aceptadas para inversión, calcule la tasa de retorno esperada global, E(i):

Propuesta tasa de retorno, %	Número de propuestas
-8	1
-5	1
0	5
2	1
4	3
6	4
8	2
10	5
12	1
15	4
20	1
	28

19.27 La compañía de servicio de comida Lunch-a-Bunch ha realizado un análisis económico para una propuesta de servicio en una nueva región del país. Se ha utilizado el enfoque de tres estimaciones al análisis de sensibilidad con cada una de las estimaciones optimistas y pesimistas que se espera que ocurran con una posibilidad del 15%. Emplee los valores VA para calcular el VA esperado para la nueva propuesta de servicio.

	Optimista	Muy probable	Pesimista
Valor VA, $	+ 150,000	+ 5,000	-275,000

19.28 *(a)* Determine el valor presente esperado de la siguiente serie de flujos de efectivo si cada serie puede realizarse con la probabilidad que aparece en la cabeza de cada columna. Suponga que $i = 20\%$.

(b) Determine el valor VA esperado para la misma serie de flujos de efectivo.

	Flujos de efectivo anual, $		
Año	Prob. = 0.5	Prob. = 0.2	Prob. = 0.3
0	-5000	-6000	4000
1	1000	500	3000
2	1000	1500	1200
3	1000	2000	-800

19.29 Los funcionarios de un hotel vacacional de invierno están pensando construir una cancha externa de golf en miniatura para 18 hoyos destinada al uso de los invitados. Debido a la ubicación norte del centro vacacional, hay una posibilidad del 60% de que haya una temporada de 120 días de buen clima externo, un 20% de una temporada de 150 días y un 20% de posibilidad de una temporada de 165 días. La cancha de golf en miniatura será utilizada por un número estimado de 350 invitados cada día de la temporada de 4 meses, pero solamente 100 diarios por cada día extra que dure la temporada. El costo de construir la cancha será de $375,000 y requerirá $25,000 de costo de reacondicionamiento -después de 4 años y un costo anual de mantenimiento anual de $36,000. Las tarifas del *"green"* serán $4.25 por persona. Si se anticipa una vida de 10 años antes de reponer la cancha y se desea un retorno anual del 12%, determine si la cancha debe construirse.

19.30 El dueño de la firma Ace Roofing puede invertir $100,000 en equipo nuevo. Se anticipa una vida de 6 años y un valor de salvamento de 12% del costo inicial. El ingreso anual extra dependerá del estado de las viviendas y de la construcción. Se espera que el ingreso adicional sea solamente $20,000 anuales si la depresión actual en la industria continúa. Los economistas de finca raíz estiman una probabilidad del 50% de que la depresión dure 3 años y le dan una probabilidad del 20% de continuar durante 3 años más. Sin embargo, si el mercado deprimido mejora, bien sea durante el primero o segundo periodo de 3 años, se espera que el ingreso de la inversión aumente $35,000 anualmente. ¿Puede la compañía esperar obtener un retorno del 8% anual sobre su inversión? Utilice el análisis de valor presente.

19.31 Realice un análisis después de impuestos para determinar el nivel de lluvia al cual se debe construir un sistema de drenaje de agua de lluvia y una pared de contención con una vida esperada de 25 anos en un nuevo complejo de casas. Para tomar la decisión utilice el criterio del costo anual equivalente más bajo durante un periodo de 25 años. Suponga que la tasa impositiva efectiva es del 50% y que el costo de construcción se proporcionará mediante un préstamo a 25 años al 8% anual. Suponga que el principal del préstamo se reduce en una cantidad igual cada año aplicando interés a la cantidad restante.

La probabilidad de un aguacero de 2 horas por encima de una cantidad específica, los costos de construcción y el costo esperado de los daños se resumen a continuación.

Aguacero de 2 horas, centímetros	Probabilidad de mayor lluvia	costo de construcción para conducir lluvia, $	Costo anual esperado de los daños para un nivel de aguacero de 2 horas, $
1.0	0.6	15,000	1,000
2.0	0.3	16,000	1,500
2.5	0.1	18,000	2,000
3.0	0.02	21,000	5,000
3.5	0.005	28,000	9,000
4.0	0.001	35.000	14.000

19.32 Jeremy tiene $5000 para invertir. Si él pone el dinero en un certificado de depósito (CD), tiene la certeza de recibir un 6.35% efectivo anual durante 5 años. Si invierte el dinero en acciones, tiene una posibilidad 50/50 de una de las siguientes secuencias de flujos de efectivo para los próximos 5 años.

	Flujos de efectivo anual, $	
	Prob. = 0.5	Prob. = 0.5
Año	Acciones 1	Acciones 2
0	-5000	-5000
1-4	+250	+600
5	+6800	+5400

Finalmente, Jeremy puede invertir sus $5000 en finca raíz durante 5 años con el siguiente flujo de efectivo y estimaciones de probabilidad.

	Flujos de efectivo anual, $		
Año	Prob. = 0.3	Prob. = 0.5	Prob. = 0.2
0	-5000	-5000	-5000
1	-425	0	+500
2	–425	0	+600
3	–425	0	+700
4	-425	0	+800
5	+9500	+7200	+5200

¿Cuál de las tres oportunidades de inversión ofrece la mejor tasa de retorno esperada para Jeremy?

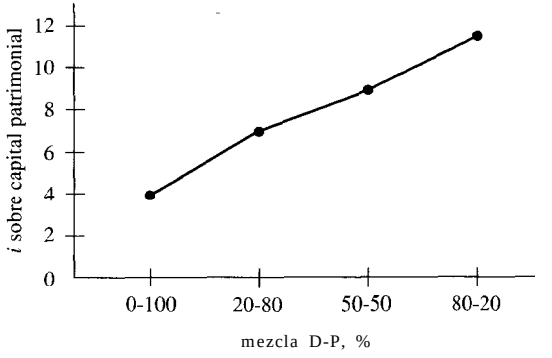
19.33 La firma California Company tiene $1 millón en un grupo de inversión que la junta directiva piensa situar en proyectos con mezclas D-P diferentes, combinaciones que varían de 20-80 a 80-20. Para ayudar con la decisión, los puntos que aparecen a continuación, preparados por el gerente financiero, de las tasas de retorno del patrimonio anual estimado actual (*i* sobre el patrimonio) *va-sus* diversas combinaciones D-P serán utilizadas. Todas las inversiones serán por 10 años sin flujos de efectivo intermedios dentro o fuera de los proyectos. La propuesta aprobada por la junta es invertir de la siguiente manera:

Mezcla D-P	20-80	50-50	80-20
Porcentaje del grupo,%	30	50	20

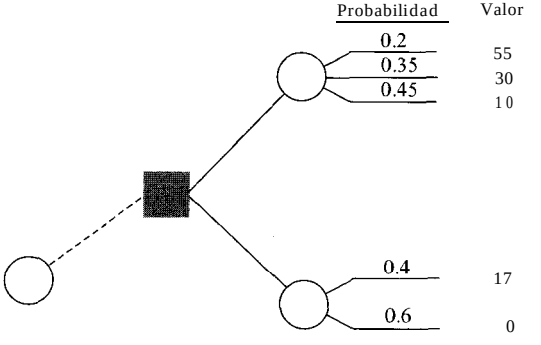
(a) ¿Cuál es la estimación actual de la tasa de retorno anual esperada sobre el capital patrimonial de la compañía para las inversiones de $1 millón después de 10 años?

(b) ¿Cuál es la cantidad real de capital patrimonial invertido ahora y cuál es la cantidad total esperada dentro de 10 años para el plan de inversión aprobado por la junta?

(c) Si se espera que la inflación promedie 4.5% al año durante el próximo periodo de 10 años, determine las tasas de interés reales a las cuales los fondos de inversión patrimonial crecerán y establezca el poder de compra en términos de dólares de hoy de la cantidad real acumulada después de 10 años.

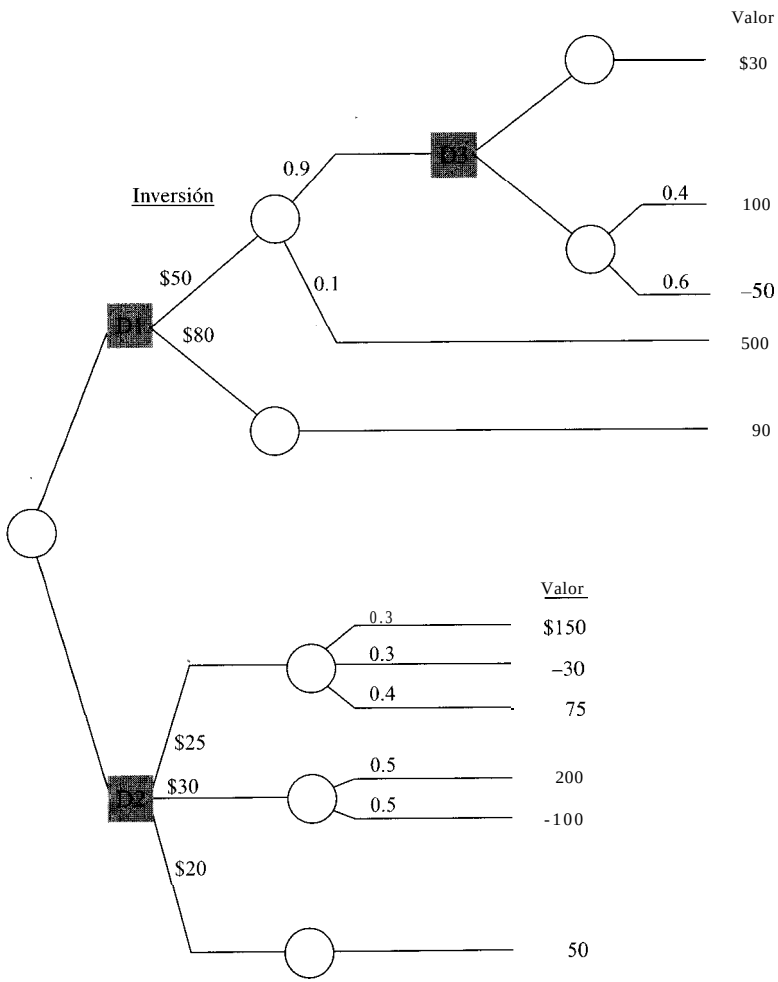


19.34 Para la rama del árbol de decisiones que se muestra, determine los valores esperados de los dos resultados si ya se ha seleccionado la decisión D3 y se busca el valor de resultado máximo. (Esta rama de decisión hace parte de un árbol más grande).

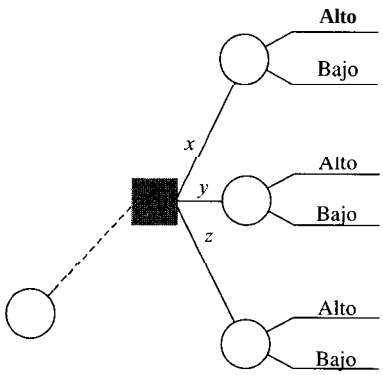


19.35 Un gran árbol de decisiones tiene una rama de resultados que se detalla para este problema. Si las decisiones D 1, D2 y D3 son todas opciones en un periodo de tiempo

de 1 año, encuentre el camino de decisión que maximiza el valor del resultado. Las inversiones específicas en dólares necesarias para los nodos de decisión D1, D2 y D3 se indican en cada rama.



19.36 La decisión D4, que tiene tres resultados posibles —*x,* y o z-, debe tomarse en el año 3 de un periodo de estudio de 6 años con el fin de maximizar el valor esperado del valor presente. Utilizando una tasa de retorno del 15%, la inversión requerida en el año 3 y el flujo de efectivo neto estimado para los años 4 hasta 6, determine cuál decisión debe hacerse en el año 3. (Este nodo de decisión hace parte de un árbol más grande).



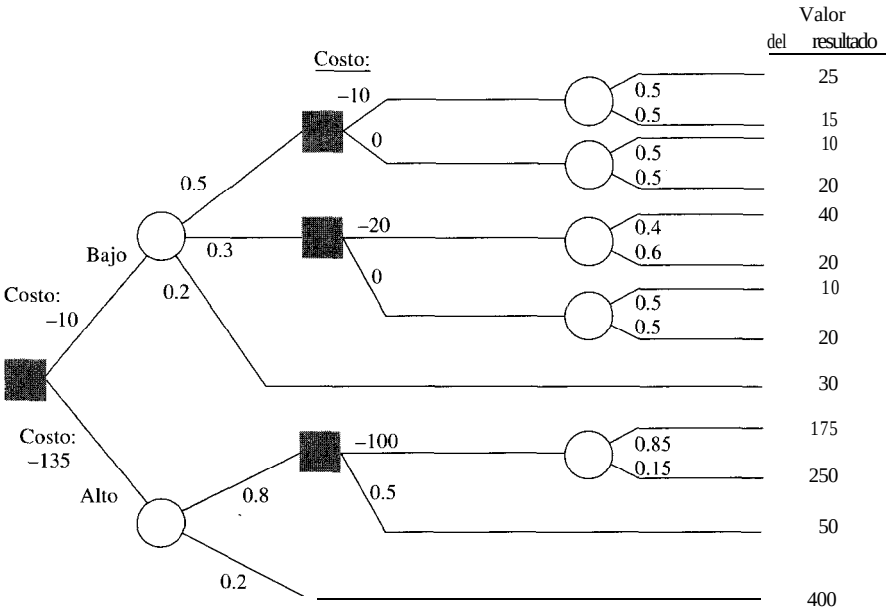
Inversión requerida, Año 3	FEN (X $1000) Año 4	Año 5	Año 6	Probabilidad de resultado
$200,000	$50	$50	$50	0.7
	40	30	20	0.3
75,000	30	40	50	0.45
	30	30	30	0.55
350,000	190	170	150	0.7
	-30	-30	-30	0.3

19.37 En una línea de ensamble final se necesita anualmente un total de 5000 subensambles mecánicos, los cuales pueden obtenerse en una de tres formas: (1) *Hacerlos* en una de las tres plantas adquiridas por la compañía; (2) *comprarlos en el almacén* del único fabricante; o (3) *contratar* SU *construcción* de acuerdo con especificaciones del vendedor.

El costo estimado anual para cada alternativa depende de las circunstancias específicas de la planta, el productor o el contratista. Las circunstancias se detallan en la siguiente información, una probabilidad de ocurrencia y el costo anual estimado. Construya y resùelva un árbol de decisiones para determinar la alternativa de menor costo para proporcionar los subensambles.

Alternativa de decisión	Resultados	Probabilidad	Costo anual para 5000 unidades, $
(1) Fabricar	Planta:		
	A	0.3	250,000
	B	0.5	400,000
	C	0.2	350,000
(2) Comprar hecho	Cantidad:		
	< 5,000, paga prima	0.2	550,000
	5,000 disponibles	0.7	250,000
	> 5,000 obligado a comprar	0.1	290,000
(3) Contratar	Entrega:		
	Entrega oportuna	0.5	175,000
	Entrega tardía; comprar entonces parte hecha	0.5	450.000

19.38 Un amigo en el trabajo desarrolló el árbol de decisiones siguiente para determinar si un alto o bajo volumen de producción (nodo D1) maximizará el valor de los resultados. Suponga que las inversiones y los valores de los resultados son valores en dólares codificados. No trate de contabilizar el valor del dinero en el tiempo. *(a)* Realice el "desdoble" mediante cálculos de probabilidad y de valor esperado para determinar si es mejor una producción alta o baja. *(b)* ¿Sería la decisión en el nodo D1 diferente si se aumentara en 10 la inversión inicial para la producción alta?



19.39 El presidente de ChemTech está tratando de decidir si debe empezar una nueva línea de producto o comprar una pequeña compañía. Financieramente, no es posible hacer las dos cosas. Fabricar el producto durante un periodo de 3 años, requerirá una inversión inicial de $250,000. Los flujos de efectivo anuales esperados con las probabilidades en paréntesis son: $75,000 (0.5), $90,000 (0.4) y $150,000 (0.1).

Comprar la pequeña compañía costará $450,000 ahora. Las encuestas del mercado indican una probabilidad del 55% de mayores **ventas** para la compañía y una probabilidad del 45% de disminuciones severas con un flujo de efectivo anual de $25,000. Si se experimentan disminuciones en el primer año, la compañía venderá inmediatamente (durante el año 1) aun precio de $200,000. Las mayores ventas podrían ser $100,000 los 2 primeros años. Si este hecho ocurre, se considerará una decisión

de expandirse dos años después con una inversión adicional de $100,000. Esta inversión podría generar flujos con las probabilidades indicadas de la siguiente manera: $120,000 (0.3), $140,000 (0.3), y $175,000 (0.4). Si la expansión no se escoge, se mantendrá el tamaño corriente para que continúen las ventas anticipadas.

Suponga que no hay valores de salvamento en ninguna inversión. Utilice la descripción anterior y un retorno anual del 15% para hacer lo siguiente:

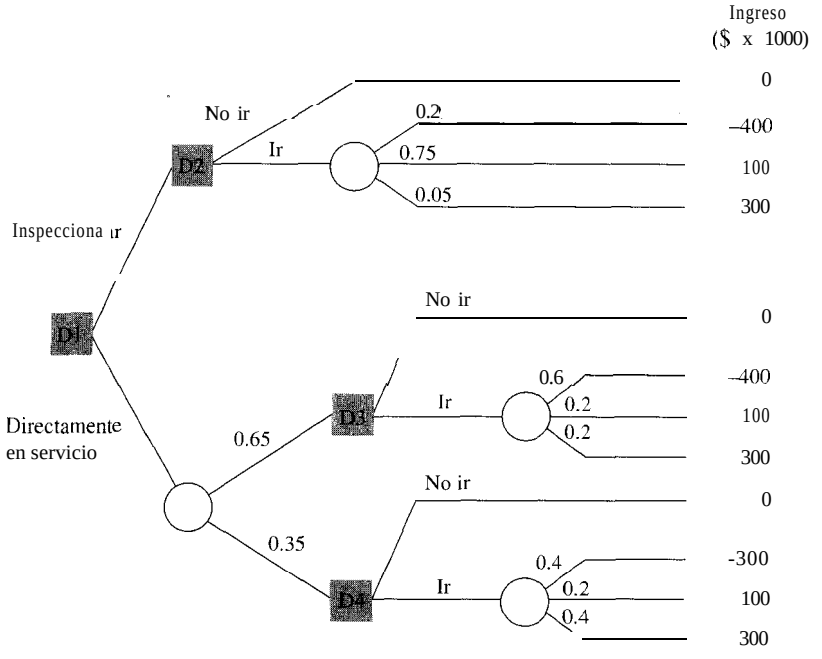
(a) Construya un árbol de decisiones con todos los valores y probabilidades mostrados.

(b) Determine los valores VP esperados en el nodo de decisión de 'expansión/no expansión' después de 2 años siempre y cuando las ventas hayan crecido.

(c) Determine cuál decisión debe tomarse ahora para ofrecer el retorno más grande posible para ChemTech.

(d) Explique en palabras lo que sucedería a los valores esperados en cada nodo de decisiones si se extiende el horizonte de planeación más de 3 años y todos los valores del flujo de efectivo continúan en la forma pronosticada en la descripción.

í9.40 Seleccione el camino de decisión para el árbol de decisiones siguiente, el cual maximizará el flujo de efectivo del ingreso esperado. El árbol define dos opciones relacionadas con una labor de inspección: El producto terminado puede ser inspeccionado primero (rama superior), o puede ser situado directamente en servicio y verificado durante su operación.

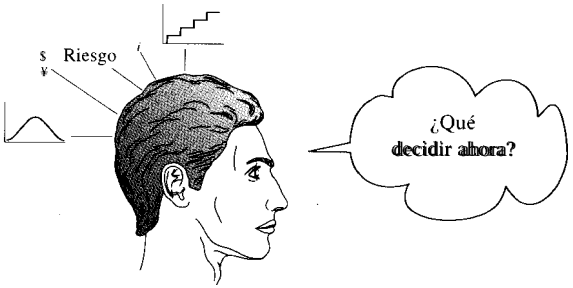


19.41 Piense en su propio proceso de toma de decisiones actualmente o en el pasado reciente. Seleccione una situación que requiera de algún pensamiento y que tenga diversas alternativas y resultados posibles. Describa la situación como un árbol de decisiones. En la medida posible, sitúe valores y probabilidades en las ramas de resultados. Resuelva el árbol y determine cuál camino de decisión es mejor para usted. ¿Es ésta la decisión que usted seleccionó o desea seleccionar? Sea tan objetivo como pueda en su evaluación de la situación. (Este ejercicio puede ser útil también como tarea para realizar en equipo entre dos o tres estudiantes).

capítulo

20

Más sobre variaciones y toma de decisiones bajo riesgo



En este capítulo se amplía el conocimiento del lector sobre variaciones de estimaciones, consideración del riesgo y de la probabilidad y toma de decisiones bajo riesgo, la cual fue introducida en capítulos anteriores. Las bases analizadas incluyen distribuciones de probabilidades, en especial sus gráficas y propiedades de valor esperado y de dispersión; muestreo aleatorio; y el uso del enfoque de simulación y análisis de criterios múltiples para ayudar a explicar las variaciones en los estudios de ingeniería económica.

Aunque elemental en su cobertura de variaciones y probabilidades, este capítulo ofrece enfoques adicionales a los temas analizados en las primeras secciones del capítulo 1: el papel de la ingeniería económica en la toma de decisiones y el uso del análisis económico al implementar el proceso de solución de problemas. Estas técnicas consumen más tiempo que el uso de estimaciones hechas con certidumbre, de modo que deben utilizarse para los parámetros considerados esenciales en la toma de decisiones sobre alternativas.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Propósito: Aprender a incorporar la toma de decisiones bajo riesgo a los análisis de ingeniería económica utilizando las bases de las distribuciones de probabilidad, el análisis de simulación y la evaluación de los criterios múltiples.

Este capítulo ayudará al lector a:

Certidumbre, riesgo e incertidumbre	1. Entender el papel de la certidumbre, el riesgo y la incertidumbre en un análisis de ingeniería económica.
Variables y distribuciones	2. Construir la distribución de probabilidad y la distribución acumulativa para una variable.
Muestra aleatoria	3. Desarrollar una muestra aleatoria de la distribución acumulativa de una variable.
Promedio y dispersión	4. Estimar el valor esperado y la desviación estándar de una población a partir de una muestra aleatoria.
Monte Carlo y simulación	5. Utilizar el muestreo de Monte Carlo y el enfoque de simulación para seleccionar una alternativa.
Criterios múltiples	6. Utilizar una técnica de evaluación de criterio múltiple para seleccionar una alternativa.

20.1 INTERPRETACIÓN DE CERTIDUMBRE, RIESGO E INCERTIDUMBRE

Todas las cosas en el mundo varían, unas con respecto a otras, en el tiempo y con entornos diferentes. Se garantiza que ocurrirán variaciones en la ingeniería económica debido a su énfasis en la toma de decisiones para el futuro. Excepto para el uso del análisis del punto de equilibrio (capítulos 8 y 15), el análisis de sensibilidad (capítulo 16) y una introducción muy breve a los valores esperados (capítulo 19), todos los números y estimaciones aquí desarrollados han sido ciertos; es decir, no se han ingresado variaciones en las cantidades dentro de los cálculos de VP, VA, TR, o de cualquier relación utilizada. Por ejemplo, la estimación de que el flujo de efectivo del año próximo será de $+4500 es de certidumbre. La certidumbre, por supuesto, no está presente ahora en el "mundo real" y con seguridad no lo estará en el futuro. Se pueden observar resultados con un alto grado de certidumbre, pero incluso ello depende de la precisión de la escala o del instrumento de medición.

El hecho de permitir que un parámetro de un estudio de ingeniería económica varíe, implica que se introduce riesgo y posiblemente incertidumbre.

Riesgo. El análisis de ingeniería económica debe considerar el riesgo cuando se anticipa que habrá dos o más valores observables para un parámetro y es posible asignar o estimar la posibilidad de que cada valor pueda ocurrir. Como ilustración, puede introducirse la toma de decisiones bajo riesgo cuando una estimación de flujo de efectivo anual tiene 50-50 de posibilidad de existencia entre $–1000 o $+500.

Incertidumbre. La toma de decisiones bajo incertidumbre significa que hay dos o más valores observables, pero las posibilidades de su ocurrencia no pueden estimarse o nadie está dispuesto a asignar las posibilidades. En el análisis de incertidumbre se hace referencia con frecuencia a los valores observables como estados *de la naturaleza.* Por ejemplo, considere que los estados de la naturaleza son la tasa de inflación nacional **en** un país particular durante los próximos 2 a 4 años: permanecen bajos, aumentan 5% a 10% anualmente, o aumentan 20% a 50% anualmente. Si absolutamente no hay indicación de que los tres valores sean por igual probables, o que uno es más probable que los otros, ésta es una afirmación que indica la toma de decisiones bajo incertidumbre.

El ejemplo 20.1 explica la forma como un parámetro puede describirse y representarse gráficamente para prepararse para la toma de decisiones bajo riesgo.

Ejemplo 20.1

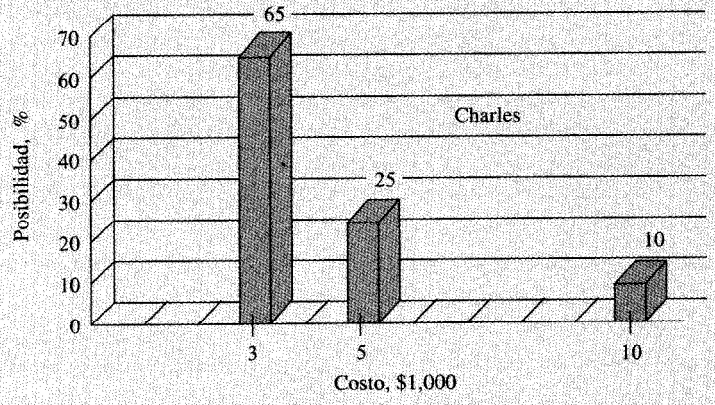
Charles y Sue son ambos antiguos miembros en una universidad y piensan casarse el próximo año. Con base en conversaciones con amigos recién casados, la pareja decidió hacer estimaciones separadas de la que cada uno esperaba que costara la ceremonia, con la posibilidad de que cada estimación realmente observada sea expresada como porcentaje. *(a)* Sos estimaciones separadas se tabulan a continuación. Construya dos gráficas: una de los costos estimados de Charles *versus* sus estimaciones

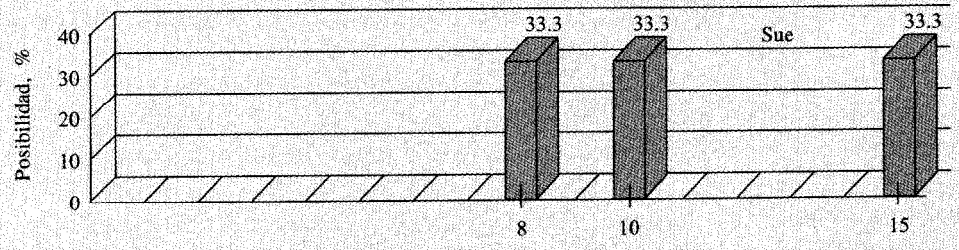
de posibilidad y una para Sue. Haga comentarios sobre la forma de las gráficas con respecto a cada una de ellas. *(b)* Después de alguna discusión, ellos decidieron que el costo de la ceremonia debe estar entre $7500 y $10,000. Todos los valores entre los dos límites son igualmente probables con una posibilidad de 1 en 25. Elabore una gráfica de estos valores *versus* la posibilidad.

Charles		Sue	
Costo estimado, $	**Posibilidad, %**	**Costo estimado, $**	**Posibilidad, %**
3,000	65	8,000	33
5,000	25	10,000	33
10,000	10	15,000	33

Solución

(a) La figura 20.1*a* presenta la gráfica para las estimaciones de Charles y Sue, con las escalas de costo alineadas. Sue espera que el costo sea considerablemente mayor del que espera Charles. Además, Sue asigna posibilidades iguales (o uniformes) a cada valor. Charles asigna una posibilidad mucho más alta a los valores de costo más bajo; el 65% de sus posibilidades se dedican a $3000 y solamente el 10% a $10,000, que es la estimación de costo medio de Sue. Las gráficas muestran claramente las diferentes percepciones sobre los costos esperados de su matrimonio.





(a)

Figura 20.1a Gráfica de estimaciones de costo *versus* posibilidad para los valores especificados de *(a)*.

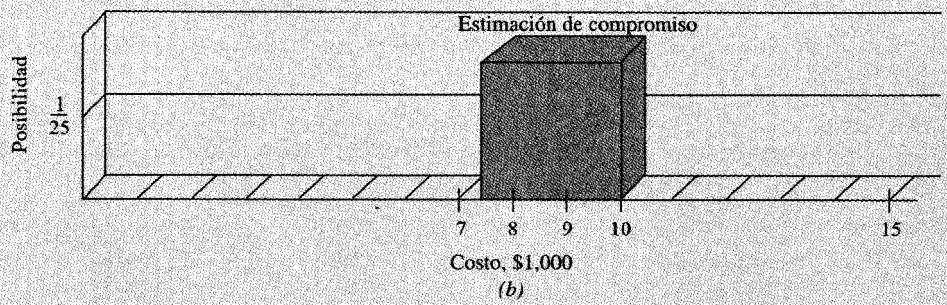


Figura 20.1b *(b)* Un rango continuo de valores, ejemplo 20.1.

(b) La figura 20.1*b* es el lugar de puntos correspondientes a una posibilidad de 1 en 25 para el continuo de costos desde $7500 hasta $10,000.

Comentario

Una diferencia significativa entre las estimaciones de costo en las partes *(a)* y *(b)* estriba en los valores discretos y continuos. Charles y Sue hicieron primero estimaciones específicas, discretas, con las posibilidades asociadas con cada valor. La estimación de compromiso que ellos alcanzaron es un rango continuo de valores desde $7500 hasta $10,000 con alguna posibilidad asociada con cada valor entre estos límites. En la siguiente sección se introduce el término *variable* y se definen dos tipos de variables —*discretas* y *continuas*— ilustradas aquí.

Antes de iniciar un estudio de ingeniería económica, es importante decidir si el análisis será realizado con certidumbre para todos los parámetros o si será introducido el análisis de riesgo (o de incertidumbre). A continuación se presenta un resumen del significado y uso para cada tipo de análisis.

Toma de decisiones bajo certidumbre Esto es lo que se ha hecho prácticamente en todos los análisis hasta el momento. Se realizan e ingresan estimaciones deterministas a las relaciones de las medidas de valor —VP, VA, VF, TR, B/C— y la toma de decisiones está basada en los resultados. Los valores estimados pueden considerarse como los que ocurrirán más probablemente con toda la posibilidad ubicada en una estimación de un solo valor. Un ejemplo habitual es una estimación del costo inicial de un activo hecha con certidumbre, por ejemplo, $50,000. La graficación tendrá la forma general de la figura 20. la con una barra vertical en $50,000 y 100% de posibilidad puesta en ésta. Con frecuencia se utiliza el término *determinista*, en lugar de certidumbre, cuando se utilizan en forma exclusiva estimaciones de un solo valor.

De hecho, el análisis de sensibilidad (secciones 19.1, 19.2 y 19.3) es simplemente otra forma de análisis con certidumbre, excepto que el análisis se repite para valores diferentes, *cada uno estimado con certidumbre.* Los valores resultantes de las medidas de valor se

calculan y se ilustran de manera gráfica para determinar la sensibilidad de la decisión a diferentes estimaciones para uno o más parámetros.

Toma de decisiones bajo riesgo Ahora se tiene en cuenta formalmente el elemento de posibilidad. Sin embargo, es más difícil tomar una decisión clara porque el análisis intenta tener en cuenta la variación. Se permitirá que varíen uno 0 más parámetros en una alternativa. Las estimaciones se expresarán como en el ejemplo 20.10 en formas un tanto más complejas. En lo fundamental, hay dos formas de considerar el riesgo en un análisis:

- **Análisis del valor esperado.** Utilice las posibilidades y las estimaciones de parámetro para calcular los valores esperados, *E* (parámetro), mediante fórmulas como la expresada en la ecuación [19.11. El análisis arroja series de *E* (flujo de efectivo), *E* (CAO) y similares y el resultado final es el valor esperado de una medida de valor, como E(VP), E(VA), *E*(TR), *E*(B/C). Para escoger la alternativa, seleccione el valor esperado más favorable de la medida de valor. En forma elemental, esto es lo aprendido en las secciones 19.4 y 19.5 sobre valor esperado y luego aplicado en la sección 19.6 sobre arboles de decisión. Los cálculos pueden resultar más elaborados, pero el principio es en lo fundamental el mismo.
- **Análisis de simulación.** Utilice las estimaciones de posibilidades y parámetros para generar cálculos repetidos de la relación de la medida de valor mediante el muestreo aleatorio de una gráfica para cada parámetro variable similar a aquellos de la figura 20.1. Cuando se completa una muestra representativa y aleatoria, se toma una decisión alternativa utilizando una tabla o gráfica de los resultados de la medida de valor. En general, las gráficas son una parte importante de la toma de decisiones mediante el análisis de simulación. Básicamente, éste es el enfoque analizado en el resto de este capítulo.

Toma de decisiones bajo incertidumbre Cuando las posibilidades no se conocen para los estados de naturaleza (o valores) identificados de los parámetros inciertos, el uso de toma de decisiones con base en el valor esperado bajo riesgo esbozado arriba no es una opción. En efecto, es difícil determinar cuál criterio utilizar aun para tomar la decisión. Observe que si es posible acordar que cada estado es igualmente probable, entonces todos los estados tienen la misma posibilidad y la situación se reduce a una toma de decisiones bajo riesgo, ya que ahora los valores esperados pueden determinarse.

Debido a los enfoques relativamente inconclusos necesarios para incorporar la toma de decisiones bajo incertidumbre en un estudio de ingeniería económica, las técnicas pueden ser bastante útiles, pero se salen del alcance pretendido en este texto. Algunas de las diversas guías y reglas -maximax, maximin, minimax regret, Hurwicz- se consideran con brevedad en otros textos de ingeniería económica, tales como Thuesen y Fabrycky (consulte la bibliografía al final del libro).

El resto de este capítulo se concentra en la toma de decisiones bajo riesgo en la forma aplicada a un estudio de ingeniería económica. Las tres secciones siguientes proporcionan la base material necesaria para diseñar y realizar correctamente un análisis de simulación considerando riesgo, en la forma analizada en la sección 20.5.

Problemas 20.1 y 20.2

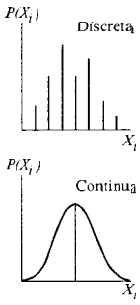
20.2 ELEMENTOS IMPORTANTES PARA LA TOMA DE DECISIONES BA JO RIESGO

Algunos fundamentos de probabilidad y estadística son esenciales para realizar correctamente la toma de decisiones bajo riesgo mediante el análisis del valor esperado o la simulación. Estas bases se explican aquí en términos muy elementales. Si el lector ya está familiarizado con ellos, esta sección le servirá de repaso.

Variable aleatoria *(o* variable) Característica o parámetro que puede tomar uno cualquiera entre diversos valores. Las variables se clasifican como discretas o continuas. Las variables discretas tienen diversos valores aislados específicos, mientras que las variables continuas pueden asumir cualquier valor entre dos límites establecidos, llamados rango de la variable.

La vida estimada de un activo es una variable discreta. Como simple ilustración, puede esperarse que n tenga los valores, $n = 3, 5, 10$ o 15 años y no otros. La tasa de retorno es un ejemplo de una variable continua. Como se aprendió en la sección 7.1, i puede variar de -100% hasta ∞, es decir, $-100\% \leq i < \infty$. El rango de valores posibles para n (discreto) e i (continuo) se muestran en el eje x de la figura 20.2*a*. (En los textos de probabilidad, las letras mayúsculas simbolizan una variable, por ejemplo X y las letras minúsculas, x, identifican un valor específico de la variable. Aunque correcto, tal nivel de rigor en la terminología no se incluye en este capítulo).

Probabilidad Un número entre 0 y 1 .O que expresa la probabilidad en forma decimal de que una variable aleatoria (discreta o continua) tome cualquier valor de aquellos identificados para ésta. La probabilidad es simplemente la cantidad de posibilidad, analizada antes, dividida por 100. Por lo común, las probabilidades se identifican por $P(X_i)$ o $P(X = X_i)$, lo cual se lee como la probabilidad de que la variable X tome el valor de X_i. (En realidad, para una variable continua, la probabilidad en un solo valor es cero, como se muestra en un ejemplo posterior). La suma de todas las $P(X_i)$ para una variable debe ser 1 .0, requisito ya analizado en la sección 19.4. La escala de probabilidad, al igual que la escala porcentual para la posibilidad en la figura 20.1, se indica sobre la ordenada (eje y) de una gráfica. La figura 20.2*b* muestra el rango 0 a 1 .O para las variables aleatorias n e i.



Distribución de Za probabilidad Describe la forma como se distribuye la probabilidad en los diferentes valores de una variable. Las distribuciones de variables discretas son significativamente diferentes de las distribuciones de variables continuas, como lo indica la gráfica del ladillo a la izquierda. Los valores de probabilidad individual se expresan como:

$$P(X_i) = \text{probabilidad de que X sea igual a } X_i \qquad [20.1]$$

La distribución puede desarrollarse en una de dos formas: enumerando cada valor de probabilidad para cada valor de variable posible (véase el ejemplo 20.2) o mediante una descripción matemática o expresión que establezca la probabilidad en términos de los valores posibles de la variable (ejemplo 20.3).

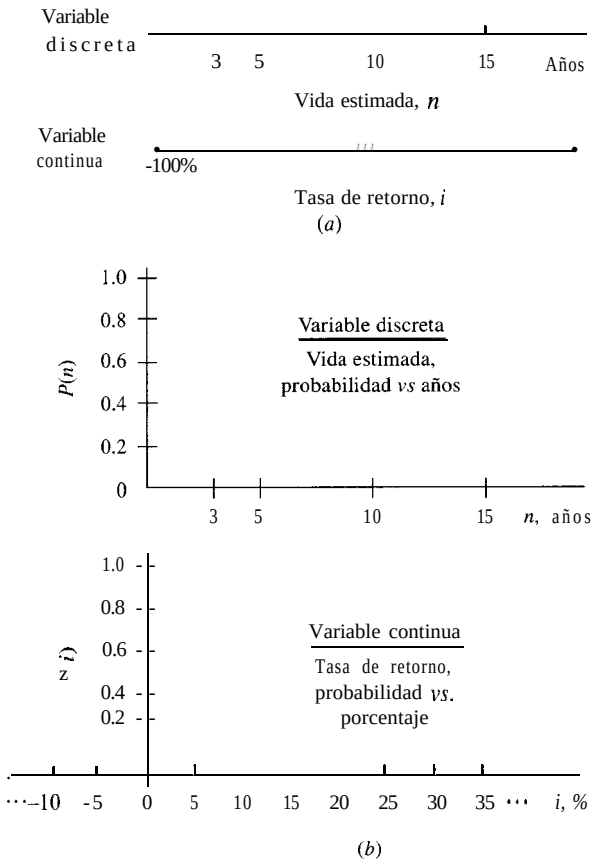
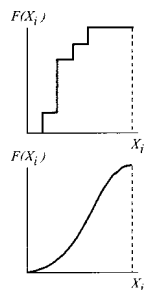


Figura 20.2 (a) **Escalas de variables discretas y continuas y** (b) **escalas paro una variable** *versus* **su probabilidad.**



Distribución acumulativa También llamada la distribución de probabilidad acumulada, ésta es la acumulación de la probabilidad para todos los valores de una variable hasta un valor especificado e incluyéndolo. Identificado por $F(X_i)$, cada valor acumulado se calcula como:

$$F(X_i) = \text{suma de todas las probabilidades a través del valor } X_i$$
$$= P(X \leq X_i) \qquad [20.2]$$

Al igual que con una distribución de probabilidad, las distribuciones acumulativas aparecen en forma diferente para las variables discretas (escalonada) y continuas (curva suave). Los ejemplos 20.2 y 20.3 ilustran las distribuciones acumulativas que corresponden a distribuciones específicas de probabilidad. En la siguiente sección se utilizan los aspectos aprendidos aquí sobre gráficas de $F(X_i)$ para desarrollar una muestra aleatoria.

Ejemplo 20.2

Carl, un doctor que practica en el Medical Center Hospital, conoce un antibiótico que puede ser formulado para un paciente con una infección particular de quien se espera que responda a la droga. Las pruebas indican que la droga ha sido aplicada hasta 6 veces por día sin efectos laterales perjudiciales. También, si no se utiliza la droga, hay una probabilidad positiva de que la infección se reduzca mediante el propio sistema inmunológico de la persona.

Los resultados publicados de la prueba de drogas proporcionan buenas estimaciones de probabilidad de una reacción positiva (es decir, reducción en el conteo de la infección) dentro de 48 horas para números diferentes de tratamientos diarios. Utilice las probabilidades enumeradas a continuación para construirle a Carl una distribución de probabilidad y una distribución acumulativa para el número de tratamientos por día.

Número de tratamientos por día	Probabilidad de reducción de la infección
0	0.07
1	0.08
2	0.10
3	0.12
4	0.13
5	0.25
6	0.25

Solución

Defina la variable aleatoria T como el número de tratamientos por día. Puesto que T puede tomar solamente siete valores diferentes, ésta es una variable discreta. La probabilidad de una reducción del conteo de infección se enumera para cada valor en la columna 2 de la tabla 20.1. La probabilidad acumulativa $F(T_i)$ se determina utilizando la ecuación [20.2] agregando todos los valores $P(T_i)$ hasta T_i, como lo indica la columna 3 de la tabla 20.1.

Tabla 20.1 Distribución de probabilidad y distribución acumulativa para el ejemplo 20.2

(1) Número por día T_i	(2) Probabilidad, $P(T_i)$	(3) Probabilidad acumulativa $F(T_i)$
0	0.07	0.07
1	0.08	0.15
2	0.10	0.25
3	0.12	0.37
4	0.13	0.50
5	0.25	0.75
6	0.25	1.00

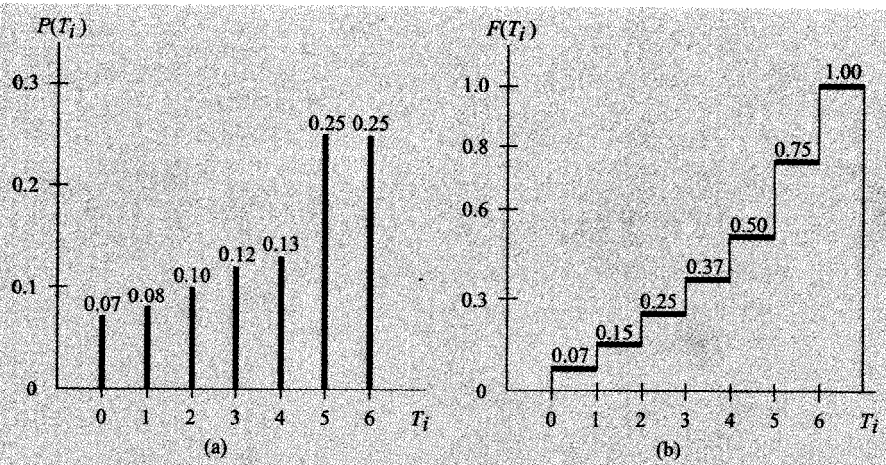


Figura 20.3 *(a)* Distribución de probabilidad, $P(T_i)$ y *(b)* distribución acumulativa, $F(T_i)$, para el ejemplo 20.2.

Las figuras 20.3*a* y *b* muestran gráficas de la distribución de probabilidad y de la acumulativa, respectivamente. La suma de probabilidades para obtener $F(T_i)$ da a la distribución acumulativa la apariencia de escalera y en todos los casos el final $F(T_i) = 1.0$, puesto que el total de todos los valores $P(T_i)$ debe igualar a 1.0.

Comentario

En lugar de utilizar una forma tabular para expresar los valores $P(T_i)$ y $F(T_i)$, es común expresarlos para cada valor de la variable. Para el ejemplo 20.2, los valores se enumeran a continuación, donde $F(T_i) = P(X \leq X_i)$, como en la ecuación [20.2].

$$P(T_i) = \begin{cases} 0.07 & T_1 = 0 \\ 0.08 & T_2 = 1 \\ 0.10 & T_3 = 2 \\ 0.12 & T_4 = 3 \\ 0.13 & T_5 = 4 \\ 0.25 & T_6 = 5 \\ 0.25 & T_7 = 6 \end{cases} \qquad F(T_i) = \begin{cases} 0.07 & T_1 = 0 \\ 0.15 & T_2 = 1 \\ 0.25 & T_3 = 2 \\ 0.37 & T_4 = 3 \\ 0.50 & T_5 = 4 \\ 0.75 & T_6 = 5 \\ 1.00 & T_7 = 6 \end{cases}$$

En las situaciones básicas de ingeniería económica, la distribución de probabilidad para una variable continua se expresa comúnmente como una función matemática, como una *distribución uniforme,* una *distribución triangular* (ambas analizadas en el ejemplo 20.3 en términos del flujo de efectivo), *o* la *distribución normal,* más compleja, pero de uso más común. Para las distribuciones de variables continuas, se utiliza de manera rutinaria el símbolo $f(X)$ en lugar de $P(X_i)$, y F(X) se utiliza en lugar de $F(X_i)$, simplemente porque la probabilidad puntual para una variable continua es cero. Por tanto, las curvas $f(X)$ y F(X) son continuas, no barras verticales, y son líneas entre los valores puntuales, como es el caso de las variables discretas.

Ejemplo 20.3

Como presidente de su propio negocio, Sallie ha observado los flujos de efectivo mensuales en las cuentas de la compañía de dos clientes de mucho tiempo durante los últimos 3 años. Recordando su curso de ingeniería económica en la universidad, Sallie concluye lo siguiente sobre las distribuciones de estos flujos de efectivo mensuales:

Cliente 1

Flujo de efectivo estimación baja: $10,000

Flujo de efectivo estimación alta: $15,000

Flujo de efectivo más probable: el mismo para todos los valores

Distribución de probabilidad: uniforme

Cliente 2

Flujo de efectivo estimación baja: $20,000

Flujo de efectivo estimación alta: $30,000

Flujo de efectivo más probable: $28,000

Distribución de probabilidad: moda en $28,000

La *moda* de una varíable es el valor observado más frecuente. Si Sallie supone que el flujo de efectivo es una variable continua, a la cual se hace referencia como C, y expresa todos los valores en dolares en incrementos de $1000, *(a)* escriba y represente gráficamente las dos distribuciones de probabilidad y acumulativa para el flujo de efectivo mensual y *(b)* determine la probabilidad de que el fiujo de efectivo mensual no sea más de $12 para el cliente 1 y $25 para el cliente 2.

Solución

Cliente 1: distribución mensual del flujo de efectivo.

(a) Los flujos de efectivo de distribución para el cliente 1, identificados por la variable C_1, siguen la *distribución uniforme.* La probabilidad y la probabilidad acumulativa toman las siguientes formas generales.

$$f(C_1) = \frac{1}{\text{alto} - \text{bajo}} \qquad \text{valor bajo} \le C_1 \le \text{valor alto}$$

$$= \frac{1}{H - L} \qquad L \le C_1 \le H \qquad [20.3]$$

$$F(C_1) = \frac{\text{valor -bajo}}{\text{alto} - \text{bajo}} \qquad \text{valor bajo} \le C_1 \le \text{valor alto}$$

$$= \frac{C_1 - L}{H - L} \qquad L \le C_1 \le H \qquad [20.4]$$

Para el cliente 1, el flujo de efectivo mensual se distribuye uniformemente con L = $10, H = $15 y $10 ≤ C_1 4 $15, (Recuerde que todos los valores están divididos por $1000). La figura 20.4 es una graficación de $f(C_1)$ y de $F(C_1)$ de las ecuaciones [20.3] y [20.4].

$$f(C_1) = \frac{1}{5} = 0.2 \qquad \$10 \le C_1 \le \$15$$

$$F(C_1) = \frac{C_1 - 10}{5} \qquad \$10 \le c, \le \$15$$

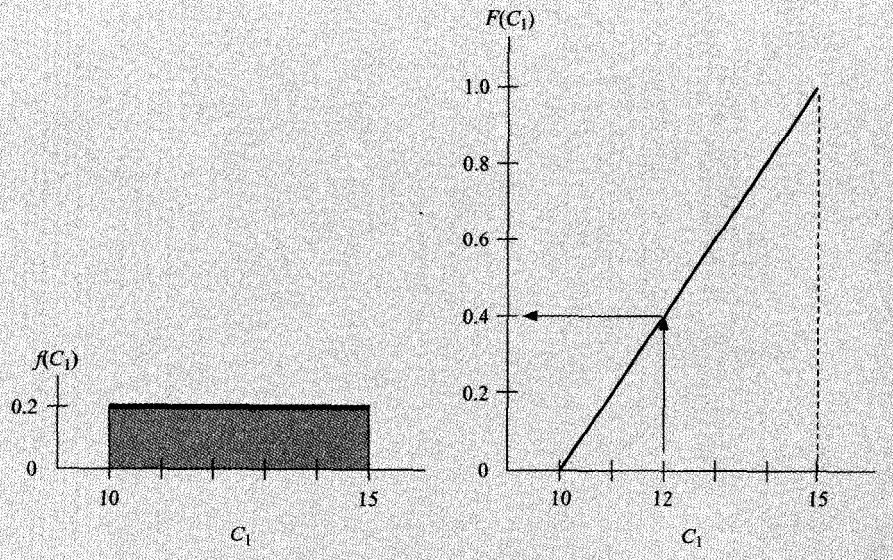


Figura 20.4 Distribución uniforme para el flujo de efectivo mensual, ejemplo 20.3.

(b) La probabilidad de que el cliente 1 tenga un flujo de efectivo mensual de menos de \$12 se determina fácilmente a partir de la gráfica $F(C_1)$ como 0.4, o una posibilidad del 40%.

$$F(\$12) = P(C_1 \leq \$12) = 0.4$$

Cliente 2: distribución del flujo de efectivo mensual.

(a) La distribución de los flujos de efectivo para el cliente 2, identificado por la variable C_2, sigue la *distribución triangular.* Esta distribución de probabilidad tiene la forma de un triángulo que señala hacia arriba con el vértice en la moda, M, y con líneas de pendiente hacia abajo que unen el eje x en cualquier lado en los valores bajo (L) y alto (H). La moda de la distribución triangular tiene el valor de probabilidad máximo.

$$f(\text{moda}) = f(M) = \frac{2}{H - L} \qquad [20.5]$$

La distribución acumulativa está compuesta de dos segmentos de línea curvada desde 0 hasta 1 con un punto de quiebre en la moda, donde:

$$F(\text{moda}) = F(M) = \frac{M - L}{H - L} \qquad [20.6]$$

Para C_2, el valor bajo es $L = \$20$, el alto es $H = \$30$ y el flujo de efectivo más probable es la moda, $M = \$28$. La probabilidad en M de la ecuación [20.5] es:

$$f(28) = \frac{2}{30 - 20} = \frac{2}{10} = 0.2$$

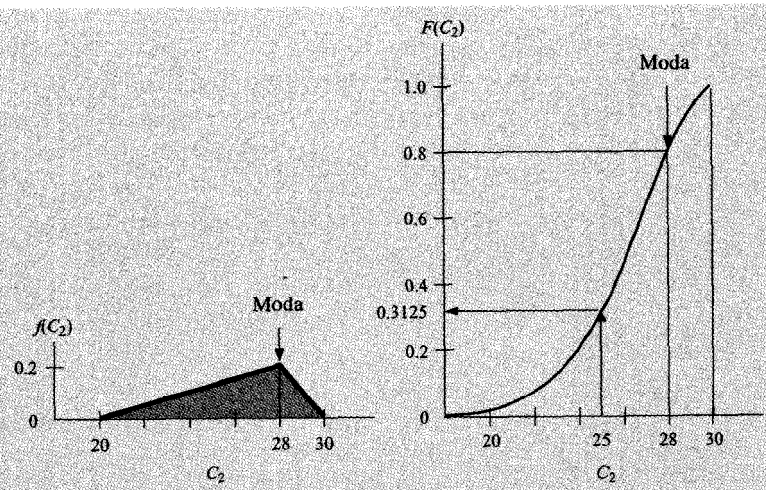


Figura 20.5 Distribución triangular para el flujo de efectivo mensual, ejemplo 20.3.

y el punto de equilibrio en la distribución acumulativa ocurre en $C_2 = 28$. Utilizando la ecuación [20.6],

$$F(28) = \frac{28 - 20}{30 - 20} = 0.8$$

La figura 20.5 presenta las gráficas para $f(C_2)$ y $F(C_2)$. Observe que $f(C_2)$ está sesgada, ya que la moda no está en el punto medio del rango $H - L$, y $F(C_2)$ es una curva continua suave en forma de S con un punto de inflexión en la moda.

(b) De acuerdo con la distribución acumulativa en la figura 20.5, hay una posibilidad estimada de 31.25% que el flujo de efectivo sea \$25 o menos.

$$F(\$25) = P(C_2 \leq \$25) = 0.3125$$

Comentario

El ejemplo adicional 20.9 proporciona ilustraciones adicionales para desarrollar afirmaciones acerca de la probabilidad sobre una variable a partir de su distribución de probabilidad.

Ejemplo adicional 20.9
Problemas 20.3 a 20.8

20.3 MUESTRAS ALEATORIAS

La estimación de un parámetro para el análisis en los capítulos anteriores es el equivalente de tomar una muestra *aleatoria de tamaño uno de unapoblación completa* de valores posibles. Si todos los valores en la población fueran conocidos, la distribución de probabilidad y la distribución acumulativa se conocerían. Entonces, la muestra no sería necesaria. Como

ilustración, suponga que se utilizan estimaciones del costo inicial, el costo anual de operación, la tasa de interés y otros parámetros para calcular un valor VP con el fin de aceptar o rechazar una alternativa. Cada estimación es una muestra de tamaño uno de la población completa de los valores posibles para cada parámetro. Ahora, si se efectúa una segunda estimación para cada parámetro y se determina un segundo valor VP, se ha tomado una muestra de tamaño dos de la población VP.

Una *muestra aleatoria de tamaño* n es la selección en forma aleatoria de n valores de la distribución de probabilidad supuesta o conocida de la población, de tal manera que todos los valores de la variable tienen la misma posibilidad de ocurrir en la muestra, así como se espera que ocurran en la población. Por ejemplo, suponga que Craig, un vendedor de computadores, estima el número de meses, N, en que un nuevo sistema de computador que él arrienda a los clientes será utilizado efectivamente en el lugar de trabajo antes de que los clientes decidan que éste necesita remplazo y firman un nuevo acuerdo de arriendo. Suponga que Craig identifica tres valores N —24, 30 y 36 meses- ya que éstas son las únicas tres opciones de longitud de tiempos de arriendo. Además, suponga que fueron arrendados (la población) 2000 sistemas a nivel nacional y que Craig sabe que la distribución de probabilidad de N es:

$$P(N = N_i) = \begin{cases} 0.20 & N_1 = 24 \text{ meses} \\ 0.50 & N_2 = 30 \text{ meses} \\ 0.30 & N_3 = 36 \text{ meses} \end{cases} \qquad [20.7]$$

Después de 3 años, o de 36 meses, Craig elabora muestras de sus registros para 100 compañías (seleccionadas aleatoriamente) en dos estados adyacentes para determinar cuántos meses conserva el arriendo cada cliente. Si la muestra es en verdad aleatoria, los periodos de arriendo reales para los 100 sistemas serán aproximadamente la misma proporción que las probabilidades de la población, es decir, 20 arriendos durante 24 meses, etc. Dado que ésta es una muestra, es muy probable que los resultados no sean exactamente los mismos. Sin embargo, si éstos son relativamente cercanos, el experimento indica que una muestra realizada sólo para dos estados, puede ser útil para predecir la acción de los clientes en todo el país.

Siempre que se realiza un estudio de ingeniería económica y se utiliza toma de decisiones bajo certidumbre, al calcular una medida de valor se emplea una estimación para cada parámetro, lo cual equivale a tomar una muestra (aleatoria) de tamaño uno para cada parámetro. La estimación es el valor más probable, es decir, una estimación del valor esperado. Se sabe que todos los parámetros variarán de alguna manera, aunque algunos son lo suficientemente importantes, o variarán lo suficiente, para hacer necesario determinar o suponer una distribución de probabilidad para ésta y considerar el parámetro como una variable aleatoria. El uso del riesgo y de una muestra de la distribución de probabilidad del parámetro --P(X) si es discreto o $f(X)$ si es continuo- ayuda a formular afirmaciones de probabilidad sobre las estimaciones. Este enfoque complica algo el análisis; sin embargo, también proporciona un sentido de confianza (o posiblemente una falta de confianza) en la decisión tomada en relación con la viabilidad económica de la alternativa basada en el parámetro que varía. Dicho aspecto se analizará en más detalle más adelante en este capítulo, después de explicar la forma de tomar correctamente una muestra aleatoria a partir de cualquier distribución de probabilidad.

Tabla 20.2 Dígitos aleatorios agrupados en números de dos dígitos

51	82	88	18	19	81	03	88	91	46	39	19	28	94	70	76	33	15	64	20	14	52
73	48	28	59	78	38	54	54	93	32	70	60	78	64	92	40	72	71	77	56	39	27
10	42	18	31	23	80	80	26	74	71	03	90	55	61	61	28	41	49	OO	79	96	78
45	44	79	29	81	58	66	70	24	82	91	94	42	10	61	60	79	30	01	26	31	42
68	65	26	71	44	37	93	94	93	72	84	39	77	01	97	74	17	19	46	61	49	67
75	52	14	99	67	74	06	50	97	46	27	88	10	10	70	66	22	56	18	32	06	24

Para desarrollar una muestra aleatoria, se debe utilizar *números aleatorios (NA)* generados de una distribución de probabilidad uniforme para los números discretos de 0 hasta 9, es decir,

$$P(X_i) = 0.1 \quad \text{para } X_i = 0, 1, 2, \ldots, 9$$

En forma tabular, los dígitos aleatorios generados de esta forma están de ordinario reunidos en grupos de dos dígitos, tres dígitos o más. La tabla 20.2 es una muestra de 264 dígitos aleatorios agrupados en números de dos dígitos. Dicho formato es muy útil porque los números OO a 99 se relacionan convenientemente con los valores de distribución acumulativos 0.01 a 1 .00, lo cual hace fácil seleccionar un NA e dos dígitos e ingresar F(X) para determinar el valor de una variable con las mismas proporciones que ocurren en la distribución de probabilidad. Para aplicar esta lógica manualmente y desarrollar una muestra aleatoria de tamaño n de una distribución de probabilidad discreta $P(X)$ o una distribución variable continua $f(X)$, puede utilizarse el siguiente procedimiento.

1. Desarrolle la distribución acumulativa F(X) a partir de la distribución de probabilidad. Represente gráficamente F(X).
2. Asigne los valores NA desde OO hasta 99 ala escala F(X) (el eje y) en la misma proporción que las probabilidades. Por ejemplo, las probabilidades entre 0.0 y 0.15 están representadas por números aleatorios OO a 14. Indique los NA en la gráfica.
3. Para utilizar una tabla de números aleatorios, determine el esquema o secuencia de selección de los valores NA, hacia abajo, hacia arriba, al través, diagonalmente. Cualquier dirección y patrón es aceptable, pero el esquema debe utilizarse en forma consistente para obtener una muestra completa.
4. Seleccione el primer número de la tabla NA, ingrese la escala F(X), observe y registre el valor X de la variable correspondiente. Repita este paso hasta que haya n valores de la variable que constituyan la muestra aleatoria.
5. Utilice n valores de muestra para análisis y toma de decisiones bajo riesgo. Éstos pueden incluir;
   - Graficación de la distribución de probabilidad muestral.
   - Desarrollo de afirmaciones de probabilidad sobre el parámetro.

- Comparación de los resultados de la muestra con la distribución asumida de la población.
- Determinación de estadísticas de muestreo (sección siguiente).
- Realización de un análisis de simulación (sección 20.5).

Ejemplo 20.4

Desarrolle una muestra aleatoria de tamaño 10 para la variable N, el número de meses que un arriendo es activo, en la forma descrita por la ecuación [20.7]. Escriba los resultados en forma de probabilidad y compárelos con las estimaciones originales.

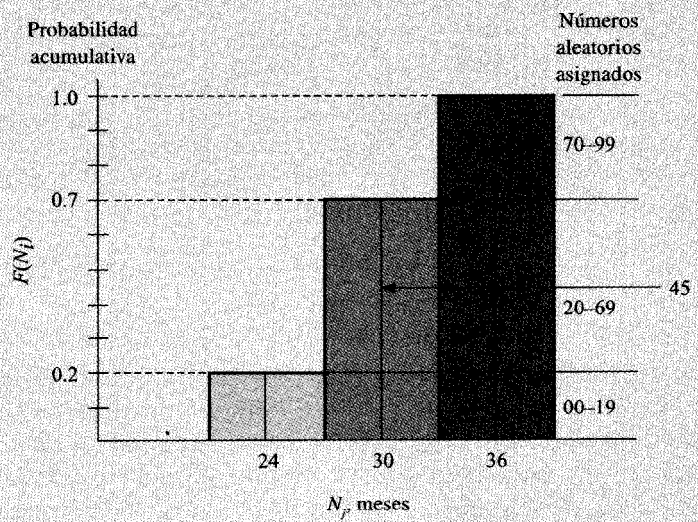


Figura 20.6 Distribución acumulativa para una variable discreta con valores de números aleatorios asignados en proporción a las probabilidades, ejemplo 20.4.

Solución

Aplique el procedimiento anterior utilizando los valores $P(N = N_i)$, en la ecuación [20.7].

1. La distribución acumulativa, figura 20.6, es para la variable discreta N, que puede asumir tres valores diferentes.
2. Asigne 20 números (00 hasta 19) a $N_1 = 24$ meses, donde $P(N = 24) = 0.2$; 50 números a $N_2 = 30$; y 30 números a $N_3 = 36$.
3. Inicialmente seleccione cualquier posición en la tabla 20.2, recorra la fila hacia la derecha y continúe a la fila inferior hacia la izquierda. (Puede desarrollarse cualquier rutina y puede utilizarse una secuencia diferente para cada muestra aleatoria).
4. Seleccione el número inicial 45 (fila 4, 1a columna) e ingrese la figura 20.6 en el rango NA 20 a 69 para obtener $N = 30$ meses.

5. Seleccione y registre los nueve valores restantes de la tabla 20.2 como se muestra a continuación.

NA	45	44	79	29	81	58	66	70	24	82
N	*30*	*30*	*36*	*30*	*36*	*30*	*30*	*36*	*30*	*36*

Ahora, utilizando los 10 valores, desarrolle las probabilidades de la muestra.

N, Meses	Tiempos en la. muestra	Probabiidad de la muestra	Probabilidad de la ecuación [20.7]
24	*0*	0.00	0.2
30	*6*	*0.60*	0.5
36	*4*	*0.40*	*0.3*

Sólo con 10 valores se puede esperar que las estimaciones de probabilidad muestral sean diferentes de los valores en la ecuación [20.7]. Sólo el valor $N = 24$ meses es significativamente diferente, puesto que no ocurrió un valor NA de 19 o menos. En definitiva, una muestra más grande hará que las probabilidades estén más cercanas a la información original.

Para tomar una *muestra aleatoria de tamaño* n *para una variable continua,* se aplica el procedimiento anterior, excepto que se asignan los valores de los números aleatorios a la distribución acumulativa en una escala continua de OO a 99 correspondiente a los *valores* $F(X)$. Como ilustración, considere la figura 20.4, donde C, es la variable de flujo de efectivo *uniformemente distribuida* para el cliente 1 en el ejemplo 20.3. Aquí L = \$10, H = \$15 y $f(C_1)$ = 0.2 para todos los valores entre L y H (todos los valores se dividen por \$1000). $F(C_1)$ se repite como figura 20.7 en donde se muestran los valores de números aleatorios asignados en la escala de la derecha. Si se escoge el NA de dos dígitos, 4.5, se estima en términos gráficos que la C_1 será \$12.25. Ésta puede también interpolarse linealmente como \$12.25 = 10 + (45/100)(15 – 10). *Véase* el ejemplo adicional 20.10 para la siguiente sección a fin de aprender sobre muestreo de la *distribución normal.*

Para mayor precisión al desarrollar una muestra aleatoria, en especial para una variable continua, a algunas personas les gusta utilizar NA de 3, 4 ó 5 dígitos. Éstos pueden desarrollarse a partir de la tabla 20.2 combinando simplemente los dígitos en las columnas y filas u obtenerse a partir de tablas con NA impresos en grupos más grandes de dígitos. En el muestreo basado en computador, la mayoría de paquetes de software tienen un generador de NA incorporado que arrojará valores en el rango de 0 a 1 a partir de una distribución uniforme variable continua, identificada en general por el símbolo $U(0, 1)$. Los valores NA, entre 0.00000 y 0.99999 por ejemplo, se utilizan entonces para muestreo directo de la distribución acumulativa empleando esencialmente el mismo procedimiento aprendido aquí.

En general, se formula una pregunta inicial en el muestreo aleatorio en cuanto al *tamaño mínimo de* n requerido para asegurar confianza en los resultados. Sin detallar la lógica matemática, la teoría muestral, que está basada en la ley de los grandes números y en el

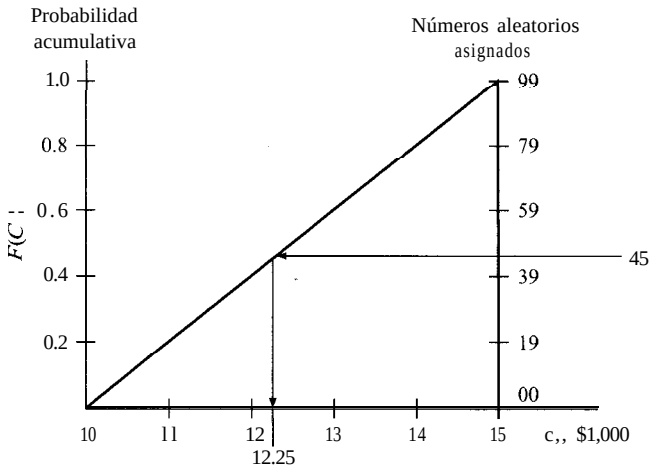


Figura 20.7 **Los números aleatorios asignados a la variable continua de los flujos de efectivo del cliente 1 en el ejemplo 20.3.**

teorema del límite central (consulte un libro de estadística básica para ilustrarse acerca de tales aspectos), indica que una n de 30 es suficiente. Sin embargo, dado que la realidad no sigue la teoría con exactitud y que la ingeniería económica con frecuencia maneja estimaciones superficiales, la práctica común son las muestras en el *rango de 100 a 200.* Pero, en muchos casos, muestras tan pequeñas como 10 a 25 proporcionan una base mucho mejor para la toma de decisiones bajo riesgo que un valor de un solo punto (certidumbre) efectuado utilizando sólo .una estimación para un parámetro que se sabe que varía significativamente.

Problemas 20.9 a 20.12

20.4 VALOR ESPERADO Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR

Dos medidas o propiedades muy importantes de una variable aleatoria son el valor esperado y la desviación estándar. (En el capítulo 19 se introdujo el valor esperado). Si la totalidad de la población para una variable fuera conocida, estas propiedades serían calculadas directamente. Dado que en general no se conocen, lo común es utilizar las muestras aleatorias para estimarlas mediante la media de la muestra y su desviación estándar, respectivamente. A continuación se hace una introducción muy breve a la interpretación y cálculo de estas propiedades para una población completa y para una muestra aleatoria de tamaño n de la población.

Los símbolos usuales son letras griegas para las medidas de población verdaderas y las letras en español para estimaciones de la muestra.

	Medida de población total		Estimación de la muestra	
	Símbolo	**Nombre**	**Símbolo**	**Nombre**
Valor esperado	μ o $E(X)$	Mu o media total	$\bar{X}$	Media de la muestra
Desviación estándar	σ o $\sqrt{\text{Var}(X)}$	Sigma o desviación estándar	s o $\sqrt{s^2}$	Desviación estándar de la muestra

El *valor esperado es* el promedio esperado de largo plazo que resultará si la variable es objeto de muestreo muchas veces. El valor esperado de la población no se conoce exactamente, puesto que la población misma no se conoce por completo, de manera que se estima μ mediante el E(X) de una distribución o $\bar{X}$, la media de la muestra. La ecuación [19.1], repetida a continuación como ecuación [20.8], se utiliza para calcular *E(X)* de una distribución de probabilidad y la ecuación [20.9] es la media de la muestra, llamada también promedio muestral.

Población: μ

Distribución de probabilidad: $E(X) = \sum X_i P(X_i)$

Muestra: $\bar{X} = \dfrac{\text{suma de los valores de la muestra}}{\text{tamaño de la muestra}}$

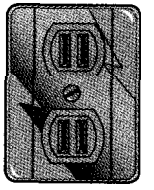
$$= \frac{\Sigma X_i}{n} = \frac{\Sigma f_i X_i}{n} \qquad [20.9]$$

La f_i en la segunda forma de la ecuación [20.9] es la frecuencia de X_i, es decir, el número de veces que cada valor ocurre en la muestra. La $\bar{X}$ resultante no necesariamente es un valor observado de la variable; es el valor promedio de largo plazo y puede tomar cualquier valor dentro del rango de la variable. Se omitirá el subíndice i en X y f cuando no hay confusión.

Ejemplo 20.5

Kayeu, un ingeniero de la firma Worldwide Utilities, está pensando probar diversas hipótesis sobre facturas de electricidad residencial en los países norteamericanos y asiáticos. La variable de interés es *X*, la factura residencial mensual en dólares de EE.UU. (aproximada al dólar más cercano). Se han reunido dos muestras pequeñas de diferentes países de Norteamérica y Asia. Estime el valor esperado de la población. ¿Parece que las muestras (desde un punto de vista no estadístico) hubieran sido obtenidas de una población de facturas de electricidad o de dos poblaciones diferentes?

Americanos, muestra 1, $	40	66	75	92	107	159	275
Asiáticos, muestra 2, $	84	90	104	187	190		



Solución

Utilizando la ecuación [20.9],

Muestra 1: $n = 7, \quad \Sigma X_i = 814, \quad \bar{X} = \$116.29$

Muestra 2: $n = 5, \quad \Sigma X_i = 655, \quad \bar{X} = \$131.00$

Con base únicamente en pequeños promedios muestrales, la diferencia aproximada de $15, que es menor del 10% **de** ía factura promedio más pequeña, no parece lo suficientemente grande para concluir que las dos poblaciones son diferentes, Se dispone de diversas pruebas estadísticas para determinar si las muestras vienen de la misma población o de poblaciones diferentes. Consulte un texto de estadística básica si **usted** desea aprender sobre éstas.

Comentario

Existen tres medidas frecuentemente utilizadas de tendencias centrales para la información. El promedio de la muestra es la más popular, pero la *moda* y la *mediana* también son buenas medidas. La moda, que **es** el valor **observado** con mayor frecuencia, fue utilizado en el ejemplo 20.3 para la distribución triangular. No hay una moda específica en las **dos** muestras de Kayeu, puesto que todos los valores son diferentes, La mediana es el valor del medio de la muestra, el cual no está sesgado por valores muestrales extremos, como lo está la media. Las dos medianas en las muestras anteriores son $92 y $104. Con base sólo en las medianas, la conclusión es aún que las muestras no necesariamente provienen de dos poblaciones de facturas de electricidad.

La dispersión de valores alrededor del valor esperado E(X) o promedio muestra1 $\bar{X}$ se mide comúnmente mediante la *desviación estándar,* s. Una distribución de probabilidad con información para una tendencia central fuerte está agrupada más estrechamente alrededor del centro de los datos y tiene una s menor que una distribución más amplia, más dispersa (figura 20.8). La muestra con un valor s más grande tiene una distribución de probabilidad más amplia y plana.

La *desviación estándar* de la muestra s, estima la propiedad σ, que es la medida de dispersión de la población alrededor del valor esperado de la variable.

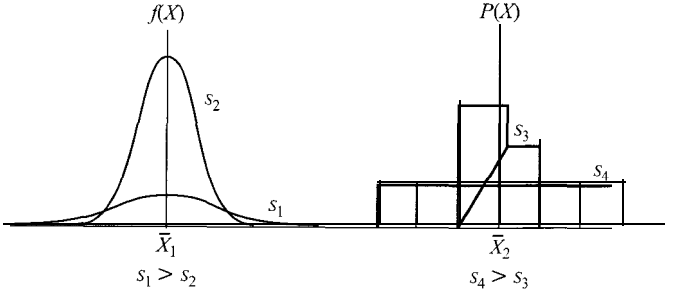


Figura 20.8 **Ilustración de distribuciones con valores diferentes de la media y de la desviación estándar.**

En realidad, con frecuencia se hace referencia a la varianza, s^2, como la medida de dispersión. La desviación estándar es simplemente la raíz cuadrada de la varianza, de modo que cualquier medida puede ser utilizada. Sin embargo, el valor s es lo que se utiliza de ordinario al efectuar cálculos sobre riesgo y probabilidad. Matemáticamente, las fórmulas y los símbolos para la varianza y la desviación estándar de una variable discreta y de una muestra aleatoria de tamaño n a partir de ésta se resumen aquí.

Población: $\sigma^2 \operatorname{Var}(X)$ y $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\operatorname{Var}(X)}$

Distribución de probabilidad: $\operatorname{Var}(X) = \sum [X_i - E(X)]^2 P(X_i)$ [20.10]

Muestra:

$$s^2 = \frac{\text{suma de (valor de la muestra} - \text{promedio de la muestra)*}}{\text{tamaño de la muestra} - 1}$$

$$= \frac{\Sigma(X_i - \bar{X})^2}{n - 1} \qquad [20.11]$$

$$s = \sqrt{s^2}$$

En general, la ecuación [20.1 1] de la varianza muestra1 se aplica, en una forma más conveniente en términos de cómputo.

$$s^2 = \frac{\Sigma X_i^2}{n - 1} - \frac{n}{n - 1}\bar{X}^2 = \frac{\Sigma f_i X_i^2}{n - 1} - \frac{n}{n - 1}\bar{X}^2 \qquad [20.12]$$

La desviación estándar utiliza el promedio muestra1 como base sobre la cual medir la dispersión de la información mediante el cálculo de $(X - \bar{X})$, que puede tener un signo menos o un signo más. Para medir en forma precisa la dispersión en ambas direcciones del promedio, $(X - \bar{X})$ se eleva al cuadrado. Con el fin de retornar a la dimensión de la variable misma, se extrae la raíz cuadrada de la ecuación [20.11]. El término $(X - \bar{X})^2$ se denomina *desviación al cuadrado de la media,* e históricamente se ha hecho referencia a s como la *desviación al cuadrado de la raíz de la media.* La f_i en la segunda forma de la ecuación [20.12] utiliza la frecuencia para calcular s^2.

Una forma sencilla de combinar la desviación promedio y la estándar es determinar el porcentaje o fracción de la muestra que está dentro de ±1,±2 ó ±3 desviaciones estándar de la media, es decir

$$\bar{X} \pm ts \qquad \text{para } t = 1, 2 \text{ ó } 3 \qquad [20.13]$$

En términos de probabilidad, esto se expresa como:

$$P(\bar{X} - ts \leq X \leq \bar{X} + ts) \qquad [20.14]$$

Prácticamente, todos los valores muestrales estarán siempre dentro del rango de $\bar{X}$ de $\pm 3s$, pero el porcentaje dentro de $\pm 1s$ variará dependiendo de la forma como los puntos de

información estén distribuidos alrededor de $\bar{X}$. El ejemplo siguiente ilustra el cálculo de s para estimar σ e incorpora s con el promedio muestra1 utilizando $\bar{X} \pm ts$.

Ejemplo 20.6

(a) Utilice las dos muestras del ejemplo anterior para estimar la varianza de la población y la desviación estándar para las facturas de electricidad. *(b)* Determine los porcentajes de cada muestra que están dentro de los rangos de 1 y 2 desviaciones estándar de la medía.

Solución

(a) Para fines de ilustración solamente, se aplican las dos relaciones diferentes a fin de calcular s para las dos muestras. Para la muestra 1 (americana) con $n = 7$, se utiliza X para identificar los valores y la tabla 20.3 presenta el cálculo de $\sum(X - \bar{X})^2$ para la ecuación [20.1 1], con $\bar{X}$ = \$116.29. Los valores resultantes de s^2 y de s son:

$$s^2 = \frac{37{,}743.40}{6} = 6290.57$$

$$s = \$79.31$$

Para la muestra 2 (asiática), utilice Y para identificar los valores. Con $n = 5$ y $\bar{Y} = 13\,1$, la tabla 20.4 muestra $\sum Y^2$ para la ecuación [20.12]. Entonces,

$$s^2 = \frac{97{,}041}{4} - \frac{5}{4}(131)^2 = 42{,}260.25 - 1.25(17{,}161) = 2809$$

$$s = \$53$$

La dispersión es menor para la muestra asiática (\$53) que para la muestra americana (\$79.31).

Tabla 20.3 Cálculo de la desviación estándar utilizando la ecuación [20.11] con $\bar{X}$ = \$116.29, ejemplo 20.6

$\bar{X}$	$(X - \bar{X})$	(X-332
\$ 40	-76.29	5,820.16
66	-50.29	2,529.08
75	-41.29	1,704.86
92	-24.29	590.00
107	-9.29	86.30
159	+42.71	1,824.14
275	+158.71	25,188.86
\$814		\$37,743.40

Tabla 20.4 Cálculo de la desviación estándar utilizando la ecuación [20.12] con $\bar{Y}$ = \$131, ejemplo 20.6

Y	Y^2
\$ 84	7,056
90	8,100
104	10,816
187	34,969
190	36,100
\$655	97,041

(b) La ecuación [20.13] permite la determinación de los rangos de $\bar{X} \pm 1s$ y $\bar{X} \pm 2s$. Cuente el número de puntos de datos de muestra entre los límites y calcule el porcentaje corespondiente. Vea una gráfica de los datos y de los rangos de desviación estándar en la figura 20.9.

Muestra estadounidense

$$\bar{X} \pm 1s = 116.29 \pm 79.31 \qquad \text{para un rango de \$36.98 a \$195.60}$$

Hay seis de siete valores dentro de este rango, o un porcentaje del 85.7%.

$$\bar{X} \pm 2s = 116.29 \pm 158.62 \qquad \text{para un rango de \$–42.33 a \$274.91}$$

Aún hay seis de los siete valores dentro del rango de $\pm 2s$. El límite \$–42.33 es significativo solamente

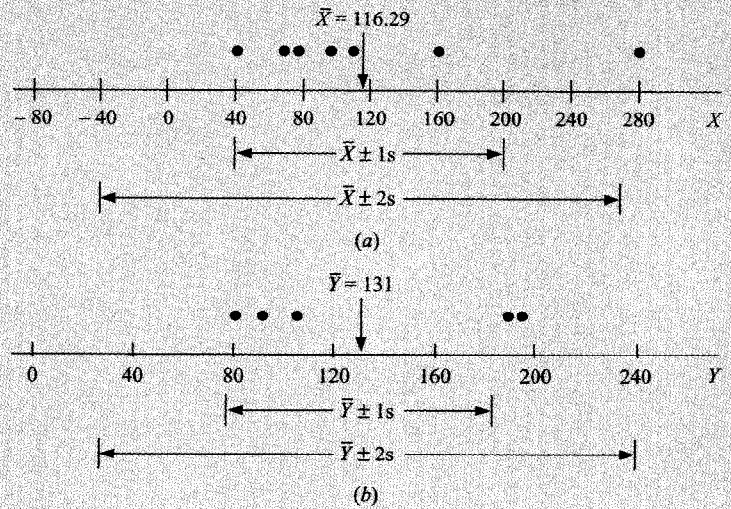


Figura 20.9 Valores, promedios y rangos de desviación estándar para muestras *(a)* estadounidense y *(b)* asiática, ejemplo 20.6.

desde la perspectiva probabilística; desde un punto de vista práctico, utilice cero, es decir, ninguna cuantía cobrada.

Muestra asiática

$$\bar{X} \pm 1s = 131 \pm 53 \quad \text{para un rango de \$78 a \$184}$$

Hay tres de cinco valores, o el 60%, dentro del rango.

$$\bar{X} \pm 2s = 131 \pm 106 \quad \text{para un rango de \$25 a \$237}$$

Todos los cinco valores están dentro del rango de $\pm 2s$.

Comentario

Una segunda medida de dispersión, en orden de uso frecuente, es el *rango,* que es simplemente los valores más grandes menos los valores más pequeños de la muestra. En las dos muestras, las estimaciones del rango están entre \$235 y \$106.

Antes de continuar con el análisis de simulación en ingeniería económica, puede ser de interés resumir las relaciones de valor esperado y de desviación estándar para una variable continua, puesto que las ecuaciones [20.8] a [20.12] consideran solamente variables discretas. Las diferencias principales estriban en que el símbolo de sumatoria se remplaza por la integral durante el rango definido de la variable, el cual se identifica como R y en que P(X) se remplaza por el elemento diferencial $f(X)\,dX$. Para una distribución de probabilidad determinada $f(X)$, las fórmulas son:

Valor esperado:
$$E(X) = \int_R X\,f(X)\,dX \qquad [20.15]$$

Varianza:
$$\mathrm{Var}(X) = \int_R X^2 f(X)\,dX - [E(X)]^2 \qquad [20.16]$$

Para un ejemplo numérico, utilice nuevamente la distribución uniforme del ejemplo 20.3 (figura 20.4) durante el rango R desde \$10 hasta \$15. Si se identifica la variable como X en lugar de C,, lo siguiente es correcto.

$$f(X) = \frac{1}{5} = 0.2 \qquad \$10 \le x \le \$15$$

$$E(X) = \int_R X(0.2)\,dX = 0.1X^2 \Big|_{10}^{15} = 0.1(225 - 100) = \$12.5$$

$$\mathrm{Var}(X) = \int_R X^2(0.2)\,dX - (12.5)^2 = \frac{0.2}{3}X^3 \Big|_{10}^{15} - (12.5)^2$$

$$= 0.06667(3375 - 1000) - 156.25 = 2.08$$

$$\sigma = \sqrt{2.08} = \$1.44$$

Por consiguiente, la distribución uniforme entre L = \$10 y H = \$15 tiene un valor esperado de \$12.5 (el punto medio del rango, como se esperaba), y una desviación estándar de \$1.44. El lector debe representar gráficamente esta distribución de probabilidad y los valores de $\pm 1, \pm 2, \pm 3$ desviaciones estándar del valor esperado.

Ejemplo adicional 20.10
Problemas 20.13 a 20.18

20.5 MUESTREO DE MONTE CARLO Y ANÁLISIS DE SIMULACIÓN

Hasta este punto, todas las decisiones sobre alternativas se han hecho utilizando estimaciones con certidumbre, seguidas posiblemente de alguna prueba de la decisión a través de un análisis de sensibilidad o de valores esperados. En esta sección se utilizará un enfoque de simulación que incorpora el material de las secciones anteriores para facilitar la decisión de ingeniería económica sobre una alternativa o entre dos o más alternativas.

La técnica de muestreo aleatorio analizada en la sección 20.3 se denomina *muestreo de Monte* Carlo. El procedimiento general esbozado a continuación utiliza el muestreo de Monte Carlo a fin de obtener muestras de tamaño n para parámetros seleccionados de alternativas formuladas. Estos parámetros, los cuales se espera que varíen de acuerdo con una distribución de probabilidad establecida, garantizan la toma de decisiones bajo riesgo. Todos los demás parámetros en una alternativa se consideran seguros; es decir, son conocidos o pueden estimarse con precisión suficiente para considerarlos seguros. Un supuesto importante que se hace, generalmente sin darse cuenta, es que todos los parámetros son independientes; es decir, la distribución de una variable no afecta el valor de ninguna otra variable de la alternativa. A este hecho se hace referencia como la *propiedad de las variables aleatorias independientes*.

El enfoque de simulación aplicado al análisis de ingeniería económica se resume en los siguientes pasos básicos.

Paso 1: Formulación de alternativa(s). Prepare cada alternativa en la forma que será considerada, utilizando el análisis de ingeniería económica y seleccione la medida de valor sobre la cual se basará la decisión. Determine la forma de la(s) relación(es) para calcular la medida de valor.

Paso 2: Parámetros con variación. Seleccione los parámetros en cada alternativa que serán considerados como variables aleatorias. Estime los valores de todos los demás parámetros (seguros) para el análisis.

Paso 3: Determinación de las distribuciones de probabilidad. Determine si cada variable es discreta o continua y describa una distribución de probabilidad para cada variable en cada alternativa. En lo posible, utilice distribuciones estándar a fin de simplificar el proceso de muestreo y para preparar la simulación en el computador.

Paso 4: Muestreo aleatorio. Incorpore el procedimiento de muestreo aleatorio de la sección 20.3 (los primeros cuatro pasos) a este procedimiento, el cual arroja una distribución acumulativa, la asignación de NA, la selección de NA y una muestra de tamaño n para cada variable.

Paso 5: Cálculo de medida de valor. Calcule los valores n de la medida de valor seleccionada de la relación o relaciones determinadas en el paso 1. Utilice las estimaciones hechas con seguridad y los valores de n muestras para los parámetros variables. (En este paso se aplica realmente la propiedad de las variables aleatorias).

Paso 6: Descripción de la medida de valor. Construya la distribución de probabilidad de la medida de valor utilizando entre 10 y 20 celdas de información y calcule medidas tales como X, s, $X \pm ts$ y las probabilidades relevantes.

Paso 7: Conclusiones. Haga conclusiones sobre cada alternativa y decida cuál debe ser implementada. Si la alternativa ha sido evaluada anteriormente bajo el supuesto de certidumbre completa para todos los parámetros, la comparación de resultados puede ayudar a determinar la decisión final.

El ejemplo 20.7 ilustra este procedimiento utilizando un análisis de simulación manual abreviado.

Ejemplo 20.7

Yvonne Ramos es la ejecutiva principal de Exercizer[++], una cadena de 50 gimnasios en Estados Unidos y Canadá. Un vendedor de equipo ha ofrecido a Yvonne dos oportunidades de largo plazo sobre equipo nuevo que se carga a los clientes de acuerdo con el uso por encima de las tarifas mensuales pagadas por éstos. Como incentivo, la oferta de ventas incluye una garantía de flujo de efectivo neto (ingreso) para uno de los sistemas durante los primeros 5 años.

Comoquiera que se trata de un concepto completamente nuevo y arriesgado de generación de ingresos, Yvonne desea efectuar un análisis cuidadoso de cada alternativa. Los detalles para los dos sistemas son los siguientes:

Sistema 1. El costo inicial es P = \$12,000 para un periodo fijado de n = 7 años sin valor de salvamento. No se ofrece garantía sobre el ingreso neto anual.

Sistema 2. El costo inicial es P = \$8000, sin valor de salvamento y un ingreso neto anual garantizado de \$1000 durante los primeros 5 años, pero después de este periodo, no hay garantía. El equipo, con las actualizaciones, puede ser útil hasta 15 años, pero el número exacto no se conoce. En cualquier momento después de los primeros 5 años es posible la cancelación sin costo alguno.

Para cualquier sistema, se instalan nuevas versiones del equipo al ser liberados sin costos adicionales. Si se requiere una TMAR del 15%, utilice el análisis VP para determinar si ninguno, uno o ambos sistemas deben ser instalados.

Solución

Las estimaciones hechas por Yvonne para utilizar correctamente el análisis de simulación se incluyen en los siguientes pasos.

Paso 1: Formulación de alternativas. Mediante el análisis VP se desarrollan relaciones para el sistema 1 y para el sistema 2 incluyendo los parámetros conocidos con certidumbre. El símbolo FEN identifica los flujos de efectivo netos anuales y FEN_G es el FEN garantizado de $1000 para el sistema 2.

$$VP_1 = -P_1 + FEN_1(P/A,15\%,n_1) \quad [20.17]$$

$$VP_2 = -P_2 + FEN_G(P/A,15\%,5) + FEN_2(P/A,15\%,n_2 - 5)(P/F,15\%,5) \quad [20.18]$$

Paso 2: Parámetros con variación. Yvonne resume los parámetros estimados con certidumbre y efectúa supuestos de distribución sobre los tres parámetros tratados como variables aleatorias.

Sistema 1

Certidumbre. $P_1 = \$12{,}000$; $n_1 = 7$ años.

Variable. FEN_1 es una variable continua, distribuida uniformemente entre $L = \$-4000$ y $H = \$6000$ anuales, ya que se considera un proyecto de inversión de alto riesgo.

Sistema 2

Certidumbre. $P_2 = \$8000$; $FEN = \$1000$ durante los 5 primeros años.

Variable. FEN_2 es una variable discreta, distribuida uniformemente entre los valores $L = \$1000$ y $H = \$6000$ sólo en incrementos de $1000, es decir, $1000, $2000, etc.

Variable. n_2 es una variable continua que está distribuida uniformemente entre $L = 6$ y $H = 15$ años.

Ahora, escriba de nuevo las ecuaciones [20.17] y [20.18] para reflejar las estimaciones hechas con certidumbre.

$$VP_1 = -12{,}000 + FEN_1(P/A,15\%,7)$$

$$= -12{,}000 + FEN_1(4.1604) \quad [20.19]$$

$$VP_2 = -8000 + 1000(P/A,15\%,5) + FEN_2(P/A,15\%,n_2 - 5)(P/F,15\%,5)$$

$$= -4648 + FEN_2(P/A,15\%,n_2 - 5)(0.4972) \quad [20.20]$$

Paso 3: Determinación de distribuciones de probabilidad. La figura 20.10, en su lado izquierdo, muestra las distribuciones de probabilidad asumidas para FEN_1, FEN_2 y n_2.

Pasa 4. Muestreo aleatorio, Yvonne decide sobre una muestra de tamaño 30 y aplica los primeros cuatro pasos de la muestra aleatoria planteados en la sección 20.3. La figura 20.10, en su lado derecho, muestra las distribuciones acumulativas (paso 1) y asigna NA a cada variable (paso 2).

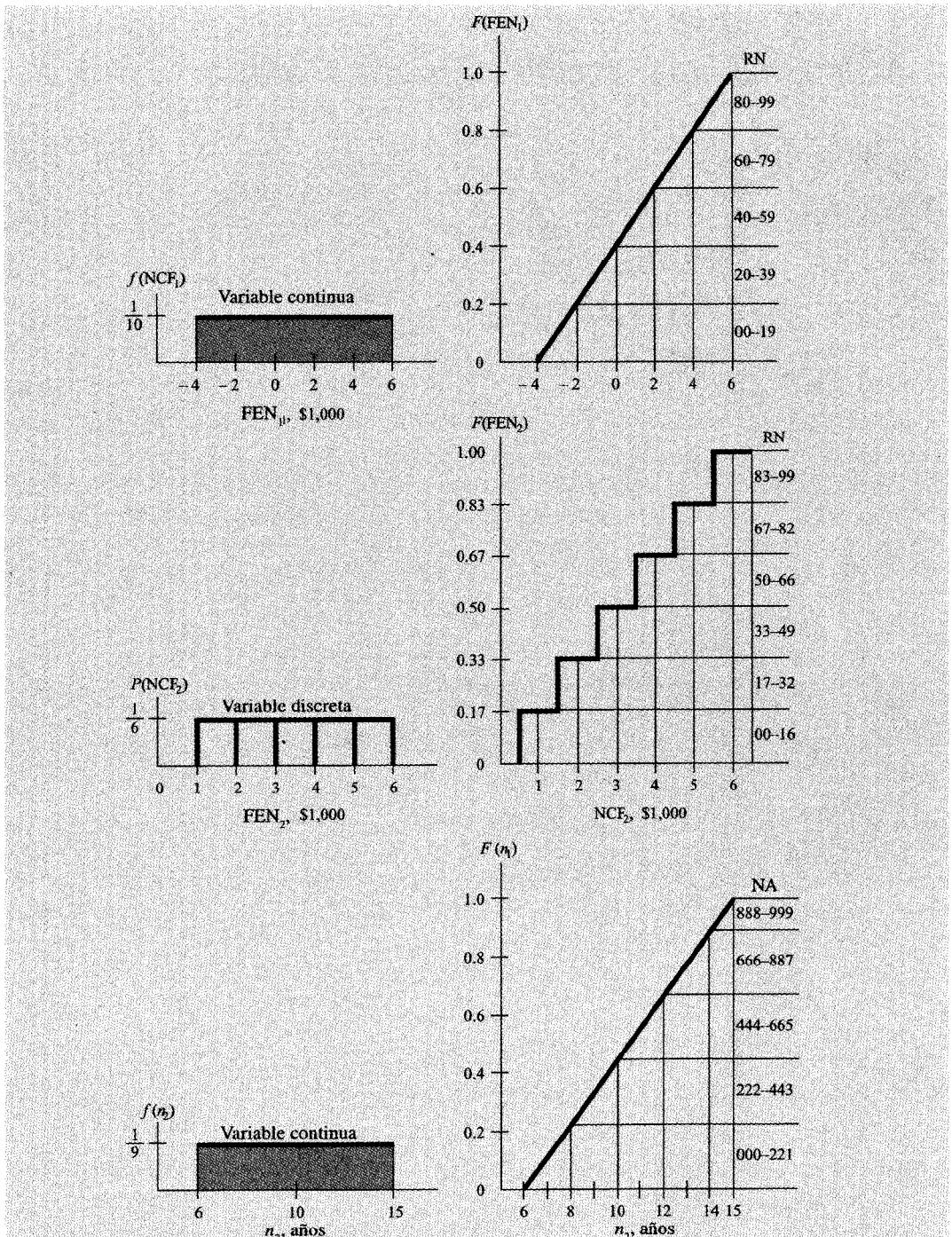


Figura 20.10 Distribuciones utilizadas para muestras aleatorias, ejemplo 20.7.

Tabla 20.5 Números aleatorios y valores variables para FEN_1, FEN_2 y n_2, ejemplo 20.7

FEN_1		FEN_2		n_2		
NA(1)	Valor	NA(2)	Valor	NA"	Valor	Aproximado(4)
18	$-2,200	10	$1,000	586	11.3	12
59	+2,000	10	1,000	379	9.4	10
31	-1,100	77	5,000	740	12.7	13
29	-900	42	3,000	967	14.4	15
71	+3,100	55	4,000	144	7.3	8

(1) Inicie aleatoriamente con la fila 1, columna 4 en la tabla 20.2.
(2) Inicie con la fila 6, columna 14.
(3) Inicie con la fila 4, columna 6.
(4) El valor n_2 es aproximado.

Los NA para FEN_2 identifican los valores del eje x, de manera que todos los flujos de efectivo netos serán en cuantías pares de $1000. Para la variable continua n_2 se utilizan valores NA de tres dígitos con el fin de hacer que los números salgan en forma pareja y se muestran en celdas solamente como 'indexadores' para fácil referencia cuando se utiliza NA para encontrar el valor de una variable. Sin embargo, se aproxima el número al valor siguiente de n_2 más alto, porque es probable que el contrato sea cancelado en una fecha de aniversario. Además, ahora pueden emplearse directamente los factores tabulados de interés compuesto para $n_2 = 5$ años (véase tabla 20.5).

Una vez que el NA ha sido seleccionado en forma aleatoria de la tabla 20.2, la secuencia (paso 3) utilizada será proceder hacia abajo en la tabla NA de la columna y luego hacia arriba de la columna hacia la izquierda. La tabla 20.5 muestra solamente los primeros cinco valores NA seleccionados para cada muestra y los valores de las variables correspondientes tomados de las distribuciones acumulativas en la figura 20.10 (paso 4).

Paso 5: Cálculo de medida de valor. Con los cinco valores muestrales de la tabla 20.5, calcule los valores VP utilizando las ecuaciones [20.19] y [20.20].

1. $VP_1 = -12{,}000 + (-2200)(4.1604) = \$-21{,}153$
2. $VP_1 = -12{,}000 + 2000(4.1604) = \$-3679$
3. $VP_1 = -12{,}000 + (-1100)(4.1604) = \$-16{,}576$
4. $VP_1 = -12{,}000 + (-900)(4.1604) = \$-15{,}744$
5. $VP_1 = -12{,}000 + 3100(4.1604) = \$+897$
1. $VP_2 = -4648 + 1000(P/A,15\%,7)(0.4972) = \$-2579$
2. $VP_2 = -4648 + 1000(P/A,15\%,5)(0.4972) = \$-2981$
3. $VP_2 = -4648 + 5000(P/A,15\%,8)(0.4972) = \$+6507$
4. $VP_2 = -4648 + 3000(P/A,15\%,10)(0.4972) = \$+2838$
5. $VP_2 = -4648 + 4000(P/A,15\%,3)(0.4972) = \$-107$

Ahora, se han seleccionado 25 NA más para cada variable de la tabla 20.2 y se calculan los valores VP.

Paso 6: Descripción de medida de valor. La figura 20.1 la y *b* presenta las distribuciones de probabilidad VP, y VP_2 para las 30 muestras con 14 y 15 celdas, respectivamente, lo mismo que el rango de valores VP individuales y los valores de X y de s.

VP_1. Los valores de la muestra varían dentro de un rango de $-24,481 hasta $+12,962. Las medidas calculadas de los 30 valores son:

$$\bar{X}_1 = -\$7729$$
$$s_1 = \$10,190$$

VP_2. Los valores de la muestra varían dentro de un rango de $-3031 hasta $+10,324. Las medidas de la muestra son:

$$\bar{X}_2 = \$2724$$
$$s_1 = \$4336$$

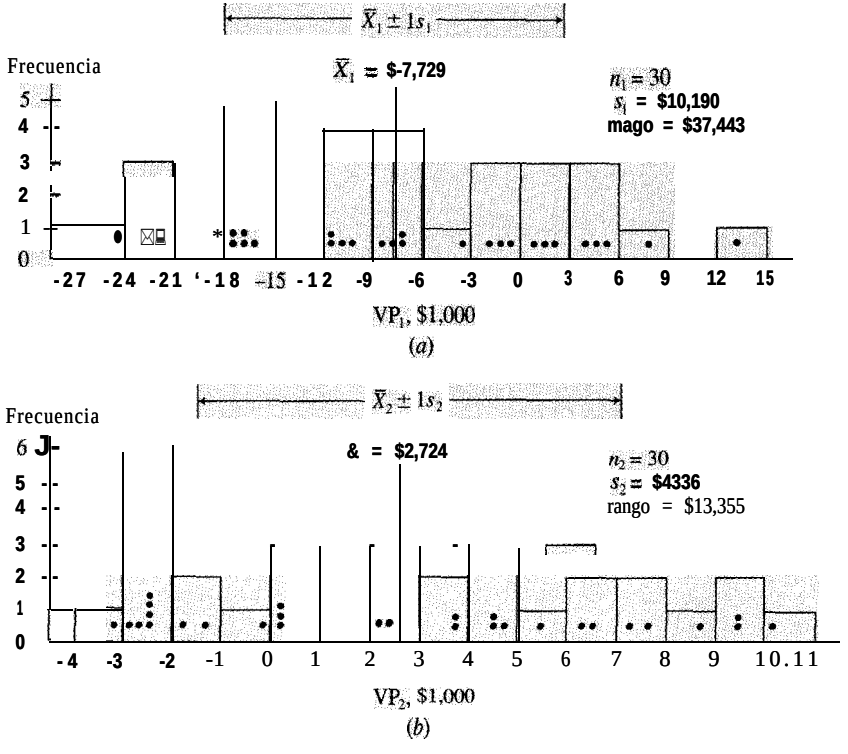


Figura 20.11 Distribuciones de probabilidad de valores VP pura una muestra de tamaño 30, ejemplo 20.7.

Paso 7: Conclusiones. Con seguridad, las muestras adicionales harán que la tendencia central de las distribuciones VP sea más evidente, pudiendo reducir los valores *s*, que son bastante grandes. Por supuesto, muchas conclusiones son posibles una vez se conocen las distribuciones VP, pero las siguientes aseveraciones parecen claras.

Sistema 1. Con base en esta pequeña muestra de 30 observaciones, *no lo acepte*. La probabilidad de obtener una TMAR = 15% es relativamente baja, ya que la muestra indica una probabilidad de 0.27 (8 de 30 valores) de que VP sea positivo y $\bar{X}_1$ sea bastante negativo. Aunque aparece grande, la desviación estándar puede utilizarse para determinar que alrededor de 20 de los 30 valores VP de la muestra (dos tercios) están dentro de los límites $\bar{X} \pm 1s$, que son \$–17,919 y \$2461. Una muestra más grande puede alterar este análisis en alguna manera.

Sistema 2. Si Yvonne está dispuesta a aceptar el compromiso de largo plazo que puede aumentar el FEN dentro de algunos años, la muestra de 30 observaciones indica que debe *aceptar* esta alternativa. A una TMAR del 15%, la simulación aproxima al 67% la posibilidad para un VP positivo (20 de los 30 valores VP en la figura 20.11*b* son positivos). Sin embargo, la probabilidad de observar VP dentro de los límites $\bar{X} \pm 1s$ (\$–1612 y \$7060) es 0.53 (16 de 30 valores muestrales. Este hecho indica que la distribución muestral VP está dispersa más ampliamente alrededor de su promedio en comparación con la muestra del sistema 1 VP.

Conclusión en este punto. Rechazar el sistema 1; aceptar el sistema 2; y observar cuidadosamente el flujo de efectivo neto, en especial después del periodo inicial de 5 años.

Comentario

Una revisión del ejemplo 16.5, donde todas las estimaciones se realizaron con certidumbre (FEN_1 = \$3000, FEN_2 = \$3000 y n_2 = 15 años), muestra que las máquinas alternativas, que tienen características de parámetros similares, son evaluadas mediante el método del periodo de reintegro a una TMAR = 15% y se selecciona la primera alternativa. No obstante, el análisis VA posterior, que es equivalente al análisis VP hecho aquí, seleccionó la alternativa 2 basada, en parte, en el flujo de efectivo anticipado más grande en los últimos años. Usted puede encontrar otras bases comparativas entre estos dos ejemplos aumentando el tamaño de la muestra del análisis de simulación.

Ejemplo 20.7
(Hoja de cálculo)

Ayude a Yvonne Ramos a preparar una simulación de hoja de cálculo en Excel para el análisis de las tres variables aleatorias y de VP en el anterior ejemplo 20.7. ¿Varía apreciablemente la distribución VP de aquella desarrollada utilizando la simulación manual? ¿Parecen aún razonables las decisiones de rechazar la propuesta del sistema 1 y aceptar la propuesta del sistema 2?

solución

Las figuras 20.12 y 20.13 son hojas de cálculo que logran la porción de simulación del análisis antes descrito, desde el paso 3 (determinación de la distribución de probabilidadad) hasta el 6 (descripción de medida de valor). Excel y la mayoría de los sistemas de hoja de cálculo, son limitados en la variedad de distribuciones que pueden aceptar para muestreo, pero tienen disponibles aquellas típicas, tales como la uniforme y ía normal.

La figura 20.12 indica los resultados de una muestra pequeña de 30 valores (solamente una porción de la hoja de cálculo se imprime aquí) a partir de las tres distribuciones que utilizan la función RAND.

FEN_1. Continua uniforme de \$–4000 hasta \$6000. Las celdas en la columna *b* traducen los valores NA1 (Columna A) en cuantías FEN 1.

FEN_2. Discreta uniforme en incrementos de \$1000 desde \$1000 hasta \$6000. Las celdas de la columna D revelan FEN2 en los incrementos de \$1000 utilizando el operador IF para traducir a partir de los valores NA2.

n_2. Continuo uniforme de 6 hasta 15 años. Las celdas en la columna F son valores enteros obtenidos utilizando la función INT que opera en los valores NA3

Microsoft Excel - Ex20.7

File Edit View Insert Format Tools Data Window Help

Arial 10 100%

G12

	A	B	C	D	E	F	G
1	NA1	FEN1	NA2	FEN2	NA3		
2	28.71153	-\$1,200	75.45134	\$5,000	670.8628	12	
3	73.61563	\$3,300	93.68216	\$6,000	353.5002	9	
4	11.05938	-\$2,900	28.08165	\$2,000	987.1774	14	
5	38.04883	-\$200	43.21524	\$3,000	775.6054	12	
6	2.928055	-\$3,800	37.46887	\$3,000	33.00716	6	
7	12.74638	-\$2,800	68.64796	\$5,000	378.3194	9	
8	50.94356	\$1,000	98.19059	\$6,000	963.1168	14	
9	92.66624	\$5,200	57.41488	\$4,000	793.8461	13	

NÚMEROS ALEATORIOS VALOR PRESENTE Sheet3 Sheet4

=RAND()*100

=INT((100*A9-4000)/100)*100

=RAND()*100

=IF(C9<=16,1000,IF(C9<=32,2000,IF(C9<=49,3000,IF(C9<=66,4000,IF(C9<=82,5000,IF(C9<=100,6000,6000))))))

=RAND()*1000

=INT(0.009*E9+6)

Figura 20.12 Valores muestrales generados utilizando una simulación de hoja de cálculo, ejemplo 20.7.

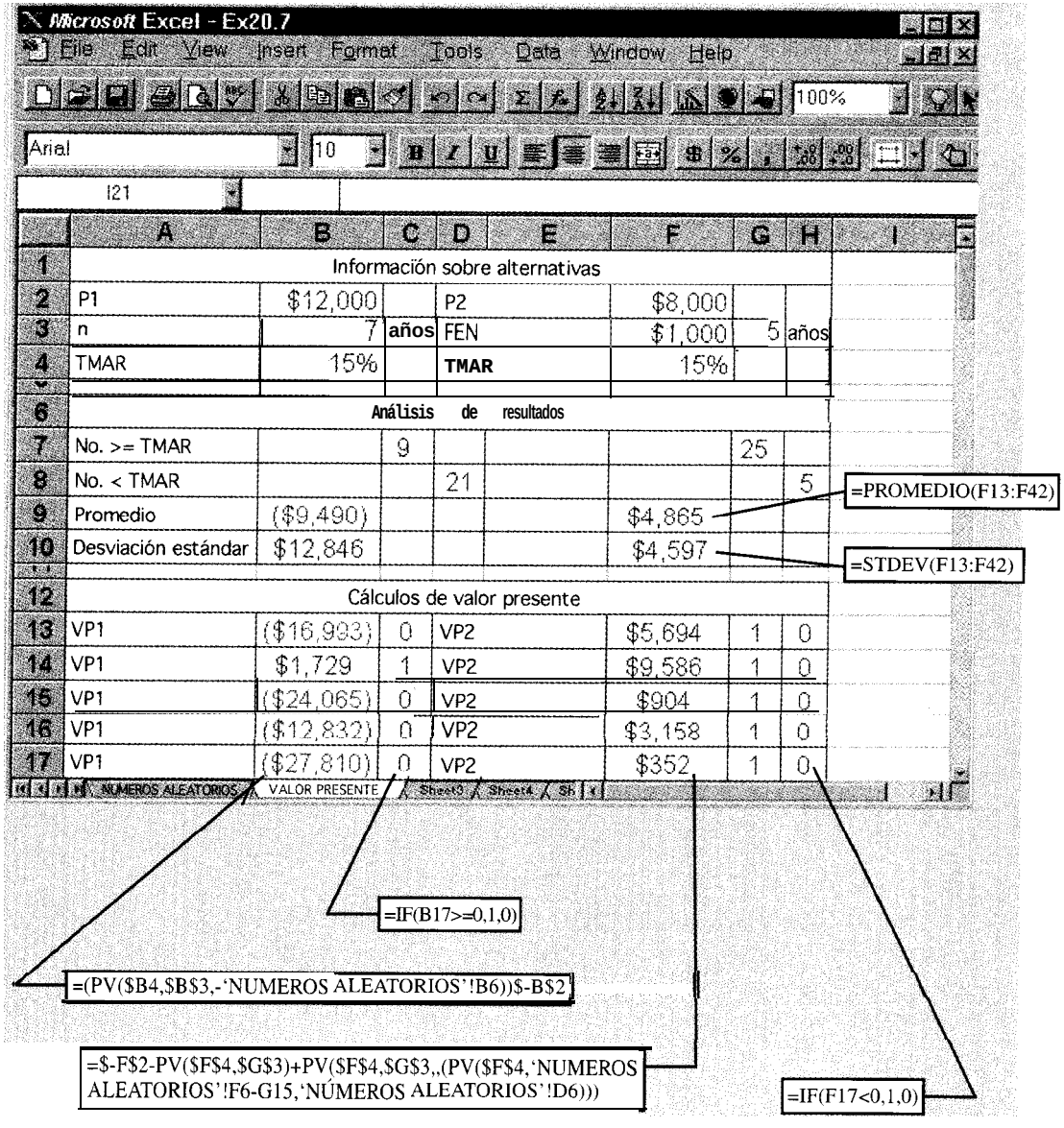


Figura 20.13 Resultados de simulación en hoja de cálculo para 30 valores muestrales en VP, ejemplo 20.7,

La figura 20.13 presenta las estimaciones de las dos alternativas planteadas en la sección anterior. Los cálculos de VP1 y VP2 para las 30 repeticiones de FEN1, FEN2, y n_2 son la hoja de cálculo equivalente a las ecuaciones [20.19] y [20.20]. El enfoque tabular empleado aquí concuerda con el número de valores VP por debajo de cero ($0) y que igualan o exceden cero utilizando el operador IF. Por ejemplo, la celda D13 contiene un 1, el cual indica que VP1 < 0 cuando FEN1 = $ -1200 fue utilizado para calcular VP1 = $ -16,993 por medio de la ecuación [20.19]. Las celdas en las filas 7 y 8 muestran el

número de veces, en las 30 muestras, que el sistema 1 y el sistema 2 pueden retornar por lo menos la TMAR = 15% debido al VP correspondiente ≥ 0. Los promedios y desviaciones estándar de la muestra también están indicados.

A continuación se presenta una comparación entre la simulación manual y la de hoja de cálculo.

	Sistema 1 VP			Sistema 2 VP		
	$\bar{X}$, \$	s, \$	No. de VP ≥ 0	$\bar{X}$, \$	s, \$	No. de VP ≥ 0
Manual	–7,729	10,190	8	2,724	4,336	20
Hoja de cálculo	–9,490	12,846	9	4,865	4,597	25

Para la simulación de hoja de cálculo, 9 (30%) de los VP1 valores exceden cero, mientras que la simulación manual incluyó 8 (27%) valores positivos. Estos resultados comparativos cambiarán cada vez que la hoja de cálculo sea activada puesto que la función RAND se prepara (en este caso) para producir un nuevo NA cada vez. Es posible definir RAND para mantener los mismos valores NA. *Véase* la guía del usuario de Excel.

La conclusión de rechazar la propuesta del sistema 1 y de aceptar el sistema 2 es apropiada para la simulación de hoja de cálculo como lo es para la manual, ya que no hay posibilidades comparables de que VP ≥ 0.

Problemas 20.19 y 20.20

20.6 EVALUACIÓN DE CRITERIOS MÚLTIPLES

Además de la consideración del riesgo para los factores económicos, con frecuencia es importante incluir factores no económicos al evaluar alternativas. Para incluir estos factores agregados en la evaluación, puede utilizarse la toma de decisiones de criterios múltiples. El procedimiento general es:

1. Definir claramente las alternativas.
2. Determinar todos los factores que serán considerados. Éstos deben incluir alguna forma de una medida económica de valor ya aprendida.
3. Utilizar una técnica de evaluación de criterios múltiples.
4. Escoger la alternativa con el mejor resultado combinado.

Estos pasos no son significativamente diferentes de aquellos utilizados hasta ahora. Sin embargo, los factores económicos y no económicos se combinan para reflejar en mayor detalle el estilo individual y los intereses de la persona que toma las decisiones. Diversos ejemplos de factores no económicos son:

- Tiempo de respuesta
- Duración del ciclo

- Tasa de rendimiento
- Disponibilidad de software
- Reacción pública
- Exposición a litigación
- Servicios de contratación
- Requisitos de capacitación

De las técnicas de evaluación básicas de criterios múltiples, la mayoría son técnicas de puntaje, también llamadas técnicas de *ordenamiento* y *calificación,* la más popular de las cuales es el método de evaluación ponderado. Estas técnicas son especialmente útiles cuando hay tres o más alternativas y las diferencias entre ellas no son de inmediato obvias para la persona que hace el análisis.

Método de evaluación no ponderado Cuando todos los factores de evaluación están determinados, cada alternativa se califica sobre cada factor utilizando una escala prestablecida. La alternativa con la suma de calificaciones más alta debe ser seleccionada. Cuatro escalas posibles de calificación para cada factor son:

$-1, 0, +1$	$-2, -1, +1, +2$
0 a 1	0 a 100

Si se utiliza la escala de 0 a 1 o la de 0 a 100, se asigna la calificación más alta de 1 o 100 a la mejor alternativa para cada factor y todas las demás alternativas se califican con relación a ésta.

Método de evaluación ponderado Los factores son calificados como en el método no ponderado, generalmente, en una escala de 0 a 1 o de 0 a 100. Además, cada factor es calificado de acuerdo con su importancia por la persona que toma las decisiones. Para cada alternativa i, se calcula el valor ponderado total V_i.

$$V_i = \sum_{j=1}^{j=n} w_j r_{ij} \qquad [20.21]$$

donde w_j = peso para el factorj (j = 1, 2, . . . , n)

r_{ij} = calificación para la alternativa i sobre el factorj

Se debe seleccionar la alternativa con el V_i más grande. Las ponderaciones del factor w_j se normalizan asignando inicialmente el puntaje de 100 al más importante, luego asignando puntajes relativos a los demás factores y, por último, dividiendo cada ponderación asignada por el total de todas las ponderaciones. Los resultados son los valores w_j en la ecuación

[20.21]. Este proceso satisface el requisito de que la suma de todos los pesos de los factores es igual a 1 .0. El ejemplo 20.8 ilustra este método.

Ejemplo 20.8

Un sistema de información interactiva utilizado para despachar trenes ha estado en uso durante algunos años en Frontier Railroad. Los cálculos y las discusiones de gerencia han conducido a la definición de tres alternativas y seis factores de evaluación de importancia diversa.

Alternativa 1. Comprar nuevo hardware y desarrollar software adaptado.

Alternativa 2. Arrendar nuevo hardware y utilizar los servicios de base de datos mediante contrato con un vendedor establecido.

Alternativa 3. Conservar el hardware antiguo y actualizar el software.

Factores de evaluación seleccionados:

1. Periodo de reintegro
2. Requerimento de inversión inicial
3. Periodo de respuesta
4. Interfase del usuario
5. Disponibilidad y posibilidad de mantenimiento del software
6. Servicio al cliente

Utilice el método de evaluación ponderada para determinar cuál alternativa es la mejor. Suponga que se ha establecido el significado de cada factor y que se dispone de información adecuada para calificar cada alternativa.

Solución

Cada factor y alternativa se califican en una escala de 0 a 100. El 'requisito de inversión inicial' es considerado el factor más importante puesto que el sistema actual (alternativa 3) ya se ha comprado, de manera que se asigna un puntaje de 100 al factor 2. A los demás factores se les asigna valores relativos al puntaje de 100, como se muestra en la tabla 20.6. El total para todos los factores (450) se divide por cada puntaje para calcular las ponderaciones normalizadas w_j en la segunda columna de la tabla 20.7

Los puntajes determinados para las tres alternativas (tabla 20.6) nuevamente son relativos a la mejor alternativa para cada factor que utiliza una escala de 0 a 100. Por ejemplo, la disponibilidad y conservación del software (factor 5) se juzga mejor utilizando un vendedor por contrato (alternativa 2); se asigna un puntaje de 100. Sin embargo, el sistema actual es muy pobre puesto que utiliza lenguaje de programación desactualizado; el puntaje asignado es 10.

La tabla 20.7 presenta las calificaciones ponderadas y los totales utilizando la ecuación [20.21]. La alternativa 2 es la selección clara.

Comentario

Observe cómo mediante este. método cualquier medida económica puede incorporarse en una evaluación **de** criterios múltiples. Por supuesto, pueden incluirse diferentes medidas de valor: VP, TR, B/C, etc.; sin embargo, su importancia **puede variar con relación a otros factores no** económicos.

Tabla 20.6 Calificaciones relativas para las tres alternativas que utilizan el método de evaluación ponderada

Factor j	Importancia del factor	Importancia relativa (0 a 100), r_{ij} Alternativa 1	Alternativa 2	Alternativa 3
1	50	75	50	100
2	100	60	75	100
3	90	50	100	20
4	80	100	90	40
5	50	75	100	10
6	80	100	100	75
Total	450			

Tabla 20.7 Valores ponderados para las tres alternativas que utilizan el método de evaluación ponderada

Factor j	Ponderación normalizada, w_j	Valores ponderados, V_i Alternativa 1	Alternativa 2	Alternativa 3
1	0.11	8.3	5.5	11.0
2	0.22	13.2	16.5	22.0
3	0.20	10.0	20.0	4.0
4	0.18	18.0	16.2	7.2
5	0.11	8.3	11.0	1.1
6	0.1%	18.0	18.0	13.5
Total	1.00	75.8	87.2	58.8

Factores

1. Periodo de reintegro
2. Requerimiento de inversión inicial
3. Periodo de respuesta
4. Interfase del usuario
5. Disponibilidad y posibilidad de mantenimiento del software
6. Servicio al cliente

Problemas 20.21 a 20.26

EJEMPLOS ADICIONALES

Ejemplo 20.9

AFIRMACIONES DE PROBABILIDAD, SECCIÓN 20.2 Utilice la distribución acumulativa para la variable C_1 en la figura 20.4 (ejemplo 20.3, flujo de efectivo mensual para el cliente 1) para determinar las siguientes probabilidades:

(a) Más de \$14.

(b) Entre \$12 y \$13.

(c) No más de \$11 o más de \$14.

(d) Exactamente \$12.

Solución

Las áreas sombreadas en la figura 20.14*a* a 20.1 y *d* indican los puntos en la distribución acumulativa $F(C_1)$ utilizados para determinar las probabilidades.

(a) La probabilidad de más de \$14 por mes se determina fácilmente restando el valor de $F(C_1)$ en $C_1 = 14$ del valor en $C_1 = 15$ (puesto que la probabilidad en un punto es cero para una variable continua, el signo igual no cambia el valor de la probabilidad resultante).

$$P(C_1 > 14) = P(C_1 \leq 15) - P(C_1 \leq 14)$$
$$= F(15) - F(14)$$
$$= 1.0 - 0.8$$
$$= 0.2 \quad (20\%)$$

(b)
$$P(12 \leq C_1 \leq 13) = P(C_1 \leq 13) - P(C_1 \leq 12)$$
$$= 0.6 - 0.4$$
$$= 0.2 \quad (20\%)$$

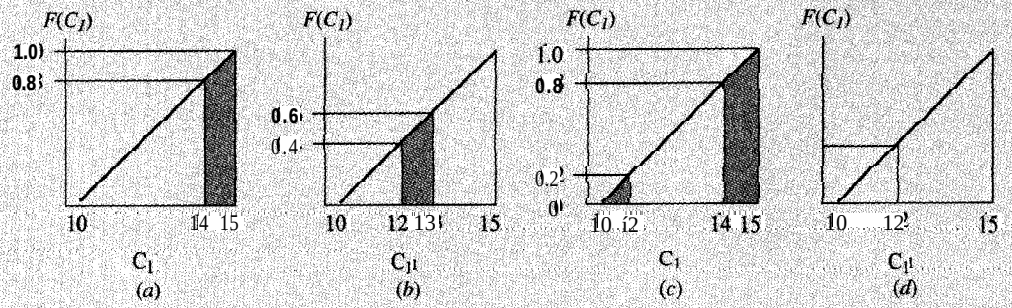


Figura 20.14 Cálculo de probabilidades de la distribución acumulativa, ejemplo 20.9.

(c)
$$P(C_1 \leq 11) + P(C_1 > 14) = [F(11) - F(10)] + [F(15) - F(14)]$$
$$= (0.2 - 0) + (1.0 - 0.8)$$
$$= 0.2 + 0.2$$
$$= 0.4 \quad (40\%)$$

(d)
$$P(C_1 = 12) = F(12) - F(12) = 0.0$$

No hay área por debajo de la curva de distribución acumulativa en un punto para una variable continua, como se mencionó anteriormente. Si se utilizan dos puntos situados cerca, es posible obtener una probabilidad, por ejemplo, entre 12.0 y 12.1 o entre 12 y 13, como en la parte *(b)*.

Ejemplo 20.10

LA DISTRIBUCIÓN NORMAL, SECCIÓN 20.4 Camila es gerente regional de una gran cadena de tiendas de franquicia de gasolina y de comida rápida. La sede principal en una ciudad grande de EE.UU. ha tenido muchas quejas y diversos procesos legales de empleados y de clientes debido a resbalones y caídas ocasionados por agua, aceite, gas, soda, etc. sobre las superficies de concreto. La gerencia de la corporación ha autorizado a cada gerente regional a contratar localmente para aplicar a todas las superficies de concreto exterior un producto de mercadeo reciente que absorbe hasta 100 veces su propio peso en líquido y además lo ha autorizado para cargar la instalación en una cuenta de la sede principal. La carta de autorización a Camila establece que, con base en su simulación y en sus muestras aleatorias que suponen una población normal, el costo de la instalación localmente organizada debe ser alrededor de $10,000 y casi siempre está dentro del rango de $8000 a $12,000.

Camila, con especialización en marketing a nivel universitario, le pide a usted, TJ, graduado en ingeniería tecnológica, escribir un resumen breve pero completo sobre la distribución normal, explicar la afirmación del rango $8000 a $12,000 y explicar la frase "muestras aleatorias que suponen una población normal" en esta situación.

Solución

Suponga que usted mantuvo este libro y un texto de estadística de ingeniería básica cuando se graduó y que ha desarrollado la siguiente respuesta a Camila utilizándolos, además de la carta de la sede principal.

Camila,

La presente es un breve resumen de la forma como la sede principal parece estar utilizando la distribución normal. A manera de actualización, he incluido un resumen acerca de la distribución normal.

Distribución normal y probabilidades

Se hace referencia a la distribución normal también como a la curva de campana, la distribución Gaussiana o la distribución de errores. Ésta es, por un amplio margen, la distribución de probabilidad de uso más común en todas las aplicaciones, la cual sitúa exactamente la mitad de la probabilidad en cualquier lado de la media o del valor esperado. Se utiliza para variables continuas durante todo el rango de números. La normal se encuentra para predecir en forma precisa muchos tipos de resultados, tales como valores IQ, errores de fábrica en determinadas características como tamaño, volumen, peso,

etc.; y la distribución de ingresos de ventas, costos y muchos otros parámetros de un negocio alrededor de una media especificada, razón para que pueda ser aplicada en esta situación.

La distribución normal identificada por el símbolo $N(\mu, \sigma^2)$, donde μ es el valor esperado o media, y σ^2 es la varianza, o medida de dispersión, puede describirse de la siguiente manera:

- La media μ ubica la distribución de probabilidad (figura 20.15*a*) y la dispersión de la distribución varía con la varianza σ^2 (figura 20.15*b*), haciéndose más dispersa y más plana en los valores más grandes de la varianza.
- Cuando se toma una muestra, las estimaciones se identifican como media muestral $\overline{X}$ para μ y desviación estándar muestral s para σ.
- La distribución de probabilidad normal $f(X)$ para una variable X es bastante complicada, ya que su fórmula es:

$$f(X) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp - \left[\frac{(X-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]$$

  donde *exp* representa el número $e = 2.71828+$ y es elevado a la potencia del término –[ ]. En resumen, si X recibe valores diferentes, para una media dada μ y desviación estándar σ, se desarrolla una curva que se parece a aquellas en la figura 20.15*a* y *b*.

Puesto que $f(X)$ es tan inmanejable, se desarrollan muestras aleatorias y afirmaciones de probabilidad utilizando una transformación, denominada *desviación estándar normal (DEN)*, la cual utiliza μ y σ (población) o $\overline{X}$ y s (muestra) para calcular valores de la variable Z.

Población:
$$Z = \frac{\text{desviación de la media}}{\text{desviación estándar}} = \frac{X - \mu}{\sigma} \qquad [20.22]$$

Muestra:
$$Z = \frac{X - \overline{X}}{s} \qquad [20.23]$$

La distribución DEN para Z (figura 20.15*c*) es la misma que para X, excepto que ésta siempre tiene una media de 0 y una desviación estándar de 1, y está identificada por el símbolo $N(0, 1)$. Por consiguiente, los valores de probabilidad bajo la curva DEN pueden determinarse exactamente. Siempre es posible transferir de vuelta los valores originales de la información de la muestra resolviendo la ecuación [20.22] para X:

$$X = Z\sigma + \mu \qquad [20.24]$$

Diversas afirmaciones de probabilidad para Z y X se resumen a continuación y se muestran para Z en la figura 20.15*c*.

Rango de la variable X	Probabilidad	Rango de la variable Z
$\mu + 1\sigma$	0.3413	0 a +1
$\mu \pm 1\sigma$	0.6826	–1 a +1
$\mu + 2\sigma$	0.4773	0 a +2
$\mu \pm 2\sigma$	0.9546	–2 a +2
$\mu + 3\sigma$	0.4987	0 a +3
$\mu \pm 3\sigma$	0.9974	–3 a +3

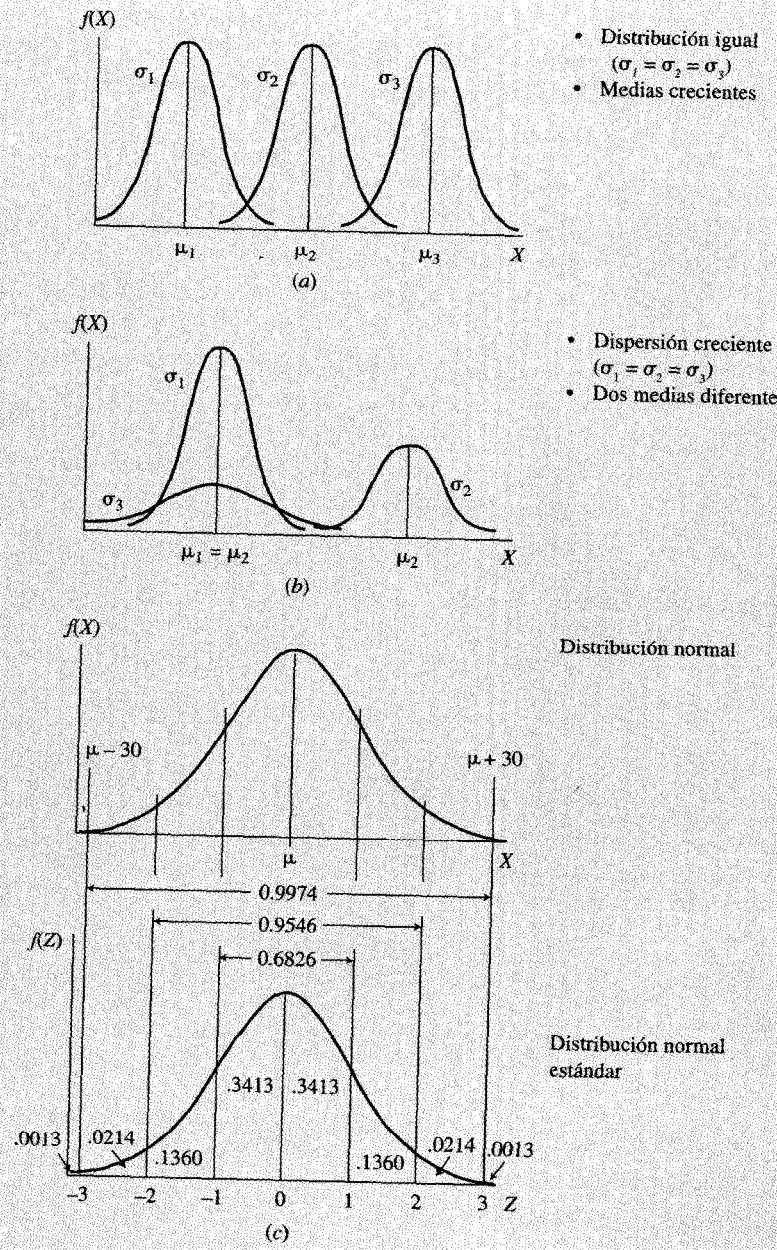


Figura 20.15 Distribución normal que muestra *(a)* diferentes valores de media μ; *(b)* diferentes valores de desviación estándar σ; y *(c)* relación de una normal para X y una normal estándar para $Z = (X - \mu)/\sigma$.

Como ilustración, las declaraciones de probabilidad de esta tabulación y la figura 20.15*c* para X y Z son:

La probabilidad de que X esté dentro de 2σ de su media es 0.9546.

La probabilidad de que Z esté dentro de 2σ de su media, que es lo mismo que entre los valores –2 y +2, es también 0.9546.

Muestras aleatorias de una distribución normal

Para tomar una muestra aleatoria de una población normal $N(\mu,\sigma^2)$, se utiliza una tabla de números aleatorios DEN preparada especialmente. (Las tablas de los valores DEN están disponibles en muchos libros de estadística). Los números son realmente valores de la distribución de Z o de $N(0,1)$ y tiene valores tales como –2.10, +1.24, etc. La traducción del valor Z de nuevo a los valores de la muestra para X se realiza mediante la ecuación [20.24].

La afirmación de que prácticamente todas las cuantías de contrato local deben estar entre \$8000 y \$12,000 puede interpretarse de la siguiente manera: Se supone una distribución normal con una media de μ = \$10,000 y una desviación estándar de σ = \$667, o una varianza de σ^2 = (\$667)^2; es decir, se supone una distribución N[\$10,000, (\$667)^2]. El valor σ = \$667 se calcula utilizando el hecho de que prácticamente toda la proabilidad (99.74%) está dentro de 3σ de la media, como se afirmó antes. Por consiguiente,

$$3\sigma = \$2000 \quad \text{y} \quad \sigma = \$667 \text{ (aproximado)}$$

Como ilustración, si se seleccionan 6 números aleatorios DEN y se utilizan para tomar una muestra de tamaño 6 de la distribución normal N [\$10,000, (\$667)^2], los resultados son los siguientes:

DEN número aleatorio Z	**X utilizando la ecuación [20.24]** $X = Z\sigma + \mu$
–2.10	X = (–2.10)(667) + 10,000 = \$8,599
+3.12	X = (+3.12)(667) + 10,000 = \$12,081
–0.23	X = (–0.23)(667) + 10,000 = \$9,847
+1.24	X = (+1.24)(667) + 10,000 = \$10,827
–2.61	X = (–2.61)(667) + 10,000 = \$8,259
–0.99	X = (–0.99)(667) + 10,000 = \$9,340

Si se considera ésta una muestra de seis cuantías típicas de contrato de superficie de concreto para lugares de nuestra región, el promedio es \$9825 y cinco de seis valores están dentro del rango de \$8000 y \$12,000 con el sexto estando solamente \$81 por encima del límite superior. De manera que no se deberían tener problemas reales, aunque es importante que se conserve una vigilancia cercana sobre las cantidades del contrato, porque el supuesto de la distribución normal con una media de alrededor de \$10,000 y prácticamente todas las sumas del contrato dentro de ±\$2000 de éste pueden no resultar correctos para nuestra región.

Si usted tiene preguntas sobre este resumen, por favor contácteme.

TJ

RESUMEN DEL CAPÍTULO

La realización de la toma de decisiones bajo riesgo implica que algunos parámetros de una alternativa de ingeniería se consideran variables aleatorias. Se utilizan supuestos sobre la forma de la distribución de probabilidad de la variable para explicar la forma como pueden variar las estimaciones de los valores de parámetros. Además, medidas tales como el valor esperado y la desviación estándar describen la forma característica de la distribución. En este capítulo se aprendieron diversas distribuciones de población discretas y continuas, simples pero útiles, utilizadas en ingeniería económica -uniformes y triangulares- así como la especificación de distribuciones o la selección de una distribución normal.

Puesto que la distribución de probabilidad de la población para un parámetro no se conoce completamente, en general se toma una muestra aleatoria de tamaño n y se determinan su promedio muestra1 y su desviación estándar. Los resultados se utilizan para hacer afirmaciones de probabilidad sobre el parámetro, las cuales ayudan a tomar la decisión final considerando el riesgo.

El método de muestreo de Monte Carlo se combina con las relaciones de ingeniería económica para medidas de valor como VP a fin de implementar un enfoque de simulación al análisis de riesgo. Los resultados de ese análisis pueden compararse entonces con decisiones cuando se realizan estimaciones de parámetros con certidumbre.

El método de evaluación ponderada es una forma directa de tomar en consideración diferentes factores, incluyendo los factores no económicos. Ésta es otra forma de considerar el riesgo y de hacer que el análisis de ingeniería económica cumpla su papel en la toma de decisiones.

PROBLEMAS

20.1 Para cada situación a continuación, determine si la información involucra certidumbre, riesgo y/o incertidumbre. Si involucra riesgo, represente gráficamente la información en la forma general de la figura 20.1.

(a) Un amigo en finca raíz le cuenta que el precio por pie cuadrado para casas nuevas aumentará lenta o rápidamente durante los próximos 6 meses.

(b) Su gerente informa al personal que hay igual posibilidad de que las ventas estén entre 500 y 550 unidades el próximo mes.

(c) Usted recibió su salario ayer y se dedujeron $320 para pagar los impuestos de renta. La cuantía retenida el mes próximo será diferente debido a un aumento en el salario que usted recibirá.

(d) Hay una posibilidad del 20% de lluvia y una posibilidad del 30% de nieve hoy.

20.2 Describa casos de certidumbre, riesgo e incertidumbre de sus propias experiencias que puedan reducirse a términos cuantitativos.

20.3 Una encuesta de viviendas incluyó una pregunta sobre el número de automóviles, N, actualmente poseídos por gente que vive en residencias y la tasa de interés, i, sobre el préstamo de tasa más baja para los autos. Los resultados para 100 viviendas se muestran a continuación.

Número de autos, N	**0**	1	2	3	24
Viviendas	12	56	26	3	3

Tasa de préstamo, *i*	**0.0-2**	2.014	4.01-6	6.01-S	8.01-10	10.01-12
Viviendas	22	10	12	42	8	6

(a) Determine si cada variable es discreta o continua y diga por qué.

(b) Elabore gráficas de las distribuciones de probabilidad y de las distribuciones acumulativas para N e i.

(c) De la información obtenida, ¿cuál es la probabilidad de que una vivienda tenga 1 ó 2 autos? ¿Tres o más autos?

(d) Utilice la información de i para estimar las posibilidades de que la tasa de interés esté entre 6% y 9.75% anual.

20.4 Un funcionario de la firma State Lottery Commission ha obtenido una muestra de los compradores de billetes de lotería durante un periodo de 1 semana en una localidad. Las cantidades distribuidas de vuelta a los compradores y las probabilidades asociadas para 5000 boletas son:

Distribución, $	**0**	2	5	10	100
Probabilidad	0.91	0.045	0.025	0.013	0.007

(a) Elabore gráfica de la distribución acumulativa de las ganancias.

(b) Calcule el valor esperado de la distribución de los dólares por billete.

(c) Si todos los billetes cuestan $2, ¿cuál es el ingreso de largo plazo esperado para el estado por billete, con base en esta muestra?

20.5 Bob está trabajando en dos proyectos independientes relacionados con probabilidad. El primero comprende una variable N, que es el número de partes fabricadas en forma consecutiva cuyo peso sobrepasa el límite de especificaciones de peso. La variable N se describe por la fórmula $(0.5)^N$, ya que cada unidad tiene una posibilidad 50-50 de estar por debajo o por encima del límite. La segunda comprende la vida de una batería, L, que varía entre 2 y 5 meses. La distribución de probabilidad es triangular con la moda en 5 meses, que es la vida del diseño. Algunas baterías fallan temprano, pero 2 meses es la menor vida experimentada hasta ahora. *(a)* Escriba y represente gráficamente las distribuciones de probabilidad y las distribuciones acumulativas para

Bob. *(b)* Determine la probabilidad de que N sea 1, 2 o 3 unidades consecutivas por encima del límite de peso.

20.6 Se ha formulado una alternativa de comprar y una alternativa de arrendar mediante *leasing* un equipo de levantamiento hidráulico. Utilice las siguientes estimaciones de parámetros y la información de distribución supuesta a continuación para elaborar gráfica de las distribuciones de probabilidad para los parámetros correspondientes. Denomine los parámetros cuidadosamente.

Alternativa de compra

Parámetro	Valor estimado Alto	Valor estimado Bajo	Distribución supuesta
Costo inicial, $	25,000	20,000	Uniforme; continua
Valor de salvamento, $	3,000	2,000	Triangular; moda en $2,500
Vida, años	8	4	Triangular; moda en 6
CAO, $	9,000	5,000	Uniforme; continua

Alternativa de arriendo

Parámetro	Valor estimado Alto	Valor estimado Bajo	Distribución supuesta
Costo inicial arriendo, $	2,000	1,800	Uniforme; continua
CAO, $	9,000	5,000	Triangular, moda en $7000
Vida, años	2	2	Certidumbre

20.7 Carla, profesional en estadística, tiene un banco de datos. Ella ha reunido información sobre la combinación deuda-patrimonio de compañías maduras *(M)* y jóvenes *(Y)*. Los porcentajes de deuda varían entre 20% a 80% en su muestra. Carla ha definido D_M como una variable para las compañías maduras de 0 a 1, con $D_M = 0$ interpretado como el nivel bajo del 20% de deuda y $D_M = 1$ .O como el nivel alto del 80% de deuda. La variable para los porcentajes de deuda de una corporación joven, D_Y, se define en forma similar. Las distribuciones de probabilidad utilizadas para describir D_M y D_Y son:

$$f(D_M) = 3(1 - D_M)^2 \qquad 0 \le D_M \le 1$$
$$f(D_Y) = 2D_Y \qquad 0 \le D_Y \text{ I } 1$$

(a) Utilice diferentes valores de porcentaje de deuda entre el 20% y el 80% para calcular valores para las distribuciones de probabilidad y luego represéntelos gráficamente.

(b) ¿Qué puede comentar usted sobre la probabilidad de que alguna de las compañías tenga un porcentaje de deuda baja? ¿Un alto porcentaje de deuda?

20.8 Una variable discreta X puede tomar valores enteros de 1 hasta 10. Una muestra de tamaño 50 arroja las siguientes estimaciones de probabilidad:

X_i	1	2	3	6	9	10
$P(X_i)$	0.2	0.2	0.2	0.1	0.1	0.2

(a) Escriba y represente gráficamente la distribución acumulativa.

(b) Calcule las siguientes probabilidades utilizando la distribución acumulativa: X está entre 6 y 10, y X tiene los valores, 4, 5 ó 6.

(c) Utilice la distribución acumulativa para mostrar que P (X = 7 u 8) = 0.0. Aunque esta probabilidad es cero, se afirma que X puede adoptar valores enteros de 1 a 10. ¿Cómo explica usted la contradicción evidente en estas dos afirmaciones?

20.9 Utilice la distribución de probabilidad variable discreta planteada en el problema 20.8 para desarrollar una muestra de tamaño 25. Estime las probabilidades para cada valor de X de su muestra y compárelas con aquellas de los valores $P(X_i)$ originales.

20.10 La tasa de interés pagada sobre préstamos de periodos de más de 1 año varió del 5% al 10% en todos los casos. Debido a la distribución de valores *i*, la distribución de probabilidad de *i* para el año próximo es:

$$f(X) = 2X \qquad 0 \le X \le 1$$

donde

$$x = \begin{cases} 0 & \text{cuando } i = 5\% \\ 1 & \text{cuando } i = 10\% \end{cases}$$

Para una variable continua, la distribución acumulativa F(X) es la integral de $f(X)$ en el mismo rango de la variable. En este caso,

$$F(X) = X^2 \qquad 0 \le X \le 1$$

(a) Gráficamente asigne los NA a la distribución acumulativa y tome una muestra de tamaño 30 para la variable. Transforme los valores de X en tasas de interés.

(b) Calcule el valor *i* promedio de la muestra.

20.11 Desarrolle una distribución de probabilidad propia, asigne números aleatorios a $F(X)$ y tome una muestra de ésta. Ahora represente gráficamente los valores de probabilidad de la muestra para cada valor de X (o un grupo de valores de X si usted escoge una variable continua) y compárelos con la distribución de probabilidad original.

20.12 Utilice la función RAND o RANDBETWEEN en Excel (o el generador de números aleatorios correspondiente en su sistema de hoja de cálculo) para generar 100 valores de una distribución $U(0,1)$.

(a) Calcule el promedio y compárelo con 0.5, el valor esperado para una muestra aleatoria entre 0 y 1.

(b) Agrupe los resultados en celdas de 0.1 de ancho, es decir 0.0-0.1, 0.1-0.2, etc., donde el valor del límite superior es excluido de cada celda. Determine la probabilidad para cada agrupación a partir de los resultados. ¿Se acerca su muestra a tener aproximadamente 10% en cada celda?

20.13 Caro1 realizó una muestra de los costos de mantenimiento mensuales para máquinas de soldar automatizadas en un total de 100 veces durante 1 año. Ella agrupó los costos en celdas de $200, por ejemplo, $500 a $700, con puntos medios de celda de $600, $800, $1000, etc., e indicó el número de veces (frecuencia) que cada valor de celda fue observado. La información de costos y frecuencia es la siguiente:

Punto medio de celda	Frecuencia
600	6
800	10
1000	9
1200	15
1400	28
1600	15
1800	7
2000	10

(a) Estime el valor esperado y la desviación estándar de los costos de mantenimiento que la compañía debe anticipar con base en la muestra de Carol.

(b) ¿Cuál es la mejor estimación del porcentaje de costos que caerá dentro de 2 desviaciones estándar de la media?

(c) Desarrolle una distribución de probabilidad de los costos de mantenimiento mensuales de la muestra de Caro1 e indique las respuestas a las dos preguntas anteriores sobre ésta.

20.14 *(a)* Determine los valores del promedio muestra1 y la desviación estándar de la información planteada en el problema 20.8. *(b)* Determine los valores 1 y 2 desviaciones estándar de la media. De los 50 puntos de muestra, ¿cuántos caen dentro de estos dos rangos?

20.15 *(a)* Utilice las relaciones planteadas en la sección 20.4 para variables continuas a fin de determinar el valor esperado y la desviación estándar para la distribución de $f(D_Y)$ en el problema 20.7 *(b)* Es posible calcular la probabilidad de una variable continua x entre dos puntos (a, b) utilizando la integral

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(X)\, dx$$

Determine la probabilidad de que D_v esté entre 2 desviaciones estándar del valor esperado.

20.16 Responda las preguntas planteadas en el problema 20.15 para la variable D_M en el problema 20.7.

20.17 Estime el valor esperado para la variable N en el problema 20.5.

20.18 El gerente de una tienda de revistas está haciendo seguimiento a Y, el número de revistas semanales que quedan en las estanterías cuando sale una nueva edición. La información reunida durante un periodo de 30 semanas se resume mediante la siguiente distribución de probabilidad. Resuma la distribución y las estimaciones para el valor esperado y la desviación estándar de Y sobre ésta.

Y, copias	3	7	10	12
$P(Y)$	$1/3$	$1/4$	$1/3$	$1/12$

20.19 Carl, un colega de ingeniería, estimó flujos de efectivo netos después de impuestos para el plan en el cual está trabajando. Para ello, calculó el valor VP en la TMAR de la compañía del 7% con los siguientes resultados. (El segundo FEN en el año 10 es para la venta de activos de capital).

Año	FEN, $
0	-28,800
1-6	5,400
7-10	2,040
10	2,800

$$VP = -28{,}800 + 5400(P/A,7\%,6) + 2040(P/A,7\%,4)(P/A,7\%,6) + 2800(P/E,7\%,10)$$
$$= \$2966$$

Carl espera que la TMAR varíe, lo mismo que el FEN, especialmente durante los años 7 y 10. Él está dispuesto a aceptar las otras estimaciones como seguras. Utilice los siguientes supuestos de distribución de probabilidad para la TMAR y el FEN a fin de realizar una simulación, con base manual o en computador.

TMAR . Distribución uniforme en el rango de 6% a 10%.

FEN, años 7 hasta 10. Distribución uniforme durante el rango $1600 a $2400 para cada año.

Represente mediante gráfica la distribución VP resultante. ¿Debe aceptarse el plan utilizando toma de decisiones bajo certidumbre? ¿Bajo riesgo?

20.20 Repita el problema 20.19 excepto que utilice la distribución normal para el FEN entre los años 7 y 10 con un valor esperado de $2040 y una desviación estándar de $500.

20.21 Un equipo de tres individuos desarrolló las siguientes afirmaciones sobre los factores que serían utilizados en un método de evaluación ponderada. Utilice las afirmaciones para determinar las ponderaciones de factores normalizadas que deben utilizarse en la ecuación [20.21].

Factor	Comentario
1. Flexibilidad	El factor más importante
2. Seguridad	70% tan importante como el tiempo hábil
3. Tiempo hábil	La mitad de importante que flexibilidad
4. Tasa de retorno	El doble de importante que la seguridad

20.22 Su prima piensa comprar un auto nuevo. Para tres modelos diferentes ella ha evaluado el costo inicial y los costos anuales estimados de combustible y mantenimiento. También evaluó el estilo de cada auto en busca de uno que estuviera de acuerdo con su papel como profesional de ingeniería de 30 años. Enumere algunos factores adicionales (tangibles e intangibles) que ella podría utilizar en el método de evaluación ponderado.

20.23 John, quien trabaja en Wrist Watches, ha decidido utilizar el método de evaluación ponderada para comparar tres métodos de fabricar bandas de reloj. El presidente y el vicepresidente han calificado cada uno de los tres factores en términos de importancia para ellos y John ha fijado una evaluación de 0 a 100 en cada alternativa para los tres factores. Las calificaciones de John son las siguientes:

	Alternativa		
Factor	1	2	3
Retorno económico	50	70	100
Desempeño del sistema	100	60	30
Competitividad tecnológica	100	40	50

Utilice las ponderaciones siguientes del presidente y del vicepresidente para evaluar las alternativas. ¿Son los resultados iguales para las dos calificaciones? ¿Por qué?

Importancia del factor	Presidente	Vicepresidente
Retorno económico	100	20
Desempeño del sistema	80	80
Competitividad tecnológica	20	100

20.24 En el problema 20.23 el presidente y el vicepresidente no son consistentes en su calificación de los tres factores utilizados para evaluar alternativas. Suponga que usted es asesor de John y le han pedido ayuda.

(a) ¿Cuáles son algunas conclusiones que usted puede hacer sobre la técnica de evaluación ponderada como un método de selección de alternativas, dadas las calificaciones de las alternativas y los resultados planteados en el problema 20.23?

(b) Utilice las nuevas calificaciones relativas por debajo de las que usted mismo ha desarrollado para seleccionar una alternativa. Utilizando las mismas calificaciones para el presidente y el vicepresidente dadas en el problema 20.23, comente sobre cualquier diferencia en la alternativa seleccionada.

(c) ¿Qué le dicen las nuevas calificaciones de factor sobre las selecciones con base en las calificaciones de importancia del presidente y del vicepresidente?

	Alternativa		
Factor	1	2	3
Retorno económico	30	40	100
Desempeño del sistema	70	100	70
Competitividad tecnológica	100	80	90

20.25 Para el ejemplo 20.8, utilice el método de evaluación no ponderado para escoger la alternativa con el valor total más grande. ¿Cambió la ponderación de factores en el ejemplo 20.8 la alternativa seleccionada?

20.26 La firma Athlete's Shop ha evaluado dos propuestas para equipo de ejercicios y de levantamiento de pesas. Un análisis de valor presente en i = 15% de ingresos y costos estimados arrojó un VP_A = $420,500 y un VP, = $392,800. Adicional a esta medida económica, el gerente de la tienda y el entrenador principal asignaron independientemente tres factores adicionales a la calificación de importancia relativa de 0 hasta 100.

	Importancia del factor	
Factor	**Gerente**	**Entrenador**
Medida económica	100	80
Durabilidad	35	10
Flexibilidad	20	100
Capacidad de mantenimiento	20	10

Separadamente, usted ha utilizado los cuatro factores para calificar las dos propuestas de equipo en una escala de 0.0 hasta 1 .0. El factor de medición económica fue calificado mediante los valores VP.

Factor	**Propuesta** *A*	**Propuesta** *B*
Medición económica	1.00	0.90
Durabilidad	0.35	1 .00
Flexibilidad	1 .00	0.90
Capacidad de mantenimiento	0.25	1 .00

Seleccione la propuesta utilizando cada uno de los métodos siguientes:

(a) Medida de valor de VP.

(b) Método de evaluación no ponderado.

(c) Evaluaciones ponderadas del gerente.

(d) Evaluaciones ponderadas del entrenador.

APÉNDICE

FUNDAMENTOS DEL USO DEL PROGRAMA EXCEL® DE MICROSOFT

ste apéndice proporciona un breve resumen de los procedimientos para utilizar Excel de Microsoft (en adelante llamado Excel) en general y las funciones que son útiles en la ingeniería económica. A medida que se dispone de software más avanzado, los procedimientos particulares explicados aquí cambiarán ligeramente y se dispondrá de funciones adicionales. Sin embargo, la forma de uso será en lo fundamental la misma.

Otros sistemas de hoja de cálculo ofrecen capacidades similares y pueden ser utilizadas en formas equivalentes a las utilizadas aquí para ayudar con los cálculos de ingeniería económica.

A.1 INTRODUCCIÓN AL USO DE EXCEL

Correr Excel en Windows95®

1. Después de cargar el computador, oprima el botón START ubicado en la esquina inferior izquierda de la pantalla.
2. Mueva el puntero del ratón hacia PROGRAMAS y haga pausa durante 1 segundo. Aparecerá otro submenú a la derecha del menú PROGRAMAS.
3. Pase al icono de Excel de Microsoft y oprima el botón del lado izquierdo del ratón para correr el Excel de Microsoft.
4. Si el icono Excel de Microsoft no está en la lista del submenú PROGRAMAS, vaya al icono Office95 (u Office de Microsoft) y haga pausa durante 1 segundo. Luego mueva el ratón hacia la derecha del icono Office95 (u Office de Microsoft) y resalte el icono Excel de Microsoft. Oprima el botón del lado izquierdo del ratón para correr el Excel.

Preparación de una hoja de cálculo

A continuación se detallan algunos cálculos a manera de ejemplo. El signo = es necesario para ejecutar cualquier cálculo de una función o fórmula en una celda.

1. Utilizando las <teclas de flechas>, vaya a la celda B4, digite = 4+3 y presione Entrar.
2. El número 7 aparece en la celda B4.
3. Para editar, utilice sus <teclas de flechas> para pasar a la celda B4; presione <F2>.
4. Presione la tecla Retroceso (t) dos veces, para borrar +3.
5. Digite -3 y presione <Entrar>.
6. La respuesta 1 aparece en la celda B4.
7. Para borrar la celda completamente, pase a la celda B4 y digite la tecla <Borran una vez.
8. Para salir, mueva el puntero de dirección del ratón hacia la esquina superior izquierda y oprima el botón a la izquierda sobre Archivo en la barra superior.
9. Mueva el ratón hacia abajo por el submenú Archivo, resalte Salir y oprima el botón del lado izquierdo.
10. Cuando aparezca el cuadro "Guardar cambios", oprima el botón del lado izquierdo en "No" para salir sin guardar.
11. Si usted desea guardar su trabajo, oprima el botón del lado izquierdo en "Sí".
12. Digite el nombre de un archivo (por ej., calcs 1) y oprima el botón en "Guardar".

Uso de las funciones del Excel de Microsoft

1. Haga correr el Excel de Microsoft.
2. Desplácese a la celda C3. (Mueva el puntero del ratón hacia C3 y oprima el botón del lado izquierdo).
3. Digite = vp(5%,12,10) y presione <Entrar>. Esta función calculará el valor presente de 12 pagos de $10 a una tasa de interés del 5% anual.

Otro uso: Para calcular el valor futuro de 12 pagos de $10 a un interés del 6% anual, proceda de la manera siguiente:

1. Desplácese a la celda B3 y digite INTERÉS.
2. Desplácese a la celda C3 y digite 6/100 (para representar 6%).
3. Desplácese a la celda B4 y digite PAGO.
4. Desplácese a la celda C4 y digite 10 (para representar la cantidad de cada pago).
5. Desplácese a la celda B5 y digite NÚMERO DE PAGOS.
6. Desplácese a la celda C5 y digite 12 (para representar el número de pagos).
7. Desplácese a la celda B7 y digite VALOR FUTURO.
8. Desplácese a la celda C7 y digite =vf(c3,c5,c4) y presione <Entrar>. La respuesta aparecerá en la celda C7.

Para editar los valores de cada celda (esta característica se utiliza repetidamente en análisis de sensibilidad y análisis de equilibrio).

1. Desplácese a la celda C3 y digite =5/100 (el valor anterior será remplazado).
2. El valor en la celda C7 cambiará su respuesta de manera automática.

Impresión de su hoja de cálculo

Defina primero si una parte (o la totalidad) de la hoja de cálculo será impresa.

1. Desplace el puntero del ratón hacia la esquina superior izquierda de su hoja de cálculo.
2. Mantenga oprimido el botón izquierdo. (No suelte el botón izquierdo).
3. Arrastre el ratón hacia la esquina inferior derecha de su hoja de cálculo o hacia donde usted desee detener la impresión.
4. Suelte el botón izquierdo. Está listo para imprimir.
5. Oprima el botón del lado izquierdo en Archivo de la barra superior.
6. Desplace el ratón hacia abajo para seleccionar Imprimir y oprima el botón izquierdo.
7. En la caja de diálogo Imprimir, oprima el botón del lado izquierdo en la opción Selección del cuadro Imprimir (o un comando similar).
8. Oprima el botón izquierdo en Aceptar para iniciar la impresión.

Dependiendo del entorno del computador, es posible que se tenga que seleccionar una impresora de red y esperar turno para obtener la hoja impresa mediante un servidor. Es necesario contactar a un administrador de red si se está operando en un entorno de red.

Cómo guardar su hoja de cálculo

Usted puede guardar su hoja de cálculo en cualquier momento durante o después de terminar su trabajo. Se recomienda que guarde su trabajo regularmente.

1. Oprima el botón del lado izquierdo en Archivo de la barra superior.
2. Para guardar la hoja de cálculo la primera vez, oprima el botón del lado izquierdo en la opción Guardar como.
3. Digite el nombre del archivo, por ejemplo, calcs2 y oprima el botón del lado izquierdo en Guardar.

Para guardar la hoja de cálculo después de que ha sido guardada la primera vez, es decir, cuando ya se le ha asignado un nombre de archivo, oprima el botón del lado izquierdo en Archivo de la barra superior, mueva el apuntador del ratón hacia abajo y oprima el botón del lado izquierdo en Guardar.

Creación una tabla de barras

1. Haga correr el Excel.
2. Desplácese a la celda A 1 y digite 1. Baje hacia la celda A2 y digite 2. Digite 3 en la celda A3, 4 en la celda A4 y 5 en la celda A5.
3. Desplácese a la celda B1 y digite 4. Digite 3.5 en la celda B2, 5 en la celda B3, 7 en la celda B4, y 12 en la celda B5.
4. Mueva el puntero del ratón hacia la celda Al, oprima el botón del lado izquierdo y sosténgalo, a la vez que arrastra el puntero del ratón hacia la celda B5. (Todas las celdas con números deben ser resaltadas).
5. Oprima el botón del lado izquierdo en el menú de barras superior. Seleccione Tabla y luego seleccione Sobre Esta Hoja. (Aparecen hilos cruzados en lugar del puntero del ratón).

6. Mueva el puntero del ratón (hilos cruzados) hacia la celda D2 y oprima el botón del lado izquierdo y sosténgalo, a la vez que arrastra el puntero del ratón hacia la celda H14.
7. Aparece en la pantalla el Asistente Gráfico.
8. Puesto que en el anterior paso 4 se seleccionó el rango de los datos, oprima el botón del lado izquierdo en Siguiente en el Asistente Gráfico 1 de la pantalla 5.
9. Oprima el botón del lado izquierdo en el icono de columnas de la gráfica de barras y luego oprima el botón del lado izquierdo en Siguiente.
10. Oprima el botón del lado izquierdo en el icono #7, luego oprima el botón del lado izquierdo en Siguiente.
11. Oprima el botón del lado izquierdo en Siguiente sobre el Asistente Gráfico 4 de la pantalla 5.
12. Responda a "¿Agregar una leyenda?' oprimiendo el botón "No" del lado izquierdo.
13. Oprima el botón del lado izquierdo en el cuadro Título y digite Ejemplo 1.
14. Oprima el botón del lado izquierdo en la caja Categoría (X) y digite Año.
15. Oprima el botón del lado izquierdo en la caja Valor (Y) y digite Tasa de retorno
16. La tabla de barras aparece en la hoja de cálculo.
17. Para ajustar el tamaño de la hoja de cálculo, oprima el botón del lado izquierdo en cualquier lugar dentro de la tabla. Localice los pequeños puntos en los lados y esquinas de la caja de gráficos.
18. Mueva el puntero del ratón hacia la esquina inferior derecha del cuadro de gráficos, oprima el botón del lado izquierdo y sostenga los pequeños puntos y arrastre la esquina para cambiar el tamaño del área del gráfico.

Obtención de ayuda

1. Para obtener información adicional general, oprima el botón Ayuda del lado izquierdo de la barra superior (esquina superior derecha).
2. Oprima el botón del lado izquierdo en Temas de ayuda de Excel de Microsoft.
3. Por ejemplo, si usted desea saber más sobre la forma de guardar un archivo, digite la palabra guardar en la caja 1.
4. En la caja 2 seleccione las palabras de asociación apropiadas. Usted puede mirar palabras selectas en la caja 2 oprimiendo el botón del lado izquierdo en palabras sugeridas.
5. Observe los temas enumerados en la caja 3.
6. Si usted encuentra un tema enumerado en la caja 3 que coincide con lo que está buscando, oprima dos veces el botón del lado izquierdo en el tema seleccionado en la caja 3.

A.2 USO DE LAS FUNCIONES DE EXCEL PERTINENTES A LA INGENIERÍA ECONÓMICA

SD (Saldo decreciente) (corresponde a la sigla en inglés DB)

Calcula las cantidades de depreciación para un activo durante un periodo especificado n utilizando el método fijo de saldo decreciente. La tasa de depreciación utilizada en el cálculo es $1/n$.

Sintaxis de uso =SD(costo, salvamento, vida, periodo, mes)

costo	Costo inicial del activo.
salvamento	Valor de salvamento del activo.
vida	Vida de depreciación (periodo de recuperación).
periodo	El periodo, año, para el cual la depreciación debe ser calculada.
mes	Es una entrada opcional. Si tal entrada es omitida, se supone un año completo durante el primer año.

Ejemplo Una máquina nueva cuesta $100,000 y se espera que dure 10 años. Al final de los 10 años, el valor de salvamento de la máquina es $50,000. ¿Cuál es la depreciación de la máquina en el año inicial y en el quinto año?

Depreciación en el primer año: SD(100000,50000,10,1)

Depreciación en el quinto año: SD(100000,50000,10,5)

SDD (Saldo doblemente decreciente) (corresponde a la sigla en inglés DDB)

Calcula la depreciación de un activo durante un periodo determinado *n* utilizando el método de saldo doblemente decreciente. También puede ingresarse un factor para algún otro método de depreciación de saldo decreciente especificando un factor en la función.

Uso de sintaxis =SDD(costo, salvamento, vida, periodo, factor)

costo	Costo inicial del activo.
salvamento	Valor de salvamento del activo.
vida	Vida de depreciación.
periodo	Periodo, año, para el cual la depreciación debe ser calculada.
factor	Es una entrada opcional. Si esta entrada es omitida, la función utilizará el método doblemente decreciente con 2 veces la tasa en línea recta. Si, por ejemplo, la entrada es 1.5, se utilizará el método de saldo decreciente del 150%.

Ejemplo Una máquina nueva cuesta $200,000 y se espera que dure 10 años. El valor de salvamento es $10,000. Calcule la depreciación de la máquina durante el primer y octavo años. Finalmente, calcule la depreciación para el quinto año utilizando el método del saldo decreciente del 175 % .

Depreciación para el primer año: =SDD(200000,10000,10,1)

Depreciación durante el año octavo: SDD(200000,10000,10,8)

Depreciación durante el quinto año utilizando 175% SD:

=SDD(200000,10000,10,5,1.75)

VF (Valor futuro) (corresponde a la sigla en inglés FV)

Calcula el valor futuro con base en los pagos periódicos a una tasa de interés específica.

Uso de sintaxis =VF(tasa, nper, pgs, vp, digite)

tasa	Tasa de interés por periodo de capitalización.
nper	Número de periodos de la capitalización.
pgs	Cantidad de pago constante.
vp	Cantidad del valor presente. Si no se especifica vp, la función supondrá que ésta es 0.
digite	Digite un 0 o un 1. Un 0 representa los pagos hechos al final del periodo y un 1 representa los pagos hechos al principio del mismo.

Ejemplo Jack desea abrir una cuenta de ahorros que pueda aumentar en la forma deseada. Él depositará $12,000 para iniciar la cuenta y piensa agregar $500 a la cuenta al principio de cada mes durante los próximos 24 meses. El banco paga 0.25% por mes. ¿Cuánto habrá en la cuenta de Jack al final de los 24 meses?

Valor futuro en 24 meses: =VF(0.25%,24,500,12000,1)

PINT (Pago de intereses) (corresponde a la sigla en inglés IPMT)

Calcula el interés acumulado durante un periodo *n* dado con base en pagos periódicos constantes y la tasa de interés.

Uso de sintaxis =PINT(tasa, per, nper, vp, vf, digite)

tasa	Tasa de interés por periodo de capitalización.
per	Periodo durante el cual debe calcularse el interés.
nper	Número de periodos de capitalización.
vp	Valor presente. Si el vp no está determinado, la función supondrá que éste es 0.
vf	Valor futuro. Si vf es omitido, la función supondrá que éste es 0. vf puede ser considerado también un saldo de efectivo después de efectuar el último pago.
digite	Digite un 0 o un 1. Un 0 representa los pagos hechos al final del periodo y un 1 los pagos hechos al principio del mismo.

Ejemplo Calcule el interés vencido en el décimo mes para un préstamo de $20,000 a 48 meses. La tasa de interés es 0.25% por mes.

Interés debido: =PINT(0.25%,10,48,20000)

TIR (Tasa interna de retorno) (corresponde a la sigla en inglés IRR)

Calcula la tasa interna de retorno para una serie de pagos en periodos regulares.

Uso de sintaxis =TIR(valores, ensayos)

valores — Conjunto de números en una columna de una hoja de cálculo (o fila) para el cual será calculada la tasa de retorno. El conjunto de números debe constar por lo menos de un número positivo y *uno* negativo. Los números negativos denotan un pago hecho o una salida de efectivo y los números positivos denotan ingreso o entrada de efectivo.

aproximación — Para reducir el número de iteraciones, puede agregarse una *tusa de retorno aproximada* a la función TIR. En la mayoría de los casos, no se requiere una aproximación y se supone inicialmente una tasa de retorno del 10%. Si aparece #NUM! Error, ensaye utilizando diferentes valores para la aproximación o ensayo. La entrada de diferentes valores de aproximación hace posible determinar las raíces múltiples para la ecuación de tasa de retorno de una secuencia de flujo de efectivo no convencional (no simple).

Ejemplo John desea iniciar un negocio de imprenta. Necesitará $25,000 en capital y anticipa que el negocio generará los siguientes ingresos durante los primeros 5 años. Calcule su tasa de retorno después de 3 años y después de 5 años.

año 1	$5,000
año 2	$7,500
año3	$8,000
año 4	$10,000
año 5	$15,000

Prepare un ordenamiento en la hoja de cálculo.

En la celda Al, digite -25000 (para pagos negativo).

En la celda A2, digite 5000 (para ingresos positivo).

En la celda A3, digite 7500.

En la celda A4, digite 8000.

En la celda A5, digite 10000.

En la celda A6, digite 15000.

Por consiguiente, las celdas Al hasta A6 contienen un ordenamiento de flujos de efectivo durante los primeros 5 años, incluyendo la salida de capital. Observe que cualquier año con un flujo de efectivo de cero debe quedar en blanco para asegurar que el valor del año se mantenga correctamente para fines de cálculo.

Para calcular la tasa interna de retorno después de 3 años, pase a la celda A7, y digite =TIR(A1:A4).

Para calcular la tasa interna del negocio después de 5 años, desplácese a la celda AS y digite = TIR(A1:A6,5%).

TIRM (Tasa interna de retorno modificada) (corresponde a la sigla en inglés MIRR)

Calcula la tasa interna de retorno modificada para una serie de flujos de efectivo y la reinversión del ingreso y del interés a una tasa determinada.

Uso de sintaxis =TIRM(valores, tasa de financiación, tasa de reinversión)

valores	Se refiere a un ordenamiento de celdas en la hoja de cálculo. Los números negativos representan pagos y los números positivos representan flujo de efectivo o ingreso. La serie de pagos e ingreso debe ocurrir en periodos regulares y debe contener por lo menos *un* número positivo (ingreso) y uno negativo (pago).
tasa de financiación	Tasa de interés del ingreso o del dinero utilizada en los flujos de efectivo.
tasa de reinversión	Tasa de interés para todas las reinversiones.

Ejemplo Jane abrió una tienda de pasatiempos hace 4 anos. Cuando empezó el negocio, Jane obtuvo $50,000 en préstamo de un banco al 12% anual. Desde entonces, el negocio ha producido $10,000 el primer año, $15,000 el segundo año, $18,000 el tercer año y $21,000 el cuarto año. Jane reinvierte sus utilidades, ganando el 8% anual. ¿Cuál es la tasa de retorno modificada después de 3 años y después de 4 años?

En la celda Al, digite -50000.

En la celda A2, digite 10000.

En la celda A3, digite 15000.

En la celda A4, digite 18000.

En la celda A5, digite 21000.

Para calcular la tasa de retorno modificada después de 3 años, desplácese a la celda A6 y digite **=TIRM** (A1:A4,12%,8%).

Para calcular la tasa de retorno modificada después de 4 años, desplácese a la celda A7 y digite **=TIRM** (A1:A5,12%,8%.

NPER (Número de periodos)

Calcula el número de periodos para el valor presente de una inversión a fin de igualar el valor futuro especificado, con base en pagos regulares uniformes y una tasa de interés establecida.

Uso de sintaxis =NPER(tasa, pgs, vp, vf, digite)

tasa	Tasa de interés por periodo de capitalización.
pgs	Cantidad pagada durante cada periodo de capitalización.
vp	Valor presente (suma global).
vf	Valor futuro o saldo de efectivo después del último pago. Si vf se omite, la función asumirá un valor de 0.
digite	Ingrese 0 si los pagos se vencen al final del periodo de capitalización y 1 si los pagos se vencen al principio del periodo. Si se omite, se supone 0.

Ejemplo Sally piensa abrir una cuenta de ahorro que paga 0.25% mensual. Su depósito inicial es $3000 y ella piensa depositar $250 al principio de cada mes. ¿Cuántos pagos tiene ella que hacer para acumular $15,000 a fin de comprar un nuevo auto?

Número de pagos: =NPER(0.25%,–250,–3000,15000,1)

VPN (Valor presente neto) (corresponde a la sigla en inglés NPV)

Calcula el valor presente neto de una serie de flujos de efectivo futuros a una tasa de interés establecida.

Uso de sintaxis =VPN(tasa, serie)

tasa	Tasa de interés por periodo de capitalización.
serie	Serie de pagos (número negativo) e ingresos (número positivo) puestos en un rango de celdas en la hoja de cálculo.

Ejemplo Mark está considerando la compra de un almacén de deportes por $100,000 y espera recibir el siguiente ingreso durante los próximos 6 años de negocio: $25,000, $40,000, $42,000, $44,000, $48,000, $50,000. La tasa de interés es 8% anual.

En la celda Al, digite -100000.

En la celda A2, digite 25000.

En la celda A3, digite 40000.

En la celda A4, digite 42000.

En la celda A5, digite 44000.

En la celda A6, digite 48000.

En la celda A7, digite 50000.

En la celda A8, digite =VPN(8%,A2:A7) + Al.

El valor de la celda Al ya es un valor presente.

PGS (Pagos) (corresponde a la sigla en inglés PMT)

Calcula los pagos basados en valor presente y/o el valor futuro a una tasa de interés constante.

Uso de sintaxis =PGS(tasa, nper, vp, vf, digite)

tasa	Tasa de interés por periodo de capitalización.
nper	Número total de periodos.
vp	Valor presente (o monto del préstamo).
vf	Valor futuro o saldo de efectivo futuro.
digite	Ingrese 0 para los pagos vencidos al final del periodo de capitalización, y 1 si el pago se vence al principio de dicho periodo.

Ejemplo Jim piensa conseguir un préstamo por $15,000 para comprar un auto nuevo. La tasa de interés es 7%. Él desea pagar el préstamo en 5 años (60 meses). ¿Cuáles son sus pagos mensuales?

Pagos mensuales: =PGS(7%/12,60,15000)

PP (Pago del principal) **(corresponde a la sigla en inglés PPMT)** Calcula el pago sobre el principal con base en pagos uniformes a una tasa de interés determinada.

Uso de sintaxis =PP(tasa, per, nper, vp, vf, digite)

tasa	Tasa de interés por periodo de capitalización.
per	Periodo para el cual se requiere el pago sobre el principal.
nper	Número total de periodos.
vp	Valor presente.
vf	Valor futuro.
digite	Ingrese 0 para pagos que se vencen al final del periodo de capitalización y 1 si los pagos se vencen al principio de dicho periodo.

Ejemplo John está pensando invertir $10,000 en equipo que se espera que dure 10 años sin valor de salvamento. La tasa de interés es 5%. ¿Cuál es el pago del principal al final del año 4 y del año 8?

Al final del año 4: =PP(5%,4,10,–10000)

Al final del año 8: = PP(5%,8,10,–10000)

VP (Valor presente)

Calcula el valor presente de una serie futura de pagos de monto constante y una suma global única en el último periodo a una tasa de interés constante.

Uso de sintaxis =VP(tasa, nper, pgs, vf, digite)

tasa	Tasa de interés por periodo de capitalización.
nper	Número total de pagos.
pgs	Pago hecho o recibido a intervalos regulares durante la vida de la anualidad. Los números negativos representan pagos (salidas de efectivo) y los números positivos representan el ingreso.

vf — Valor futuro o saldo de efectivo al final del último pago.

digite — Ingrese 0 si los pagos se vencen al final del periodo de capitalización y 1 si los pagos se vencen al principio de cada periodo de capitalización. De omitirse, se supone 0.

Las diferencias principales entre la función VP y la función VPN son: el VP permite flujos de efectivo de principio o de final de periodo y exige que todas las cantidades tengan el mismo valor, mientras que para la función VPN éstas pueden variar.

Ejemplo John está considerando arrendar un auto por $300 al mes durante 3 años (36 meses). Una vez transcurridos los 36 meses de arriendo, él puede comprar el auto por $12,000. Usando una tasa de interés del 8% anual, encuentre el valor presente de esta opción.

Valor presente: =VP(8%/12,36,–300,–12000)

ALEAT (Número aleatorio) (corresponde a la sigla en inglés RAND)

Los retornos son números distribuidos en forma pareja que pueden ser: (1) ≥ 0 y cl; (2) ≥ 0 y < 100; o (3) entre los dos números especificados.

Uso de sintaxis

=ALEAT() — para el rango entre 0 y 1

=ALEAT()*1OO — para el rango entre 0 y 100

=ALEAT()*(b-a)+a — para el rango entre a y b

a = número entero mínimo que será generado

b = número entero máximo que será generado.

La función de Excel RANDBETWEEN(a,b) puede ser utilizada también para obtener un número aleatorio entre dos valores.

Ejemplo Randi desea generar números aleatorios entre los límites de -10 y 25. ¿Cuál es la función de Excel? Los valores mínimo y máximo son a= -10 y b = 25.

Número aleatorio: =ALEAT()*(25 – - 10)+–10

TASA (Tasa de interés) (corresponde a la sigla en inglés RATE)

Calcula la tasa de interés por periodo de capitalización para una serie de pagos o de ingresos.

Uso de sintaxis =TASA(nper, pgs, vp, vf, digite, aproxime)

nper — Número total de pagos.

pgs — Monto del pago hecho en cada periodo de capitalización.

vp — Valor presente.

vf — Valor futuro.

digite — Ingrese 0 para pagos vencidos al final del periodo de capitalización y 1 si los pagos vencen al principio de cada periodo de capitalización.

aproxime	Para minimizar el tiempo de cálculo, incluya una tasa de interés aproximada. Si el valor de la aproximación no está especificado, la función supondrá una tasa del 10%. En general esta función converge hacia una solución, si la tasa está entre 0% y 100%.

Ejemplo Mary desea abrir una cuenta de ahorros en un banco. Ella hará un depósito inicial de $1000 para abrir la cuenta y piensa depositar $100 al principio de cada mes. Su plan es hacer esto durante los próximos 3 años (36 meses). Al final de los 3 anos, ella desea tener por lo menos $5000. ¿Cuál es el interés mínimo requerido para obtener este resultado?

tasa de interés: TASA(36, –100,–1000,5000,1)

DLR (Depreciación en línea recta) (corresponde a la sigla en inglés SLN)

Calcula la depreciación en línea recta de un activo para un año determinado.

Uso de sintaxis. =DLR(costo, salvamento, vida)

costo	Costo inicial del activo.
salvamento	Valor de salvamento.
vida	Vida de depreciación.

Ejemplo María compró una impresora por $100,000. La máquina tiene una vida de depreciación permitida de 8 años y un valor de salvamento estimado de $15,000. ¿Cuál es la depreciación cada ano?

Depreciación: =DLR(100000,15000,8)

SDA (Depreciación por el método de la suma de los dígitos del año) (corresponde a la sigla en inglés SYD)

Calcula la depreciación por el método de la suma de los dígitos del año de un activo para un año dado.

Uso de sintaxis SDA(costo, salvamento, vida, per)

costo	Costo inicial del activo.
salvamento	Valor de salvamento.
vida	Vida de depreciación.
per	El año para el cual se busca la depreciación.

Ejemplo Jack compró equipo por $100,000 que tiene una vida de depreciación de 10 años. El valor de salvamento es $10,000. ¿Cuál es la depreciación para el año 1 y para el año 9?

Depreciación para el año 1: =SDA(100000,10000, 10,1)

Depreciación para el año 9: =SDA(100000,10000, 10,9)

A.3 MENSAJES DE ERROR

Si Excel no puede terminar el cálculo de una fórmula o de una función, aparece un mensaje de error. Algunos mensajes comunes son:

#DIV/0!	Está tratando de dividir por cero.
#N/A	Se refiere a un valor que no está disponible.
#NOMBRE?	Utiliza un nombre que Excel no reconoce.
#NULL!	Especifica una intersección inválida de dos áreas.
#NUM!	Utiliza un número incorrectamente.
#REF!	Se refiere a una celda que no es válida.
#VALOR!	Utiliza un argumento u operando inválido.
# # # # #	Produce un resultado, o incluye un valor numérico constante, que es demasiado largo para ajustarse a la celda. (Ensanche la columna).

A.4 LISTA DE LAS FUNCIONES FINANCIERAS DE EXCEL

A continuación se presenta un listado y una breve descripción del producto de todas las funciones financieras de Excel. No todas estas funciones están disponibles en todas las versiones del Excel de Microsoft. El comando Add-ins puede ayudarle a determinar si la función está disponible en el sistema que el usuario está utilizando. Consulte la guía del usuario.

ACCRINT	Se obtiene el interés acumulado para un título valor que paga interés periódico.
ACCRINTM	Se obtiene el interés acumulado para un título valor que paga interés al vencimiento.
AMORDEGRC	Se obtiene la depreciación para cada periodo contable.
AMORLINC	Se obtiene la depreciación para cada periodo contable.
COUPDAYBS	Se obtiene el número de días desde el principio del periodo del cupón hasta la fecha de pago.
COUPDAYS	Se obtiene el número de días en el periodo del cupón que contiene la fecha de pago.
COUPDAYSNC	Se obtiene el número de días desde la fecha de pago hasta la fecha del próximo cupón.
COUPNCD	Se obtiene la fecha del próximo cupón después de la fecha de pago.
COUPNUM	Se obtiene el número de cupones por pagar entre la fecha de pago y la fecha de vencimiento.
COUPPCD	Se obtiene la fecha del cupón anterior antes de la fecha de pago.

CUMIPMT	Se obtiene el interés acumulado pagado entre dos periodos.
CUMPRINC	Se obtiene el principal acumulado pagado sobre un préstamo entre dos periodos.
DB (SD)	Se obtiene la depreciación de un activo durante un periodo determinado utilizando el método fijo de saldo decreciente.
DDB (SDD)	Se obtiene la depreciación de un activo durante un periodo especificado utilizando el método de saldo doblemente decreciente o algún otro método que usted especifique.
DISC	Se obtiene la tasa de descuento para un título valor.
DOLLARDE	Convierte el precio de un dólar expresado como fracción en un precio de dólar expresado como número decimal.
DOLLARFR	Convierte el precio de un dólar expresado como número decimal en un precio en dólares expresado como fracción.
DURATION	Se obtiene la duración anual de un título valor con pagos de intereses periódicos.
EFFECT	Se obtiene la tasa de interés efectiva anual.
FV (VF)	Se obtiene el valor futuro de una inversión.
VFSCHEDULE	Se obtiene el valor futuro de un principal inicial después de aplicar una serie de tasas de interés compuestas.
INTRATE	Se obtiene la tasa de interés para un título valor totalmente invertido.
IPMT (PINT)	Se obtiene el pago de intereses para una inversión durante un periodo dado.
IRR (TIR)	Se obtiene la tasa interna de retorno para una serie de flujos de efectivo.
MDURATION	Se obtiene la duración modificada de Macauley para un título valor con un valor par supuesto de $100.
MIRR (TMAR)	Se obtiene la tasa interna de retorno donde los flujos de efectivo positivos y negativos se financian a tasas diferentes.
NOMINAL	Se obtiene la tasa de interés nominal anual.
NPER	Se obtiene el número de periodos para una inversión.
NPV (VPN)	Se obtiene el valor presente neto de una inversión con base en una serie de flujos de efectivo periódicos y una tasa de descuento.
ODDFPRICE	Se obtiene el precio por valor nominal de $100 de un título valor con un periodo inicial impar.
ODDFYIELD	Se obtiene el producido de un título valor con un periodo inicial impar.
ODDLPRICE	Se obtiene el precio de un título valor por valor nominal de $1 OO con un periodo final impar.

ODDLYIELD	Se obtiene el producido de un título valor con un periodo final impar.
PMT	Se obtiene el pago periódico para una anualidad.
PPMT	Se obtiene el pago sobre el principal para una inversión durante un periodo dado.
PRICE	Se obtiene el precio por valor nominal de $100 de un título valor que paga interés periódico.
PRICEDISC	Se obtiene el precio por un título valor descontado con valor nominal de $100.
PRICEMAT	Se obtiene el precio por valor nominal de $100 de un título valor que paga intereses al vencimiento.
PV (VP)	Se obtiene el valor presente de una inversión.
RATE	Se obtiene la tasa de interés por periodo de una anualidad.
RECEIVED	Se obtiene el monto recibido al vencimiento por un título valor totalmente invertido.
SLN	Se obtiene la depreciación en línea recta de un activo durante un periodo.
SYD (SDA)	Se obtiene la depreciación por el método de la suma de los dígitos del año de un activo durante un periodo determinado.
TBILLEQ	Se obtiene el producido equivalente en bonos para un bono del tesoro.
TBILLPRICE	Se obtiene el precio de un bono del tesoro por valor nominal de $100.
TBILLYIELD	Se obtiene el producido de un bono del tesoro.
VDB	Se obtiene la depreciación de un activo durante un periodo especificado o parcial utilizando el método de saldo decreciente.
XIRR (XTIR)	Se obtiene la tasa interna de retorno para un programa de flujos de efectivo que no necesariamente es periódico.
XNPV (XVPN)	Se obtiene el valor presente neto de un programa de flujos de efectivo que no necesariamente es periódico.
YIELD	Se obtiene el producido sobre un título valor que paga interés periódico.
YIELDDISC	Se obtiene el producido anual para un título valor descontado. Por ejemplo, un bono del tesoro.
YIELDMAT	Se obtiene el producido anual de un título valor que paga intereses al vencimiento.

Muchas más funciones están disponibles en Excel en las siguientes y en otras áreas: matemáticas y trigonometría, estadística, fecha y hora, base de datos, lógica e información.

APÉNDICE

B

ELEMENTOS BÁSICOS DE LOS INFORMES DE CONTABILIDAD Y DE LAS RAZONES DE NEGOCIOS

Este apéndice ofrece una descripción fundamental de los estados financieros. Los documentos analizados aquí pueden ayudar a revisar o a entender los estados financieros básicos y a reunir información útil en un estudio de ingeniería económica.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Propósito: Reconocer y entender los elementos básicos de los estados financieros y las razones fundamentales de negocios.

Balance general

Estado de resultados; costo de bienes vendidos

Razones de negocios

Este apéndice ayudará al lector a:

1. Identificar las categorías principales de un balance general y su relación básica.
2. Identificar las categorías principales de un estado de resultados y un estado de costo de bienes vendidos y sus relaciones básicas.
3. Calcular e interpretar las razones fundamentales de negocios.

B.l EL BALANCE GENERAL

El año fiscal y el año tributario están definidos en forma idéntica para una corporación o para un individuo: 12 meses de duración. El año fiscal (AF) por lo general no es el año calendario (AC) para una corporación. El gobierno de EE.UU utiliza el periodo de octubre hasta septiembre como su AF. Por ejemplo, el periodo de octubre 1999 hasta septiembre del 2000 es AF2000. Para un ciudadano individual, el año fiscal o año tributario siempre es el año calendario.

Al final de cada año fiscal, una compañía publica un *balance* general. Una muestra de balance general para TeamWork Corporation se presenta en la tabla B.l. Ésta es una presentación anual de un estado de la firma en un momento particular, por ejemplo, diciembre 2001; sin embargo, usualmente el balance general se prepara trimestral o mensualmente. Observe que se utilizan las tres categorías principales.

Activos. Resumen de todos los recursos poseídos por la compañía o adecuados a ésta. Hay dos clases principales de activos. Los *activos corrientes* representan capital de trabajo de corto plazo (efectivo, cuentas por cobrar, etc.), que pueden convertirse más fácilmente a efectivo, por lo general dentro de 1 año. Se hace referencia a los activos de largo plazo como *activos fijos* (tierra, equipo, etc.). La conversión de estas tenencias a efectivo en un corto plazo requeriría una reorientación corporativa importante.

Tabla B.1 Muestra de balance general

TEAMWORK CORPORATION
Balance general
Diciembre 31, 2001

Activos		Pasivos	
Corrientes			
Efectivo	$10,500	Cuentas por pagar	$19,700
Cuentas por cobrar	18,700	Dividendos por pagar	7,000
Intereses acumulados por cobrar	500	Documentos de largo plazo por pagar	16,000
Inventarios	52,000	Bonos por pagar	20,000
Total activos corrientes	$81,700	Total pasivos	$62,700
		Patrimonio	
Fijos			
Tierra	$ 25,000	Acciones comunes	$275,000
Construcciones y equipo	438,000	Acciones preferenciales	100,000
Menos: Reserva para depreciación $82,000	356,000	Ganancias conservadas	25,000
Total activos fijos	381,000	Total patrimonio	400,000
Total activos	$462,700	Total pasivos y patrimonio	$462,700

Pasivos. Resumen de todas las obligaciones financieras (deudas, préstamos, etc.) de una corporación. La deuda de bonos se incluye aquí.

Patrimonio. Es un resumen del valor financiero de la propiedad, incluyendo las acciones emitidas y las ganancias conservadas por la corporación.

El balance general se construye utilizando la relación

Activos = pasivos + patrimonio

En la tabla B.l cada gran categoría se divide adicionalmente en categorías estándar. Por ejemplo, los activos corrientes se componen de efectivo, cuentas por cobrar, etc. Cada subdivisión tiene una interpretación específica, tal como cuentas por cobrar, que representa todo el dinero adeudado a la compañía por sus clientes habituales.

Problema B.l

B.2 ESTADO DE RESULTADOS Y ESTADO DEL COSTO DE LOS BIENES VENDIDOS

Otro estado financiero, segundo en importancia, *es* el *estado de resultados* (tabla B.2). El estado de resultados resume las utilidades o las pérdidas de la corporación durante un periodo establecido de tiempo. Los estados de resultados siempre acompañan los balances generales.

Tabla B.2 Muestra del estado de resultados

TEAMWORK CORPORATION
Estado de resultados
Año terminado el 31 de diciembre, 2001

Ingresos		
Ventas	$505,000	
Ingreso de intereses	3,500	
Ingresos totales		$508,500
Gastos:		
Costo de los bienes vendidos (de acuerdo con la tabla B.3)	$290,000	
En venta	28,000	
Administrativos	35,000	
Otros	12,000	
Gastos totales		365,000
Ingreso antes de impuestos		143,500
Impuestos durante el año		64,575
Utilidad neta durante el año		$ 78,925

Las categorías principales de un estado de resultados son:

Ingresos. Todas las ventas e ingresos de intereses que ha recibido la compañía durante el periodo contable pasado.

Gastos. Resumen de todos los gastos durante el periodo. Algunas cantidades de gastos aparecen en otros estados, por ejemplo, el costo de los bienes vendidos y los impuestos sobre la renta.

El estado de resultados, publicado simultáneamente con el balance general, utiliza la ecuación básica:

Ingresos – gastos = utilidad (o pérdida)

El ***costo de los bienes vendidos es*** un término de contabilidad importante, el cual representa el costo neto de generar el producto negociado por la firma. El costo de los bienes vendidos también recibe el nombre de costo de fabricación. El costo de los bienes vendidos, como aquel que aparece en la tabla B .3, es útil al determinar exactamente cuánto cuesta fabricar un producto particular durante un periodo establecido de tiempo, por lo general un año. Observe que el total del estado del costo de los bienes vendidos se ingresa como un renglón de gasto en el estado de resultados. Este total se determina utilizando las relaciones:

Costo principal = materiales directos + mano de obra directa

Costo de los bienes vendidos = costo principal + gasto de fabricación **[B.1]**

El renglón ***gastos de fabricación*** incluye todos los costos indirectos y de mantenimiento cargados a un producto. Los métodos de asignación de costos indirectos se analizan en el capítulo 12.

Problemas B.2 y B.3

Tabla B.3 Muestra del estado del costo de los bienes vendidos

TEAMWORK CORPORATION
Estado del costo de los bienes vendidos
Mo terminado el 31 de diciembre, 2001

Materiales		
Inventario, enero 1, 2001	$54,000	
Compras durante el año	174,500	
Totales	$228,500	
Menos: Inventario diciembre 3 1, 2001	50,000	
Costo de materiales		$178,500
Mano de obra directa		110,000
Costo principal		288,500
Gastos de fabricación (costos indirectos)		7,000
Costo de fabricación		295,500
Menos: Incremento en el inventario de bienes terminados durante el año		5,500
Costo de los bienes vendidos (en la tabla B.2)		$290,000

B.3 RAZONES DE NEGOCIOS

Los contadores y economistas ingenieros utilizan con frecuencia los análisis de razones de negocios para evaluar la salud financiera (la condición) de una compañía en el tiempo y en relación con las normas de la industria. Debido a que el economista ingeniero debe comunicarse continuamente con otros, él o ella deben tener un conocimiento básico de las diversas razones. Para fines de comparación, es necesario calcular las razones para diversas compañías en la misma industria. La mediana de valores de las razones en las industrias es publicada anualmente por firmas tales como Dun and Bradstreet en *Industry Norms and Key Business Ratios*. Las razones se clasifican por lo común de acuerdo con su papel de medición de la corporación.

Razones de solvencia. Capacidad de satisfacer las obligaciones financieras de corto y de largo plazo.

Razones de eficiencia. Medidas que reflejan la capacidad de la gerencia para utilizar y controlar los activos.

Razones de rentabilidad. Evalúan la capacidad de obtener un retorno para los propietarios de la corporación.

La información numérica para diferentes razones importantes se analiza aquí y ha sido extraída del balance general y del estado de resultados de TeamWork, tablas B.l y B.2 respectivamente.

Razón corriente Esta razón se utiliza para analizar la condición del capital de trabajo de la compañía; se define como:

$$\text{Razón corriente} = \frac{\text{activos corrientes}}{\text{pasivos corrientes}}$$

Los pasivos corrientes incluyen todas las deudas de corto plazo, tales como cuentas y dividendos por pagar. Observe que en la razón corriente solamente se utilizan datos del balance general; es decir, no se hace asociación con los ingresos o los gastos. Para el balance general de la tabla B.l, los pasivos corrientes ascienden a $19,700 + $7,000 = $26,700 y

$$\text{Razón corriente} = \frac{81{,}700}{26{,}700} = 3.06$$

Dado que los pasivos corrientes son aquellas deudas por pagar en el año siguiente, el valor de la razón corriente de 3.06 significa que los activos corrientes cubrirían las deudas de corto plazo aproximadamente 3 veces. Son comunes los valores de 2 a 3 para la razón corriente.

La razón corriente supone que el capital de trabajo invertido en inventario puede ser convertido a efectivo de manera bastante rápida. Con frecuencia, sin embargo, puede obtenerse una mejor idea de la posición financiera *inmediata* de una compañía utilizando la razón de prueba ácida.

Razón de prueba ácida (Razón de liquidez rápida) Esta razón es:

$$\text{Razón de prueba ácida} = \frac{\text{activos realizable}}{\text{pasivos corrientes}}$$

$$= \frac{\text{activos corrientes} - \text{inventarios}}{\text{pasivos corrientes}}$$

Es significativa para la situación de emergencia cuando la firma debe cubrir las deudas de corto plazo utilizando sus activos fácilmente convertibles. Para TeamWork Corporation,

$$\text{Razón de prueba ácida} = \frac{81{,}700 - 52{,}000}{26{,}700} = 1.11$$

La comparación de esta razón y de la razón corriente muestra que aproximadamente 2 veces las deudas corrientes de la compañía están invertidas en inventarios. Sin embargo, una razón de prueba ácida de cerca de 1 .O se considera en general como una posición corriente fuerte, independientemente de la cantidad de activos en inventarios.

Razón de patrimonio Esta razón ha sido históricamente una medida de solidez financiera puesto que se define como:

$$\text{Razón de patrimonio} = \frac{\text{patrimonio total}}{\text{activos totales}}$$

Para TeamWork Corporation,

$$\text{Razón de patrimonio} = \frac{400{,}000}{462{,}700} = 0.865$$

El 86.5% de TeamWork es de propiedad de los accionistas. Las ganancias conservadas de $25,000 también se consideran patrimonio puesto que éstas son en general de propiedad de los accionistas, no de la corporación. Una razón de patrimonio en el rango 0.80 a 1 .O indica por lo común una condición financiera sólida, con poco temor de una reorganización obligada debido a pasivos no pagados. Sin embargo, una compañía que prácticamente no tiene deudas, es decir, con una razón de patrimonio muy alta, puede no tener un futuro prometedor, debido a su inexperiencia en el manejo del financiamiento con deuda de corto y de largo plazo. La mezcla deuda-patrimonio (D-P) es otra medida de solidez financiera, como se analiza en el capítulo 18.

Razón de retorno sobre ventas Esta razón, frecuentemente citada, indica un margen de utilidad para la compañía; se define como:

$$\text{Retorno sobre ventas} = \frac{\text{utilidad neta}}{\text{ventas netas}}(100\%)$$

La utilidad neta es el valor después de impuestos del estado de resultados. Esta razón mide la utilidad obtenida por dólar en ventas e indica qué tan bien puede sostener la corporación

condiciones adversas en el tiempo, tales como precios, costos en aumento y ventas en descenso. Para TeamWork Corporation:

$$\text{Retorno en ventas} = \frac{78{,}925}{505{,}000}(100\%) = 15.6\%$$

Las corporaciones pueden indicar razones bajas de retorno sobre ventas, por ejemplo 2.5% a 4.0%, como indicadores de condiciones económicas de receso. En verdad, para un negocio de un volumen relativamente grande y de alta rotación, una razón de ingresos del 3% es bastante saludable. Por supuesto, una razón en constante decrecimiento indica gastos de la compañía en aumento, que absorben la utilidad neta después de impuestos.

Razón de retorno sobre activos Éste es el indicador clave de la rentabilidad puesto que evalúa la capacidad de la corporación de transferir activos en la ganancia de operaciones. La definición y el valor para TeamWork son:

$$\text{Retorno sobre activos} = \frac{\text{utilidad neta}}{\text{activos totales}}(100\%)$$

$$= \frac{78{,}925}{462{,}700}(100\%) = 17.1\%$$

El uso eficiente de los activos indica que la compañía debe obtener un rendimiento alto; a la vez que bajos rendimientos generalmente acompañan los valores bajos de esta razón comparados con las razones de los grupos industriales.

Razón de rotación del inventario Esta razón indica el número de veces que el valor del inventario promedio pasa por las operaciones de la compañía. Si se desea la rotación del inventario a ventas netas, la fórmula es:

$$\text{Ventas netas a inventario} = \frac{\text{ventas netas}}{\text{inventario promedio}}$$

donde el inventario promedio es la cifra registrada en el balance general. Para TeamWork Corporation esta razón es:

$$\text{Ventas netas a inventario} = \frac{505{,}000}{52{,}000} = 9.71$$

lo que significa que el valor promedio del inventario ha sido vendido 9.7 1 veces durante el año. Los valores de esta razón varían bastante entre una industria y otra.

Si la rotación del inventario se relaciona con el costo de los bienes vendidos, la razón a utilizar es:

$$\text{Costo de los bienes vendidos a inventario} = \frac{\text{costo de los bienes vendidos}}{\text{inventario promedio}}$$

donde el inventario promedio se calcula como el promedio de los valores de inventario inicial y final en el estado de costo de los bienes vendidos. Esta razón se utiliza en general

como una medida de la tasa de rotación de inventario en las compañías manufactureras. Dicha razón varía según la industria, aunque la gerencia desea verla relativamente constante a medida que el negocio aumenta. Para TeamWork, usando los valores en la tabla B.3,

$$\text{Costo de los bienes vendidos a inventario} = \frac{290{,}000}{\frac{1}{2}(54{,}000 + 50{,}000)} = 5.58$$

Por consiguiente, el personal de una compañía puede utilizar muchas otras razones en las diversas circunstancias; sin embargo, aquellas presentadas aquí son utilizadas comúnmente tanto por los contadores como por los analistas económicos.

Ejemplo 0.1

A continuación se presentan los valores de la mediana para las tres razones de compañías encuestadas a nivel nacional. Compare las razones de TeamWork Corporation con estas normas y comente sobre las diferencias y semejanzas.

Razón	Muebles para el hogar (SIC 2392)*	Hielo manufacturado (SIC 2097)*	Transporte aéreo programado (SIC 4512)*
Corriente	2.5	1.6	1.3
Retorno sobre activos	5.9%	7.5%	1.8%
Ventas netas a inventario	7.9	39.7	25.8
Retorno sobre ventas	2.5%	6.6%	1.8%

* SIC = Código industrial estándar (Standard Industrial Cede].

FUENTE: *Industry Norms and Key Business Ratios; Desk-top edition (1994-95).* Dun and Bradstreet, United States, 1995.

Solución

No es apropiado comparar las razones de una compañía con las de los diferentes grupos industriales, es decir, con códigos SIC diferentes. La siguiente comparación se hace, por consiguiente, solamente para fines de análisis en este texto.

Los valores correspondientes de las razones de TeamWork antes indicadas son:

Razóncorriente = 3.06

Retorno sobre activos = 17.1%

Ventas netas a inventario = 9.71

Retorno sobre ventas = 15.6%

Si TeamWork hace muebles o hielo o es una aerolínea, su razón corriente es más alta que lo esperado, puesto que ésta puede cubrir los pasivos corrientes más de 3 veces en comparación con los promedios de 2.5 o menos de la encuesta. Si TeamWork hace hielo o vuela en líneas aéreas comerciales, su rotación de inventario es muy baja comparada con las 39.7 y 25.8 veces publicadas.

En este caso, para los tres códigos SIC, TeamWork está sustancialmente mejor, en especial en lo que respecta a las razones de retornos sobre activos y sobre ventas.

Problemas B.4 y B.5

PROBLEMAS

La siguiente información financiera corresponde al mes de julio 20XX para Non-Stop, Inc. Utilice esta información para resolver los problemas B. 1 a B.5.

Situación actual, julio 31, 20XX

Cuenta	Saldo
Cuentas por pagar	$35,000
Cuentas por cobrar.	29,000
Bonos por pagar (20 años)	110,000
Edificaciones (valor neto)	605,000
Efectivo disponible	17,000
Dividendos por pagar	8,000
Valor de inventario (todos los inventarios)	31,000
Valor terrenos	450,000
Hipotecas de largo plazo por pagar	450,000
Utilidades conservadas	154,000
Valor de acciones en circulación	375,000

Transacciones para julio 20XX

Categoría		Monto
Mano de obra directa		$50,000
Gastos		
Seguro	$20,000	
Venta	62,000	
Arriendo	40,000	
Salarios	110,000	
Otros	62,000	
Total		294,000
Impuestos sobre la renta		20,000
Incremento del inventario en bienes terminados		25,000
Inventario de materiales, julio 1, 20XX		46,000
Inventario de materiales, julio 31, 20XX		25,000
Compras de materiales		20,000
Cargos de mantenimiento		75,000
Ingresos por ventas		500,000

B.1 Utilice la información del resumen de cuentas *(a)* para construir un balance general para Non-Stop a julio 31, 20XX, y *(b)* para determinar el valor de cada término en la ecuación básica del balance general.

B.2 ¿Cuál es el cambio neto en el valor del inventario de materiales durante el mes?

B.3 Utilice la información del resumen anterior para desarrollar *(a)* un estado de resultados para julio 20XX y *(b)* la ecuación básica del estado de resultados. *(c)* ¿Qué porcentaje del ingreso se reporta como ingreso después de impuestos?

B.4 *(a)* Calcule el valor de cada razón de negocios que utiliza solamente información del balance general del estado que usted elaboró en el problema B. 1. *(b)* ¿Qué porcentaje de la deuda corriente de la compañía no está disponible y en inventario?

B.5 *(a)* Calcule la rotación de la razón de inventario (con base en las ventas netas) para Non-Stop, Inc., y establezca su significado. *(b)* ¿Con qué porcentaje de cada dólar de ventas puede contar la compañía como utilidad? *(c)* ¿Si Non-Stop es una aerolínea, ¿cómo se compara su indicador de rentabilidad clave con la mediana de valor de la razón para su SIC?

APÉNDICE

C

RESPUESTAS FINALES A PROBLEMAS SELECCIONADOS DE FINAL DE CAPÍTULO

Capítulo 1

1.7 Use la lógica en las secciones 1.2 y 1.3.

1.9 *(a)* sí; *(c)* sí; *(d)* no y sí.

1.13 12 meses.

1.15 $400, 12 meses.

1.17 $500.

1.20 *(a)* $1224 y $1176; *(b)* $48, 4%.

1.22 15%.

1.23 Simple por $18.98.

1.25 *(a) $33.75; (b) 2.25%.*

1.28 *P = $756.50.*

1.31 *n = 5.36* años.

1.35 *P* = $2000 cada 2 años, *F* = ?, i = 10%, *n = 9* años.

1.37 *P = $5000, F* = $10,000, *i* = 5.5%, *n = ?*

1.40 $36.834

1.44

Año	0	2	4	5,7,9,11-13	6,8,10
$1,000	-5	-5	-5	t3	-2

1.47 Plan 1: $-350 en años 0 y 3, *F = ?* en 6, *i* = 8%.

Plan 2: $-125 en los años 1 hasta 6, *F* = ? en 6, *i* = 8%.

1.50 *P* = $-100,000 ahora, *F = ?* en 10, *n* = 10, *i* = 12%.

1.52 *(a) 8.47; (b)* 11.76; (c) 8.47 años.

1.53 *(a) 20; (b)* 14.4 por año.

Capítulo 2

2.2 (1) 14.4210; (2) 1.00000; (3) 0.30094; (4) 9.0770; (5) 0.0055.

2.6 *F/G = 59.3748.*

2.9 (1) 30.7114 interpolación *(I),* 30.3762 por fórmula (*F*); (2) 5.5029 por *I,* 5.4980 por *F; (3) 5.8638* por Z, 5.8592 por *F;* (4) 0.00019 por Z, 0.00017 por *F.*

2.12 *P = $22,696.*

2.15 P_2 = $12,021.

2.18 *P* = $13,482.

2.21 *F* = $11,384.

2.24 *F*= $11,011

2.27 *F* = $1,116,312 (por fórmula)

2.30 *(b) F* = $1600; (c) P_G = año *0; (d) n = 7.*

2.33 *(b) G = $30; (c) FE, = $650; (d) P = $4454.*

2.36 G = $470.88.

2.39 Factores = 0.9091, 1.7851, 2.6293.

2.42 *D* = $3831.63.

2.45 $1112.50.

2.48 *i* = 18.3%.

2.51 *i* = 15.9%.

2.54 8 < *n* < 9: puede retirar durante 8 años.

2.57 7 < n < 8: ***n = 8.***

Capítulo 3

3.3 (a) *r* = 7.5% por mes; *(b) r* = 3% por mes.

3.6 *(a)* Efectiva; *(b)* nominal; (c) nominal.

3.9 i/mes = 1.205%.

3.12 *(a)* $r = i =$ **1.098%** por mes; (b) r = 1.092%.

3.15 $i = 20\% > 19.72\%$.

3.18 $t =$ **2.5** veces por año.

3.21 i = 22.17% por año.

3.24 P = $10,731 (por fórmula).

3.27 x = $515,100 por año.

3.30 x = 188 pizzas por semana.

3.33 $F = \$3006$.

3.36 $200/mes.

Capítulo 4

4.2 P = $18,686.

4.5 P = $ 15,997.

4.8 P = $19,481.

4.11 i = 12.68% por año; cantidad = $7122.

4.14 $A = \$4689$.

4.17 $P = \$4726$.

4.20 $x =$ **$1508.**

4.23 i = 16.986% por año; cantidad = $12,932

4.26 P =$20,684,000.

4.29 $P = \$40,077$.

4.32 $i =$ **12.55%** por año; x = $12,169

4.35 n = 33; última entrada = $920.

4.38 G= **$1397.**

4.41 P = $147,325.

4.44 P = $111,582.

4.47 $5 < n < 6$: cuenta agotada después del sexto retiro

4.50 $P = \$3332$; $A = \$542.28$

Capítulo 5

5.1 VP bajo = $-199.3 1;
VP ultra = $-200.45.

5.4 VP acciones = $48,950;
VP restaurante = $6772.

5.7 VP gas = $-10,396;
VP seco = $-7984.

5.10 VP nuevo = $-93,194;
VP usado = $-98,757

5.13 VP_A = $-11,829;
VP, = $-33,387.

5.16 VP spray = $-273,743;
VP camión = $–526,07 1.

5.19 VP_A = $65,533;
VP_B = $–55,765.

5.22 *(a)* VP = $–293,333; *(b)* i = 17.227%, VP = $-230,121.

5.25 F = $567,5 16.

5.28 Costo cap M = $–189,856; costo cap N = $-194,467.

5.31 Costo capitalizado U = $- 17,738,000; costo capitalizado W =$–50,050,000.

5.34 Costo capitalizado C = $-208,880; costo capitalizado $D = \$499,000$.

5.37 VP_A = $-804,752; VP, = $-819,625; VP, = $-921,690; seleccione A.

Capítulo 6

6.1 *(a)* 6 años; *(b)* 3 años; (c) 6 años.

6.3 $i = 0.75\%$ por mes; VA = $-2755.

6.5 *(a)* VA = S-3852; *(b)* VA = S-2755.

6.7 VA, = s-5252; VA, = s-4766.

6.10 VA, = $-33,738; VA, = $–38,496.

6.13 VA manual = $-22,212;
VA computador = $-34,672.

6.16 VA manual = $-14,729;
VA computador = $-18,994.

6.19 VA = $8757.

6.22 VP = $46,990; VA = $-5639.

6.25 *(a)* VA, = $-10,121, VA,= $-25,000; *(b)* VA, = $10,853, VA, = $-32,140.

Capítulo 7

7.3 i = 1.5% (por interpolación).

7.6 $i =$ **0.9%** por mes.

7.9 i = 1.14% por año.

7.12 *(a)* $i = 4.84\%$ por año; *(b)* $i = 8.29\%$ por año.

7.15 *(a)* $i = 2.5\%$; *(b)* $i = 34.5\%$ por año.

7.18 *(a)* $i < 0\%$; *(b)* $i = 0.5\%$ por año.

7.21 i = 5.25% por trimestre.

7.27 *(a) dos; (b) i = 27.6%.*

7.30 *(a) uno; (b) i* = -1.2% por año.

Capítulo 8

8.2 TR = 12.75%

8.5 Totales de columna: Alt *P* = $- 8 1,000; Alt *Q* = $-64,900; Q-P = $+16,100.

8.9 *i* = 0.5% por mes = 6% anual; ellos deben alquilar.

8.12 *i* = 8.11%; seleccione gravilla.

8.15 *i* = -2.38%; seleccione *A*.

8.17 *i* = 6.2%; seleccione *F*.

8.21 Seleccione el método 5.

8.24 Seleccione el tamaño 15.

8.27 *(a)* Seleccione *A, B* y *C; (b)* seleccione el proyecto *B*.

8.30 *(a) E* versus G es 13.3%, *E* versus *Hes* 18.7%, *F versus G es* –0.33%, *F versus Hes* 16.5%, G *versus H es 22.8%; (b)* (NH = no hacer nada) NH *versus E*: elimine NH; *E versus F:* elimine *E; F versus* G: elimine G; *F versus H:* elimine *F*; seleccione *H*; *(c) F es* el mejor, *Hes* el segundo mejor.

Capítulo 9

9.2 *(a) B; (b) D; (c) D; (d) B; (e) C; (f) B; (g) D; (h) C.*

9.5 *(a)* B/C = 0.85; *(b)* B/C = 0.79.

9.8 B/C = 0.90; no instale el laboratorio.

9.11 B/C norte = 0.20; B/C este = 0.15; ningún lugar es aceptable.

9.14 *(a)* B/C incrementa1 = 1.14; seleccione la ruta corta; *(b)* B/C modificado = 1.14.

9.17 Orden de las alternativas: 1, 2, 4, 3, 5; NH *versus* 1: elimine 1; NH *versus 2:* elimine DN; 2 *versus* 4: elimine 2; 4 *versus* 3:elimine 3; 4 *versus* 5: elimine 4; seleccione el método 5.

9.20 $B/C_1 = 1.18$; $B/C_2 = 1.28$; $B/C_3 = 1.84$; $B/C_4 = 1.02$; $B/C_5 = 2.05$; $B/C_6 = 1.94$; $B/C_7 = 1.01$; acepte todas las propuestas.

9.23 Orden de las alternativas: 3, 1, 2; 3 *versus* 1: B/C = 2.3, elimine 3; 1 *versus* 2: B/C negativo, elimine 2; seleccione la alternativa 1.

Capítulo 10

10.3 *(a)* Presente: *P = $115,000, n* = 10, VS = 0, CAO = $4500; Urbano: *P = $7500, n* = 10, VS = $7500, CAO = $16,600; *(b) $5728.*

10.5 *(a) 0; (b) $4300.*

10.7 *(a)* VA corriente = $-228,063, VA nuevo = $-379,023; *(b) $-88,252.*

10.8 No cambie, seleccione los buses actuales.

10.11 Seleccione el plan III (máquina *C*) con VA = $–6348.

10.13 *P* propuesto = $–33,252.

10.15 VA corriente = S-6962, VA propuesto = $-8975; mantenga el actual.

10.18 Seleccione el plan *I* con VA, = S-5275.

10.20 $27,121.

10.23 Conserve 9 años cuando VA = $–2256 es más bajo.

10.26 *(a)* 12.6 anos; *(b)* 14 años con VA = $-1879.

10.28 *(a)* C_D (1) = $-5000, seleccione el nuevo selector.

10.31 *(a)* C_D *(0) = $-2040, sí; (b)* conserve el equipo ambos años, C_D (1) = *$-3860,* C_D *(2) = $-3090.*

Capítulo II

II.4 *I* = $75 por trimestre.

II.7 *b* = 6¼%.

11.10 *I = $250* por mes; VP = $26,260.

11.13 *I* = $675 durante 6 meses; *i = 6.09%* durante 6 meses; VP = $11,490.

11.16 VP TIPS = $8146; VP corporativo = $8754; compre corporativo.

11.19 *I* = $75 por trimestre; *i = 0.33%* por trimestre.

11.22 I = \$400 durante 6 meses; n = 17.8 periodos semestrales o 9 años.

11.25 I = **\$440.62; *b* = *8.8%.***

11.28 *(a)* I = \$350,000 durante 6 meses, i = 6.25% por trimestre; ***(b)*** TR de 6.25% por 6 meses > 10% anual; bonos redimibles; *(c)* i = 7.7% durante 6 meses.

Capítulo 12

12.1 \$14,945.

12.4 i_f = 3.02% por trimestre.

12.7 *(a)* i = 13.21% anual, ***P = \$2927;*** ***(b)*** ***P*** = \$913.

12.10 i_f = 9.18% anual; VP_x = \$128,340; VP_y = \$-123.640.

12.13 *(a)* F = \$54,110; ***(b)*** poder de compra = \$27,767.

12.16 *(a)* i_f = 16.6%, ***F = \$43,673;*** ***(b)*** ***F = \$34,308.***

12.19 *(a)* ***F*** = \$21,003,000; *(b)* poder de compra = \$16,457,000; ***(c)*** i = 10,48%.

12.22 *(a)* Dólares de entonces = \$6,3 12,500; *(b)* ***A*** = \$1,360,200.

12.25 \$29,129.

12.28 **\$490,096.**

12.31 **\$1381.2.**

12.34 C_2 = \$2,203,000.

12.37 Costo en 1970 = \$22,440; costo en 1996 = \$76,890.

12.39 \$16.67, \$50,\$12.50,\$12.50 por hora de máquina.

12.41 *(a)* \$0.89 por pie cuadrado; ***(b)*** \$16.35 por hora; *(c)* \$4.60 por dólar.

12.43 *(a)* \$12,500 para 1, \$23,750 para 2, \$188,715 para 5; ***(b)*** \$9910 sobreasignación.

12.45 *(a)* Seleccione fabricar, costo = \$65,910; ***(b)*** seleccione fabricar, el costo del equipo nuevo es \$73,887.

12.47 *(a)*

ABC base de asignación	A	B	C	D
Número de invitados	\$212,135	\$242,440	\$484,880	\$60,610

(b)

ABC base de asignación	A	B	C	D
Número de noches de invitados	\$297,885	\$283,700	\$283,700	\$134,757

(c) Los lugares C y ***D*** cambian significativamente.

12.49

Estado	*(a)*	*(b)*	*(c)*
CA	\$128,700	\$151,938	\$149,080
AZ	71,500	48,262	51,120

Capítulo 13

13.2 *(a)* ***B*** = \$155,000, n = 10, VS = \$15,200; ***(b)*** n= 8, valor de mercado = **\$43,000,** VL = \$38,750.

13.6 *(a)* D_t = \$1250, VL, = \$10,750, VL, = \$2000; ***(b)*** d_t = 0.125.

13.9 *(a)* y ***(b)*** Depreciación SDD.

t	D_t	VL_t	d_t
1	\$3,000.00	\$9,000.00	0.2500
2	2,250.00	6,750.00	0.1875
3	1,687.50	5,062.50	0.1406
4	1,265.63	3,796.88	0.1055
5	949.22	2,847.66	0.0791
6	711.91	2,135.74	0.0593
7	135.74	2,000.00	0.0113
8	0	2,000.00	0

13.12

t	SDD	SD
2	\$8099	\$8048
10	3156	3159
18	1072	1240

13.17

t	SMARC D_t	SDD D_t
1	$4000	$4000
2	6400	3200
3	3840	2560
4	2304	2048
5	2304	1638
6	1152	1311
7	0	1048
8	0	195
9	0	0
10	0	0

13.19 *(a)* n= 39 años para la propiedad real; *(b)* $1,759.50 de depreciación se movió al año 40.

13.20 *(b)* SMARC modelo de 7 años: 56.27%, ADS modelo de 10 años: 25%.

13.26 VP_D = $30,198 con cambio a LR en el año 5.

13.28 VP_D = $64,211 con cambio a LR en el año 6.

13.30 *(a) No; (b) $d < 0.04425$.*

13.35 $3640 pérdida.

13.37 *(b)* SMARC: VP_D = $61,253; LR: VP, = $56,915.

13.39 *(a)* Para 1998, la reserva es $2700.

13.40 $112,500; $250,000; $173,250.

13.A3 *(a)* $4714; *(b)* 1/7; (c) $1457.

Capítulo 14

14.1 (a) IG; *(b)* pérdida operacional; (c) RD; *(d)* IG; *(e)* RD; *(f)* IG; (g) IB e IG.

14.3

Parte	co. 1	co.2
(a)	$247,860	$61,250
(b)	16.5%	7.5%
(c)	0	-9.93%

14.6 *(a)* 19.3%; *(b) 25.76%;* (c) impuestos = $20,608.

14.9 *(a)* Impuestos = $14,530; *(b) 20.76%.*

14.11 Impuestos = $151,065.

14.15 Tierra: GLP = $5000; máquina 1: RD = $2000; máquina 2: GLP + RD = $1000 + $9000.

14.17

Año	1	2	3	4	5	6
FEDI, $	123,000	33,800	25,080	16,008	12,408	5,504

14.19 *T = 46.7%.*

14.22 *(a) A:* impuesto VP = $41,358; *B:* Impuesto VP = $48,908.

14.25 Impuesto PV = $12,266.

14.27 3 años: Impuesto PV = $259 1; 5 años: Impuesto VP = $2694; seleccione 3 años.

14.30 n de 5: Impuesto VP = $2481; n de 8: Impuesto VP = $4104; seleccione SMARC a 5 años.

Capítulo 15

15.3

t	0	1	2	3	4
FEN, $	-20,000	5,500	8,000	7,000	5,000

15.4

t	0	1	2	3	4
FEN, $	-20,000	6,333	9,945	5,981	4,241

15.8

t	0	1-5	6
FEN, $	-10,000	3,560	4,199

Suma = $11,999

15.10

t	0	1-4	5
FEN, $	-5000	2187	4703

15.13 VP_A = $4234; VP, = $-802 1; seleccione *A* .

15.16 VA, = $-2178; VA, = $-2124; seleccione *B.*

15.19 *(a) i^** = 39.13%; *(b) i^* = 27.86%* (mediante la TIR de Excel).

15.22 *A: i^* = 4.00% B: i^* = 5.94%* (mediante la TIR de Excel).

15.24 *(a)* 1.76%; *(b)* 4.17%.

15.26 (a) VA, = $-7794; VA, = $-14,096 (enfoque del costo de oportunidad);

conserve el defensor;
(b) VS = $66,758.

15.28 *(a)* VA_D = $–127,844; VA_C = $278,800 (enfoque del flujo de efectivo); *(b)* VA, = $-86,615; VA_C = $–185,790; seleccione el defensor.

Capítulo 16

16.1 *(a)* 1 millón de unidades; *(b)* ***$180,000,*** $480,000.

16.3 *(a)* ***r*** = $53/unidad; *(b)* ***$60,000.***

16.6 *(a)* Q = 5500 unidades; utilidad = $60,898; *(b)* hasta 250%.

16.9 ***x = 94*** días.

16.12 *(a)* ***n*** = 13.67 años; *(b)* $151,263.

16.14 ***P = $-5*** 100.

16.17 *(a)* ***n*** = 25.9 díaslaño; *(b)* ***P = $-34,744.***

16.20 *(a)* ***n = 3.96*** años; *(b)* ***6.9*** años

16.23 *(a)* ***n = 3.3*** años; *(b)* ***sí.***

16.25 Base de reintegro: seleccione 1; base de VP: seleccione 2.

Capitulo 17

17.2 *(a)* ***A y C*** con VP = $23,749; *(b)* seleccione C, VP_E = $11,746.

17.4 ***B y C*** con VP = $9956.

17.6 **2, 3 y 4** con VP = $2220.

17.7 *(a)* 1 y 3 con VP = $4774; *(b)* 1,3 y 4 con VP = $5019.

17.10 Seleccione 2 con ***i* = 23.4%*** sobre la propuesta 3.

17.15 *(a)* $X_1 = X_3 = 1$, $X_2 = X_4 = 0$, Z = $4774; *(b)* $X_1 = X_3 = X_4 = 1$, $X_2 = 0$, z = $5019.

Capítulo 18

18.1 ***(a) 3%; (b)*** 14%,17%; (c) 9%.

18.2 ***(a) D; (b) E; (c) D; (d)*** *E;* ***(e) D.***

18.5 *(a)* Enfoque 2 con WACC = 8.75%; *(b)* 12% y 10.67%.

18.7 16.6%.

18.10 *(a)* ***i*** préstamo = 4.95%; ***i*** bonos = 3.6%, seleccione bonos; *(b)* ***sí.***

18.12 Patrimonio en ***i = 5.5%.***

18.15 WACC = 8.34%.

18.17 i_1 = ***3.02%;*** i_2 = 6.15%; i_3 = ***4.59%;*** plan 1.

18.19 *(a)* Aumentar; *(b)* reducir; (c) aumentar; *(d)* reducir.

18.24 ***i*** sobre 100% patrimonio = 8.5%; ***i*** sobre 60-40 D-P = 15.9%; utilice financiamiento deuda-patrimonio-.

18.26 *(a)* TMAR = 12.25%, *i** = 16.61%; aceptar; *(b)* TMAR = ll. 19%; ***i**** = 16.61%; aceptar.

Capítulo 19

19.1

Toneladas	10	15	20	25	30
VP, $	–134,922	-137,589	-140,257	-142,924	-166,078

19.5

G, $	500	1000	1500
*i**, %	24.86	21.57	17.41

sí

19.7

	n				
	4	6	8	10	12
VA,, $	-4232	-3211	-2707		
VA,, $		-4610	-3746	-3239	-2907

19.11 ***n = 6:*** VP = $1935; ***n*** = 10: VP = $433; ***n*** = 12: VP = $–447; sí.

19.13

Estimado	%	VP_A	VP_B
(a) Costo inicial	-50	$ -5,610	$ -23,100
	0	-255,610	-210,600
	+100	-755,610	-585,600
(b) CAO	-50	$-143,463	$ -90,976
	0	-255,610	-210,600
	+100	479,905	-449,848
(c) Ingresos	-50	$–479,905	$404,989
	0	-255,610	-210,600
	+100	+192,980	+178,178

19.16 *(a)*

Precio de compra		
Variación	**Monto**	**VP**
-30%	$7,000	$9,311
-15	8,500	9,995
0	10,000	10,680
+15	11,500	11,365
+30	13,000	12,049

19.17 *(a)*

CAO, $/ton	VA_1	Arrendar	VA_2
0.40	$–3664	$1800	$–3800
0.50	–4164	2500	–4500
0.75	–5414	3200	–5200

19.22 $E(\text{flujo}_1)$ = 195; $E(\text{flujo}_2)$= 200 barriles/día.

19.25 CAO = $1900.

19.27 E(VA) = $-15,250.

19.30 $E(\text{VP})$ = $43,895; sí.

19.32 Acciones $E(i)$ = 10.7%; finca raíz $E(i)$ = 8.52%; seleccione acciones.

19.34 Superior: $E(\text{valor})$ = 5.0; inferior: e (valor) = $–6.8.

19.38 *(a)* Alto: (Valor) E = $14; bajo: (valor) E = *$8; (b) sí;*

19.40 Ramas de 'Inspeccionar' y de 'ir a'; E(ingreso) = $10,000.

Capítulo 20

20.3 *(a)* N es discreto, i es continuo; (c) 0.82, 0.06; (d) 50%.

20.5 (b) 0.875.

20.8 (b) $P(6 \le X \le 10) = 0.4$, $P(X = 4,5$ ó $6) = 0.1$.

20.10 *(a)*

x	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
$F(X)$	0	0.04	0.16	0.36	0.64	1.00

(b) Una muestra de 30 valores tuvo $\bar{i}$ = 6.3375%; el suyo variará.

20.13 *(a)* $\bar{X}$ = 1344; s = 382.53; *(b) 578.94 y* 2109.06.

20.16 *(a)* $E(D_M) = 0.25$; σ = 0.1936; *(b) 0.952.*

20.18 $E(Y) = 7.083$; $\sigma = 3.227$.

20.21 0.39, 0.14, 0.20, 0.27.

20.23 Presidente: V_1 = 75; vicepresidente: V_0 = 95; igual

20.26 *(a)* A; *(b)* B; *(c)* $V_B = 0.92$; *(d)* $V_A = 0.93$.

Apéndice B

B.1 *(a)* Activos corrientes = $77,000, activos fijos = $1,055,000, pasivos = $603,000, patrimonio = $529,000; *(b)* $1,132,000 = 603,000 + 529,000.

B.3 *(b) $500,000 – 455,000 = $45,000;* (c) 9%.

B.5 *(a)* Rotación de inventario = 16.13; *(b)* 9%; *(c)* Retorno sobre activos = 3.98%; mejor que la mediana del código SIC.

BIBLIOGRAFÍA

LIBROS

Au, T.; and T. P. Au. *Engineering Economics for Capital Investment Analysis,* 2nd ed. Prentice-Hall: Englewood Cliffs, NJ, 1992.

Barish, N. N.; and S. Kaplan. *Economic Analysis for Engineering and Management Decision Making,* 2nd ed. McGraw-Hill: New York, 1978

Bussey, L. E.; and T. G. Eschenbach. *The Economic Analysis of Industrial Projects,* 2nd ed. Prentice-Hall: Englewood Cliffs, NJ, 1992.

Canada, J. R.; and J. A. White. *Capital Investment Decision Analysis for Management and Engineering,* Prentice Hall: Englewood Cliffs, NJ, 1980.

Collier, C. A.; and W. B. Ledbetter. *Engineering Cost Analysis,* 2nd ed., Harper & Row: New York, 1988.

Degarmo, E. P.; W. Sullivan; J. Bontadelli; and E. Wicks. *Engineering Economy,* 10th ed. Prentice-Hall: Englewood Cliffs, NJ, 1997.

Fleischer, G. A. *Introduction to Engineering Economy,* PWS Publishing Company: Boston, 1994.

Grant, E. L.; W. G. Ireson; and R. S. Levenworth. *Principles of Engineering Economy,* 8th ed. John Wiley and Sons: New York, 1990.

Kleinfeld, 1. H. *Engineering and Managerial Economics,* Holt, Rinehart and Winston: New York, 1986.

Newnan, D. G. *Engineering Economic Analysis,* 6th ed. Engineering Press: San Jose, CA, 1996.

Ostwald, P. F. *Engineering Cost Estimating,* 3rd ed. Prentice-Hall: Englewood Cliffs, NJ, 1992.

Park, C. S. *Contemporary Engineering Economics,* 2nd ed. Addison-Wesley: Menlo Park, CA, 1997.

Park, C. S. *Contemporary Engineering Economics:* Case Studies, 2nd ed. Addison-Wesley: Menlo Park, CA, 1993.

Park, *C. S. Advanced Engineering Economics,* John Wiley and Sons: New York, 1990.

Riggs, J. L.; D. D. Bedworth; and S. U. Randhawa. *Engineering Economics,* 4th ed. McGraw-Hill: New York, 1996.

Seldon, M. R. *Life Cycle Costing: A Better Method of Government Procurement.* Westview: Boulder, CO, 1979.

Smith, *G.* W. *Engineering Economy: Analysis of Capital Expenditures,* 4th ed. Iowa State University Press: Ames, IA, 1987.

Spraque, J. C.; and J. D. Whittaker. *Economic Analysis for Engineering and Managers.* Prentice-Hall: Englewood Cliffs, NJ, 1986.

Steiner, H. M. *Engineering Economy Principles*, 2ed ed. McGraw-Hill: New York, 1996.

Stevens, G. T., Jr. *The Economic Analysis of Capital Znvestment for Managers and Engineers*. Reston Publishing: Reston, VA, 1983.

Taylor, G. A. *Managerial and Engineering Economy: Economic Decision-Making*, 3rd ed. Van Nostrand: New York, 1980.

Thuesen, H. G.; and W. J. Fabrycky. *Engineering Economy*, 8th ed. Prentice-Hall: Englewood Cliffs, NJ, 1993.

White, J. A.; M. H. Agee; and K. E. Case. *Principles of Engineering Economic Analysis*, 3rd ed. John Wiley and Sons: New York, 1989.

PUBLICACIONES PERIÓDICAS Y ANUALES SELECTAS

American Journal of Agricultura1 Economics, American Agricultural Economics Association: Lexington, KY, 5 issues per year.

Engineering Economy Abstracts. Industrial Engineering Department, Iowa State University: Ames, IA.

Harvard Business Review. Harvard University Press: Boston, 6 issues per year.

Journal of Finance. American Finance Association: New York, 5 issues per year.

Journal of Financia1 and Quantitative Analysis. University of Washington: Seattle, WA, 5 issues per year.

Lasser, J. K. *Your Zncome Tax*, Prentice-Hall: New York, annually.

Public Utilities Fortnightly. Public Utilities Reports: Washington, DC, fortnightly.

Tax Znformation on Corporations. U.S. Interna1 Revenue Service Publication 542, Government Printing Office: Washington, DC, anually.

The Engineering Economist. Institute of Industrial Engineers: Norcross, GA, quarterly.

U.S. Master Tax Guide. Commerce Clearing House: Chicago, anually.

0.25% **Tabla 1** Flujo de efectivo discreto: factores de interés compuesto **0.25%**

	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradiente uniforme	
n	Cantidad compuesta *F/P*	Valor presente *P/F*	Fondo de amortización *A/F*	Cantidad compuesta *F/A*	Recuperación de capital *A/P*	Valor presente *P/A*	Gradiente de valor presente *P/G*	Gradiente de serie anual *A/G*
1	1.0025	0.9975	1.00000	1.0000	1.00250	0.9975		
2	1.0050	0.9950	0.49938	2.0025	0.50188	1.9925	0.9950	0.4994
3	1.0075	0.9925	0.33250	3.0075	0.33500	2.9851	2.9801	0.9983
4	1.0100	0.9901	0.24906	4.0150	0.25156	3.9751	5.9503	1.4969
5	1.0126	0.9876	0.19900	5.0251	0.20150	4.9627	9.9007	1.9950
6	1.0151	0.9851	0.16563	6.0376	0.16813	5.9478	14.8263	2.4927
7	1.0176	0.9827	0.14179	7.0527	0.14429	6.9305	20.7223	2.9900
8	1.0202	0.9802	0.12391	8.0704	0.12641	7.9107	27.5839	3.4869
9	1.0227	0.9778	0.11000	9.0905	0.11250	8.8885	35.4061	3.9834
10	1.0253	0.9753	0.09888	10.1133	0.10138	9.8639	44.1842	4.4794
11	1.0278	0.9729	0.08978	11.1385	0.09228	10.8368	53.9133	4.9750
12	1.0304	0.9705	0.08219	12.1664	0.08469	11.8073	64.5886	5.4702
13	1.0330	0.9681	0.07578	13.1968	0.07828	12.7753	76.2053	5.9650
14	1.0356	0.9656	0.07028	14.2298	0.07278	13.7410	88.7587	6.4594
15	1.0382	0.9632	0.06551	15.2654	0.06801	14.7042	102.2441	6.9534
16	1.0408	0.9608	0.06134	16.3035	0.06384	15.6650	116.6567	7.4469
17	1.0434	0.9584	0.05766	17.3443	0.06016	16.6235	131.9917	7.9401
18	1.0460	0.9561	0.05438	18.3876	0.05688	17.5795	148.2446	8.4328
19	1.0486	0.9537	0.05146	19.4336	0.05396	18.5332	165.4106	8.9251
20	1.0512	0.9513	0.04882	20.4822	0.05132	19.4845	183.4851	9.4170
21	1.0538	0.9489	0.04644	21.5334	0.04894	20.4334	202.4634	9.9085
22	1.0565	0.9466	0.04427	22.5872	0.04677	21.3800	222.3410	10.3995
23	1.0591	0.9442	0.04229	23.6437	0.04479	22.3241	243.1131	10.8901
24	1.0618	0.9418	0.04048	24.7028	0.04298	23.2660	264.7753	11.3804
25	1.0644	0.9395	0.03881	25.7646	0.04131	24.2055	287.3230	11.8702
26	1.0671	0.9371	0.03727	26.8290	0.03977	25.1426	310.7516	12.3596
27	1.0697	0.9348	0.03585	27.8961	0.03835	26.0774	335.0566	12.8485
28	1.0724	0.9325	0.03452	28.9658	0.03702	27.0099	360.2334	13.3371
29	1.0751	0.9301	0.03329	30.0382	0.03579	27.9400	386.2776	13.8252
30	1.0778	0.9278	0.03214	31.1133	0.03464	28.8679	413.1847	14.3130
36	1.0941	0.9140	0.02658	37.6206	0.02908	34.3865	592.4988	17.2306
40	1.1050	0.9050	0.02380	42.0132	0.02630	38.0199	728.7399	19.1673
48	1.1273	0.8871	0.01963	50.9312	0.02213	45.1787	1040.06	23.0209
50	1.1330	0.8826	0.01880	53.1887	0.02130	46.9462	1125.78	23.9802
52	1.1386	0.8782	0.01803	55.4575	0.02053	48.7048	1214.59	24.9377
55	1.1472	0.8717	0.01698	58.8819	0.01948	51.3264	1353.53	26.3710
60	1.1616	0.8609	0.01547	64.6467	0.01797	55.6524	1600.08	28.7514
72	1.1969	0.8355	0.01269	78.7794	0.01519	65.8169	2265.56	34.4221
75	1.2059	0.8292	0.01214	82.3792	0.01464	68.3108	2447.61	35.8305
84	1.2334	0.8108	0.01071	93.3419	0.01321	75.6813	3029.76	40.0331
90	1.2520	0.7987	0.00992	100.7885	0.01242	80.5038	3446.87	42.8162
96	1.2709	0.7869	0.00923	108.3474	0.01173	85.2546	3886.28	45.5844
100	1.2836	0.7790	0.00881	113.4500	0.01131	88.3825	4191.24	47.4216
108	1.3095	0.7636	0.00808	123.8093	0.01058	94.5453	4829.01	51.0762
120	1.3494	0.7411	0.00716	139.7414	0.00966	103.5618	5852.11	56.5084
132	1.3904	0.7192	0.00640	156.1582	0.00890	112.3121	6950.01	61.8813
144	1.4327	0.6980	0.00578	173.0743	0.00828	120.8041	8117.41	67.1949
240	1.8208	0.5492	0.00305	328.3020	0.00555	180.3109	19399	107.5863
360	2.4568	0.4070	0.00172	582.7369	0.00422	237.1894	36264	152.8902
480	3.3151	0.3016	0.00108	926.0595	0.00358	279.3418	53821	192.6699

0.5% Tabla 2 Flujo de efectivo discreto: factores de interés compuesto 0.5%

	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradiente uniforme	
n	Cantidad compuesta *F/P*	Valor presente *P/F*	Fondo de amortización *A/F*	Cantidad compuesta *F/A*	Recuperación de capital *A/P*	Valor presente *P/A*	Gradiente de valor presente *P/G*	Gradiente de serie anual *A/G*
1	1.0050	0.9950	1.00000	1.0000	1.00500	0.9950		
2	1.0100	0.9901	0.49875	2.0050	0.50375	1.9851	0.9901	0.4988
3	1.0151	0.9851	0.33167	3.0150	0.33667	2.9702	2.9604	0.9967
4	1.0202	0.9802	0.24813	4.0301	0.25313	3.9505	5.9011	1.4938
5	1.0253	0.9754	0.19801	5.0503	0.20301	4.9259	9.8026	1.9900
6	1.0304	0.9705	0.16460	6.0755	0.16960	5.8964	14.6552	2.4855
7	1.0355	0.9657	0.14073	7.1059	0.14573	6.8621	20.4493	2.9801
8	1.0407	0.9609	0.12283	8.1414	0.12783	7.8230	27.1755	3.4738
9	1.0459	0.9561	0.10891	9.1821	0.11391	8.7791	34.8244	3.9668
10	1.0511	0.9513	0.09777	10.2280	0.10277	9.7304	43.3865	4.4589
11	1.0564	0.9466	0.08866	11.2792	0.09366	10.6770	52.8526	4.9501
12	1.0617	0.9419	0.08107	12.3356	0.08607	11.6189	63.2136	5.4406
13	1.0670	0.9372	0.07464	13.3972	0.07964	12.5562	74.4602	5.9302
14	1.0723	0.9326	0.06914	14.4642	0.07414	13.4887	86.5835	6.4190
15	1.0777	0.9279	0.06436	15.5365	0.06936	14.4166	99.5743	6.9069
16	1.0831	0.9233	0.06019	16.6142	0.06519	15.3399	113.4238	7.3940
17	1.0885	0.9187	0.05651	17.6973	0.06151	16.2586	128.1231	7.8803
18	1.0939	0.9141	0.05323	18.7858	0.05823	17.1728	143.6634	8.3658
19	1.0994	0.9096	0.05030	19.8797	0.05530	18.0824	160.0360	8.8504
20	1.1049	0.9051	0.04767	20.9791	0.05267	18.9874	177.2322	9.3342
21	1.1104	0.9006	0.04528	22.0840	0.05028	19.8880	195.2434	9.8172
22	1.1160	0.8961	0.04311	23.1944	0.04811	20.7841	214.0611	10.2993
23	1.1216	0.8916	0.04113	24.3104	0.04613	21.6757	233.6768	10.7806
24	1.1272	0.8872	0.03932	25.4320	0.04432	22.5629	254.0820	11.2611
25	1.1328	0.8828	0.03765	26.5591	0.04265	23.4456	275.2686	11.7407
26	1.1385	0.8784	0.03611	27.6919	0.04111	24.3240	297.2281	12.2195
27	1.1442	0.8740	0.03469	28.8304	0.03969	25.1980	319.9523	12.6975
28	1.1499	0.8697	0.03336	29.9745	0.03836	26.0677	343.4332	13.1747
29	1.1556	0.8653	0.03213	31.1244	0.03713	26.9330	367.6625	13.6510
30	1.1614	0.8610	0.03098	32.2800	0.03598	27.7941	392.6324	14.1265
36	1.1967	0.8356	0.02542	39.3361	0.03042	32.8710	557.5598	16.9621
40	1.2208	0.8191	0.02265	44.1588	0.02765	36.1722	681.3347	18.8359
48	1.2705	0.7871	0.01849	54.0978	0.02349	42.5803	959.9188	22.5437
50	1.2832	0.7793	0.01765	56.6452	0.02265	44.1428	1035.70	23.4624
52	1.2961	0.7716	0.01689	59.2180	0.02189	45.6897	1113.82	24.3778
55	1.3156	0.7601	0.01584	63.1258	0.02084	47.9814	1235.27	25.7447
60	1.3489	0.7414	0.01433	69.7700	0.01933	51.7256	1448.65	28.0064
72	1.4320	0.6983	0.01157	86.4089	0.01657	60.3395	2012.35	33.3504
75	1.4536	0.6879	0.01102	90.7265	0.01602	62.4136	2163.75	34.6679
84	1.5204	0.6577	0.00961	104.0739	0.01461	68.4530	2640.66	38.5763
90	1.5666	0.6383	0.00883	113.3109	0.01383	72.3313	2976.08	41.1451
96	1.6141	0.6195	0.00814	122.8285	0.01314	76.0952	3324.18	43.6845
100	1.6467	0.6073	0.00773	129.3337	0.01273	78.5426	3562.79	45.3613
108	1.7137	0.5835	0.00701	142.7399	0.01201	83.2934	4054.37	48.6758
120	1.8194	0.5496	0.00610	163.8793	0.01110	90.0735	4823.51	53.5508
132	1.9316	0.5177	0.00537	186.3226	0.01037	96.4596	5624.59	58.3103
144	2.0508	0.4876	0.00476	210.1502	0.00976	102.4747	6451.31	62.9551
240	3.3102	0.3021	0.00216	462.0409	0.00716	139.5808	13416	96.1131
360	6.0226	0.1660	0.00100	1004.52	0.00600	166.7916	21403	128.3236
480	10.9575	0.0913	0.00050	1991.49	0.00550	181.7476	27588	151.7949

0.75% Tabla 3 Flujo de efectivo discreto: factores de interés compuesto 0.75%

	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradiente uniforme	
n	Cantidad compuesta *F/P*	Valor presente *P/F*	Fondo de amortización *A/F*	Cantidad compuesta *F/A*	Recuperación de capital *A/P*	Valor presente *P/A*	Gradiente de valor presente *P/G*	Gradiente de serie anual *A/G*
1	1.0075	0.9926	1.00000	1.0000	1.00750	0.9926		
2	1.0151	0.9852	0.49813	2.0075	0.50563	1.9777	0.9852	0.4981
3	1.0227	0.9778	0.33085	3.0226	0.33835	2.9556	2.9408	0.9950
4	1.0303	0.9706	0.24721	4.0452	0.25471	3.9261	5.8525	1.4907
5	1.0381	0.9633	0.19702	5.0756	0.20452	4.8894	9.7058	1.9851
6	1.0459	0.9562	0.16357	6.1136	0.17107	5.8456	14.4866	2.4782
7	1.0537	0.9490	0.13967	7.1595	0.14717	6.7946	20.1808	2.9701
8	1.0616	0.9420	0.12176	8.2132	0.12926	7.7366	26.7747	3.4608
9	1.0696	0.9350	0.10782	9.2748	0.11532	8.6716	34.2344	3.9502
10	1.0776	0.9280	0.09667	10.3443	0.10417	9.5996	42.6064	4.4384
11	1.0857	0.9211	0.08755	11.4219	0.09505	10.5207	51.8174	4.9253
12	1.0938	0.9142	0.07995	12.5076	0.08745	11.4349	61.8740	5.4110
13	1.1020	0.9074	0.07352	13.6014	0.08102	12.3423	72.7632	5.8954
14	1.1103	0.9007	0.06801	14.7034	0.07551	13.2430	84.4720	6.3786
15	1.1186	0.8940	0.06324	15.8137	0.07074	14.1370	96.9876	6.8606
16	1.1270	0.8873	0.05906	16.9323	0.06656	15.0243	110.2973	7.3413
17	1.1354	0.8807	0.05537	18.0593	0.06287	15.9050	124.3887	7.8207
18	1.1440	0.8742	0.05210	19.1947	0.05960	16.7792	139.2494	8.2989
19	1.1525	0.8676	0.04917	20.3387	0.05667	17.6468	154.8671	8.7759
20	1.1612	0.8612	0.04653	21.4912	0.05403	18.5080	171.2297	9.2516
21	1.1699	0.8548	0.04415	22.6524	0.05165	19.3628	188.3253	9.7261
22	1.1787	0.8484	0.04198	23.8223	0.04948	20.2112	206.1420	10.1994
23	1.1875	0.8421	0.04000	25.0010	0.04750	21.0533	224.6682	10.6714
24	1.1964	0.8358	0.03818	26.1885	0.04568	21.8891	243.8923	11.1422
25	1.2054	0.8296	0.03652	27.3849	0.04402	22.7188	263.8029	11.6117
26	1.2144	0.8234	0.03498	28.5903	0.04248	23.5422	284.3888	12.0800
27	1.2235	0.8173	0.03355	29.8047	0.04105	24.3595	305.6387	12.5470
28	1.2327	0.8112	0.03223	31.0282	0.03973	25.1707	327.5416	13.0128
29	1.2420	0.8052	0.03100	32.2609	0.03850	25.9759	350.0867	13.4774
30	1.2513	0.7992	0.02985	33.5029	0.03735	26.7751	373.2631	13.9407
36	1.3086	0.7641	0.02430	41.1527	0.03180	31.4468	524.9924	16.6946
40	1.3483	0.7416	0.02153	46.4465	0.02903	34.4469	637.4693	18.5058
48	1.4314	0.6986	0.01739	57.5207	0.02489	40.1848	886.8404	22.0691
50	1.4530	0.6883	0.01656	60.3943	0.02406	41.5664	953.8486	22.9476
52	1.4748	0.6780	0.01580	63.3111	0.02330	42.9276	1022.59	23.8211
55	1.5083	0.6630	0.01476	67.7688	0.02226	44.9316	1128.79	25.1223
60	1.5657	0.6387	0.01326	75.4241	0.02076	48.1734	1313.52	27.2665
72	1.7126	0.5839	0.01053	95.0070	0.01803	55.4768	1791.25	32.2882
75	1.7514	0.5710	0.00998	100.1833	0.01748	57.2027	1917.22	33.5163
84	1.8732	0.5338	0.00859	116.4269	0.01609	62.1540	2308.13	37.1357
90	1.9591	0.5104	0.00782	127.8790	0.01532	65.2746	2578.w)	39.4946
96	2.0489	0.4881	0.00715	139.8562	0.01465	68.2584	2853.94	41.8107
100	2.1111	0.4737	0.00675	148.1445	0.01425	70.1746	3040.75	43.3311
108	2.2411	0.4462	0.00604	165.4832	0.01354	73.8394	3419.90	46.3154
120	2.4514	0.4079	0.00317	193.5143	0.01267	78.9417	3998.56	50.6521
132	2.6813	0.3730	0.00446	224.1748	0.01196	83.6064	4583.57	54.8232
144	2.9328	0.3410	0.00388	257.7116	0.01138	87.8711	5169.58	58.8314
240	6.0092	0.1664	0.00150	667.8869	0.00900	111.1450	9494.12	85.4210
360	14.7306	0.0679	0.00055	1830.74	0.00805	124.2819	13312	107.1145
480	36.1099	0.0277	0.00021	4681.32	0.00771	129.6409	15513	119.6620

1% Tabla 4 Flujo de efectivo discreto: factores de interés compuesto 1%

	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradiente uniforme	
n	Cantidad compuesta *F/P*	Valor presente *P/F*	Fondo de amortización *A/F*	Cantidad compuesta *F/A*	Recuperación de capital *A/P*	Valor presente *P/A*	Gradiente de valor presente *P/G*	Gradiente de serie anual *A/G*
1	1.0100	0.9901	1.00000	1.0000	1.01000	0.9901		
2	1.0201	0.9803	0.49751	2.0100	0.50751	1.9704	0.9803	0.4975
3	1.0303	0.9706	0.33002	3.0301	0.34002	2.9410	2.9215	0.9934
4	1.0406	0.9610	0.24628	4.0604	0.25628	3.9020	5.8044	1.4876
5	1.0510	0.9515	0.19604	5.1010	0.20604	4.8534	9.6103	1.9801
6	1.0615	0.9420	0.16255	6.1520	0.17255	5.7955	14.3205	2.4710
7	1.0721	0.9327	0.13863	7.2135	0.14863	6.7282	19.9168	2.9602
8	1.0829	0.9235	0.12069	8.2857	0.13069	7.6517	26.3812	3.4478
9	1.0937	0.9143	0.10674	9.3685	0.11674	8.5660	33.6959	3.9337
10	1.1046	0.9053	0.09558	10.4622	0.10558	9.4713	41.8435	4.4179
11	1.1157	0.8963	0.08645	11.5668	0.09645	10.3676	50.8067	4.9005
12	1.1268	0.8874	0.07885	12.6825	0.08885	11.2551	60.5687	5.3815
13	1.1381	0.8787	0.07241	13.8093	0.08241	12.1337	71.1126	5.8607
14	1.1495	0.8700	0.06690	14.9474	0.07690	13.0037	82.4221	6.3384
15	1.1610	0.8613	0.06212	16.0969	0.07212	13.8651	94.4810	6.8143
16	1.1726	0.8528	0.05794	17.2579	0.06794	14.7179	107.2734	7.2886
17	1.1843	0.8444	0.05426	18.4304	0.06426	15.5623	120.7834	7.7613
18	1.1961	0.8360	0.05098	19.6147	0.06098	16.3983	134.9957	8.2323
19	1.2081	0.8277	0.04805	20.8109	0.05805	17.2260	149.8950	8.7017
20	1.2202	0.8195	0.04542	22.0190	0.05542	18.0456	165.4664	9.1694
21	1.2324	0.8114	0.04303	23.2392	0.05303	18.8570	181.6950	9.6354
22	1.2447	0.8034	0.04086	24.4716	0.05086	19.6604	198.5663	10.0998
23	1.2572	0.7954	0.03889	25.7163	0.04889	20.4558	216.0660	10.5626
24	1.2697	0.7876	0.03707	26.9735	0.04707	21.2434	234.1800	11.0237
25	1.2824	0.7798	0.03541	28.2432	0.04541	22.0232	252.8945	11.4831
26	1.2953	0.7720	0.03387	29.5256	0.04387	22.7952	272.1957	11.9409
27	1.3082	0.7644	0.03245	30.8209	0.04245	23.5596	292.0702	12.3971
28	1.3213	0.7568	0.03112	32.1291	0.04112	24.3164	312.5047	12.8516
29	1.3345	0.7493	0.02990	33.4504	0.03990	25.0658	333.4863	13.3044
30	1.3478	0.7419	0.02875	34.7849	0.03875	25.8077	355.0021	13.7557
36	1.4308	0.6989	0.02321	43.0769	0.03321	30.1075	494.6207	16.4285
40	1.4889	0.6717	0.02046	48.8864	0.03046	32.8347	596.8561	18.1776
48	1.6122	0.6203	0.01633	61.2226	0.02633	37.9740	820.1460	21.5976
50	1.6446	0.6080	0.01551	64.4632	0.02551	39.1961	879.4176	22.4363
52	1.6777	0.5961	0.01476	67.7689	0.02476	40.3942	939.9175	23.2686
55	1.7285	0.5785	0.01373	72.8525	0.02373	42.1472	1032.81	24.5049
60	1.8167	0.5504	0.01224	81.6697	0.02224	44.9550	1192.81	26.5333
72	2.0471	0.4885	0.00955	104.7099	0.01955	51.1504	1597.87	31.2386
75	2.1091	0.4741	0.00902	110.9128	0.01902	52.5871	1702.73	32.3793
84	2.3067	0.4335	0.00765	130.6723	0.01765	56.6485	2023.32	35.7170
90	2.4486	0.4084	0.00690	144.8633	0.01690	59.1609	2240.57	37.8724
96	2.5993	0.3847	0.00625	159.9273	0.01625	61.5277	2459.43	39.9727
100	2.7048	0.3697	0.00587	170.4814	0.01587	63.0289	2605.78	41.3426
108	2.9289	0.3414	0.00518	192.8926	0.01518	65.8578	2898.42	44.0103
120	3.3004	0.3030	0.00435	230.0387	0.01435	69.7005	3334.11	47.8349
132	3.7190	0.2689	0.00368	271.8959	0.01368	73.1108	3761.69	51.4520
144	4.1906	0.2386	0.00313	319.0616	0.01313	76.1372	4177.47	54.8676
240	10.8926	0.0918	0.00101	989.2554	0.01101	90.8194	6878.60	75.7393
360	35.9496	0.0278	0.00029	3494.96	0.01029	97.2183	8720.43	89.6995
480	118.6477	0.0084	0.00008	11765	0.01008	99.1572	9511.16	95.9200

1.25% Tabla 5 Flujo de efectivo discreto: factores de interés compuesto 1.25%

	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradiente uniforme	
n	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Fondo de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.0125	0.9877	1.00000	1.0000	1.01250	0.9877		
2	1.0252	0.9755	0.49680	2.0125	0.50939	1.9631	0.9755	0.4969
3	1.0380	0.9634	0.32920	3.0377	0.34170	2.9265	2.9023	0.9917
4	1.0509	0.9515	0.24536	4.0756	0.25786	3.8781	5.7569	1.4845
5	1.0641	0.9398	0.19506	5.1266	0.20756	4.8178	9.5160	1.9752
6	1.0774	0.9282	0.16153	6.1907	0.17403	5.7460	14.1569	2.4638
7	1.0909	0.9167	0.13759	7.2680	0.15009	6.6627	19.6571	2.9503
8	1.1045	0.9054	0.11963	8.3589	0.13213	7.5681	25.9949	3.4348
9	1.1183	0.8942	0.10567	9.4634	0.11817	8.4623	33.1487	3.9172
10	1.1323	0.8832	0.09450	10.5817	0.10700	9.3455	41.0973	4.3975
11	1.1464	0.8723	0.08537	11.7139	0.09787	10.2178	49.8201	4.8758
12	1.1608	0.8615	0.07776	12.8604	0.09026	11.0793	59.2967	5.3520
13	1.1753	0.8509	0.07132	14.0211	0.08382	11.9302	69.5072	5.8262
14	1.1900	0.8404	0.06581	15.1964	0.07831	12.7706	80.4320	6.2982
15	1.2048	0.8300	0.06103	16.3863	0.07353	13.6005	92.0519	6.7682
16	1.2199	0.8197	0.05685	17.5912	0.06935	14.4203	104.3481	7.2362
17	1.2351	0.8096	0.05316	18.8111	0.06566	15.2299	117.3021	7.7021
18	1.2506	0.7996	0.04988	20.0462	0.06238	16.0295	130.8958	8.1659
19	1.2662	0.7898	0.04696	21.2968	0.05946	16.8193	145.1115	8.6277
20	1.2820	0.7800	0.04432	22.5630	0.05682	17.5993	159.9316	9.0874
21	1.2981	0.7704	0.04194	23.8450	0.05444	18.3697	175.3392	9.5450
22	1.3143	0.7609	0.03977	25.1431	0.05227	19.1306	191.3174	10.0006
23	1.3307	0.7515	0.03780	26.4574	0.05030	19.8820	207.8499	10.4542
24	1.3474	0.7422	0.03599	27.7881	0.04849	20.6242	224.9204	10.9056
25	1.3642	0.7330	0.03432	29.1354	0.04682	21.3573	242.5132	11.3551
26	1.3812	0.7240	0.03279	30.4996	0.04529	22.0813	260.6128	11.8024
27	1.3985	0.7150	0.03137	31.8809	0.04387	22.7963	279.2540	12.2478
28	1.4160	0.7062	0.03005	33.2794	0.04255	23.5025	298.2719	12.6911
29	1.4337	0.6975	0.02882	34.6954	0.04132	24.2000	317.8019	13.1323
30	1.4516	0.6889	0.02768	36.1291	0.04018	24.8889	337.7797	13.5715
36	1.5639	0.6394	0.02217	45.1155	0.03467	28.8473	466.2830	16.1639
40	1.6436	0.6084	0.01942	51.4896	0.03192	31.3269	559.2320	17.8515
48	1.8154	0.5509	0.01533	65.2284	0.02783	35.9315	759.2296	21.1299
50	1.8610	0.5373	0.01452	68.8818	0.02702	37.0129	811.6738	21.9295
52	1.9078	0.5242	0.01377	72.6271	0.02627	38.0677	864.9409	22.7211
55	1.9803	0.5050	0.01275	78.4225	0.02525	39.6017	946.2277	23.8936
60	2.1072	0.4746	0.01129	88.5745	0.02379	42.0346	1084.84	25.8083
72	2.4459	0.4088	0.00865	115.6736	0.02115	47.2925	1428.46	30.2047
75	2.5388	0.3939	0.00812	123.1035	0.02062	48.4890	1515.79	31.2605
84	2.8391	0.3522	0.00680	147.1290	0.01930	51.8222	1778.84	34.3258
90	3.0588	0.3269	0.00607	164.7050	0.01857	53.8461	1953.83	36.2855
96	3.2955	0.3034	0.00545	183.6411	0.01795	55.7246	2127.52	38.1793
100	3.4634	0.2887	0.00507	197.0723	0.01757	56.9013	2242.24	39.4058
108	3.8253	0.2614	0.00442	226.0225	0.01692	59.0865	2468.29	41.7737
120	4.4402	0.2252	0.00363	275.2171	0.01613	61.9828	2796.53	45.1184
132	5.1540	0.1940	0.00301	332.3198	0.01551	64.4761	3109.35	48.2234
144	5.9825	0.1672	0.00251	398.6021	0.01501	66.6277	3404.61	51.0990
240	19.7155	0.0507	0.00067	1497.24	0.01317	75.9423	5101.53	67.1764
360	87.5410	0.0114	0.00014	6923.28	0.01264	79.0861	5997.90	75.8401
480	388.7007	0.0026	0.00003	31016	0.01253	79.7942	6284.74	78.7619

1.5% Tabla 6 Flujo de efectivo discreto: factores de interés compuesto 1.5%

	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradiente uniforme	
n	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Fondo de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.0150	0.9852	1.00000	1.0000	1.01500	0.9852		
2	1.0302	0.9707	0.49628	2.0150	0.51128	1.9559	0.9707	0.4963
3	1.0457	0.9563	0.32838	3.0452	0.34338	2.9122	2.8833	0.9901
4	1.0614	0.9422	0.24444	4.0909	0.25944	3.8544	5.7098	1.4814
5	1.0773	0.9283	0.19409	5.1523	0.20909	4.7826	9.4229	1.9702
6	1.0934	0.9145	0.16053	6.2296	0.17553	5.6912	13.9956	2.4566
7	[illegible]	0.9010	0.13656	7.3230	0.15156	6.5982	19.4018	2.9405
8	1.1265	[illegible]	[illegible]	8.4328	0.13358	7.4859	25.6157	3.4219
9	1.1434	0.8746	0.10461	9.5593	0.11961	8.3605	32.6125	3.9008
10	1.1605	0.8611	0.09343	10.7027	0.10843	9.2222	40.3675	4.3772
11	1.1779	0.8489	0.08429	11.8633	0.09929	10.0711	48.8568	4.8512
12	1.1956	0.8364	0.07668	13.0412	0.09168	10.9075	58.0571	5.3221
13	1.2136	0.8240	0.07024	14.2368	0.08524	11.7315	67.9454	5.7917
14	1.2318	0.8118	0.06472	15.4504	0.03972	12.5434	78.4994	6.2582
15	1.2502	0.7999	0.05994	16.6821	0.07494	13.3432	89.6974	6.7223
16	1.2690	0.1880	0.05577	17.9324	0.07077	14.1313	101.5178	7.1839
17	1.2880	0.7164	0.05208	19.2014	0.06708	14.9016	113.9400	7.6431
18	1.3073	0.7649	0.04881	20.4894	0.06381	15.6726	126.9435	8.0997
19	1.3270	0.7536	0.04588	21.7967	0.06088	16.4262	1405084	8.5539
20	1.3469	0.7425	0.04325	23.1237	0.05825	17.1686	154.6154	9.0051
21	1.3671	0.7315	0.04087	24.4705	0.05587	17.9001	169.2453	9.4550
22	1.3876	0.7207	0.031 170	25.8376	0.05370	18.6208	184.3798	9.9018
23	1.4084	0.1100	0.03673	27.2251	0.05173	19.3309	200.0006	10.3462
24	1.4295	0.6995	0.03492	28.6335	0.04992	20.0304	216.0901	10.7881
25	1.4509	0.6892	0.03326	30.0630	0.04826	20.7196	232.6310	11.2216
26	1.4727	0.6790	0.03173	31.5140	0.04673	21.3986	249.6065	11.6646
27	1.4948	0.6690	0.03032	32.9867	0.04532	22.0676	267.0002	12.0992
28	1.5172	0.6591	0.02900	34.4815	0.04400	22.7267	284.7958	12.5313
29	1.5400	0.6494	0.02778	35.9987	0.04278	23.3761	302.9779	12.9610
30	1.5631	0.6398	0.02664	37.5387	0.04164	24.0158	321.5310	13.3883
36	1.7091	0.5851	0.02115	47.2760	0.03615	27.6607	439.8303	15.9009
40	1.8140	0.5513	0.01843	54.2679	0.03343	29.9158	524.3568	17.5277
48	2.0435	0.4894	0.01437	69.5652	0.02937	34.0426	703.5462	20.6667
50	2.1052	0.4750	0.01357	73.6828	0.02857	34.9997	749.9636	21.4277
52	2.1689	0.4611	0.01283	77.9249	0.02783	35.9287	796.8774	22.1794
55	2.2679	0.4409	0.01183	84.5296	0.02683	37.2715	868.0285	23.2894
60	2.4432	0.4093	0.01039	96.2147	0.02539	39.3803	988.1674	25.0930
72	2.9212	0.3423	0.00781	128.0772	0.02281	43.8447	1279.19	29.1893
75	3.0546	0.3274	0.00730	136.9728	0.02230	44.8416	1352.56	30.1631
84	3.4926	0.2863	0.00602	166.1726	0.02102	47.5786	1568.51	32.9668
90	3.8189	0.2619	0.00532	187.9299	0.02032	49.2099	1709.54	34.7399
96	4.1758	0.2395	0.00472	211.7202	0.01972	50.7017	1847.47	36.4381
100	4.4320	0.2256	0.00437	228.8030	0.01937	51.6247	1937.45	37.5295
108	4.9927	0.2003	0.00376	266.1778	0.01876	53.3157	2112.13	39.6171
120	5.9693	0.1675	0.00302	331.2882	0.01802	55.4985	2359.71	42.5185
132	7.1370	0.1401	0.00244	409.1354	0.01744	57.3257	2588.71	45.1579
144	8.5332	0.1172	0.00199	502.2109	0.01699	58.8540	2798.58	47.5512
240	35.6328	0.0281	0.00043	2308.85	0.01543	64.7957	3870.69	59.7368
360	212.7038	0.0041	0.00007	14114	0.01507	66.3532	4310.72	64.9662
480	1269.70	0.0008	0.00001	84580	0.01501	66.6142	4415.74	66.2883

2% Tabla 7 Flujo de efectivo discreto: factores de interés compuesto 2%

	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradiente uniforme	
n	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Fondo de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.0200	0.9804	1.00000	1.0000	1.02000	0.9804		
2	1.0404	0.9612	0.49505	2.0200	0.51505	1.9416	0.9612	0.4950
3	1.0612	0.9423	0.32675	3.0604	0.34675	2.8839	2.8458	0.9868
4	1.0824	0.9238	0.24262	4.1216	0.26262	3.8077	5.6173	1.4752
5	1.1041	0.9057	0.19216	5.2040	0.21216	4.7135	9.2403	1.9604
6	1.1262	0.8880	0.15853	6.3081	0.17853	5.6014	13.6801	2.4423
7	1.1487	0.8706	0.13451	7.4343	0.15451	6.4720	18.9035	2.9208
8	1.1717	0.8535	0.11651	8.5830	0.13651	7.3255	24.8779	3.3961
9	1.1951	0.8368	0.10252	9.7546	0.12252	8.1622	31.5720	3.8681
10	1.2190	0.8203	0.09133	10.9497	0.11133	8.9826	38.9551	4.3367
11	1.2434	0.8043	0.08218	12.1687	0.10218	9.7868	46.9977	4.8021
12	1.2682	0.7885	0.07456	13.4121	0.09456	10.5753	55.6712	5.2642
13	1.2936	0.7730	0.06812	14.6803	0.08812	11.3484	64.9475	5.7231
14	1.3195	0.7579	0.06260	15.9739	0.08260	12.1062	74.7999	6.1786
15	1.3459	0.7430	0.05783	17.2934	0.07783	12.8493	85.2021	6.6309
16	1.3728	0.7284	0.05365	18.6393	0.07365	13.5777	96.1288	7.0799
17	1.4002	0.7142	0.04997	20.0121	0.06997	14.2919	107.5554	7.5256
18	1.4282	0.7002	0.04670	21.4123	0.06670	14.9920	119.4581	7.9681
19	1.4568	0.6864	0.04378	22.8406	0.06378	15.6785	131.8139	8.4073
20	1.4859	0.6730	0.04116	24.2974	0.06116	16.3514	144.6003	8.8433
21	1.5157	0.6598	0.03878	25.7833	0.05878	17.0112	157.7959	9.2760
22	1.5460	0.6468	0.03663	27.2990	0.05663	17.6580	171.3795	9.7055
23	1.5769	0.6342	0.03467	28.8450	0.05467	18.2922	185.3309	10.1317
24	1.6084	0.6217	0.03287	30.4219	0.05287	18.9139	199.6305	10.5547
25	1.6406	0.6095	0.03122	32.0303	0.05122	19.5235	214.2592	10.9745
26	1.6734	0.5976	0.02970	33.6709	0.04970	20.1210	229.1987	11.3910
27	1.7069	0.5859	0.02829	35.3443	0.04829	20.7069	244.4311	11.8043
28	1.7410	0.5744	0.02699	37.0512	0.04699	21.2813	259.9392	12.2145
29	1.7758	0.5631	0.02578	38.7922	0.04578	21.8444	275.7064	12.6214
30	1.8114	0.5521	0.02465	40.5681	0.04465	22.3965	291.7164	13.0251
36	2.0399	0.4902	0.01923	51.9944	0.03923	25.4888	392.0405	15.3809
40	2.2080	0.4529	0.01656	60.4020	0.03656	27.3555	461.9931	16.8885
48	2.5871	0.3865	0.01260	79.3535	0.03260	30.6731	605.9657	19.7556
50	2.6916	0.3715	0.01182	84.5794	0.03182	31.4236	642.3606	20.4420
52	2.8003	0.3571	0.01111	90.0164	0.03111	32.1449	678.7849	21.1164
55	2.9717	0.3365	0.01014	98.5865	0.03014	33.1748	733.3527	22.1057
60	3.2810	0.3048	0.00877	114.0515	0.02877	34.7609	823.6975	23.6961
72	4.1611	0.2403	0.00633	158.0570	0.02633	37.9841	1034.06	27.2234
75	4.4158	0.2265	0.00586	170.7918	0.02586	38.6771	1084.64	28.0434
84	5.2773	0.1895	0.00468	213.8666	0.02468	40.5255	1230.42	30.3616
90	5.9431	0.1683	0.00405	247.1567	0.02405	41.5869	1322.17	31.7929
96	6.6929	0.1494	0.00351	284.6467	0.02351	42.5294	1409.30	33.1370
100	7.2446	0.1380	0.00320	312.2323	0.02320	43.0984	1464.75	33.9863
108	8.4883	0.1178	0.00267	374.4129	0.02267	44.1095	1569.30	35.5774
120	10.7652	0.0929	0.00205	488.2582	0.02205	45.3554	1730.42	37.7114
132	13.6528	0.0732	0.00158	632.6415	0.02158	46.3378	1833.47	39.5676
144	17.3151	0.0578	0.00123	815.7545	0.02123	47.1123	1939.79	41.1738
240	115.8887	0.0086	0.00017	5744.44	0.02017	49.5686	2374.88	47.9110
360	1247.56	0.0008	0.00002	62328	0.02002	49.9599	2482.57	49.7112
480	13430	0.0001			0.02000	49.9963	2498.03	49.9643

3% Tabla 8 Flujo de efectivo discreto: factores de interés compuesto 3%

	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradiente uniforme	
n	Cantidad compuesta *F/P*	Valor presente *P/F*	Fondo de amortización *A/F*	Cantidad compuesta *F/A*	Recuperación de capital *A/P*	Valor presente *P/A*	Gradiente de valor presente *P/G*	Gradiente de serie anual *A/G*
1	1.0300	0.9709	1.00000	1.0000	1.03000	0.9709		
2	1.0609	0.9426	0.49261	2.0300	0.52261	1.9135	0.9426	0.4926
3	1.0927	0.9151	0.32353	3.0909	0.35353	2.8286	2.7729	0.9803
4	1.1255	0.8885	0.23903	4.1836	0.26903	3.7171	5.4383	1.4631
5	1.1593	0.8626	0.18835	5.3091	0.21835	4.5797	8.8888	1.9409
6	1.1941	0.8375	0.15460	6.4684	0.18460	5.4172	13.0762	2.4138
7	1.2299	0.8131	0.13051	7.6625	0.16051	6.2303	17.9547	2.8819
8	1.2668	0.7894	0.11246	8.8923	0.14246	7.0197	23.4806	3.3450
9	1.3048	0.7664	0.09843	10.1591	0.12843	7.7861	29.6119	3.8032
10	1.3439	0.7441	0.08723	11.4639	0.11723	8.5302	36.3088	4.2565
11	1.3842	0.7224	0.07808	12.8078	0.10808	9.2526	43.5330	4.7049
12	1.4258	0.7014	0.07046	14.1920	0.10046	9.9540	51.2482	5.1485
13	1.4685	0.6810	0.06403	15.6178	0.09403	10.6350	59.4196	5.5872
14	1.5126	0.6611	0.05853	17.0863	0.08853	11.2961	68.0141	6.0210
15	1.5580	0.6419	0.05377	18.5989	0.08377	11.9379	77.0002	6.4500
16	1.6047	0.6232	0.04961	20.1569	0.07961	12.5611	86.3477	6.8742
17	1.6528	0.6050	0.04595	21.7616	0.07595	13.1661	96.0280	7.2936
18	1.7024	0.5874	0.04271	23.4144	0.07271	13.7535	106.0137	7.7081
19	1.7535	0.5703	0.03981	25.1169	0.06981	14.3238	116.2788	8.1179
20	1.8061	0.5537	0.03722	26.8704	0.06722	14.8775	126.7987	8.5229
21	1.8603	0.5375	0.03487	28.6765	0.06487	15.4150	137.5496	8.9231
22	1.9161	0.5219	0.03275	30.5368	0.06275	15.9369	148.5094	9.3186
23	1.9736	0.5067	0.03081	32.4529	0.06081	16.4436	159.6566	9.7093
24	2.0328	0.4919	0.02905	34.4265	0.05905	16.9355	170.9711	10.0954
25	2.0938	0.4776	0.02743	36.4593	0.05743	17.4131	182.4336	10.4768
26	2.1566	0.4637	0.02594	38.5530	0.05594	17.8768	194.0260	10.8535
27	2.2213	0.4502	0.02456	40.7096	0.05456	18.3270	205.7309	11.2255
28	2.2879	0.4371	0.02329	42.9309	0.05329	18.7641	217.5320	11.5930
29	2.3566	0.4243	0.02211	45.2189	0.05211	19.1885	229.4137	11.9558
30	2.4273	0.4120	0.02102	47.5754	0.05102	19.6004	241.3613	12.3141
31	2.5001	0.4000	0.02000	50.0027	0.05000	20.0004	253.3609	12.6678
32	2.5751	0.3883	0.01905	52.5028	0.04905	20.3888	265.3993	13.0169
33	2.6523	0.3770	0.01816	55.0778	0.04816	20.7658	277.4642	13.3616
34	2.7319	0.3660	0.01732	57.7302	0.04732	21.1318	289.5437	13.7018
35	2.8139	0.3554	0.01654	60.4621	0.04654	21.4872	301.6267	14.0375
40	3.2620	0.3066	0.01326	75.4013	0.04326	23.1148	361.7499	15.6502
45	3.7816	0.2644	0.01079	92.7199	0.04079	24.5187	420.6325	17.1556
50	4.3839	0.2281	0.00887	112.7969	0.03887	25.7298	477.4803	18.5575
55	5.0821	0.1968	0.00735	136.0716	0.03735	26.7744	531.7411	19.8600
60	5.8916	0.1697	0.00613	163.0534	0.03613	27.6756	583.0526	21.0674
65	6.8300	0.1464	0.00515	194.3328	0.03515	28.4529	631.2010	22.1841
70	7.9178	0.1263	0.00434	230.5941	0.03434	29.1234	676.0869	23.2145
75	9.1789	0.1089	0.00367	272.6309	0.03367	29.7018	717.6978	24.1634
80	10.6409	0.0940	0.00311	321.3630	0.03311	30.2008	756.0865	25.0353
84	11.9764	0.0835	0.00273	365.8805	0.03273	30.5501	784.5434	25.6806
85	12.3357	0.0811	0.00265	377.8570	0.03265	30.6312	791.3529	25.8349
90	14.3005	0.0699	0.00226	443.3489	0.03226	31.0024	823.6302	26.5667
96	17.0755	0.0586	0.00187	535.8502	0.03187	31.3812	858.6377	27.3615
108	24.3456	0.0411	0.00129	778.1863	0.03129	31.9642	917.6013	28.7072
120	34.7110	0.0288	0.00089	1123.70	0.03089	32.3730	963.8635	29.7737

4% Tabla 9 Flujo de efectivo discreto: factores de interés compuesto 4%

	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradiente uniforme	
n	Cantidad compuesta *F/P*	Valor presente *P/F*	Fondo de amortización *A/F*	Cantidad compuesta *F/A*	Recuperación de capital *A/P*	Valor presente *P/A*	Gradiente de valor presente *P/G*	Gradiente de serie anual *A/G*
1	1.0400	0.9615	1.00000	1.0000	1.04000	0.9615		
2	1.0816	0.9246	0.49020	2.0400	0.53020	1.8861	0.9246	0.4902
3	1.1249	0.8890	0.32035	3.1216	0.36035	2.7751	2.7025	0.9739
4	1.1699	0.8548	0.23549	4.2465	0.27549	3.6299	5.2670	1.4510
5	1.2167	0.8219	0.18463	5.4163	0.22463	4.4518	8.5547	1.9216
6	1.2653	0.7903	0.15076	6.6330	0.19076	5.2421	12.5062	2.3857
7	1.3159	0.7599	0.12661	7.8983	0.16661	6.0021	17.0657	2.8433
8	1.3686	0.7307	0.10853	9.2142	0.14853	6.7327	22.1806	3.2944
9	1.4233	0.7026	0.09449	10.5828	0.13449	7.4353	27.8013	3.7391
10	1.4802	0.6756	0.08329	12.0061	0.12329	8.1109	33.8814	4.1773
11	1.5395	0.6496	0.07415	13.4864	0.11415	8.7605	40.3772	4.6090
12	1.6010	0.6246	0.06655	15.0258	0.10655	9.3851	47.2477	5.0343
13	1.6651	0.6006	0.06014	16.6269	0.10014	9.9856	54.4546	5.4532
14	1.7317	0.5775	0.05467	18.2919	0.09467	10.5631	61.9618	5.8659
15	1.8009	0.5553	0.04994	20.0236	0.08994	11.1184	69.7355	6.2721
16	1.8730	0.5339	0.04582	21.8245	0.08582	11.6523	77.7441	6.6720
17	1.9479	0.5134	0.04220	23.6975	0.08220	12.1657	85.9581	7.0656
18	2.0258	0.4936	0.03899	25.6454	0.07899	12.6593	94.3498	7.4530
19	2.1068	0.4746	0.03614	27.6712	0.07614	13.1339	102.8933	7.8342
20	2.1911	0.4564	0.03358	29.7781	0.07358	13.5903	111.5647	8.2091
21	2.2788	0.4388	0.03128	31.9692	0.07128	14.0292	120.3414	8.5779
22	2.3699	0.4220	0.02920	34.2480	0.06920	14.4511	129.2024	8.9407
23	2.4647	0.4057	0.02731	36.6179	0.06731	14.8568	138.1284	9.2973
24	2.5633	0.3901	0.02559	39.0826	0.06559	15.2470	147.1012	9.6479
25	2.6658	0.3751	0.02401	41.6459	0.06401	15.6221	156.1040	9.9925
26	2.7725	0.3607	0.02257	44.3117	0.06257	15.9828	165.1212	10.3312
27	2.8834	0.3468	0.02124	47.0842	0.06124	16.3296	174.1385	10.6640
28	2.9987	0.3335	0.02001	49.9676	0.06001	16.6631	183.1424	10.9909
29	3.1187	0.3207	0.01888	52.9663	0.05888	16.9837	192.1206	11.3120
30	3.2434	0.3083	0.01783	56.0849	0.05783	17.2920	201.0618	11.6274
31	3.3731	0.2965	0.01686	59.3283	0.05686	17.5885	209.9556	11.9371
32	3.5081	0.2851	0.01595	62.7015	0.05595	17.8736	218.7924	12.2411
33	3.6484	0.2741	0.01510	66.2095	0.05510	18.1476	227.5634	12.5396
34	3.7943	0.2636	0.01431	69.8579	0.05431	18.4112	236.2607	12.8324
35	3.9461	0.2534	0.01358	73.6522	0.05358	18.6646	244.8768	13.1198
40	4.8010	0.2083	0.01052	95.0255	0.05052	19.7928	286.5303	14.4765
45	5.8412	0.1712	0.00826	121.0294	0.04826	20.7200	325.4028	15.7047
50	7.1067	0.1407	0.00655	152.6671	0.04655	21.4822	361.1638	16.8122
55	8.6464	0.1157	0.00523	191.1592	0.04523	22.1086	393.6890	17.8070
60	10.5196	0.0951	0.00420	237.9907	0.04420	22.6235	422.9966	18.6972
65	12.7987	0.0781	0.00339	294.9684	0.04339	23.0467	449.2014	19.4909
70	15.5716	0.0642	0.00275	364.2905	0.04275	23.3945	472.4789	20.1961
75	18.9453	0.0528	0.00223	448.6314	0.04223	23.6804	493.0408	20.8206
80	23.0498	0.0434	0.00181	551.2450	0.04181	23.9154	511.1161	21.3718
85	28.0436	0.0357	0.00148	676.0901	0.04148	24.1085	526.9384	21.8569
90	34.1193	0.0293	0.00121	827.9833	0.04121	24.2673	540.7369	22.2826
96	43.1718	0.0232	0.00095	1054.30	0.04095	24.4209	554.9312	22.7236
108	69.1195	0.0145	0.00059	1702.99	0.04059	24.6383	576.8949	23.4146
120	110.6626	0.0090	0.00036	2741.56	0.04036	24.7741	592.2428	23.9057
144	283.6618	0.0035	0.00014	7066.55	0.04014	24.9119	610.1055	24.4906

5% Tabla 10 Flujo de efectivo discreto: factores de interés compuesto 5%

	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradiente uniforme	
n	Cantidad compuesta *F/P*	Valor presente *P/F*	Fondo de amortización *A/F*	Cantidad compuesta *F/A*	Recuperación de capital *A/P*	Valor presente *P/A*	Gradiente de valor presente *P/G*	Gradiente de serie anual *A/G*
1	1.0500	0.9524	1.00000	1.0000	1.05000	0.9524		
2	1.1025	0.9070	0.48780	2.0500	0.53780	1.8594	0.9070	0.4878
3	1.1576	0.8638	0.31721	3.1525	0.36721	2.7232	2.6347	0.9675
4	1.2155	0.8227	0.23201	4.3101	0.28201	3.5460	5.1028	1.4391
5	1.2763	0.7835	0.18097	5.5256	0.23097	4.3295	8.2369	1.9025
6	1.3401	0.7462	0.14702	6.8019	0.19702	5.0757	11.9680	2.3579
7	1.4071	0.7107	0.12282	8.1420	0.17282	5.7864	16.2321	2.8052
8	1.4775	0.6768	0.10472	9.5491	0.15472	6.4632	20.9700	3.2445
9	1.5513	0.6446	0.09069	11.0266	0.14069	7.1078	26.1268	3.6758
10	1.6289	0.6139	0.07950	12.5779	0.12950	7.7217	31.6520	4.0991
11	1.7103	0.5847	0.07039	14.2068	0.12039	8.3064	37.4988	4.5144
12	1.7959	0.5568	0.06283	15.9171	0.11283	8.8633	43.6241	4.9219
13	1.8856	0.5303	0.05646	17.7130	0.10646	9.3936	49.9879	5.3215
14	1.9799	0.5051	0.05102	19.5986	0.10102	9.8986	56.5538	5.7133
15	2.0789	0.4810	0.04634	21.5786	0.09634	10.3797	63.2880	6.0973
16	2.1829	0.4581	0.04227	23.6575	0.09227	10.8378	70.1597	6.4736
17	2.2920	0.4363	0.03870	25.8404	0.08870	11.2741	77.1405	6.8423
18	2.4066	0.4155	0.03555	28.1324	0.08555	11.6896	84.2043	7.2034
19	2.5270	0.3957	0.03275	30.5390	0.08275	12.0853	91.3275	7.5569
20	2.6533	0.3769	0.03024	33.0660	0.08024	12.4622	98.4884	7.9030
21	2.7860	0.3589	0.02800	35.7193	0.07800	12.8212	105.6673	8.2416
22	2.9253	0.3418	0.02597	38.5052	0.07597	13.1630	112.8461	8.5730
23	3.0715	0.3256	0.02414	41.4305	0.07414	13.4886	120.0087	8.8971
24	3.2251	0.3101	0.02247	44.5020	0.07247	13.7986	127.1402	9.2140
25	3.3864	0.2953	0.02095	47.7271	0.07095	14.0939	134.2275	9.5238
26	3.5557	0.2812	0.01956	51.1135	0.06956	14.3752	141.2585	9.8266
27	3.7335	0.2678	0.01829	54.6691	0.06829	14.6430	148.2226	10.1224
28	3.9201	0.2551	0.01712	58.4026	0.06712	14.8981	155.1101	10.4114
29	4.1161	0.2429	0.01605	62.3227	0.06605	15.1411	161.9126	10.6936
30	4.3219	0.2314	0.01505	66.4388	0.06505	15.3725	168.6226	10.9691
31	4.5380	0.2204	0.01413	70.7608	0.06413	15.5928	175.2333	11.2381
32	4.7649	0.2099	0.01328	75.2988	0.06328	15.8027	181.7392	11.5005
33	5.0032	0.1999	0.01249	80.0638	0.06249	16.0025	188.1351	11.7566
34	5.2533	0.1904	0.01176	85.0670	0.06176	16.1929	194.4168	12.0063
35	5.5160	0.1813	0.01107	90.3203	0.06107	16.3742	200.5807	12.2498
40	7.0400	0.1420	0.00828	120.7998	0.05828	17.1591	229.5452	13.3775
45	8.9850	0.1113	0.00626	159.7002	0.05626	17.7741	255.3145	14.3644
50	11.4674	0.0872	0.00478	209.3480	0.05478	18.2559	277.9148	15.2233
55	14.6356	0.0683	0.00367	272.7126	0.05367	18.6335	297.5104	15.9664
60	18.6792	0.0535	0.00283	353.5837	0.05283	18.9293	314.3432	16.6062
65	23.8399	0.0419	0.00219	456.7980	0.05219	19.1611	328.6910	17.1541
70	30.4264	0.0329	0.00170	588.5285	0.05170	19.3427	340.8409	17.6212
75	38.8327	0.0258	0.00132	756.6537	0.05132	19.4850	351.0721	18.0176
80	49.5614	0.0202	0.00103	971.2288	0.05103	19.5965	359.6460	18.3526
85	63.2544	0.0158	0.00080	1245.09	0.05080	19.6838	366.8007	18.6346
90	80.7304	0.0124	0.00063	1594.61	0.05063	19.7523	372.7488	18.8712
95	103.0347	0.0097	0.00049	2040.69	0.05049	19.8059	377.6774	19.0689
96	108.1864	0.0092	0.00047	2143.73	0.05047	19.8151	378.5555	19.1044
98	119.2755	0.0084	0.00042	2365.51	0.05042	19.8323	380.2139	19.1714
100	131.5013	0.0076	0.00038	2610.03	0.05038	19.8479	381.7492	19.2337

6% Tabla 11 Flujo de efectivo discreto: factores de interés compuesto 6%

	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradiente uniforme	
n	Cantidad compuesta *F/P*	Valor presente *P/F*	Fondo de amortización *A/F*	Cantidad compuesta *F/A*	Recuperación de capital *A/P*	Valor presente *P/A*	Gradiente de valor presente *P/G*	Gradiente de serie anual *A/G*
1	1.0600	0.9434	1.00000	1.0000	1.06000	0.9434		
2	1.1236	0.8900	0.48544	2.0600	0.54544	1.8334	0.890	0.4854
3	1.1910	0.8396	0.31411	3.1836	0.37411	2.6730	2.5692	0.9612
4	1.2625	0.7921	0.22859	4.3746	0.28859	3.4651	4.9455	1.4272
5	1.3382	0.7473	0.17740	5.6371	0.23740	4.2124	7.9345	1.8836
6	1.4185	0.7050	0.14336	6.9753	0.20336	4.9173	11.4594	2.3304
7	1.5036	0.6651	0.11914	8.3938	0.17914	5.5824	15.4497	2.7676
8	1.5938	0.6274	0.10104	9.8975	0.16104	6.2098	19.8416	3.1952
9	1.6895	0.5919	0.08702	11.4913	0.14702	6.8017	24.5768	3.6133
10	1.7908	0.5584	0.07587	13.1808	0.13587	7.3601	29.6023	4.0220
11	1.8983	0.5268	0.06679	14.9716	0.12679	7.8869	34.8702	4.4213
12	2.0122	0.4970	0.05928	16.8699	0.11928	8.3838	40.3369	4.8113
13	2.1329	0.4688	0.05296	18.8821	0.11296	8.8527	45.9629	5.1920
14	2.2609	0.4423	0.04758	21.0151	0.10758	9.2950	51.7128	5.5635
15	2.3966	0.4173	0.04296	23.2760	0.10296	9.7122	57.5546	5.9260
16	2.5404	0.3936	0.03895	25.6725	0.09895	10.1059	63.4592	6.2794
17	2.6928	0.3714	0.03544	28.2129	0.09544	10.4773	69.4011	6.6240
18	2.8543	0.3503	0.03236	30.9057	0.09236	10.8276	75.3569	6.9597
19	3.0256	0.3305	0.02962	33.7600	0.08962	11.1581	81.2062	7.2867
20	3.2071	0.3118	0.02718	36.7856	0.08718	11.4699	873304	7.6051
21	3.3996	0.2942	0.02500	39.9927	0.08500	11.7641	93.1136	7.9151
22	3.6035	0.2775	0.02305	43.3923	0.08305	12.0416	98.9412	8.2166
23	3.8197	0.2618	0.02128	46.9958	0.08128	12.3034	104.7007	8.5099
24	4.0489	0.2470	0.01968	50.8156	0.07968	12.5504	110.3812	8.7951
25	4.2919	0.2330	0.01823	54.8645	0.07823	12.7834	115.9732	9.0722
26	4.5494	0.2198	0.01690	59.1564	0.07690	13.0032	121.4684	9.3414
27	4.8223	0.2074	0.01570	63.7058	0.07570	13.2105	126.8600	9.6029
28	5.1117	0.1956	0.01459	68.5281	0.07459	13.4062	132.1420	9.8568
29	5.4184	0.1846	0.01358	73.6398	0.07358	13.5907	137.3096	10.1032
30	5.7435	0.1741	0.01265	79.0582	0.07265	13.7648	142.3588	10.3422
31	6.0881	0.1643	0.01179	84.8017	0.07179	13.9291	147.2864	10.5740
32	6.4534	0.1550	0.01100	90.8898	0.07100	14.0840	152.0901	10.7988
33	6.8406	0.1462	0.01027	97.3432	0.07027	14.2302	156.7681	11.0166
34	7.2510	0.1379	0.00960	104.1838	0.06960	14.3681	161.3192	11.2276
35	7.6861	0.1301	0.00897	111.4348	0.06897	14.4982	165.7427	11.4319
40	10.2857	0.0972	0.00646	154.7620	0.06646	15.0463	185.9568	12.3590
45	13.7646	0.0727	0.00470	212.7435	0.06470	15.4558	203.1096	13.1413
50	18.4202	0.0543	0.00344	290.3359	0.06344	15.7619	217.4574	13.7964
55	24.6503	0.0406	0.00254	394.1720	0.06254	15.9905	229.3222	14.3411
60	32.9877	0.0303	0.00188	533.1282	0.06188	16.1614	239.0428	14.7909
65	44.1450	0.0227	0.00139	719.0829	0.06139	16.2891	246.9450	15.1601
70	59.0759	0.0169	0.00103	967.9322	0.06103	16.3845	253.3271	15.4613
75	79.0569	0.0126	0.00077	1300.95	0.06077	16.4558	258.4527	15.7058
80	105.7960	0.0095	0.00057	1746.60	0.06057	16.5091	262.5493	15.9033
85	141.5789	0.0071	0.00043	2342.98	0.06043	16.5489	265.8096	16.0620
90	189.4645	0.0053	0.00032	3141.08	0.06032	16.5787	268.3946	16.1891
95	253.5463	0.0039	0.00024	4209.10	0.06024	16.6009	270.4375	16.2905
96	268.7590	0.0037	0.00022	4462.65	0.06022	16.6047	270.7909	16.3081
98	301.9776	0.0033	0.00020	5016.29	0.06020	16.6115	271.4491	16.3411
100	339.3021	0.0029	0.00018	5638.37	0.06018	16.6175	272.0471	16.3711

7% Tabla 12 Flujo de efectivo discreto: factores de interés compuesto 7%

	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradiente uniforme	
n	Cantidad compuesta *F/P*	Valor presente *P/F*	Fondo de amortización *A/F*	Cantidad compuesta *F/A*	Recuperación de capital *A/P*	Valor presente *P/A*	Gradiente de valor presente *P/G*	Gradiente de serie anual *A/G*
1	1.0700	0.9346	1.00000	1.0000	1.07000	0.9346		
2	1.1449	0.8734	0.48309	2.0700	0.55309	1.8080	0.8734	0.4831
3	1.2250	0.8163	0.31105	3.2149	0.38105	2.6243	2.5060	0.9549
4	1.3108	0.7629	0.22523	4.4399	0.29523	3.3872	4.7947	1.4155
5	1.4026	0.7130	0.17389	5.7507	0.24389	4.1002	7.6467	1.8650
6	1.5007	0.6663	0.13980	7.1533	0.20980	4.7665	10.9784	2.3032
7	1.6058	0.6227	0.11555	8.6540	0.18555	5.3893	14.7149	2.7304
8	1.7182	0.5820	0.09747	10.2598	0.16747	5.9713	18.7889	3.1465
9	1.8385	0.5439	0.08349	11.9780	0.15349	6.5152	23.1404	3.5517
10	1.9672	0.5083	0.07238	13.8164	0.14238	7.0236	27.7156	3.9461
11	2.1049	0.4751	0.06336	15.7836	0.13336	7.4987	32.4665	4.3296
12	2.2522	0.4440	0.05590	17.8885	0.12590	7.9427	37.3506	4.7025
13	2.4098	0.4150	0.04965	20.1406	0.11965	8.3577	42.3302	5.0648
14	2.5785	0.3878	0.04434	22.5505	0.11434	8.7455	47.3718	5.4167
15	2.7590	0.3624	0.03979	25.1290	0.10979	9.1079	52.4461	5.7583
16	2.9522	0.3387	0.03586	27.8881	0.10586	9.4466	57.5271	6.0897
17	3.1588	0.3166	0.03243	30.8402	0.10243	9.7632	62.5923	6.4110
18	3.3799	0.2959	0.02941	33.9990	0.09941	10.0591	67.6219	6.7225
19	3.6165	0.2765	0.02675	37.3790	0.09675	10.3356	72.5991	7.0242
20	3.8697	0.2584	0.02439	40.9955	0.09439	10.5940	77.5091	7.3163
21	4.1406	0.2415	0.02229	44.8652	0.09229	10.8355	82.3393	7.5990
22	4.4304	0.2257	0.02041	49.0057	0.09041	11.0612	87.0793	7.8725
23	4.7405	0.2109	0.01871	53.4361	0.08871	11.2722	91.7201	8.1369
24	5.0724	0.1971	0.01719	58.1767	0.08719	11.4693	96.2545	8.3923
25	5.4274	0.1842	0.01581	63.2490	0.08581	11.6536	100.6765	8.6391
26	5.8074	0.1722	0.01456	68.6765	0.08456	11.8258	104.9814	8.8773
27	6.2139	0.1609	0.01343	74.4838	0.08343	11.9867	109.1656	9.1072
28	6.6488	0.1504	0.01239	80.6977	0.08239	12.1371	113.2264	9.3289
29	7.1143	0.1406	0.01145	87.3465	0.08145	12.2777	117.1622	9.5427
30	7.6123	0.1314	0.01059	94.4608	0.08059	12.4090	120.9718	9.7487
31	8.1451	0.1228	0.00980	102.0730	0.07980	12.5318	124.6550	9.9471
32	8.7153	0.1147	0.00907	110.2182	0.07907	12.6466	128.2120	10.1381
33	9.3253	0.1072	0.00841	118.9334	0.07841	12.7538	131.6435	10.3219
34	9.9781	0.1002	0.00780	128.2588	0.07780	12.8540	134.9507	10.4987
35	10.6766	0.0937	0.00723	138.2369	0.07723	12.9477	138.1353	10.6687
40	14.9745	0.0668	0.00501	199.6351	0.07501	13.3317	152.2928	11.4233
45	21.0025	0.0476	0.00350	285.7493	0.07350	13.6055	163.7559	12.0360
50	29.4570	0.0339	0.00246	406.5289	0.07246	13.8007	172.9051	12.5287
55	41.3150	0.0242	0.00174	575.9286	0.07174	13.9399	180.1243	12.9215
60	57.9464	0.0173	0.00123	813.5204	0.07123	14.0392	185.7677	13.2321
65	81.2729	0.0123	0.00087	1146.76	0.07087	14.1099	190.1452	13.4760
70	113.9894	0.0088	0.00062	1614.13	0.07062	14.1604	193.5185	13.6662
75	159.8760	0.0063	0.00044	2269.66	0.07044	14.1964	196.1035	13.8136
80	224.2344	0.0045	0.00031	3189.06	0.07031	14.2220	198.0748	13.9273
85	314.5003	0.0032	0.00022	4478.58	0.07022	14.2403	199.5717	14.0146
90	441.1030	0.0023	0.00016	6287.19	0.07016	14.2533	200.7042	14.0812
95	618.6697	0.0016	0.00011	8823.85	0.07011	14.2626	201.5581	14.1319
96	661.9766	0.0015	0.00011	9442.52	0.07011	14.2641	201.7016	14.1405
98	757.8970	0.0013	0.00009	10813	0.07009	14.2669	201.9651	14.1562
100	867.7163	0.0012	0.00008	12382	0.07008	14.2693	202.2001	14.1703

8% Tabla 13 Flujo de efectivo discreto: factores de interés compuesto 8%

	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradiente uniforme	
n	Cantidad compuesta F/P	Valor presente P/F	Fondo de amortización A/F	Cantidad compuesta F/A	Recuperación de capital A/P	Valor presente P/A	Gradiente de valor presente P/G	Gradiente de serie anual A/G
1	1.0800	0.9259	1.00000	1.0000	1.08000	0.9259		
2	1.1664	0.8573	0.48077	2.0800	0.56077	1.7833	0.8573	0.4808
3	1.2597	0.7938	0.30803	3.2464	0.38803	2.5771	2.4450	0.9487
4	1.3605	0.7350	0.22192	4.5061	0.30192	3.3121	4.6501	1.4040
5	1.4693	0.6806	0.17046	5.8666	0.25046	3.9927	7.3724	1.8465
6	1.5869	0.6302	0.13632	7.3359	0.21632	4.6229	10.5233	2.2163
7	1.7138	0.5835	0.11207	8.9228	0.19207	5.2064	14.0242	2.6937
8	1.8509	0.5403	0.09401	10.6366	0.17401	5.7466	17.8061	3.0985
9	1.9990	0.5002	0.08008	12.4876	0.16008	6.2469	21.8081	3.4910
10	2.1589	0.4632	0.06903	14.4866	0.14903	6.7101	25.9768	3.8713
11	2.3316	0.4289	0.06008	16.6455	0.14008	7.1390	30.2657	4.2395
12	2.5182	0.3971	0.05270	18.9771	0.13270	7.5361	34.6339	4.5957
13	2.7196	0.3677	0.04652	21.4953	0.12652	7.9038	39.0463	4.9402
14	2.9372	0.3405	0.04130	24.2149	0.12130	8.2442	43.4723	5.2731
15	3.1722	0.3152	0.03683	27.1521	0.11683	8.5595	47.8857	5.5945
16	3.4259	0.2919	0.03298	30.3243	0.11298	8.8514	52.2640	5.9046
17	3.7000	0.2703	0.02963	33.7502	0.10963	9.1216	56.5883	6.2037
18	3.9960	0.2502	0.02670	37.4502	0.10670	9.3719	60.8426	6.4920
19	4.3157	0.2317	0.02413	41.4463	0.10413	9.6036	65.0134	6.7697
20	4.6610	0.2145	0.02185	45.7620	0.10185	9.8181	69.0898	7.0369
21	5.0338	0.1987	0.01983	50.4229	0.09983	10.0168	73.0629	7.2940
22	5.4365	0.1839	0.01803	55.4568	0.09803	10.2007	76.9257	7.5412
23	5.8715	0.1703	0.01642	60.8933	0.09642	10.3711	80.6726	7.7786
24	6.3412	0.1577	0.01498	66.7648	0.09498	10.5288	84.2997	8.0066
25	6.8485	0.1460	0.01368	73.1059	0.09368	10.6748	87.8041	8.2254
26	7.3964	0.1352	0.01251	79.9544	0.09251	10.8100	91.1842	8.4352
27	7.9881	0.1252	0.01145	87.3508	0.09145	10.9352	94.4390	8.6363
28	8.6271	0.1159	0.01049	95.3388	0.09049	11.0511	97.5687	8.8289
29	9.3173	0.1073	0.00962	103.9659	0.08962	11.1584	100.5738	9.0133
30	10.0627	0.0994	0.00883	113.2832	0.08883	11.2578	103.4558	9.1897
31	10.8677	0.0920	0.00811	123.3459	0.08811	11.3498	106.2163	9.3584
32	11.7371	0.0852	0.00745	134.2135	0.08745	11.4350	108.8575	9.5197
33	12.6760	0.0789	0.00685	145.9506	0.08685	11.5139	111.3819	9.6737
34	13.6901	0.0730	0.00630	158.6267	0.08630	11.5869	113.7924	9.8208
35	14.7853	0.0676	0.00580	172.3168	0.08580	11.6546	116.0920	9.9611
40	21.7245	0.0460	0.00386	259.0565	0.08386	11.9246	126.0422	10.5699
45	31.9204	0.0313	0.00259	386.5056	0.08259	12.1084	133.7331	11.0447
50	46.9016	0.0213	0.00174	573.7702	0.08174	12.2335	139.5928	11.4107
55	68.9139	0.0145	0.00118	848.9232	0.08118	12.3186	144.0065	11.6902
60	101.2571	0.0099	0.00080	1253.21	0.08080	12.3766	147.3000	11.9015
65	148.7798	0.0067	0.00054	1847.25	0.08054	12.4160	149.7387	12.0602
70	218.6064	0.0046	0.00037	2720.08	0.08037	12.4428	151.5326	12.1783
75	321.2045	0.0031	0.00025	4002.56	0.08025	12.4611	152.8448	12.2658
80	471.9548	0.0021	0.00017	5886.94	0.08017	12.4735	153.8001	12.3301
85	693.4565	0.0014	0.00012	8655.71	0.08012	12.4820	154.4925	12.3772
90	1018.92	0.0010	0.00008	12724	0.08008	12.4877	X54.4925	12.4116
95	1497.12	0.0007	0.00005	18702	0.08005	12.4917	155.3524	12.4365
96	1616.89	0.0006	0.00005	20199	0.08005	12.4923	155.4112	12.4406
98	1885.94	0.0005	0.00004	23562	0.08004	12.4934	155.5176	12.4480
100	2199.76	0.0005	0.00004	27485	0.08004	12.4943	155.6107	12.4545

9% Tabla 14 Flujo de efectivo discreto: factores de interés compuesto 9%

	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradiente uniforme	
n	Cantidad compuesta *F/P*	Valor presente *P/F*	Fondo de amortización *A/F*	Cantidad compuesta *F/A*	Recuperación de capital *A/P*	Valor presente *P/A*	Gradiente de valor presente *P/G*	Gradiente de serie anual *A/G*
1	1.0900	0.9174	1.00000	1.0000	1.09000	0.9174		
2	1.1881	0.8417	0.47847	2.0900	0.56847	1.7591	0.8417	0.4785
3	1.2950	0.7722	0.30505	3.2781	0.39505	2.5313	2.3860	0.9426
4	1.4116	0.7084	0.21867	4.5731	0.30867	3.2397	4.5113	1.3925
5	1.5386	0.6499	0.16709	5.9847	0.25709	3.8897	7.1110	1.8282
6	1.6771	0.5963	0.13292	7.5233	0.22292	4.4859	10.0924	2.2498
7	1.8280	0.5470	0.10869	9.2004	0.19869	5.0330	13.3746	2.6574
8	1.9926	0.5019	0.09067	11.0285	0.18067	5.5348	16.8877	3.0512
9	2.1719	0.4604	0.07680	13.0210	0.16680	5.9952	20.5711	3.4312
10	2.3674	0.4224	0.06582	15.1929	0.15582	6.4177	24.3728	3.7978
11	2.5804	0.3875	0.05695	17.5603	0.14695	6.8052	28.2481	4.1510
12	2.8127	0.3555	0.04965	20.1407	0.13965	7.1607	32.1590	4.4910
13	3.0658	0.3262	0.04357	22.9534	0.13357	7.4869	36.0731	4.8182
14	3.3417	0.2992	0.03843	26.0192	0.12843	7.7862	39.9633	5.1326
15	3.6425	0.2745	0.03406	29.3609	0.12406	8.0607	43.8069	5.4346
16	3.9703	0.2519	0.03030	33.0034	0.12030	8.3126	47.5849	5.7245
17	4.3276	0.2311	0.02705	36.9737	0.11705	8.5436	51.2821	6.0024
18	4.7171	0.2120	0.02421	41.3013	0.11421	8.7556	54.8860	6.2687
19	5.1417	0.1945	0.02173	46.0185	0.11173	8.9501	58.3868	6.5236
20	5.6044	0.1784	0.01955	51.1601	0.10955	9.1285	61.7770	6.7674
21	6.1088	0.1637	0.01762	56.7645	0.10762	9.2922	65.0509	7.0006
22	6.6586	0.1502	0.01590	62.8733	0.10590	9.4424	68.2048	7.2232
23	7.2579	0.1378	0.01438	69.5319	0.10438	9.5802	71.2359	7.4357
24	7.9111	0.1264	0.01302	76.7898	0.10302	9.7066	74.1433	7.6384
25	8.6231	0.1160	0.01181	84.7009	0.10181	9.8226	76.9265	7.8316
26	9.3992	0.1064	0.01072	93.3240	0.10072	9.9290	79.5863	8.0156
27	10.2451	0.0976	0.00973	102.7231	0.09973	10.0266	82.1241	8.1906
28	11.1671	0.0895	0.00885	112.9682	0.09885	10.1161	84.5419	8.3571
29	12.1722	0.0822	0.00806	124.1354	0.09806	10.1983	86.8422	8.5154
30	13.2677	0.0754	0.00734	136.3075	0.09734	10.2737	89.0280	8.6657
31	14.4618	0.0691	0.00669	149.5752	0.09669	10.3428	91.1024	8.8083
32	15.7633	0.0634	0.00610	164.0370	0.09610	10.4062	93.0690	8.9436
33	17.1820	0.0582	0.00556	179.8003	0.09556	10.4644	94.9314	9.0718
34	18.7284	0.0534	0.00508	196.9823	0.09508	10.5178	96.6935	9.1933
35	20.4140	0.0490	0.00464	215.7108	0.09464	10.5668	98.3590	9.3083
40	31.4094	0.0318	0.00296	337.8824	0.09296	10.7574	105.3762	9.7957
45	48.3273	0.0207	0.00190	525.8587	0.09190	10.8812	110.5561	10.1603
50	74.3575	0.0134	0.00123	815.0836	0.09123	10.9617	114.3251	10.4295
55	114.4083	0.0087	0.00079	1260.09	0.09079	11.0140	117.0362	10.6261
60	176.0313	0.0057	0.00051	1944.79	0.09051	11.0480	118.9683	10.7683
65	270.8460	0.0037	0.00033	2998.29	0.09033	11.0701	120.3344	10.8702
70	416.7301	0.0024	0.00022	4619.22	0.09022	11.0844	121.2942	10.9427
75	641.1909	0.0016	0.00014	7113.23	0.09014	11.0938	121.9646	10.9940
80	986.5517	0.0010	0.00009	10951	0.09009	11.0998	122.4306	11.0299
85	1517.93	0.0007	0.00006	16855	0.09006	11.1038	122.7533	11.0551
90	2335.53	0.0004	0.00004	25939	0.09004	11.1064	122.9758	11.0726
95	3593.50	0.0003	0.00003	39917	0.09003	11.1080	123.1287	11.0847
96	3916.91	0.0003	0.00002	43510	0.09002	11.1083	123.1529	11.0866
98	4653.68	0.0002	0.00002	51696	0.09002	11.1087	123.1963	11.0900
100	5529.04	0.0002	0.00002	61423	0.09002	11.1091	123.2335	11.0930

10% Tabla 15 Flujo de efectivo discreto: factores de interés compuesto 10%

	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradiente uniforme	
n	Cantidad compuesta *F/P*	Valor presente *P/F*	Fondo de amortización *A/F*	Cantidad compuesta *F/A*	Recuperación de capital *A/P*	Valor presente *P/A*	Gradiente de valor presente *P/G*	Gradiente de serie anual *A/G*
1	1.1000	0.9091	1.00000	1.0000	1.10000	0.9091		
2	1.2100	0.8264	0.47619	2.1000	0.57619	1.7355	0.8264	0.4762
3	1.3310	0.7513	0.30211	3.3100	0.40211	2.4869	2.3291	0.9366
4	1.4641	0.6830	0.21547	4.6410	0.31547	3.1699	4.3781	1.3812
5	1.6105	0.6209	0.16380	6.1051	0.26380	3.7908	6.8618	1.8101
6	1.7716	0.5645	0.12961	7.7156	0.22961	4.3553	9.6842	2.2236
7	1.9487	0.5132	0.10541	9.4872	0.20541	4.8684	12.7631	2.6216
8	2.1436	0.4665	0.08744	11.4359	0.18744	5.3349	16.0287	3.0045
9	2.3579	0.4241	0.07364	13.5795	0.17364	5.7590	19.4215	3.3724
10	2.5937	0.3855	0.06275	15.9374	0.16275	6.1446	22.8913	3.7255
11	2.8531	0.3505	0.05396	18.5312	0.15396	6.4951	26.3963	4.0641
12	3.1384	0.3186	0.04676	21.3843	0.14676	6.8137	29.9012	4.3884
13	3.4523	0.2897	0.04078	24.5227	0.14078	7.1034	33.3772	4.6988
14	3.7975	0.2633	0.03575	27.9750	0.13575	7.3667	36.8005	4.9955
15	4.1772	0.2394	0.03147	31.7725	0.13147	7.6061	40.1520	5.2789
16	4.5950	0.2176	0.02782	35.9497	0.12782	7.8237	43.4164	5.5493
17	5.0545	0.1978	0.02466	40.5447	0.12466	8.0216	46.5819	5.8071
18	5.5599	0.1799	0.02193	45.5992	0.12193	8.2014	49.6395	6.0526
19	6.1159	0.1635	0.01955	51.1591	0.11955	8.3649	52.5827	6.2861
20	6.7275	0.1486	0.01746	57.2750	0.11746	8.5136	55.4069	6.5081
21	7.4002	0.1351	0.01562	64.0025	0.11562	8.6487	58.1095	6.7189
22	8.1403	0.1228	0.01401	71.4027	0.11401	8.7715	60.6893	6.9189
23	8.9543	0.1117	0.01257	79.5430	0.11257	8.8832	63.1462	7.1085
24	9.8497	0.1015	0.01130	88.4973	0.11130	8.9847	65.4813	7.2881
25	10.8347	0.0923	0.01017	98.3471	0.11017	9.0770	67.6964	7.4580
26	11.9182	0.0839	0.00916	109.1818	0.10916	9.1609	69.7940	7.6186
27	13.1100	0.0763	0.00826	121.0999	0.10826	9.2372	71.7773	7.7704
28	14.4210	0.0693	0.00745	134.2099	0.10745	9.3066	73.6495	7.9137
29	15.8631	0.0630	0.00673	148.6309	0.10673	9.3696	75.4146	8.0489
30	17.4494	0.0573	0.00608	164.4940	0.10608	9.4269	77.0766	8.1762
31	19.1943	0.0521	0.00550	181.9434	0.10550	9.4790	78.6395	8.2962
32	21.1138	0.0474	0.00497	201.1378	0.10497	9.5264	80.1078	8.4091
33	23.2252	0.0431	0.00450	222.2515	0.10450	9.5694	81.4856	8.5152
34	25.5477	0.0391	0.00407	245.4767	0.10407	9.6086	82.7773	8.6149
35	28.1024	0.0356	0.00369	271.0244	0.10369	9.6442	83.9872	8.7086
40	45.2593	0.0221	0.00226	442.5926	0.10226	9.7791	88.9525	9.0962
45	72.8905	0.0137	0.00139	718.9048	0.10139	9.8628	92.4544	9.3740
50	117.3909	0.0085	0.00086	1163.91	0.10086	9.9148	94.8889	9.5704
55	189.0591	0.0053	0.00053	1880.59	0.10053	9.9471	96.5619	9.7075
60	304.4816	0.0033	0.00033	3034.82	0.10033	9.9672	97.7010	9.8023
65	490.3707	0.0020	0.00020	4893.71	0.10020	9.9796	98.4705	9.8672
70	789.7470	0.0013	0.00013	7887.47	0.10013	9.9873	98.9870	9.9113
75	1271.90	0.0008	0.00008	12709	0.10008	9.9921	99.3317	9.9410
80	2048.40	0.0005	0.00005	20474	0.10005	9.9951	99.5606	9.9609
85	3298.97	0.0003	0.00003	32980	0.10003	9.9970	99.7120	9.9742
90	5313.02	0.0002	0.00002	53120	0.10002	9.9981	99.8118	9.9831
95	8556.68	0.0001	0.00001	85557	0.10001	9.9988	99.8773	9.9889
96	9412.34	0.0001	0.00001	94113	0.10001	9.9989	99.8874	9.9898
98	11389	0.0001	0.00001		0.10001	9.9991	99.9052	9.9914
100	13781	0.0001	0.00001		0.10001	9.9993	99.9202	9.9927

11% Tabla 16 Flujo de efectivo discreto: factores de interés compuesto 11%

	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradiente uniforme	
n	Cantidad compuesta *F/P*	Valor presente *P/F*	Fondo de amortización *A/F*	Cantidad compuesta *F/A*	Recuperación de capital *A/P*	Valor presente *P/A*	Gradiente de valor presente *P/G*	Gradiente de serie anual *A/G*
1	1.1100	0.9009	1.00000	1.0000	1.11000	0.9009		
2	1.2321	0.8116	0.47393	2.1100	0.58393	1.7125	0.8116	0.4739
3	1.3676	0.7312	0.29921	3.3421	0.40921	2.4437	2.2740	0.9306
4	1.5181	0.6587	0.21233	4.7097	0.32233	3.1024	4.2502	1.3700
5	1.6851	0.5935	0.16057	6.2278	0.27057	3.6959	6.6240	1.7923
6	1.8704	0.5346	0.12638	7.9129	0.23638	4.2305	9.2972	2.1976
7	2.0762	0.4817	0.10222	9.7833	0.21222	4.7122	12.1872	2.5863
8	2.3045	0.4339	0.08432	11.8594	0.19432	5.1461	15.2246	2.9585
9	2.5580	0.3909	0.07060	14.1640	0.18060	5.5370	18.3520	3.3144
10	2.8394	0.3522	0.05980	16.7220	0.16980	5.8892	21.5217	3.6544
11	3.1518	0.3173	0.05112	19.5614	0.16112	6.2065	24.6945	3.9788
12	3.4985	0.2858	0.04403	22.7132	0.15403	6.4924	27.8388	4.2879
13	3.8833	0.2575	0.03815	26.2116	0.14815	6.7499	30.9290	4.5822
14	4.3104	0.2320	0.03323	30.0949	0.14323	6.9819	33.9449	4.8619
15	4.7846	0.2090	0.02907	34.4054	0.13907	7.1909	36.8709	5.1275
16	5.3109	0.1883	0.02552	39.1899	0.13552	7.3792	39.6953	5.3794
17	5.8951	0.1696	0.02247	44.5008	0.13247	7.5488	42.4095	5.6180
18	6.5436	0.1528	0.01984	50.3959	0.12984	7.7016	45.0074	5.8439
19	7.2633	0.1377	0.01756	56.9395	0.12756	7.8393	47.4856	6.0574
20	8.0623	0.1240	0.01558	64.2028	0.12558	7.9633	49.8423	6.2590
21	8.9492	0.1117	0.01384	72.2651	0.12384	8.0751	52.0771	6.4491
22	9.9336	0.1007	0.01231	81.2143	0.12231	8.1757	54.1912	6.6283
23	11.0263	0.0907	0.01097	91.1479	0.12097	8.2664	56.1864	6.7969
24	12.2392	0.0817	0.00979	102.1742	0.11979	8.3481	58.0656	6.9555
25	13.5855	0.0736	0.00874	114.4133	0.11874	8.4217	59.8322	7.1045
26	15.0799	0.0663	0.00781	127.9988	0.11781	8.4881	61.4900	7.2443
27	16.7386	0.0597	0.00699	143.0786	0.11699	8.5478	63.0433	7.3754
28	18.5799	0.0538	0.00626	159.8173	0.11626	8.6016	64.4965	7.4982
29	20.6237	0.0485	0.00561	178.3972	0.11561	8.6501	65.8542	7.6131
30	22.8923	0.0437	0.00502	199.0209	0.11502	8.6938	67.1210	7.7206
31	25.4104	0.0394	0.00451	221.9132	0.11451	8.7331	68.3016	7.8210
32	28.2056	0.0355	0.00404	247.3236	0.11404	8.7686	69.4007	7.9147
33	31.3082	0.0319	0.00363	275.5292	0.11363	8.8005	70.4228	8.0021
34	34.7521	0.0288	0.00326	306.8374	0.11326	8.8293	71.3724	8.0836
35	38.5749	0.0259	0.00293	341.5896	0.11293	8.8552	72.2538	8.1594
40	65.0009	0.0154	0.00172	581.8261	0.11172	8.9511	75.7789	8.4659
45	109.5302	0.0091	0.00101	986.6386	0.11101	9.0079	78.1551	8.6763
50	184.5648	0.0054	0.00060	1668.77	0.11060	9.0417	79.7341	8.8185
55	311.0025	0.0032	0.00035	2818.20	0.11035	9.0617	80.7712	8.9135
60	524.0572	0.0019	0.00021	4755.07	0.11021	9.0736	81.4461	8.9762
65	883.0669	0.0011	0.00012	8018.79	0.11012	9.0806	81.8819	9.0172
70	1488.02	0.0007	0.00007	13518	0.11007	9.0848	82.1614	9.0438
75	2507.40	0.0004	0.00004	22785	0.11004	9.0873	82.3397	9.0610
80	4225.11	0.0002	0.00003	38401	0.11003	9.0888	82.4529	9.0720
85	7119.56	0.0001	0.00002	64714	0.11002	9.0896	82.5245	9.0790

12% Tabla 17 Flujo de efectivo discreto: factores de interés compuesto 12%

	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradiente uniforme	
n	Cantidad compuesta *F/P*	Valor presente *P/F*	Fondo de amortización *A/F*	Cantidad compuesta *F/A*	Recuperación de capital *A/P*	Valor presente *P/A*	Gradiente de valor presente *P/G*	Gradiente de serie anual *A/G*
1	1.1200	0.8929	1.00000	1.0000	1.12000	0.8929		
2	1.2544	0.7972	0.47170	2.1200	0.59170	1.6901	0.7972	0.4717
3	1.4049	0.7118	0.29635	3.3744	0.41635	2.4018	2.2208	0.9246
4	1.5735	0.6355	0.20923	4.7793	0.32923	3.0373	4.1273	1.3589
5	1.7623	0.5674	0.15741	6.3528	0.27741	3.6048	6.3970	1.7746
6	1.9738	0.5066	0.12323	8.1152	0.24323	4.1114	8.9302	2.1720
7	2.2107	0.4523	0.09912	10.0890	0.21912	4.5638	11.6443	2.5512
8	2.4760	0.4039	0.08130	12.2997	0.20130	4.9676	14.4714	2.9131
9	2.7731	0.3606	0.06768	14.7757	0.18768	5.3282	17.3563	3.2574
10	3.1058	0.3220	0.05698	17.5487	0.17698	5.6502	20.2541	3.5847
11	3.4785	0.2875	0.04842	20.6546	0.16842	5.9377	23.1288	3.8953
12	3.8960	0.2567	0.04144	24.1331	0.16144	6.1944	25.9523	4.1897
13	4.3635	0.2292	0.03568	28.0291	0.15568	6.4235	28.7024	4.4683
14	4.8871	0.2046	0.03087	32.3926	0.15087	6.6282	31.3624	4.7317
15	5.4736	0.1827	0.02682	37.2797	0.14682	6.8109	33.9202	4.9803
16	6.1304	0.1631	0.02339	42.7533	0.14339	6.9740	36.3670	5.2147
17	6.8660	0.1456	0.02046	48.8837	0.14046	7.1196	38.6973	5.4353
18	7.6900	0.1300	0.01794	55.7497	0.13794	7.2497	40.9080	5.6427
19	8.6128	0.1161	0.01576	63.4397	0.13576	7.3658	42.9979	5.8375
20	9.6463	0.1037	0.01388	72.0524	0.13388	7.4694	44.9676	6.0202
21	10.8038	0.0926	0.01224	81.6987	0.13224	7.5620	46.8188	6.1913
22	12.1003	0.0826	0.01081	92.5026	0.13081	7.6446	48.5543	6.3514
23	13.5523	0.0738	0.00956	104.6029	0.12956	7.7184	50.1776	6.5010
24	15.1786	0.0659	0.00846	118.1552	0.12846	7.7843	51.6929	6.6406
25	17.0001	0.0588	0.00750	133.3339	0.12750	7.8431	53.1046	6.7708
26	19.0401	0.0525	0.00665	150.3339	0.12665	7.8957	54.4177	6.8921
27	21.3249	0.0469	0.00590	169.3740	0.12590	7.9426	55.6369	7.0049
28	23.8839	0.0419	0.00524	190.6989	0.12524	7.9844	56.7674	7.1098
29	26.7499	0.0374	0.00466	214.5828	0.12466	8.0218	57.8141	7.2071
30	29.9599	0.0334	0.00414	241.3327	0.12414	8.0552	58.7821	7.2974
31	33.5551	0.0298	0.00369	271.2926	0.12369	8.0850	59.6761	7.3811
32	37.5817	0.0266	0.00328	304.8477	0.12328	8.1116	60.5010	7.4586
33	42.0915	0.0238	0.00292	342.4294	0.12292	8.1354	61.2612	7.5302
34	47.1425	0.0212	0.00260	384.5210	0.12260	8.1566	61.9612	7.5965
35	52.7996	0.0189	0.00232	431.6635	0.12232	8.1755	62.6052	7.6577
40	93.0510	0.0107	0.00130	767.0914	0.12130	8.2438	65.1159	7.8988
45	163.9876	0.0061	0.0074	1358.23	0.12074	8.2825	66.7342	8.0572
50	289.0022	0.0035	0.00042	2400.02	0.12042	8.3045	67.7624	8.1597
55	509.3206	0.0020	0.00024	4236.01	0.12024	8.3170	68.4082	8.2251
60	897.5969	0.0011	0.00013	7471.64	0.12013	8.3240	68.8100	8.2664
65	1581.87	0.0006	0.00008	13174	0.12008	8.3281	69.0581	8.2922
70	2787.80	0.0004	0.00004	23223	0.12004	8.3303	69.2103	8.3082
75	4913.06	0.0002	0.00002	40934	0.12002	8.3316	69.3031	8.3181
80	8658.48	0.0001	0.00001	72146	0.12001	8.3324	69.3594	8.3241
85	15259	0.0001	0.00001		0.12001	8.3328	69.3935	8.3278

14% Tabla 18 Flujo de efectivo discreto: factores de interés compuesto 14%

	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradiente uniforme	
n	Cantidad compuesta *F/P*	Valor presente *P/F*	Fondo de amortización *A/F*	Cantidad compuesta *F/A*	Recuperación de capital *A/P*	Valor presente *P/A*	Gradiente de valor presente *P/G*	Gradiente de serie anual *A/G*
1	1.1400	0.8772	1.00000	1.0000	1.14000	0.8772		
2	1.2996	0.7695	0.46729	2.1400	0.60729	1.6467	0.7695	0.4673
3	1.4815	0.6750	0.29073	3.4396	0.43073	2.3216	2.1194	0.9129
4	1.6890	0.5921	0.20320	4.9211	0.34320	2.9137	3.8957	1.3370
5	1.9254	0.5194	0.15128	6.6101	0.29128	3.4331	5.9731	1.7399
6	2.1950	0.4556	0.11716	8.5355	0.25716	3.8887	8.2511	2.1218
7	2.5023	0.3996	0.09319	10.7305	0.23319	4.2883	10.6489	2.4832
8	2.8526	0.3506	0.07557	13.2328	0.21557	4.6389	13.1028	2.8246
9	3.2519	0.3075	0.06217	16.0853	0.20217	4.9464	15.5629	3.1463
10	3.7072	0.2697	0.05171	19.3373	0.19171	5.2161	17.9906	3.4490
11	4.2262	0.2366	0.04339	23.0445	0.18339	5.4527	20.3567	3.7333
12	4.8179	0.2076	0.03667	27.2707	0.17667	5.6603	22.6399	3.9998
13	5.4924	0.1821	0.03116	32.0887	0.17116	5.8424	24.8247	4.2491
14	6.2613	0.1597	0.02661	37.5811	0.16661	6.0021	26.9009	4.4819
15	7.1379	0.1401	0.02281	43.8424	0.16281	6.1422	28.8623	4.6990
16	8.1372	0.1229	0.01962	50.9804	0.15962	6.2651	30.7057	4.9011
17	9.2765	0.1078	0.01692	59.1176	0.15692	6.3729	32.4305	5.0888
18	10.5752	0.0946	0.01462	68.3941	0.15462	6.4674	34.0380	5.2630
19	12.0557	0.0829	0.01266	78.9692	0.15266	6.5504	35.5311	5.4243
20	13.7435	0.0728	0.01099	91.0249	0.15099	6.6231	36.9135	5.5734
21	15.6676	0.0638	0.00954	104.7684	0.14954	6.6870	38.1901	5.7111
22	17.8610	0.0560	0.00830	120.4360	0.14830	6.7429	39.3658	5.8381
23	20.3616	0.0491	0.00723	138.2970	0.14723	6.7921	40.4463	5.9549
24	23.2122	0.0431	0.00630	158.6586	0.14630	6.8351	41.4371	6.0624
25	26.4619	0.0378	0.00550	181.8708	0.14550	6.8729	42.3441	6.1610
26	30.1666	0.0331	0.00480	208.3327	0.14480	6.9061	43.1728	6.2514
27	34.3899	0.0291	0.00419	238.4993	0.14419	6.9352	43.9289	6.3342
28	39.2045	0.0255	0.00366	272.8892	0.14366	6.9607	44.6176	6.4100
29	44.6931	0.0224	0.00320	312.0937	0.14320	6.9830	45.2441	6.4791
30	50.9502	0.0196	0.00280	356.7868	0.14280	7.0027	45.8132	6.5423
31	58.0832	0.0172	0.00245	407.7370	0.14245	7.0199	46.3297	6.5998
32	66.2148	0.0151	0.00215	465.8202	0.14215	7.0350	46.7979	6.6522
33	75.4849	0.0132	0.00188	532.0350	0.14188	7.0482	47.2218	6.6998
34	86.0528	0.0116	0.00165	607.5199	0.14165	7.0599	47.6053	6.7431
35	98.1002	0.0102	0.00144	693.5727	0.14144	7.0700	47.9519	6.7824
40	188.8835	0.0053	0.00075	1342.03	0.14075	7.1050	49.2376	6.9300
45	363.6791	0.0027	0.00039	2590.56	0.14039	7.1232	49.9963	7.0188
50	700.2330	0.0014	0.00020	4994.52	0.14020	7.1327	50.4375	7.0714
55	1348.24	0.0007	0.00010	9623.13	0.14010	7.1376	50.6912	7.1020
60	2595.92	0.0004	0.00005	18535	0.14005	7.1401	50.8357	7.1197
65	4998.22	0.0002	0.00003	35694	0.14003	7.1414	50.9173	7.1298
70	9623.64	0.0001	0.00001	68733	0.14001	7.1421	50.9632	7.1356
75	18530	0.0001	0.00001		0.14001	7.1425	50.9887	7.1388
80	35677				0.14000	7.1427	51.0030	7.1406
85	68693				0.14000	7.1428	51.0108	7.1416

15% Tabla 19 Flujo de efectivo discreto: factores de interés compuesto 15%

	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradiente uniforme	
n	Cantidad compuesta *F/P*	Valor presente *P/F*	Fondo de amortización *A/F*	Cantidad compuesta *F/A*	Recuperación de capital *A/P*	Valor presente *P/A*	Gradiente de valor presente *P/G*	Gradiente de serie anual *A/G*
1	1.1500	0.8696	1.00000	1.0000	1.15000	0.8696		
2	1.3225	0.7561	0.46512	2.1500	0.61512	1.6257	0.7561	0.4651
3	1.5209	0.6575	0.28798	3.4725	0.43798	2.2832	2.0712	0.9071
4	1.7490	0.5718	0.20027	4.9934	0.35027	2.8550	3.7864	1.3263
5	2.0114	0.4972	0.14832	6.7424	0.29832	3.3522	5.7751	1.7228
6	2.3131	0.4323	0.11424	8.7537	0.26424	3.7845	7.9368	2.0972
7	2.6600	0.3759	0.09036	11.0668	0.24036	4.1604	10.1924	2.4498
8	3.0590	0.3269	0.07285	13.7268	0.22285	4.4873	12.4807	2.7813
9	3.5179	0.2843	0.05957	16.7858	0.20957	4.7716	14.7548	3.0922
10	4.0456	0.2472	0.04925	20.3037	0.19925	5.0188	16.9795	3.3832
11	4.6524	0.2149	0.04107	24.3493	0.19107	5.2337	19.1289	3.6549
12	5.3503	0.1869	0.03448	29.0017	0.18448	5.4206	21.1849	3.9082
13	6.1528	0.1625	0.02911	34.3519	0.17911	5.5831	23.1352	4.1438
14	7.0757	0.1413	0.02469	40.5047	0.17469	5.7245	24.9725	4.3624
15	8.1371	0.1229	0.02102	47.5804	0.17102	5.8474	26.6930	4.5650
16	9.3576	0.1069	0.01795	55.7175	0.16795	5.9542	28.2960	4.7522
17	10.7613	0.0929	0.01537	65.0751	0.16537	6.0472	29.7828	4.9251
18	12.3755	0.0808	0.01319	75.8364	0.16319	6.1280	31.1565	5.0843
19	14.2318	0.0703	0.01134	88.2118	0.16134	6.1982	32.4213	5.2307
20	16.3665	0.0611	0.00976	102.4436	0.15976	6.2593	33.5822	5.3651
21	18.8215	0.0531	0.00842	118.8101	0.15842	6.3125	34.6448	5.4883
22	21.6447	0.0462	0.00727	137.6316	0.15727	6.3587	35.6150	5.6010
23	24.8915	0.0402	0.00628	159.2764	0.15628	6.3988	36.4988	5.7040
24	28.6252	0.0349	0.00543	184.1678	0.15543	6.4338	37.3023	5.7979
25	32.9190	0.0304	0.00470	212.7930	0.15470	6.4641	38.0314	5.8834
26	37.8568	0.0264	0.00407	245.7120	0.15407	6.4906	38.6918	5.9612
27	43.5353	0.0230	0.00353	283.5688	0.15353	6.5135	39.2890	6.0319
28	50.0656	0.0200	0.00306	327.1041	0.15306	6.5335	39.8283	6.0960
29	57.5755	0.0174	0.00265	377.1697	0.15265	6.5509	40.3146	6.1541
30	66.2318	0.0151	0.00230	434.7451	0.15230	6.5660	40.7526	6.2066
31	76.1435	0.0131	0.00200	500.9569	0.15200	6.5791	41.1466	6.2541
32	87.5651	0.0114	0.00173	577.1005	0.15173	6.5905	41.5006	6.2970
33	100.6998	0.0099	0.00150	664.6655	0.15150	6.6005	41.8184	6.3357
34	115.8048	0.0086	0.00131	765.3654	0.15131	6.6091	42.1033	6.3705
35	133.1755	0.0075	0.00113	881.1702	0.15113	6.6166	42.3586	6.4019
40	267.8635	0.0037	0.00056	1779.09	0.15056	6.6418	43.2830	6.5168
45	538.7693	0.0019	0.00028	3585.13	0.15028	6.6543	43.8051	6.5830
50	1083.66	0.0009	0.00014	7217.72	0.15014	6.6605	44.0958	6.6205
55	2179.62	0.0005	0.00007	14524	0.15007	6.6636	44.2558	6.6414
60	4384.00	0.0002	0.00003	29220	0.15003	6.6651	44.3431	6.6530
65	8817.79	0.0001	0.00002	58779	0.15002	6.6659	44.3903	6.6593
70	17736	0.0001	0.00001		0.15001	6.6663	44.4156	6.6627
75	35673				0.15000	6.6665	44.4292	6.6646
80	71751				0.15000	6.6666	44.4364	6.6656
85					0.15000	6.6666	44.4402	6.6661

16% Tabla 20 Flujo de efectivo discreto: factores de interés compuesto 16%

	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradiente uniforme	
n	Cantidad compuesta *F/P*	Valor presente *P/F*	Fondo de amortización *A/F*	Cantidad compuesta *F/A*	Recuperación de capital *A/P*	Valor presente *P/A*	Gradiente de valor presente *P/G*	Gradiente de serie anual *A/G*
1	1.1600	0.8621	1.00000	1.0000	1.16000	0.8621		
2	1.3456	0.7432	0.46296	2.1600	0.62296	1.6052	0.7432	0.4630
3	1.5609	0.6407	0.28526	3.5056	0.44526	2.2459	2.0245	0.9014
4	1.8106	0.5523	0.19738	5.0665	0.35738	2.7982	3.6814	1.3156
5	2.1003	0.4761	0.14541	6.8771	0.30541	3.2743	5.5858	1.7060
6	2.4364	0.4104	0.11139	8.9775	0.27139	3.6847	7.6380	2.0729
7	2.8262	0.3538	0.08761	11.4139	0.24761	4.0386	9.7610	2.4169
8	3.2784	0.3050	0.07022	14.2401	0.23022	4.3436	11.8962	2.7388
9	3.8030	0.2630	0.05708	17.5185	0.21708	4.6065	13.9998	3.0391
10	4.4114	0.2267	0.04690	21.3215	0.20690	4.8332	16.0399	3.3187
11	5.1173	0.1954	0.03886	25.7329	0.19886	5.0286	17.9941	3.5783
12	5.9360	0.1685	0.03241	30.8502	0.19241	5.1971	19.8472	3.8189
13	6.8858	0.1452	0.02718	36.7862	0.18718	5.3423	21.5899	4.0413
14	7.9875	0.1252	0.02290	43.6720	0.18290	5.4675	23.2175	4.2464
15	9.2655	0.1079	0.01936	51.6595	0.17936	5.5755	24.7284	4.4352
16	10.7480	0.0930	0.01641	60.9250	0.17641	5.6685	26.1241	4.6086
17	12.4677	0.0802	0.01395	71.6730	0.17395	5.7487	27.4074	4.7676
18	14.4625	0.0691	0.01188	84.1407	0.17188	5.8178	28.5828	4.9130
19	16.7765	0.0596	0.01014	98.6032	0.17014	5.8775	29.6557	5.0457
20	19.4608	0.0514	0.00867	115.3797	0.16867	5.9288	30.6321	5.1666
22	26.1864	0.0382	0.00635	157.4150	0.16635	6.0113	32.3200	5.3765
24	35.2364	0.0284	0.00467	213.9776	0.16467	6.0726	33.6970	5.5490
26	47.4141	0.0211	0.00345	290.0883	0.16345	6.1182	34.8114	5.6898
28	63.8004	0.0157	0.00255	392.5028	0.16255	6.1520	35.7073	5.8041
30	85.8499	0.0116	0.00189	530.3117	0.16189	6.1772	36.4234	5.8964
32	115.5196	0.0087	0.00140	715.7475	0.16140	6.1959	36.9930	5.9706
34	155.4432	0.0064	0.00104	965.2698	0.16104	6.2098	37.4441	6.0299
35	180.3141	0.0055	0.00089	1120.71	0.16089	6.2153	37.6327	6.0548
36	209.1643	0.0048	0.00077	1301.03	0.16077	6.2201	37.8000	6.0771
38	281.4515	0.0036	0.00057	1752.82	0.16057	6.2278	38.0799	6.1145
40	378.7212	0.0026	0.00042	2360.76	0.16042	6.2335	38.2992	6.1441
45	795.4438	0.0013	0.00020	4965.27	0.16020	6.2421	38.6598	6.1934
50	1670.70	0.0006	0.00010	10436	0.16010	6.2463	38.8521	6.2201
55	3509.05	0.0003	0.00005	21925	0.16005	6.2482	38.9534	6.2343
60	7370.20	0.0001	0.00002	46058	0.16002	6.2492	39.0063	6.2419

18% Tabla 21 Flujo de efectivo discreto: factores de interés compuesto 18%

	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradiente uniforme	
n	Cantidad compuesta *F/P*	Valor presente *P/F*	Fondo de amortización *A/F*	Cantidad compuesta *F/A*	Recuperación de capital *A/P*	Valor presente *P/A*	Gradiente de valor presente *P/G*	Gradiente de serie anual *A/G*
1	1.1800	0.8475	1.00000	1.0000	1.18000	0.8475		
2	1.3924	0.7182	0.45872	2.1800	0.63872	1.5656	0.7182	0.4587
3	1.6430	0.6086	0.27992	3.5724	0.45992	2.1743	1.9354	0.8902
4	1.9388	0.5158	0.19174	5.2154	0.37174	2.6901	3.4828	1.2947
5	2.2878	0.4371	0.13978	7.1542	0.31978	3.1272	5.2312	1.6728
6	2.6996	0.3704	0.10591	9.4420	0.28591	3.4976	7.0834	2.0252
7	3.1855	0.3139	0.08236	12.1415	0.26236	3.8115	8.9670	2.3526
8	3.7589	0.2660	0.06524	15.3270	0.24524	4.0776	10.8292	2.6558
9	4.4355	0.2255	0.05239	19.0859	0.23239	4.3030	12.6329	2.9358
10	5.2338	0.1911	0.04251	23.5213	0.22251	4.4941	14.3525	3.1936
11	6.1759	0.1619	0.03478	28.7551	0.21478	4.6560	15.9716	3.4303
12	7.2876	0.1372	0.02863	34.9311	0.20863	4.7932	17.4811	3.6470
13	8.5994	0.1163	0.02369	42.2187	0.20369	4.9095	18.8765	3.8449
14	10.1472	0.0985	0.01968	50.8180	0.19968	5.0081	20.1576	4.0250
15	11.9737	0.0835	0.01640	60.9653	0.19640	5.0916	21.3269	4.1887
16	14.1290	0.0708	0.01371	72.9390	0.19371	5.1624	22.3885	4.3369
17	16.6722	0.0600	0.01149	87.0680	0.19149	5.2223	23.3482	4.4708
18	19.6733	0.0508	0.00964	103.7403	0.18964	5.2732	24.2123	4.5916
19	23.2144	0.0431	0.00810	123.4135	0.18810	5.3162	24.9877	4.7003
20	27.3930	0.0365	0.00682	146.6280	0.18682	5.3527	25.6813	4.7978
22	38.1421	0.0262	0.00485	206.3448	0.18485	5.4099	26.8506	4.9632
24	53.1090	0.0188	0.00345	289.4945	0.18345	5.4509	27.7725	5.0950
26	73.9490	0.0135	0.00247	405.2721	0.18247	5.4804	28.4935	5.1991
28	102.9666	0.0097	0.00177	566.4809	0.18177	5.5016	29.0532	5.2810
30	143.3706	0.0070	0.00126	798.9480	0.18126	5.5168	29.4864	5.3448
32	199.6293	0.0050	0.00091	1103.50	0.18091	5.5277	29.8191	5.3945
34	277.9638	0.0036	0.00065	1538.69	0.18065	5.5356	30.0736	5.4328
35	327.9973	0.0030	0.00055	1816.65	0.18055	5.5386	30.1773	5.4485
36	387.0368	0.0026	0.00047	2144.65	0.18047	5.5412	30.2677	5.4623
38	538.9100	0.0019	0.00033	2988.39	0.18033	5.5452	30.4152	5.4849
40	750.3783	0.0013	0.00024	4163.21	0.18024	5.5482	30.5269	5.5022
45	1716.68	0.0006	0.00010	9531.58	0.18010	5.5523	30.7006	5.5293
50	3927.36	0.0003	0.00005	21813	0.18005	5.5541	30.7856	5.5428
55	8984.84	0.0001	0.00002	49910	0.18002	5.5549	30.8268	5.5494
60	20555			114190	0.18001	5.5553	30.8465	5.5526

20% **Tabla 22** Flujo de efectivo discreto: factores de interés compuesto **20%**

	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradiente uniforme	
n	Cantidad compuesta *F/P*	Valor presente *P/F*	Fondo de amortización *A/F*	Cantidad compuesta *F/A*	Recuperación de capital *A/P*	Valor presente *P/A*	Gradiente de valor presente *P/G*	Gradiente de serie anual *A/G*
1	1.2000	0.8333	1.00000	1.0000	1.20000	0.8333		
2	1.4400	0.6944	0.45455	2.2000	0.65455	1.5278	0.6944	0.4545
3	1.7280	0.5787	0.27473	3.6400	0.47473	2.1065	1.8519	0.8791
4	2.0736	0.4823	0.18629	5.3680	0.38629	2.5887	3.2986	1.2742
5	2.4883	0.4019	0.13438	7.4416	0.33438	2.9906	4.9061	1.6405
6	2.9860	0.3349	0.10071	9.9299	0.30071	3.3255	6.5806	1.9788
7	3.5832	0.2791	0.07742	12.9159	0.27742	3.6046	8.2551	2.2902
8	4.2998	0.2326	0.06061	16.4991	0.26061	3.8372	9.8831	2.5756
9	5.1598	0.1938	0.04808	20.7989	0.24808	4.0310	11.4335	2.8364
10	6.1917	0.1615	0.03852	25.9587	0.23852	4.1925	12.8871	3.0739
11	7.4301	0.1346	0.03110	32.1504	0.23110	4.3271	14.2330	3.2893
12	8.9161	0.1122	0.02526	39.5805	0.22526	4.4392	15.4667	3.4841
13	10.6993	0.0935	0.02062	48.4966	0.22062	4.5327	16.5883	3.6597
14	12.8392	0.0779	0.01689	59.1959	0.21689	4.6106	17.6008	3.8175
15	15.4070	0.0649	0.01388	72.0351	0.21388	4.6755	18.5095	3.9588
16	18.4884	0.0541	0.01144	87.4421	0.21144	4.7296	19.3208	4.0851
17	22.1861	0.0451	0.00944	105.9306	0.20944	4.7746	20.0419	4.1976
18	26.6233	0.0376	0.00781	128.1167	0.20781	4.8122	20.6805	4.2975
19	31.9480	0.0313	0.00646	154.7400	0.20646	4.8435	21.2439	4.3861
20	38.3376	0.0261	0.00536	186.6880	0.20536	4.8696	21.7395	4.4643
22	55.2061	0.0181	0.00369	271.0307	0.20369	4.9094	22.5546	4.5941
24	79.4968	0.0126	0.00255	392.4842	0.20255	4.9371	23.1760	4.6943
26	114.4755	0.0087	0.00176	567.3773	0.20176	4.9563	23.6460	4.7709
28	164.8447	0.0061	0.00122	819.2233	0.20122	4.9697	23.9991	4.8291
30	237.3763	0.0042	0.00085	1181.88	0.20085	4.9789	24.2628	4.8731
32	341.8219	0.0029	0.00059	1704.11	0.20059	4.9854	24.4588	4.9061
34	492.2235	0.0020	0.00041	2456.12	0.20041	4.9898	24.6038	4.9308
35	590.6682	0.0017	0.00034	2948.34	0.20034	4.9915	24.6614	4.9406
36	708.8019	0.0014	0.00028	3539.01	0.20028	4.9929	24.7108	4.9491
38	1020.67	0.0010	0.00020	5098.37	0.20020	4.9951	24.7894	4.9627
40	1469.77	0.0007	0.00014	7343.86	0.20014	4.9966	24.8469	4.9728
45	3657.26	0.0003	0.00005	18281	0.20005	4.9986	24.9316	4.9877
50	9100.44	0.0001	0.00002	45497	0.20002	4.9995	24.9698	4.9945
55	22645		0.00001		0.20001	4.9998	24.9868	4.9976

22% Tabla 23 Flujo de efectivo discreto: factores de interés compuesto 22%

	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradiente uniforme	
n	Cantidad compuesta *F/P*	Valor presente *P/F*	Fondo de amortización *A/F*	Cantidad compuesta *F/A*	Recuperación de capital *A/P*	Valor presente *P/A*	Gradiente de valor presente *P/G*	Gradiente de serie anual *A/G*
1	1.2200	0.8197	1.00000	1.0000	1.22000	0.8197		
2	1.4884	0.6719	0.45045	2.2200	0.67045	1.4915	0.6719	0.4505
3	1.8158	0.5507	0.26966	3.7084	0.48966	2.0422	1.7733	0.8683
4	2.2153	0.4514	0.18102	5.5242	0.40102	2.4936	3.1275	1.2542
5	2.7027	0.3700	0.12921	7.7396	0.34921	2.8636	4.6075	1.6090
6	3.2973	0.3033	0.09576	10.4423	0.31576	3.1669	6.1239	1.9337
7	4.0227	0.2486	0.07278	13.7396	0.29278	3.4155	7.6154	2.2297
8	4.9077	0.2038	0.05630	17.7623	0.27630	3.6193	9.0417	2.4982
9	5.9874	0.1670	0.04411	22.6700	0.26411	3.7863	10.3779	2.7409
10	7.3046	0.1369	0.03489	28.6574	0.25489	3.9232	11.6100	2.9593
11	8.9117	0.1122	0.02781	35.9620	0.24781	4.0354	12.7321	3.1551
12	10.8722	0.0920	0.02228	44.8737	0.24228	4.1274	13.7438	3.3299
13	13.2641	0.0754	0.01794	55.7459	0.23794	4.2028	14.6485	3.4855
14	16.1822	0.0618	0.01449	69.0100	0.23449	4.2646	15.4519	3.6233
15	19.7423	0.0507	0.01174	85.1922	0.23174	4.3152	16.1610	3.7451
16	24.0856	0.0415	0.00953	104.9345	0.22953	4.3567	16.7838	3.8524
17	29.3844	0.0340	0.00775	129.0201	0.22775	4.3908	17.3283	3.9465
18	35.8490	0.0279	0.00631	158.4045	0.22631	4.4187	17.8025	4.0289
19	43.7358	0.0229	0.00515	194.2535	0.22515	4.4415	18.2141	4.1009
20	53.3576	0.0187	0.00420	237.9893	0.22420	4.4603	18.5702	4.1635
22	79.4175	0.0126	0.00281	356.4432	0.22281	4.4882	19.1418	4.2649
24	118.2050	0.0085	0.00188	532.7501	0.22188	4.5070	19.5635	4.3407
26	175.9364	0.0057	0.00126	795.1653	0.22126	4.5196	19.8720	4.3968
28	261.8637	0.0038	0.00084	1185.74	0.22084	4.5281	20.0962	4.4381
30	389.7579	0.0026	0.00057	1767.08	0.22057	4.5338	20.2583	4.4683
32	580.1156	0.0017	0.00038	2632.34	0.22038	4.5376	20.3748	4.4902
34	863.4441	0.0012	0.00026	3920.20	0.22026	4.5402	20.4582	4.5060
35	1053.40	0.0009	0.00021	4783.64	0.22021	4.5411	20.4905	4.5122
36	1285.15	0.0008	0.00017	5837.05	0.22017	4.5419	20.5178	4.5174
38	1912.82	0.0005	0.00012	8690.08	0.22012	4.5431	20.5601	4.5256
40	2847.04	0.0004	0.00008	12937	0.22008	4.5439	20.5900	4.5314
45	7694.71	0.0001	0.00003	34971	0.22003	4.5449	20.6319	4.5396
50	20797		0.00001	94525	0.22001	4.5452	20.6492	4.5431
55	56207				0.22000	4.5454	20.6563	4.5445

24% Tabla 24 Flujo de efectivo discreto: factores de interés compuesto 24%

	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradiente uniforme	
n	Cantidad compuesta *F/P*	Valor presente *P/F*	Fondo de amortización *A/F*	Cantidad compuesta *F/A*	Recuperación de capital *A/P*	Valor presente *P/A*	Gradiente de valor presente *P/G*	Gradiente de serie anual *A/G*
1	1.2400	0.8065	1.00000	1.0000	1.24000	0.8065		
2	1.5376	0.6504	0.44643	2.2400	0.68643	1.4568	0.6504	0.4464
3	1.9066	0.5245	0.26472	3.7776	0.50472	1.9813	1.6993	0.8577
4	2.3642	0.4230	0.17593	5.6842	0.41593	2.4043	2.9683	1.2346
5	2.9316	0.3411	0.12421	8.0484	0.36425	2.7454	4.3327	1.5782
6	3.6352	0.2751	0.09107	10.9801	0.33107	3.0205	5.7081	1.8898
7	4.5077	0.2218	0.06842	14.6153	0.30842	3.2423	7.0392	2.1710
8	5.5895	0.1789	0.05229	19.1229	0.29229	3.4212	8.2915	2.4236
9	6.9310	0.1443	0.04547	24.7125	0.28047	3.5655	9.4458	2.6492
10	8.5944	0.1164	0.03160	31.6434	0.27160	3.6819	10.4930	2.8499
11	10.6571	0.0938	0.02485	40.2379	0.26485	3.7757	11.4313	3.0276
12	13.2148	0.0757	0.01965	50.8950	0.25965	3.8514	12.2637	3.1843
13	16.3863	0.0610	0.01560	64.1097	0.25560	3.9124	12.9960	3.3218
14	20.3191	0.0492	0.01242	80.4961	0.25242	3.9616	13.6358	3.4420
15	25.1956	0.0397	0.00992	100.8151	0.24992	4.0013	14.1915	3.5467
16	31.2426	0.0320	0.00794	126.0108	0.24794	4.0333	14.6716	3.6376
17	38.7408	0.0258	0.00636	157.2534	0.24636	4.0591	15.0846	3.7162
18	48.0386	0.0208	0.00510	195.9942	0.24510	4.0799	15.4385	3.7840
19	59.5679	0.0168	0.00410	244.0328	0.24410	4.0967	15.7406	3.8423
20	73.8641	0.0135	0.00329	303.6006	0.24329	4.1103	15.9979	3.8922
22	113.5735	0.0088	0.00213	469.0563	0.24213	4.1300	16.4011	3.9712
24	174.6306	0.0057	0.00138	723.4610	0.24138	4.1428	16.6891	4.0284
26	268.5121	0.0037	0.00090	1114.63	0.24090	4.1511	16.8930	4.0695
28	412.8642	0.0024	0.00058	1716.10	0.24058	4.1566	17.0365	4.0987
30	634.8199	0.0016	0.00038	2640.92	0.24038	4.1601	17.1369	4.1193
32	976.0991	0.0010	0.00024	4062.91	0.24025	4.1624	17.2067	4.1338
34	1500.85	0.0007	0.00016	6249.38	0.24016	4.1639	17.2552	4.1440
35	1861.05	0.0005	0.00013	7750.23	0.24013	4.1664	17.2734	4.1479
36	2307.71	0.0004	0.00010	9611.28	0.24010	4.1649	17.2886	4.1511
38	3548.33	0.0003	0.00007	14781	0.24007	4.1655	17.3116	4.1560
40	5455.91	0.0002	0.00004	22729	0.24004	4.1659	17.3274	4.1593
45	15995	0.0001	0.00002	66640	5.241 002	4.1664	17.3483	4.1639
50	46890		0.00501		0.24001	4.1666	17.3563	4.1653
55					0'24000	4.1666	17.3593	4.1663

25% Tabla 25 Flujo de efectivo discreto: factores de interés compuesto 25%

	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradiente uniforme	
n	Cantidad compuesta *F/P*	Valor presente *P/F*	Fondo de amortización *A/F*	Cantidad compuesta *F/A*	Recuperación de capital *A/P*	Valor presente *P/A*	Gradiente de valor presente *P/G*	Gradiente de serie anual *A/G*
1	1.2500	0.8000	1.00000	1.0000	1.25000	0.8000		
2	1.5625	0.6400	0.44444	2.2500	0.69444	1.4400	0.6400	0.4444
3	1.9531	0.5120	0.26230	3.8125	0.51230	1.9520	1.6640	0.8525
4	2.4414	0.4096	0.17344	5.7656	0.42344	2.3616	2.8928	1.2249
5	3.0518	0.3277	0.12185	8.2070	0.37185	2.6893	4.2035	1.5631
6	3.8147	0.2621	0.08882	11.2588	0.33882	2.9514	5.5142	1.8683
7	4.7684	0.2097	0.06634	15.0735	0.31634	3.1611	6.7725	2.1424
8	5.9605	0.1678	0.05040	19.8419	0.30040	3.3289	7.9469	2.3872
9	7.4506	0.1342	0.03876	25.8023	0.28876	3.4631	9.0207	2.6048
10	9.3132	0.1074	0.03007	33.2529	0.28007	3.5705	9.9870	2.7971
11	11.6415	0.0859	0.02349	42.5661	0.27349	3.6564	10.8460	2.9663
12	14.5519	0.0687	0.01845	54.2077	0.26845	3.7251	11.6020	3.1145
13	18.1899	0.0550	0.01454	68.7596	0.26454	3.7801	12.2617	3.2437
14	22.7374	0.0440	0.01150	86.9495	0.26150	3.8241	12.8334	3.3559
15	28.4217	0.0352	0.00912	109.6868	0.25912	3.8593	13.3260	3.4530
16	35.5271	0.0281	0.00724	138.1085	0.25724	3.8874	13.7482	3.5366
17	44.4089	0.0225	0.00576	173.6357	0.25576	3.9099	14.1085	3.6084
18	55.5112	0.0180	0.00459	218.0446	0.25459	3.9279	14.4147	3.6698
19	69.3889	0.0144	0.00366	273.5558	0.25366	3.9424	14.6741	3.7222
20	86.7362	0.0115	0.00292	342.9447	0.25292	3.9539	14.8932	3.7667
22	135.5253	0.0074	0.00186	538.1011	0.25186	3.9705	15.2326	3.8365
24	211.7582	0.0047	0.00119	843.0329	0.25119	3.9811	15.4711	3.8861
26	330.8722	0.0030	0.00076	1319.49	0.25076	3.9879	15.6373	3.9212
28	516.9879	0.0019	0.00048	2063.95	0.25048	3.9923	15.7524	3.9457
30	807.7936	0.0012	0.00031	3227.17	0.25031	3.9950	15.8316	3.9628
32	1262.18	0.0008	0.00020	5044.71	0.25020	3.9968	15.8859	3.9746
34	1972.15	0.0005	0.00013	7884.61	0.25013	3.9980	15.9229	3.9828
35	2465.19	0.0004	0.00010	9856.76	.025010	3.9984	15.9367	3.9858
36	3081.49	0.0003	0.00008	12322	0.25008	3.9987	15.9481	3.9883
38	4814.82	0.0002	0.00005	19255	0.25005	3.9992	15.9651	3.9921
40	7523.16	0.0001	0.00003	30089	0.25003	3.9995	15.9766	3.9947
45	22959		0.00001	91831	0.25001	3.9998	15.9915	3.9980
50	70065				0.25000	3.9999	15.9969	3.9993
55					0.25000	4.0000	15.9989	3.9997

30% Tabla 26 Flujo de efectivo discreto: factores de interés compuesto 30%

	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradiente uniforme	
n	Cantidad compuesta *F/P*	Valor presente *P/F*	Fondo de amortización *A/F*	Cantidad compuesta *F/A*	Recuperación de capital *A/P*	Valor presente *P/A*	Gradiente de valor presente *P/G*	Gradiente de serie anual *A/G*
1	1.3000	0.7692	1.00000	1.0000	1.30000	0.7692		
2	1.6900	0.5917	0.43478	2.3000	0.73478	1.3609	0.5917	0.4348
3	2.1970	0.4552	0.25063	3.9900	0.55063	1.8161	1.5020	0.8271
4	2.8561	0.3501	0.16163	6.1870	0.46163	2.1662	2.5524	1.1783
5	3.7129	0.2693	0.11058	9.0431	0.41058	2.4356	3.6297	1.4903
6	4.8268	0.2072	0.07839	12.7560	0.37839	2.6427	4.6656	1.7654
7	6.2749	0.1594	0.05687	17.5828	0.35687	2.8021	5.6218	2.0063
8	8.1573	0.1226	0.04192	23.8577	0.34192	2.9247	6.4800	2.2156
9	10.6045	0.0943	0.03124	32.0150	0.33124	3.0190	7.2343	2.3963
10	13.7858	0.0725	0.02346	42.6195	0.32346	3.0915	7.8872	2.5512
11	17.9216	0.0558	0.01773	56.4053	0.31773	3.1473	8.4452	2.6833
12	23.2981	0.0429	0.01345	74.3270	0.31345	3.1903	8.9173	2.7952
13	30.2875	0.0330	0.01024	97.6250	0.31024	3.2233	9.3135	2.8895
14	39.3738	0.0254	0.00782	127.9125	0.30782	3.2487	9.6437	2.9685
15	51.1859	0.0195	0.00598	167.2863	0.30598	3.2682	9.9172	3.0344
16	66.5417	0.0150	0.00458	218.4722	0.30458	3.2832	10.1426	3.0892
17	86.5042	0.0116	0.00351	285.0139	0.30351	3.2948	10.3276	3.1345
18	112.4554	0.0089	0.00269	371.5180	0.30269	3.3037	10.4788	3.1718
19	146.1920	0.0068	0.00207	483.9734	0.30207	3.3105	10.6019	3.2025
20	190.0496	0.0053	0.00159	630.1655	0.30159	3.3158	10.7019	3.2275
22	321.1839	0.0031	0.00094	1067.28	0.30094	3.3230	10.8482	3.2646
24	542.8008	0.0018	0.00055	1806.50	0.30055	3.3272	10.9433	3.2890
25	705.6410	0.0014	0.00043	2348.80	0.30043	3.3286	10.9773	3.2979
26	917.3333	0.0011	0.00033	3054.44	0.30033	3.3297	11.0045	3.3050
28	1550.29	0.0006	0.00019	5164.31	0.30019	3.3312	11.0437	3.3153
30	2620.00	0.0004	0.00011	8729.99	0.30011	3.3321	11.0687	3.3219
32	4427.79	0.0002	0.00007	14756	0.30007	3.3326	11.0845	3.3261
34	7482.97	0.0001	0.00004	24940	0.30004	3.3329	11.0945	3.3288
35	9727.86	0.0001	0.00003	32423	0.30003	3.3330	11.0980	3.3297

35% Tabla 27 Flujo de efectivo discreto: factores de interés compuesto 35%

	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradiente uniforme	
n	Cantidad compuesta *F/P*	Valor presente *P/F*	Fondo de amortización *A/F*	Cantidad compuesta *F/A*	Recuperación de capital *A/P*	Valor presente *P/A*	Gradiente de valor presente *P/G*	Gradiente de serie anual *A/G*
1	1.3500	0.7407	1.00000	1.0000	1.35000	0.7407		
2	1.8225	0.5487	0.42553	2.3500	0.77553	1.2894	0.5487	0.4255
3	2.4604	0.4064	0.23966	4.1725	0.58966	1.6959	1.3616	0.8029
4	3.3215	0.3011	0.15076	6.6329	0.50076	1.9969	2.2648	1.1341
5	4.4840	0.2230	0.10046	9.9544	0.45046	2.2200	3.1568	1.4220
6	6.0534	0.1652	0.06926	14.4384	0.41926	2.3852	3.9828	1.6698
7	8.1722	0.1224	0.04880	20.4919	0.39880	2.5075	4.7170	1.8811
8	11.0324	0.0906	0.03489	28.6640	0.38489	2.5982	5.3515	2.0597
9	14.8937	0.0671	0.02519	39.6964	0.37519	2.6653	5.8886	2.2094
10	20.1066	0.0497	0.01832	54.5902	0.36832	2.7150	6.3363	2.3338
11	27.1439	0.0368	0.01339	74.6967	0.36339	2.7519	6.7047	2.4364
12	36.6442	0.0273	0.00982	101.8406	0.35982	2.7792	7.0049	2.5205
13	49.4697	0.0202	0.00722	138.4848	0.35722	2.7994	7.2474	2.5889
14	66.7841	0.0150	0.00532	187.9544	0.35532	2.8144	7.4421	2.6443
15	90.1585	0.0111	0.00393	254.7385	0.35393	2.8255	7.5974	2.6889
16	121.7139	0.0082	0.00290	344.8970	0.35290	2.8337	7.7206	2.7246
17	164.3138	0.0061	0.00214	466.6109	0.35214	2.8398	7.8180	2.7530
18	221.8236	0.0045	0.00158	630.9247	0.35158	2.8443	7.8946	2.7756
19	299.4619	0.0033	0.00117	852.7483	0.35117	2.8476	7.9547	2.7935
20	404.2736	0.0025	0.00087	1152.21	0.35087	2.8501	8.0017	2.8075
22	736.7886	0.0014	0.00048	2102.25	0.35048	2.8533	8.0669	2.8272
24	1342.80	0.0007	0.00026	3833.71	0.35026	2.8550	8.1061	2.8393
25	1812.78	0.0006	0.00019	5176.50	0.35019	2.8556	8.1194	2.8433
26	2447.25	0.0004	0.00014	6989.28	0.35014	2.8560	8.1296	2.8465
28	4460.11	0.0002	0.00008	12740	0.35008	2.8565	8.1435	2.8509
30	8128.55	0.0001	0.00004	23222	0.35004	2.8568	8.1517	2.8535
32	14814	0.0001	0.00002	42324	0.35002	2.8569	8.1565	2.8550
34	26999		0.00001	77137	0.35001	2.8570	8.1594	2.8559
35	36449		0.00001		0.35001	2.8571	SS603	2.8562

40% **Tabla 28** Flujo de efectivo discreto: factores de interés compuesto **40%**

	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradiente uniforme	
n	Cantidad compuesta *F/P*	Valor presente *P/F*	Fondo de amortización *A/F*	Cantidad compuesta *F/A*	Recuperación de capital *A/P*	Valor presente *P/A*	Gradiente de valor presente *P/G*	Gradiente de serie anual *A/G*
1	1.4000	0.7143	1.00000	1.0000	1.40000	0.7143		
2	1.9600	0.5102	0.41667	2.4000	0.81667	1.2245	0.5102	0.4167
3	2.7440	0.3644	0.22936	4.3600	0.62936	1.5889	1.2391	0.7798
4	3.8416	0.2603	0.14077	7.1040	0.54077	1.8492	2.0200	1.0923
5	5.3782	0.1859	0.09136	10.9456	0.49136	2.0352	2.7637	1.3580
6	7.5295	0.1328	0.06126	16.3238	0.46126	2.1680	3.4278	1.5811
7	10.5414	0.0949	0.04192	23.8534	0.44192	2.2628	3.9970	1.7664
8	14.7579	0.0678	0.02907	34.3947	0.42907	2.3306	4.4713	1.9185
9	20.6610	0.0484	0.02034	49.1526	0.42034	2.3790	4.8585	2.0422
10	28.9255	0.0346	0.01432	69.8137	0.41432	2.4136	5.1696	2.1419
11	40.4957	0.0247	0.01013	98.7391	0.41013	2.4383	5.4166	2.2215
12	56.6939	0.0176	0.00718	139.2348	0.40718	2.4559	5.6106	2.2845
13	79.3715	0.0126	0.00510	195.9287	0.40510	2.4685	5.7618	2.3341
14	111.1201	0.0090	0.00363	275.3002	0.40363	2.4775	5.8788	2.3729
15	155.5681	0.0064	0.00259	386.4202	0.40259	2.4839	5.9688	2.4030
16	217.7953	0.0046	0.00185	541.9883	0.40185	2.4885	6.0376	2.4262
17	304.9135	0.0033	0.00132	759.7837	0.40132	2.4918	6.0901	2.4441
18	426.8789	0.0023	0.00094	1064.70	0.40094	2.4941	6.1299	2.4577
19	597.6304	0.0017	0.00067	1491.58	0.40067	2.4958	6.1601	2.4682
20	836.6826	0.0012	0.00048	2089.21	0.40048	2.4970	6.1828	2.4761
22	1639.90	0.0006	0.00024	4097.24	0.40024	2.4985	6.2127	2.4866
24	3214.20	0.0003	0.00012	8033.00	0.40012	2.4992	6.2294	2.4925
25	4499.88	0.0002	0.00009	11247	0.40009	2.4994	6.2347	2.4944
26	6299.83	0.0002	0.00006	15747	0.40006	2.4996	6.2387	2.4959
28	12348	0.0001	0.00003	30867	0.40003	2.4998	6.2438	2.4977
30	24201		0.00002	60501	0.40002	2.4999	6.2466	2.4988
32	47435		0.00001		0.40001	2.4999	6.2482	2.4993
34	92972				0.40000	2.5000	6.2490	2.4996
35					0.40000	2.5000	6.2492	2.4997

50% Tabla 29 Flujo de efectivo discreto: factores de interés compuesto 50%

	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradiente uniforme	
n	Cantidad compuesta *F/P*	Valor presente *P/F*	Fondo de amortización *A/F*	Cantidad compuesta *F/A*	Recuperación de capital *A/P*	Valor presente *P/A*	Gradiente de valor presente *P/G*	Gradiente de serie anual *A/G*
1	1.5000	0.6667	1.00000	1.0000	1.50000	0.6667		
2	2.2500	0.4444	0.40000	2.5000	0.90000	1.1111	0.4444	0.4000
3	3.3750	0.2963	0.21053	4.7500	0.71053	1.4074	1.0370	0.7368
4	5.0625	0.1975	0.12308	8.1250	0.62308	1.6049	1.6296	1.0154
5	7.5938	0.1317	0.03583	13.1875	0.57583	1.7366	2.1564	1.2417
6	11.3906	0.0878	0.04812	20.7813	0.54812	1.8244	2.5953	1.4226
7	17.0859	0.0585	0.03108	32.1719	0.53108	1.8829	2.9465	1.5648
8	25.6289	0.0390	0.02030	49.2578	0.52030	1.9220	3.2196	1.6752
9	38.4434	0.0260	0.01335	74.8867	0.51335	1.9480	3.4277	1.7596
10	57.6650	0.0173	0.00882	113.3301	0.50882	1.9653	3.5838	1.8235
11	86.4976	0.0116	0.00585	170.9951	0.50585	1.9769	3.6994	1.8713
12	129.7463	0.0077	0.00388	257.4927	0.50388	1.9846	3.7842	1.9068
13	194.6195	0.0051	0.00258	387.2390	0.50258	1.9897	3.8459	1.9329
14	291.9293	0.0034	0.00172	581.8585	0.50172	1.9931	3.8904	1.9519
15	437.8939	0.0023	0.00114	873.7878	0.50114	1.9954	3.9224	1.9657
16	656.8408	0.0015	0.00076	1311.68	0.50076	1.9970	3.9452	1.9756
17	985.2613	0.0010	0.00051	1968.52	0.50051	1.9980	3.9614	1.9827
18	1477.89	0.0007	0.00034	2953.78	0.50034	1.9986	3.9729	1.9878
19	2216.84	0.0005	0.00023	4431.68	0.50023	1.9991	3.9811	1.9914
20	3325.26	0.0003	0.00015	6648.51	0.50015	1.9994	3.9868	1.9940
22	7481.83	0.0001	0.00007	14962	0.50007	1.9997	3.9936	1.9971
24	16834	0.0001	0.00003	33666	0.50003	1.9999	3.9969	1.9986
25	25251		0.00002	50500	0.50002	1.9999	3.9979	1.9990
26	37877		0.00001	75752	0.50001	1.9999	3.9985	1.9993
28	85223		0.00001		0.50001	2.0000	3.9993	1.9997
30					0.50000	2.0000	3.9997	1.9998
32					0.50000	2.0000	3.9998	1.9999
34					0.50000	2.0000	3.9999	2.0000
35					0.50000	2.0000	3.9999	2.0000

ÍNDICE

A

Acciones:
- comunes, 542
- en financiación de patrimonio, 542
- Modelo MPAC, 543
- preferenciales, 542

Activos corrientes, 671

Activos fijos, 671

Activos:
- costo no recuperable, 291, 292
- depreciación de, 388-411
- estudios de reposición y, 290-306,474
- valor en libros, 390, 392, 393, 395,421

Administración del capital (véase Elaboración del presupuesto del capital)

Agotamiento de factores, 411

Agotamiento por costos, 411

Agotamiento porcentual, 411, 412

Agotamiento, 411

Agrupación de costos, 361

Alternativa de línea recta en SMARC, 401

Alternativa de no hacer nada, 236, 247

Alternativas:
- comparación: mediante razón beneficio/costo, 27 1, 274
- definición, 8
- independientes (no mutuamente excluyentes), 233, 274, 518
- mediante arboles de decisión, 574-575
- mediante método de costo capitalizado, 163
- mediante método de período de reintegro, 497-499, 500
- mediante método de tasa de retorno, 237-238, 244, 246-247
- mediante método de valor presente, 154, 155-156
- mediante método de valor anual uniforme equivalente, 186
- método de evaluación no ponderada, 638
- método de evaluación ponderada, 638
- múltiples (véase Alternativas múltiples),
- mutuamente excluyentes, 233, 246,274

Alternativas de servicio igual, 154

Alternativas independientes, 233, 274

Alternativas múltiples:
- análisis beneficiokosto para, 27 l-272, 274-275
- comparación de: uso de la razón incrementa1 beneficio/costo 274-275
- independientes, 233, 274
- mutuamente excluyente, 233, 246,274
- uso de la tasa de retorno incremental, 246

Alternativas mutuamente excluyentes, 233, 246, 274

Alternativas no mutuamente excluyentes (independientes), 233, 274,516

Amortización (véase Depreciación)

Análisis de punto de equilibrio, 488-497
- comparaciones en tasa de retorno, 241
- descripción general de, 488
- dos alternativas, 493
- tres 0 más alternativas, 497
- una variable, 488-497

Análisis de reintegro de dinero prestado:
- determinación para, 497-498
- limitaciones de, 499, 500
- periodos de reintegro, 497-502

Análisis de reposición:
- activos de igual vida, 293
- activos de vida desigual, 294
- antes de impuestos, 290-299, 303-306
- costos no recuperables, 291,292
- después de impuestos, 474
- enfoque convencional, 297
- enfoque del costo de oportunidad, 297
- enfoque del flujo de efectivo, 294
- ganancias, pérdidas y depreciación recapturada en, 474
- un año adicional, 303
- uso de:
  - periodos de estudio en, 293
  - valor estimado de mercado en, 291
- y valor de reposición, 298

Análisis de sensibilidad:
- de diversos factores, 562
- de un factor, 562
- enfoque, 562
- utilizando tres estimaciones, 568-569

Análisis después de impuestos, 458-477
- tasa de retorno, 468-474,

Análisis generalizado del flujo de efectivo, 460

Análisis incremental beneficiokosto, para alternativas múltiples, 274

Años (de vida) desconocidos, 72

Apalancamiento, 548

Arboles de decisión, 574-580

Asignación de costos (véase Gasto de fábrica)

Azar *(Véase* Probabilidad)

B

Balance general:
- categorías, 67 l-672
- ecuación básica para, 672
- razones de negocios a partir del, 674

Base no ajustada, 388

Beneficios tangibles *versus* intangibles, 4

Beneficios:
- y diferencia de costos, 268

Bonos:
- amortizables, 322, 323
- cálculo de intereses para, 324
- calificación de Standard and Poor's, 324
- clasificación y tipos de, 322-324
- colaterales, 323
- convertibles, 323
- de cupón cortado, 325
- de fideicomiso de equipo, 323
- de ingresos, 323
- de obligación general, 323
- especulativos, 324
- hipotecarios, 322, 323
- municipales, 322, 323
- tasa de retorno sobre, 328
- tratamiento de, en financiación de deuda, 540
- valor presente de, 325

C
Cálculo de la tasa de retorno múltiple, 210
Cambio entre métodos de depreciación, 401
Cancelación acelerada, 390, 392-401, 421
Capital de trabajo (véase Financiación de patrimonio)
Capital disponible, 547
Capital limitado, 547
Capital patrimonial, 320, 542,549
Capital, costo de (véase Costo de capital)
Capitalización continua de intereses:
comparado con un flujo de efectivo discreto, 101
tasa de interés efectiva para, 93
Capitalización interperiódica, 99
Capitalización:
anual, 86
continua, 93
duplicación del tiempo, 31
Centros de costos, 357
Certidumbre, toma de decisiones bajo, 606, 609-610
Ciclo de vida, 159, 182
Clase de propiedad, 400
Contabilidad:
estados utilizados en, 672
razones (factores)utilizados en, 674
Convención de final del período, 27-28
Convención de mitad de año, 389,397
Costeo basado en actividades, 361-365
Costo capitalizado:
definición, 160
evaluación alternativa mediante, 163
Costo de oportunidad, 26, 297, 5 19
Costo del capital:
definición de, 536
efecto de impuestos de renta sobre, 540
efecto de la mezcla deuda-patrimonio sobre, 537
para financiación de deuda, 540
para financiación patrimonial, 542
promedio ponderado, 537-540
Costo del ciclo de vida (CCV), 159
Costo inicial, 388
Costo mínimo de vida de activos, 299
Costo no recuperable, 291,292
Costos fijos, 488
Costos incrementales:
análisis B/C y, 271
definición de, 236
interpretación de tasa de retorno, 236-255
Costos indirectos, 361
costeo basado en actividades, 361-365
tasas, 357
varianza enla asignación, 360
Costos variables, 488
costos:
capitalizados (véase Costo capitalizado)
ciclo de vida, 159-160
como función de vida, 299
fijos, 488
incremental (véase Costos incrementales)
indirectos, 357
no recuperables, 29 1, 292
variables, 488
VAUE (véase Valor anual uniforme equivalente), gastos generales de fábrica (véase Gastos de fábrica)
Crédito tributario de inversión, 439
Criterio Norstrom, 2 13
Criterios de evaluación, 9

D
Defensor:
en análisis de reposición, 290-291
en evaluación de alternativas múltiples, 247
Depreciación de saldo decreciente, 392-393
Depreciación en línea recta, 390-391
Depreciación mediante suma de los dígitos del total de años, 421
Depreciación, 386-411
cambio entre métodos, 401
convención de mitad de año, 389, 387, 401, 405
convención de mitad de trimestre, 397
definición de, 386. 388
impuestos sobre la renta y, 386, 426,439
línea recta, 390-391, 401
período de recuperación para SMARC, 400
saldo decreciente, 392
saldo doblemente decreciente, 392
SARC, 390
sistema de depreciación alternativa, 401,405
SMARC, 386, 390, 395-409
suma de los dígitos del total de años, 421
tasa de, 388
valor SDG, 400
Desventajas, 266
Desviación al cuadrado de la raíz media, 624
Desviación:
de la media, 624
estándar, 623-628
estándar normal, 643
Diagramas de flujo de efectivo. 26-29
dividido o fraccionado, 67, 120
Dinero prestado (véase capital de deuda; capital de patrimonio)
Disposiciones de impuestos de renta con retroactividad y anticipadas, 436
Distribución:
acumulada, 611
normal, 613, 642-645
triangular, 613,615
uniforme, 613, 614,620

E
Ecuaciones de costo-capacidad, 353
Elaboración del presupuesto de gastos de capital:
descripción general, 5 18
formulación de la programación matemática, 528-529
método de valor presente, 520,523
Enfoque de estudio de ingeniería económica, 8
Enfoque de flujo de efectivo en análisis de reposición, 297
Enfoque del costo de oportunidad, 297
Equivalencia, 13-14
Estado de pérdidas y ganancias (véase Estado de resultados)
Estado de resultados:
categorías de, 673
ecuación básica para, 673
razones desde, 674
Estado del costo de los bienes vendidos, 673
Estimación, 27, 350-357, 571
de costo de factores, 355
de una distribución, 27
optimista, 568
pesimista, 568
puntual, 571
razonable (muy probablemente), 568
Estimación de costos:

índices de costos y, 350-351
método de capacidad de costos, 353
método de factores, 355
Estudios de reposición de un año adicional, 303
Evaluación de criterios múltiples, 637-638

F
Factor A/G, 56
Factor de fondo de amortización, A/F, 49
Factor de recuperación de capital, A/P, 49
Factor F/A, 49, 50
Factor F/P, 46
Factor PIA, 47
Factor P/F, 46
Factor P/G, 55-57
Factores no económicos, 9
Factores de cantidades compuestas:
pago único (F/P), 46
resumen de, 51
serie uniforme (F/A), 49-50
Factores de interés:
derivación de, 46-50, 52-59
para capitalización continua (véase Capitalización continua de interés)
para capitalización discreta, 689
símbolos para, 21-28, 50
Factores de pago único (P/F, F/P):
derivación de, 46
resumen de, 51
Factores de series uniformes, 47
Factores de valor presente (P/F, P/A, P/G):
gradiente, 55, 66, 118
pago único, 46
serie uniforme, 47
uso de tablas para, 50
Factores:
intangible, 4
interés compuesto continuo, 93
interés compuesto discreto, 86-93
uso múltiple de, 112-126
valor presente (véase Factores de valor presente)
notación estándar para, 50-52
(*Véase* también Factores de interés)
Financiación de capital:
costo de capital (véase Costo de capital)
deuda, 536,540
patrimonio, 536, 542
Financiación:
con deuda, 536,540
con patrimonio, 536, 542
Financiamiento con patrimonio, 458-466
Flujo de efectivo neto, 26,458
Flujo de efectivo:
análisis generalizado, 460
continua (véase capitalización continua del interés)
descontado, 152
después de impuestos, tabulación del, 461
neto, 27,458
secuencia convencional de, 210
tabulación de, 233 (*Véase también* Diagramas de flujo de efectivo)
Flujos de efectivo discretos:
capitalización continua, 93-94
capitalización discreta, 86-93

G
Ganancia a largo plazo, 427,433
Ganancia de corto plazo, 427,433
Ganancias conservadas, 536,543
Ganancias y pérdidas de capital: 427
corto plazo y largo plazo, 427
impuestos para, 427
Gasto de capital, 409-410
Gastos (véase Costos)
Gastos de fábrica:
asignación de, 360-363
tasas de gastos generales, 360,363
varianza, 360
Gradientes:
cantidad base, 53
convencional, 54
decreciente, 66, 124
definición, 52
derivación de factores para, 55, 58
diferido, 12 1
escalonados (véase geométrico)
geométrico, 58, 68
uniforme, 52
uso de tablas, 56
valor anual uniforme equivalente para, 56
valor n, 66, 121
valor presente de, 55, 58, 66, 68

H
Hiperinflación, 348
Hojas de cálculo, uso de, 655
Horizonte de la planificación (véase Periodo de estudio)

I
Impuestos (véase Impuestos de renta)
Impuestos de renta:
ahorros de impuestos, 434
análisis de reposición y, 474
consideración de la tasa de retorno, 468
contribuyentes de impuestos individuales, 428-432
corporativos, 428, 458, 459
crédito tributario de inversión, 439
definiciones de, 426-427
depreciación recuperada y. 434
depreciación y, 386, 426, 439-440
estatales y locales, 430
flujo de efectivo después, 458
pérdidas y ganancias de capital y, 427
tasa impositiva efectiva de, 430
tasa impositiva promedio, 430
tasas, 429
valor presente de, 440
Incertidumbre:
en estimaciones, 571, 606, 609
toma de decisiones bajo, 609
Indexación, 430
Índices de costos, 351
Inflación:
cálculos de serie uniforme, 349
definición de, 338
tasa de, 339
valor anual con, 349
valor futuro con, 345
valor presente con, 338
Ingreso bruto, 426
Ingreso gravable, 426,458
Interés:
cálculo de, para bonos, 324
capitalización continua de, 93-94
compuesto, 15
definición, 10
simple, 15
tasa de (véase Tasas de interés)
Interpolación, 59
Inversión adicional, tasa de retorno sobre, 236
Inversión perpetua (véase Costo capitalizado)
Inversión segura, 25,322

M
Media, 622
Mediana, 623

Método:
de evaluación no ponderado, 638
de evaluación ponderado, 638
de flujo de efectivo descontado, 152
de fondo de amortización de salvamento, 183
de recuperación de capital más intereses, 185-186
de saldo decreciente doble, 392
de valor presente de salvamento, 184
Mezcla deuda-patrimonio, 537
Mínimo común múltiplo, 155
Moda, 6 14,623
Modelo de fijación de precios de activos de capital (MPAC), 543
Muestras aleatorias, 616-617
Muestreo de Monte Carlo, 628

N
Notación estándar de factores, 50
Números aleatorios, 618

P
Paquetes mutuamente excluyentes en elaboración del presupuesto de capital, 520-521
Pasos en la solución de problemas, 6
Patrimonio, 672
Periodo de recuperación, 388, 395, 400
Pérdida operacional, 426,436
Pérdidas y ganancias (véase Pérdidas y ganancias de capital)
Periodo de capitalización, 86
continuo, 93
más corto que el periodo de pago, 95
más largo que el periodo de pago, 99
Periodo de estudio:
análisis de reposición, 293
elaboración de presupuesto de capital, 523
estudios de costos capitalizados, 160
evaluación PV, 159
evaluación VA, 182
servicio igual, 155
Periodo de interés, ll, 86
Periodo de pago, 88
Probabilidad:
definición, 571,610
distribución, 610
nodos de árbol de decisiones, 575
uso de, en estudios de economía, 575-580
valor esperado y, 57 1
Procedimiento del proyecto de inversión neta, 216
Programación lineal, 528
Programación matemática en la elaboración de presupuestos de capital, 528
Promedio ponderado del costo de capital, 537
Propiedad de las variables aleatorias independiente, 628
Propiedad personal, 389
Propiedad real, 389
Proyectos contingentes, 5 18
Proyectos dependientes, 5 18
Punto de vista del asesor, 290

R
Rango, 627
Razón beneficiokosto convencional, 267
Razón beneficiokosto modificada, 268
Razón beneficiokosto:
análisis incremental, 27 1
beneficiokosto modificada, 268
cálculo de, 267-268
clasificaciones para, 266-267
evaluación alternativa por, 271-272
para tres o más alternativas, 274
Razón corriente, 674
Razón de :
de patrimonio, 675
de prueba ácida, 674
de rentabilidad, 674
de retorno sobre ventas, 675
de rotación del inventario, 676
de solvencia, 674
eficiencia, 674
Recuperación de capital para activos (véase Depreciación)
Recuperación de la depreciación:
definición de, 427
ganancia de capital, 434
impuestos para, 427
resumen, 433
Regla de 72, 3 l
Regla de Descartes, 211
Reposición, razones para, 290
Retador:
en la evaluación de alternativas múltiples, 247
en análisis de reposición, 290
Riesgo:
árbol de decisiones y, 575
descripción, 606
en el establecimiento de TMAR, 546
mezcla deuda-patrimonio y, 548-549
toma de decisiones bajo, 604-637

S
Saldo no recuperado, 202
Sección 179 sobre deducción de gastos a propietarios de capital, 409-410
Secuencia convencional flujo de efectivo, 210
Secuencia de flujo de efectivo simple, 210
Secuencia de flujo de efectivo:
convencional, 2 10
no convencional, 210
Secuencia de flujos de efectivo no simples, 210
Selección de portafolio (véase Elaboración de presupuesto de capital)
Serie anual uniforme equivalente, (véase Valor anual, uniforme equivalente)
Serie geométrica, 58-59, 68
Series escalonadas, 58
Símbolos en la ingeniería económica, 21-22
Simulación, 628-637
Sistema Acelerado de Recuperación de costos (SARC), 390
Sistema de depreciación alternativa, 401
SMARC (Sistema Modificado Acelerado de Recuperación de Costos)
alternativa en línea recta, 401
cambio entre, 401
depreciación, 386,390, 395-401
derivación de tasas de depreciación, 406
periodo de recuperación, 400
suma de los dígitos del total de años, 421

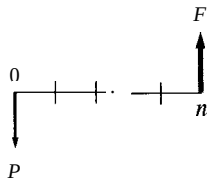
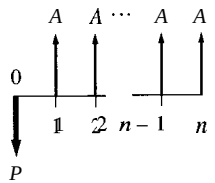
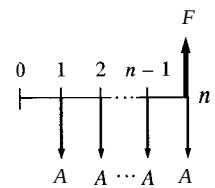
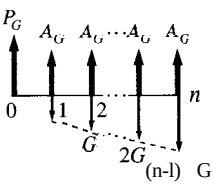
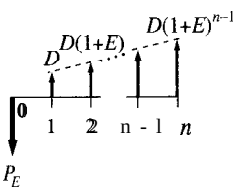
T
Tablas de interés:
capitalización discreta, 689
interpolación en, 59
Tasa de depreciación: 388
saldo decreciente, 392
saldo decreciente doble, 392
Tasa de descuento, 152
Tasa de interés de mercado, 339, 546
Tasa de interés desconocida, 70,204
Tasa de interés:
efectiva, 86

cálculo de, 89, 90
ecuación para, 90
interpretación de, 87
para capitalización continua, 93-94
inflada, 341
nominal, 86
real, 338
Tasa de recuperación en depreciación, 388, 395, 401
Tasa de reinversión, 215
Tasa de rendimiento incremental:
para alternativas múltiples, 246-247
para dos alternativas, 236-245
Tasa de retorno antes de impuestos, 437
Tasa de retorno:
análisis incrementa1 y, 236
capital patrimonial, 549
compuesta, 214
de capital de deuda, 540
definición de, 202
después de impuestos, 468-474
externa (véase Compuesta, arriba) de inversión, 232, 236
inflada, antes de impuestos, 437
interna, 214
inversiones en bonos, 328
mínima atractiva (véase Tasa mínima atractiva de retorno)
solución en hoja de cálculo para, 208,240
tasa de reinversión, 215
uso de secuencia FEN, 468
uso de, en la elaboración de presupuesto de capital, 528
utilizando métodos de ensayo y error manual, 206
valor anual, 209-210
valor presente, 204
valores múltiples, 210
Tasa de salvamento, 24,544
Tasa efectiva de impuesto de renta, 430
Tasa impositiva promedio, 430
Tasa interna de retorno, 214
Tasa Mínima Atractiva de Retorno, TMAR:
alternativas mutuamente excluyentes, 246
comparación con otros retornos, 24
determinación, 534
inflación ajustada, 339
para la elaboración de presupuesto de gastos de capital, 5 18
variaciones en, 536, 544
Tasa tributaria marginal, 428
Tasas de costos generales, 357-365
Tasas de interés:
cálculo de las, desconocidas 70, 205
de mercado, 339
definición, ll
estimación para soluciones de ensayo y error, 206
infladas, 341
libres de inflación, 338
múltiples, 210
nominales, 86
reales, 338
Tasas impositivas graduadas, 428
Técnica de ordenamiento y calificación, 638
Teorema del límite central, 621
Teoría muestral, 620
Títulos-valores del tesoro, 322
TMAR (Tasa Mínima Atractiva de Retorno), 24
Toma de decisiones, 5, 606, 608

V

Valor anual, uniforme equivalente, 180-190
análisis incrementa1 de la tasa de retorno, 244
considerada la inflación, 349
costo capitalizado y, 160-161
evaluación alternativa mediante, 186
método de recuperación de capital más interés, 185
método de valor presente de salvamento, 184-185
método del fondo de amortización de salvamento, 183
uso del análisis después de impuestos, 467
ventajas, 182
Valor de mercado, 291, 292, 388
Valor de reposición, 298
Valor de salvamento, 156,388
Valor del dinero en el tiempo, 7
Valor del sistema de depreciación general, 400
Valor en libros:
definición de, 388
mediante método de saldo decreciente, 392, 393
mediante método de suma de los dígitos del total de años, 421
mediante método en línea recta, 390
mediante SMARC, 395
Valor esperado:
árboles de decisión y, 574-580
cálculos de, 571, 621-622
en estudios de economía, 572,575
Valor futuro:
cálculo de, 61
consideración de la inflación, 345
definición, 2 1, 46, 49
localización del, 110
Valor nominal de bonos, 324
Valor presente neto, 152
Valor presente:
análisis de tasa de retorno incremental, 204-209
bonos, 325
cálculo de: para vidas iguales, 154
consideración de la inflación, 338-344
elaboración del presupuesto de gastos de capital, 5 18-528
evaluación alternativa por, 155-158
gradiente diferido, 118
impuestos de renta, 440
localización del, 110, ll 8
para vidas diferentes, 155
series escalonadas, 58, 123
uso del análisis después de impuestos, 467
Valor, 401
distribución acumulada de, 611
distribución probabilística de, 610-616
tipos, 610
Variable:
aleatoria, 610
continua, 6 10
discreta, 610
Varianza en la asignación directa de costos, 360
Vida:
costo mínimo de, 299
de retiro, 299
de servicio económico, 299-300
remanente (véase Estudios de reposición)
Vidas:
comparación de alternativas: con iguales, 154
con alternativas diferentes, 155
con alternativas permanentes, 163
mínimo común múltiplo de, 155
Volatilidad de las acciones, 543

Relaciones para flujos de efectivo discretos con capitalización al fin del periodo

Tipo	Encontrar/ Dado	Notación y fórmula de factores	Relación	Diagrama de muestra de flujo de efectivo
Cantidad única	F/P Cantidad compuesta	$(F/P,i,n) = (1+i)^n$	$F = P(F/P,i,n)$ [Secs. 2.1, 2.8]	
	P/F Valor presente	$(P/F,i,n) = \frac{1}{(1+i)^n}$	$P = F(P/F,i,n)$ [Secs. 2.1, 2.8]	
Serie uniforme	P/A Valor presente	$(P/A,i,n) = \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$	$P = A(P/A,i,n)$ [Secs. 2.2, 2.8]	
	A/P Recuperación de capital	$(A/P,i,n) = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$	$A = P(A/P,i,n)$ [Secs. 2.2, 2.8]	
	F/A Cantidad compuesta	$(F/A,i,n) = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$	$F = A(F/A,i,n)$ [Secs. 2.3, 2.8]	
	A/F Fondo de amortización	$(A/F,i,n) = \frac{i}{(1+i)^n - 1}$	$A = F(A/F,i,n)$ [Secs. 2.3, 2.8]	
Gradiente aritmético	P_G/G Valor presente	$(P/G,i,n) = \frac{(1+i)^n - in - 1}{i^2(1+i)^n}$	$P_G = G(P/G,i,n)$ [Secs. 2.5, 2.9]	
	A_G/G Serie uniforme	$(A/G,i,n) = \frac{1}{i} - \frac{n}{(1+i)^n - 1}$	$A_G = G(A/G,i,n)$ [Secs. 2.5, 2.9]	
Gradiente geométrico	P_E/D y E Valor presente	$P_E = \begin{cases} \frac{D[(1+E)^n(1+i)^n - 1]}{E - i} \\ D\frac{n}{(1+E)} \end{cases}$	$E \neq i$ $E = i$ [Secs. 2.6, 2.10]	

Glosario de términos comunes

Término	Símbolo	Descripción
Cantidad o valor anual	A o VA	Valor anual uniforme equivalente de todas las entradas y salidas de efectivo durante la vida estimada (1.7, 6.1).
Costo anual de operación	CAO	Costos anuales estimados para conservar y apoyar una alternativa (1.3).
Razón beneficio/costo	B/C	Razón de los beneficios de un proyecto con respecto a los costos expresada en términos de VP, VA o VF (9.1).
Punto de equilibrio	Q_{PE}	Cantidad a la cual los ingresos y los costos son iguales (16.1).
Valor en libros	VL	Inversión de capital restante en un activo después de considerar la depreciación (13.1).
Presupuesto de capital	b	Cantidad de dinero disponible para proyectos de inversión de capital (1.1, 17.1).
Ganancia de capital	GC	Ganancia monetaria obtenida cuando un activo de capital es vendido por más de su precio de compra (14.1).
Flujo de efectivo	FE	Cuantías de efectivo real que ingresan (entradas) y se desembolsan (salidas) (1.9).
Flujo de efectivo antes o después de impuestos	FEA1 o FEDI	Cantidad del flujo de efectivo antes de aplicar los impuestos relevantes o después de estos impuestos (14.4).
Costo de capital	i	Tasa de interés pagada por el uso de fondos de capital; incluye fondos de deuda y de patrimonio (18.1).
Distribución de acumulación	$F(X)$	Acumulación de probabilidad hasta un valor determinado de una variable e incluyéndolo (20.2).
Mezcla deuda-patrimonio	D-P	Porcentajes de capital de deuda y de patrimonio utilizados por una corporación (18.2).
Depreciación	D	Reducción en el valor de activos propios utilizando modelos y reglas específicas; puede no reflejar el uso real del activo (13.1).
Tasa de depreciación	d_t	Tasa anual para reducir el valor de los activos propios utilizando modelos de depreciación (13.1).
Valor esperado (promedio)	$\bar{X}$, μ o $E(X)$	Promedio esperado de largo plazo que resulta si se utiliza una muestra de variable aleatoria muchas veces (19.4, 20.4).
Costo inicial	P o B	Costo inicial total para una alternativa: compra, construcción, preparación, etc. (1.3, 13.1).
Cantidad o valor futuro	F o VF	Cantidad en alguna fecha futura que considera el valor del dinero en el tiempo (1.7)
Gradiente	G	Cambio uniforme (+ o -) en el flujo de efectivo durante cada periodo de tiempo; aritmético (2.5) y porcentual (2.6).
Ingreso bruto	GI	Ingreso de todas las fuentes para corporaciones o para individuos (14.1).
Tasa de inflación	f	Tasa que refleja cambios en el valor de una moneda en el tiempo (12.1).

Término	Símbolo	Descripción (La referencia a la sección inicial aparece en paréntesis)
Tasa de interés	i o r	Interés expresado como porcentaje de la cantidad original por periodo de tiempo: tasa nominal (r) y efectiva (i) (1.4, 3.1).
Vida (estimada)	n	Número de años o de periodos durante los cuales será utilizada una alternativa o un activo; tiempo de evaluación (1.3).
Medida de valor	el símbolo varía	Valor, tal como VP, VA, i^*, utilizado para juzgar la viabilidad económica (1.2).
Tasa mínima atractiva de retorno	TMAR	Valor mínimo de la tasa de retorno para que una alternativa sea financieramente aceptable (1.8, 18.1).
Flujo de efectivo neto	FEN	Cantidad de efectivo real resultante que entra o sale durante un periodo de tiempo (1.9, 15.1).
Valor presente neto	VPN	Otro nombre para el valor presente, VP.
Periodo de reintegro	n	Número de años para recuperar la inversión incial y una tasa de retorno establecida (16.3).
Cantidad o valor presente	P o VP	Cantidad de dinero en un momento actual o un tiempo definido como *presente* (1.7, 5.1).
Distribución de probabilidad	$P(X)$	Distribución de probabilidad para diferentes valores de una variable (20.2).
Variable aleatoria	X	Parámetro o característica que puede tomar cualquiera de diversos valores; discretos y continuos (20.2).
Tasa de retorno	i^*	Tasa de interés compuesto sobre saldos no pagados o no recuperados, de manera que la cantidad final genera un saldo de cero (7.1).
Perido de recuperación	n	Número de años para depreciar completamente un activo (13.1).
Valor de salvamento	v_s	Valor esperado de intercambio o de mercado cuando se dispone de un activo (13.1).
Desviación estándar	s o σ	Medida de dispersión alrededor del valor esperado o promedio (20.4)
Periodo de estudio	n	Número de años utilizados para evaluar alternativas; se llama también horizonte de planificación (5.2, 10.3).
Ingreso gravable	IG	Cantidad sobre la cual están basados los impuestos sobre la renta (14.1).
Tasa impositiva	T	Tasa decimal, generalmente graduada, utilizada para calcular los impuestos corporativos o individuales (14.1).
Tasa impositiva (efectiva)	T_e	Tasa impositiva de una sola cifra que incorpora diversas tasas y bases (14.2).
Tiempo	t	Indicador para un periodo de tiempo (1.7).
Costo promedio ponderado del capital	CPPC	Costo promedio ponderado de capital que considera porcentajes de financiamiento con deuda y con patrimonio (18.2).

INGENIERÍA ECONÓMICA

Cuarta edición

Este texto presenta los principios básicos del análisis económico para su aplicación en el proceso de toma de decisiones, y constituye una presentación actualizada y equilibrada del análisis económico a nivel universitario. Uno de los cambios más interesantes de la presente edición es la introducción de las hojas de cálculo, cuyo uso se presenta de manera fácil y óptima a través de todo el libro.

El segundo gran aporte es la incorporación de estudios de caso al final de diversos capítulos. Asimismo se ha agregado una sección de simulación que introduce en forma clara y simple el uso de la probabilidad en la toma de decisiones.

Al igual que las anteriores ediciones, este texto contiene un número apreciable de nuevos ejercicios representativos del mundo real.

ISBN: 958-600-966-1

9 789586 009669

McGraw Hill